Письма в ЖЭТФ, том 118, вып. 10, с. 754 – 760 © 2023 г. 25 ноября

Возбуждение джозефсоновских токов колебаниями аэрогеля в сверхтекучем ^{3}He

Е. В. Суровцев[1)]

Институт физических проблем им. П. Л. Капицы РАН, 119334 Москва, Россия

Поступила в редакцию 18 октября 2023 г.
После переработки 18 октября 2023 г.
Принята к публикации 18 октября 2023 г.

В работе решена задача о механических колебаниях аэрогеля, прикрепленного к упругой нити, происходящих в сверхтекучем ^{3}He для случая, когда внутри аэрогеля также реализуется сверхтекучее состояние. Рассмотренные в работе гидродинамические граничные условия на поверхности аэрогеля позволяют объяснить аномально быстрый рост частоты механических колебаний системы с понижением температуры. Найденное соотношение между скачком фазы на границе аэрогеля и протекающим через границу сверхтекучим током указывает на его джозефсоновский характер.

DOI: 10.31857/S1234567823220093, EDN: ogqlif

1. Введение. Эксперименты с колеблющимся в сверхтекучем ^{3}He аэрогелем широко применяются для исследования влияния примесей (магнитных или немагнитных) на сверхтекучие свойства ^{3}He. Как известно, в случае p-спаривания даже немагнитные примеси могут приводить к подавлению сверхтекучести системы [1]. Помимо простого подавления параметра порядка, симметрия аэрогеля позволяет реализовывать сверхтекучие фазы, существование которых было энергетически невыгодно в чистом ^{3}He [2–4]. Одной из таких фаз является полярная фаза сверхтекучего ^{3}He, для которой при некоторых условиях выполнен аналог теоремы Андерсона [5], т.е. примеси не влияют на ее термодинамические свойства. Первые эксперименты указанного выше типа, в которых использовались кремниевые аэрогели, т.е. состоящие из нитей SiO_2, были описаны в работах [6–8]. Одним из результатов указанных работ было указание на то, что сверхтекучий ^{3}He внутри аэрогеля находится в состоянии Ларкина–Имри–Ма для A-фазы [9]. В настоящее время важным направлением исследований с помощью данной методики является изучение свойств сверхтекучего ^{3}He в так называемых нематических аэрогелях, которые состоят из сонаправленных нитей [10]. В ходе экспериментов с данным типом аэрогеля была обнаружена β-фаза сверхтекучего ^{3}He [4], а также исследовано влияние магнитных примесей на фазовую диаграмму сверхтекучего ^{3}He [11].

Во всех экспериментах указанного типа аэрогель прикреплялся к тонкой П-образной сверхпроводящей нити, помещался в ячейку, заполненную ^{3}He, и на систему накладывалось постоянное магнитное поле. Далее по нити пропускался переменный электрический ток, который за счет силы Лоренца, действующей на нить, приводил к возбуждению механических колебаний системы. При самом простом рассмотрении данных колебаний квадрат частоты должен быть обратно пропорционален суммарной массе системы $\omega^2 \sim \frac{1}{M_\Sigma}$, которая, в свою очередь, складывается из массы нити, массы аэрогеля, массы нормальной компоненты ^{3}He внутри аэрогеля, и, наконец, присоединенной массы ^{3}He снаружи аэрогеля, т.е. той, которая участвует в движении системы. Возникновение сверхтекучей фазы внутри аэрогеля приводит к изменению линий тока сверхтекучей компоненты внутри и снаружи аэрогеля, что, в свою очередь, меняет полную присоединенную массу системы и, как следствие, частоту колебаний. Для вычисления токов, которые возникают при колебаниях системы, необходимо знать граничные условия на поверхности аэрогеля. Ранее в работах [7, 12, 13] рассматривались два типа граничных условий. В частности, в работах [12, 13] предполагалось, что на поверхности аэрогеля непрерывны сверхтекучий ток, а также фаза конденсата куперовских пар внутри и снаружи аэрогеля. Последнее условие не является всегда верным и может быть обосновано только при условии непрерывности параметра порядка на границе аэрогеля [13]. Отметим также существенную для дальнейшего деталь, что в указанной работе аэрогель считался абсолютно жестким телом. Несмотря на существенные различия в граничных условиях, рассмотренных в работах [7, 12], асимпто-

[1)]e-mail: e.v.surovtsev@gmail.com

тическая зависимость частоты колебаний от температуры вдали от точки сверхтекучего перехода внутри аэрогеля получается практически одинаковой в обоих случаях. Это связано с тем, что рассмотренные граничные условия приводят к тому, что при достаточно низких температурах сверхтекучая компонента как внутри аэрогеля, так и снаружи в основном не увлекается движением аэрогеля, и вся температурная зависимость связана лишь с уменьшением массы нормальной компоненты, участвующей в движении. Удивительно, что посчитанная в рамках рассмотренных моделей сверхтекучая плотность внутри аэрогеля оказывается существенно больше, чем сверхтекучая плотность чистого ^{3}He при тех же температурах, что явно противоречит предположению о подавлении параметра порядка примесями. В работе [12] было сделано предположение, что указанное несоответствие связано с взаимодействием механической моды колебаний со второй модой колебаний, которая также возбуждается в рассмотренных экспериментах и описывается как аналог второго звука для данной сложной системы [14]. Тем не менее, тот факт, что в работе [8] вторая ветка колебаний не наблюдалась, а вычисленная сверхтекучая плотность оказалась также большой, говорит о том, что данное взаимодействие не является существенным при объяснении наблюдаемого эффекта.

В данной работе будет показано, что более быстрый рост частоты механических колебаний системы при понижении температуры может быть объяснен при рассмотрении гидродинамических граничных условий на поверхности аэрогеля, которые заключаются в непрерывности гидродинамических потоков. Таким образом, сравнивая с работой [13], условие непрерывности фазы параметра порядка должно быть заменено на непрерывность компонент тензора потока импульса в направлении нормали к поверхности аэрогеля. Как будет показано ниже, из результатов решения гидродинамических уравнений следует, что в узком слое на границе аэрогеля возникает разность фаз между двумя сверхтекучими состояниями, а сверхтекучий ток, протекающий через границу, пропорционален этой разности фаз. Данный вид связи между током и скачком фазы соответствует случаю джозефсоновского контакта между сверхтекучими состояниями внутри и снаружи аэрогеля, т.е. случаю слабой связи.

2. Уравнение движения аэрогеля в сверхтекучей жидкости. В данном разделе будет рассмотрено эффективное уравнение движения аэрогеля в форме шара в сверхтекучем ^{3}He, колеблющегося за счет упругости нити, к которой он прикреплен. Сразу оговоримся, что точное решение поставленной задачи требует аккуратного вычисления напряжений внутри аэрогеля и проволочки, которое, в частности, зависит от способа крепления аэрогеля. Мы же будем рассматривать составную систему в виде простого осциллятора с заданной эффективной жесткостью. Так как для рассматриваемых частот колебаний глубина вязкого проникновения гораздо больше расстояния между нитями аэрогеля, то будем считать, что нормальная компонента ^{3}He внутри аэрогеля движется совместно с каркасом аэрогеля. Для начала рассмотрим движение системы без учета эффектов вязкости, которые возникают снаружи аэрогеля. Так как движение сверхтекучей жидкости потенциально, то введем соответствующие потенциалы внутри и снаружи аэрогеля: $\varphi_s^{\rm in}$ и $\varphi_s^{\rm out}$. Градиенты данных функций определяют векторное поле сверхтекучих скоростей внутри и снаружи аэрогеля. Движение нормальной компоненты снаружи аэрогеля в первом приближении (при малых амплитудах колебаний и без учета вязкости) также можно рассматривать как потенциальное и заданное полем $\varphi_n^{\rm out}$. Пусть $u_i^{(0)}$ – средний вектор смещения аэрогеля из положения равновесия, т.е. $u_i^{(0)} = \frac{1}{V_0}\int dV u_i(\mathbf{r})$, где $u_i(\mathbf{r})$ – поле смещений в аэрогеле, интеграл берется по объему аэрогеля, V_0 – объем аэрогеля в равновесии. Тогда проинтегрированное по объему гидродинамическое уравнение, выражающее закон сохранения суммарного импульса аэрогеля и ^{3}He [15], даст эффективное уравнение движения системы в виде:

$$V_0(\tilde{\rho}_a\delta_{ij} + (\rho_n^{in})_{ij})\ddot{u}_j^{(0)} + (\rho_s^{in})_{ij}\int \nabla_j \frac{\partial \varphi_s^{in}}{\partial t} dV + \\ + V_0\cdot\tilde{\rho}_a\omega_0^2 u_i^{(0)} + \oint n_j \delta\sigma_{ij}^{out} dS = 0, \qquad (1)$$

где $\tilde{\rho_a}$ – эффективная плотность аэрогеля (с учетом конечной массы нити, к которой крепится аэрогель), ρ_l – плотность жидкости, $(\rho_{s,n}^{\rm in})_{ij}$ – тензоры плотности нормальной и сверхтекучей компонент жидкости внутри аэрогеля, $\delta\sigma_{ij}^{\rm out}$ изменение тензора потока импульса снаружи аэрогеля, связанное с потоком жидкости, n_i – внешняя нормаль к поверхности аэрогеля, ω_0 – частота колебаний системы в вакууме, в последнем члене интеграл берется по поверхности аэрогеля. Первые два члена в уравнении определяют изменение импульса выделенного объема системы, а вторые два – силу, действующую на систему со стороны проволочки и со стороны окружающей аэрогель жидкости. Описание силы, действующей на выделенный объем системы со стороны нити, в виде члена $V_0\cdot\tilde{\rho}_a\omega_0^2 u_i^{(0)}$ является упрощением, которое оговаривалось в начале раздела.

Для начала вычислим силу, действующую на шарик со стороны нормальной компоненты окружающей аэрогель жидкости. Из условия потенциальности движения снаружи аэрогеля тензор потока импульса можно определить соотношением:

$$\delta\sigma_{ij}^{\rm out} = -(\rho_s^{\rm out})_{ij}\frac{\partial\varphi_s^{\rm out}}{\partial t} - (\rho_n^{\rm out})_{ij}\frac{\partial\varphi_n^{\rm out}}{\partial t}, \qquad (2)$$

где второе слагаемое определяет искомый вклад нормальной компоненты. В силу того, что нормальная компонента жидкости не протекает сквозь аэрогель, на поверхности аэрогеля выполнено граничное условие: $(\rho_n^{\rm out})_{ij}(\nabla_j\varphi_n^{\rm out} - \dot{u}_j^{(0)})n_i = 0$, которое для случая изотропной B-фазы или A-фазы с текстурой орбитального вектора $\mathbf{l}$ по типу “ежа” (вектор $\mathbf{l}$ везде перпендикулярен поверхности) сводится к обычному выражению: $\dot{u}_i^{(0)}n_i = (\nabla_i\varphi_n^{\rm out})n_i$. Так как для рассматриваемых частот колебаний жидкость можно считать несжимаемой, то используем хорошо известное решение для $\varphi_n^{\rm out}$ уравнения $\Delta\varphi_n^{\rm out} = 0$, удовлетворяющее данным граничным условиям у шара радиуса R [16]: $\varphi_n^{\rm out}(\mathbf{r},t) = -\frac{R^3}{2r^2}\frac{\partial u_i^{(0)}}{\partial t}n_i$. Сила, действующая на шарик со стороны нормальной компоненты жидкости, получается интегрированием по поверхности тела:

$$-\oint n_j(\rho_n^{\rm out})_{ij}\frac{\partial\varphi_n^{\rm out}}{\partial t}dS = \frac{2\pi}{3}R^3(\rho_n^{\rm out})_{ij}\frac{\partial^2 u_j^{(0)}}{\partial t^2}, \qquad (3)$$

где величина $\frac{1}{2}(\rho_n^{\rm out})_{ij}V_0$ – задает тензор присоединенной массы нормального движения жидкости вокруг аэрогеля.

В уравнение (1) входят две неизвестные функции $\varphi_s^{\rm in}$ и $\varphi_s^{\rm out}$, которые мы определим из следующих соображений. Вначале найдем фазу сверхтекучей жидкости внутри аэрогеля из уравнения сохранения потенциальности сверхтекучего движения:

$$\frac{\partial\varphi_s^{\rm in}}{\partial t} = -\delta\mu_l^{\rm in}, \qquad (4)$$

где $\delta\mu_l^{\rm in}$ – изменение химического потенциала жидкости внутри аэрогеля при колебательном движении системы. Пусть $u_i(\mathbf{r},t) = u_i^{(0)}(t) + u_i^{(1)}(\mathbf{r},t)$ – поле смещений внутри аэрогеля, $u_i^{(1)} \ll u_i^{(0)}$. Тогда, как было показано ранее для анизотропного аэрогеля [14]:

$$\delta\mu_l^{\rm in} = c_{l1}^2\frac{\delta\rho_l}{\rho_l^{(0)}} + c_{ul}^2 u_{zz}^{(1)} - \tilde{c}_{ls}^2 u_{ll}^{(1)}, \qquad (5)$$

где c_{l1} – скорость первого звука в системе, c_{ul}^2, c_{ls}^2 – комбинации упругих коэффициентов системы, $\delta\rho_l$ – изменение плотности жидкости, $u_{ll}^{(1)} = \partial_l u_l^{(1)}$, $u_{zz}^{(1)} = \partial_z u_z^{(1)}$. Заметим, что при условии, что $\rho_l \gg \rho_s^{\rm in}$ из уравнения сохранения массы следует связь между $\delta\rho_l$ и $u_{ll}^{(1)}$: $\delta\rho_l \approx -\rho_l u_{ll}^{(1)}$. Для дальнейшего важно, что скорость первого звука много больше всех остальных упругих скоростей системы (в частности, скоростей звука в аэрогеле), поэтому можно записать следующее приближенное равенство:

$$\delta\mu_l^{\rm in} \approx -c_{l1}^2 u_{ll}^{(1)}. \qquad (6)$$

В главном приближении тензор потока импульса системы изотропен и описывается одной скалярной величиной – давлением, которое внутри аэрогеля в рассматриваемом приближении также определяется выражением:

$$\delta p^{\rm in} \approx -\tilde{c}_{l1}^2\rho_l u_{ll}^{(1)}, \qquad (7)$$

где коэффициент $\tilde{c}_{l1}^2$ дается суммой нескольких упругих констант, но в дальнейшем ее отличием от c_{l1}^2, можно пренебречь. Исключив из последних двух равенств $u_{ll}^{(1)}$, можно получить связь между изменением давления внутри аэрогеля и изменением потенциала сверхтекучего движения:

$$\delta p^{\rm in} \approx \rho_l\delta\mu_l = -\rho_l\frac{\partial\varphi_s^{\rm in}}{\partial t}. \qquad (8)$$

Из непрерывности тензора потока импульса следует, что изменение давления снаружи и внутри аэрогеля должно быть одинаковым: $\delta p^{\rm in} = \delta p^{\rm out}$. Заметим так же, что в достаточно широком интервале температур компоненты тензора сверхтекучей плотности малы не только внутри аэрогеля, но и снаружи $(\rho_s^{\rm out})_{ij} \ll \rho_l$. Поэтому в написанном выше равенстве давлений можно считать, что давление снаружи в основном определяется обтеканием нормальной компоненты жидкости с изотропным тензором плотности, т.е. $\delta p^{\rm out} \approx \rho_l\frac{\partial\varphi_n^{\rm out}}{\partial t}$. Резюмируя сказанное, можно получить следующее приближенное соотношение, справедливое на границе аэрогеля:

$$\frac{\partial\varphi_s^{\rm in}}{\partial t} \approx \frac{\partial\varphi_n^{\rm out}}{\partial t}. \qquad (9)$$

Данному граничному условию удовлетворяет функция:

$$\varphi_s^{\rm in}(\mathbf{r},t) = -\frac{1}{2}\cdot\frac{\partial u_i^{(0)}}{\partial t}r_i, \qquad (10)$$

соответствующая протеканию сверхтекучей компоненты с одинаковой во всем объеме аэрогеля сверхтекучей скоростью ($\Delta\varphi_s = 0$). Таким образом, мы получили, что создаваемая движением нормальной компоненты снаружи аэрогеля разность давлений

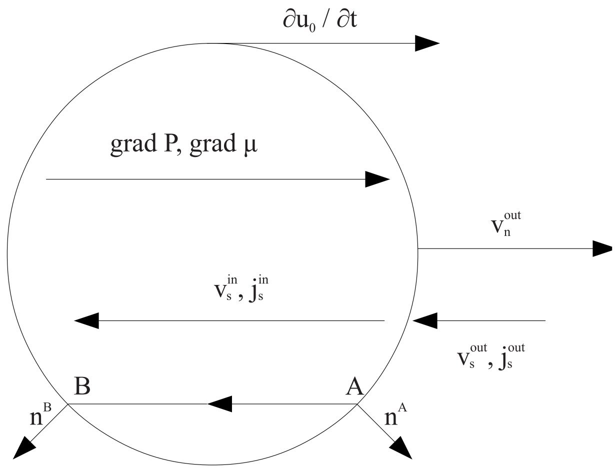

Рис. 1. При движении шарика аэрогеля со скоростью $\frac{\partial \mathbf{u}_0}{\partial t}$ в сверхтекучем ^{3}He внутри объема, занимаемого аэрогелем, создается градиент давления и химического потенциала жидкости в направлении движения. Согласно уравнению сохранения сверхтекучей скорости это приводит к возникновению сверхтекучего потока в противоположном направлении. Из закона сохранения суммарного импульса системы при появлении данного движения на аэрогель начинает действовать дополнительная сила вдоль направления движения, увеличивающая итоговую частоту колебаний

между его концами приводит к втеканию сверхтекучей компоненты внутрь аэрогеля в направлении, противоположном движению тела (рис. 1).

Далее, функцию $\varphi_s^{\rm out}$ определим из условия непрерывности сверхтекучего тока через границу аэрогеля. Будем искать для функции $\varphi_s^{\rm out}$ убывающее на бесконечности решение, удовлетворяющее условию несжимаемости сверхтекучей компоненты жидкости $(\nabla_i(j_s)_i = 0$, j_s – ток сверхтекучей компоненты относительно нормальной) [13]:

$$\varphi_s^{\rm out} = b\frac{R^{\gamma+1}}{r^\gamma}\frac{\partial u_i^{(0)}}{\partial t}n_i - \frac{R^4}{2r^3}\frac{\partial u_i^{(0)}}{\partial t}n_i, \qquad (11)$$

где $\gamma = 3$ для изотропной B-фазы и $\gamma = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{17}}{2}$ для A-фазы с текстурой типа "ежа". Условие непрерывности потока массы на границе аэрогеля (в данном случае сверхтекучего тока) запишем в виде:

$$(\rho_s^{\rm in})_{ij}(\nabla_j\varphi_s^{\rm in} - \dot{u}_j^0)n_i = (\rho_s^{\rm out})_{ij}(\nabla_j\varphi_s^{\rm out} - \dot{u}_j^0)n_i. \qquad (12)$$

Подставив (10), (11) в (12), найдем коэффициент b:

$$b = \frac{3}{2}\frac{1}{\gamma-1}\frac{\rho_s^{\rm in}}{\rho_s^{\rm out}}, \qquad (13)$$

$\rho_s^{\rm in}$ – компонента тензора сверхтекучей плотности внутри аэрогеля вдоль направления колебаний (вдоль или поперек оси анизотропии аэрогеля), $\rho_s^{\rm out}$ – компонента тензора сверхтекучей плотности снаружи аэрогеля вдоль нормали к поверхности (для двух рассмотренных выше фаз). Отметим, что в области температур, где $\rho_s^{\rm in} \simeq \rho_s^{\rm out}$, движения сверхтекучей и нормальной компонент жидкости снаружи аэрогеля вблизи его поверхности происходят в противоположных направлениях.

После нахождения всех неизвестных функций можно записать эффективное уравнение колебаний системы в виде:

$$(\tilde{\rho}_a + \frac{3}{2}\rho_l - \frac{3}{2}\frac{\gamma}{\gamma-1}\rho_s^{in})\ddot{u}_i^{(0)} + \tilde{\rho}_a\omega_0^2 u_i^{(0)} = 0. \qquad (14)$$

Выразим из последнего уравнения частоту колебаний системы, как функцию от $\rho_s^{\rm in}$:

$$\omega(T) = \frac{\omega_n}{\sqrt{1 - \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{\rho_s^{in}(T)}{\rho_l}\left(1 - \frac{\omega_n^2}{\omega_0^2}\right)}}, \qquad (15)$$

где введено обозначение $\omega_n^2 = \omega_0^2\frac{\tilde{\rho}_a}{\tilde{\rho}_a + \frac{3}{2}\rho_l}$ – частота колебаний системы в ^{3}He в пределе нулевого затухания. При температурах больших, чем температура сверхтекучего перехода внутри аэрогеля, $T > T_{ca}$, частота колебаний (без учета вязкости окружающего ^{3}He) не зависит от температуры $\omega(T) = \omega_n = \text{const}$, а при $T < T_{ca}$, в области применимости теории Гинзбурга–Ландау, должен наблюдаться линейный рост частоты при понижении температуры, так как $\rho_s^{\rm in} \sim (1 - \frac{T}{T_{ca}})$. Стоящий под корнем в правой части выражения множитель $\frac{\gamma}{\gamma-1}$ является геометрическим фактором, т.е. зависит от формы образца, и может быть записан в более общем виде как $1 + \tilde{\alpha}$, $\tilde{\alpha} = \frac{\gamma}{\gamma-1}$ для шарика. Отметим также, что данный множитель зависит и от вида наружной сверхтекучей фазы: в случае шарика для B-фазы $\tilde{\alpha} = 0.5$, а для A-фазы с текстурой "ежа" $\tilde{\alpha} \approx 0.4$, т.е. при переходе из A в B-фазу скорость роста частоты с понижением температуры должна немного увеличиться. Именно наличие данного постоянного множителя, большего единицы, может объяснять более быстрый, чем предполагалось, рост частоты при понижении температуры, который наблюдается в эксперименте. В следующем разделе для обработки экспериментальных данных для аэрогеля произвольной формы частоту колебаний будем описывать более общей формулой:

$$\omega(T) = \frac{\omega_n}{\sqrt{1 - (1+\tilde{\alpha})\frac{\rho_s^{in}(T)}{\rho_l}\left(1 - \frac{\omega_n^2}{\omega_0^2}\right)}}, \qquad (16)$$

с неизвестным параметром $\tilde{\alpha} > 0$.

3. Сравнение с экспериментом. В качестве проверки полученных соотношений рассмотрим экспериментальные данные для случая, когда внутри нематического аэрогеля образуется полярная фаза [12]. Имеющийся массив экспериментальных данных включает в себя зависимости от температуры частот двух возбуждаемых мод колебаний $\omega_{1,2}(T)$, а также зависимость от температуры ширин резонансных линий $\zeta_{1,2}(T)$. Затухание первой колебательной моды (механической) связано в основном с вязкостью окружающего аэрогель ^{3}He. Помимо этого, существует также вклад вязкости (отличия от потенциальности движения жидкости вблизи поверхности аэрогеля) в присоединенную массу системы и как следствие в частоту колебаний. В рассуждениях предыдущего пункта мы данный вклад не рассматривали. Помимо этого, мы не учитывали вклад этой дополнительной инерциальной вязкой силы в φ_s^{in}, так как это потребовало бы решения задачи по нахождению $u_{ll}^{(1)}$ и $u_{zz}^{(1)}$ внутри аэрогеля, чего в нашем приближении можно было не делать. Результат более аккуратного вычисления показывает, что вклад вязкости в потенциал сверхтекучего движения внутри аэрогеля мал в меру отношения δ/R, где δ – глубина вязкого проникновения для жидкого ^{3}He. Данное отношение ниже температуры объемного сверхтекучего перехода быстро убывает с температурой, что оправдывает сделанное приближение. Таким образом, для более точного сравнения с экспериментом необходимо исключить вклад вязкости в экспериментально наблюдаемую частоту колебаний системы, связанный с изменением присоединенной массы жидкости снаружи аэрогеля из-за вязкого вклада. Для колеблющегося в вязкой жидкости шарика это легко сделать, так как, если затухание мало, то существует простая связь между соответствующей добавкой к частоте колебаний и шириной линии резонанса: $\omega_1(T) = \omega_1^{'}(T) + \frac{1}{2}\zeta_1(T)$, где $\omega_1^{'}$ – частота колебаний системы с учетом небольшого вклада от непотенциальности движения нормальной компоненты вблизи поверхности аэрогеля, ζ_1 – ширина резонансной кривой, $\zeta_1 \ll \omega_1$. Как и ранее, коэффициент $1/2$ в написанном выражении является геометрическим фактором и может отличаться для тела другой формы. То, что для рассматриваемой системы данная зависимость вполне согласуется с экспериментальными данными при $T > T_{ca}$, было продемонстрировано в работе [12].

Вторая трудность, которая возникает при обработке экспериментальных данных состоит в эффективном взаимодействии двух наблюдаемых мод колебаний, природа которого не совсем ясна. Для упрощения, рассмотрим модель взаимодействия мод, которое описывается матричным элементом, задаваемым частотой ω_{12}, так что:

$$\omega_1 = \frac{\omega_1^{(0)} + \omega_2^{(0)}}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(\omega_1^{(0)} - \omega_2^{(0)})^2 + 4\omega_{12}^2}, \quad (17)$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_1^{(0)} + \omega_2^{(0)}}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{(\omega_1^{(0)} - \omega_2^{(0)})^2 + 4\omega_{12}^2}, \quad (18)$$

где $\omega_{1,2}^{(0)}$ – частоты двух мод без учета взаимодействия. Температурная зависимость частоты $\omega_1^{(0)}$ задается формулой (16), а температурная зависимость частоты второй моды была найдена в пределе Гинзбурга–Ландау в работе [14]:

$$\omega_2^{(0)}(T) = \frac{\omega_{a\perp}}{\sqrt{\left[(1 + 3\frac{\rho_l}{\rho_a}) + \frac{\rho_l^2}{\rho_s^{\perp}(T)\rho_a}\frac{c_{ul}^2}{c_{l1}^2}\right]}}, \quad (19)$$

где $\rho_s^{\perp}$ – компонента тензора сверхтекучей плотности полярной фазы перпендикулярно оси анизотропии аэрогеля, $\omega_{a\perp} \sim 2000\,$Гц, отношение скоростей $\frac{c_{ul}^2}{c_{l1}^2} \sim 0.01$ и практически не зависит от давления. По аналогии со вторым звуком действительная часть в частоте данных колебаний возникает только при $T < T_{ca}$. Наличие в знаменателе выражения (19) малого множителя $\frac{c_{ul}^2}{c_{l1}^2}$ приводит к быстрому корневому росту частоты колебаний в интервале температур $1 - \frac{T}{Tca} \sim 0.01$, с последующим выходом на постоянную частоту порядка 1700 Гц. Так как частота механической моды порядка 550 Гц, то пересечение мод и их взаимодействие существенно только в узкой области температур вблизи T_{ca}. Исходя из предположенных температурных зависимостей частот двух мод колебаний, следует, что с учетом взаимодействия механическая мода описывается выражением (17) при $T \gtrsim T_{ca}$ и выражением (18) при $T \lesssim T_{ca}$.

Результаты численной подгонки температурной зависимости частоты колебаний механической моды для трех давлений 7.1, 15.6 и 29.3 бар представлены на рис. 2. Так как скорость роста частоты с понижением температуры зависит от формы параметра порядка, окружающего аэрогель сверхтекучего состояния, то для единообразия мы ограничились рассмотрением случая, когда снаружи существует A-фаза, а таже выбрали не слишком широкий интервал температур вблизи T_c, чтобы можно было отбросить нелинейные по $T - T_{ca}$ эффекты. В качестве зависимости сверхтекучей плотности полярной фазы от температуры использовалось выражение, справедливое в приближении Гинзбурга–Ландау:

$$\rho_s^{\perp} = \frac{(1 - \frac{T}{T_{ca}})}{\beta_{12345}}\frac{\rho_l}{(1 + \frac{F_1^s}{3})}, \quad (20)$$

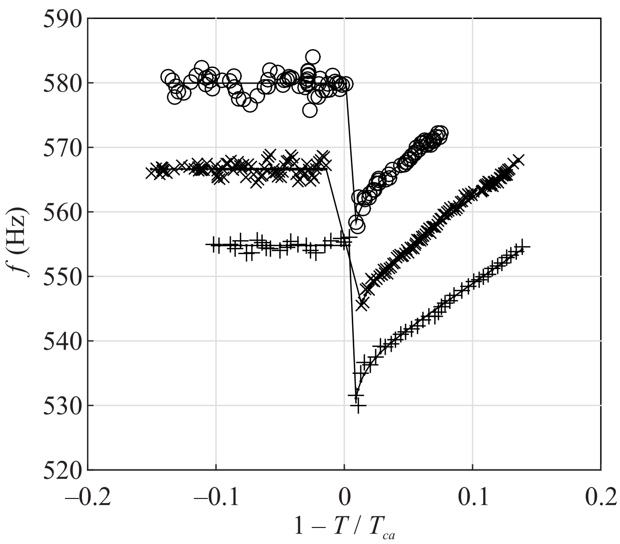

Рис. 2. Кружки, кресты, плюсы – зависимость от температуры частоты механической колебательной моды, наблюдаемой в эксперименте [12], для давлений 7.1, 15.6, 29.3 бар соответственно. Сплошные линии – подгонка теоретическими зависимостями (17), (18), в которых использовались выражения (16), (19). Зависимость $\rho_s^{\perp}(T)$ взята из (20), где использовались значения коэффициентов β_i чистого ^{3}He. Подгонка произведена для случая, когда снаружи аэрогеля существует А-фаза

где $\beta_{12345} = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 + \beta_5$, β_i – коэффициенты разложения свободной энергии ^{3}He в теории Гинзбурга–Ландау, F_1^s – параметр Ландау ферми-жидкости. Все коэффициенты, которые входят в написанное выше выражение, зависят от давления и были взяты для чистого ^{3}He. Для всех трех давлений величина частоты взаимодействия двух мод ω_{12} оказалась равной примерно 80 Гц. Уменьшение величины частоты колебаний с ростом давления для области температур $T > T_{ca}$ полностью описывается увеличением плотности ^{3}He [12]. Коэффициент $\alpha^{'}$, который зависит от формы аэрогеля и обуславливает более быстрый рост частоты с понижением температуры, оказался равным 0.71, 0.86, 0.74 для давлений 7.1, 15.6, 29.3 бар соответственно. Некоторый разброс в значении данного коэффициента может быть связан с использованием значений коэффициентов β_i для чистого ^{3}He, которые в присутствие нематического аэрогеля могут иметь другую зависимость от давления. Помимо этого, рассмотренное приближение учитывает только линейные по $(1 - \frac{T}{T_{ca}})$ члены, что также может несколько ограничивать подгоночные значения коэффициентов. Аэрогель, который использовался в описанном выше эксперименте имел форму кубоида, поэтому отличие в большую сторону полученного коэффициента $\alpha^{'}$ от теоретического значения 0.4, найденного для случая шара, вполне естественно.

4. Заключение. Физическая картина рассмотренного в статье эффекта достаточно проста: при движении аэрогеля в ^{3}He происходит обтекание нормальной компоненты жидкости вокруг него. Это создает разность давлений между концами аэрогеля, что приводит к протеканию сверхтекучей компоненты через аэрогель в направлении, противоположном направлению изначального движения (рис. 1). Возникающая при этом реактивная сила, действующая на аэрогель, направлена так, что приводит к дополнительному увеличению частоты колебаний системы. Другой отличительной чертой рассмотренной модели является то, что на границе аэрогеля возникает разность фаз между двумя сверхтекучими состояниями внутри и снаружи аэрогеля:

$$\varphi_s^{\mathrm{out}} - \varphi_s^{\mathrm{in}} = \frac{3}{2}\frac{1}{\gamma - 1}R\frac{\rho_s^{\mathrm{in}}}{\rho_s^{\mathrm{rout}}}\frac{\partial u_i^{(0)}}{\partial t}n_i, \tag{21}$$

коэффициент $\frac{3}{2}\frac{1}{\gamma-1}$ связан со сферической формой аэрогеля. Рассмотрим токи, которые втекают через элемент поверхности аэрогеля в точке А и вытекают через элемент поверхности в точке В (см. рис. 1). В силу симметрии задачи токи через данные поверхности одинаковы и равны: $|\frac{3}{2}\rho_s^{in}\frac{\partial u_i^{(0)}}{\partial t}n_i^A|$, а дополнительный набег фазы вдоль отрезка АВ из-за пересечения двух границ аэрогеля составляет $\delta\varphi_s^{AB} = -3\frac{1}{\gamma-1}R\frac{\rho_s^{\mathrm{in}}}{\rho_s^{\mathrm{out}}}\frac{\partial u_i^{(0)}}{\partial t}n_i^A$, n_i^A – внешняя нормаль к поверхности в точке А. Так как амплитуда параметра порядка наружной фазы в точках А и В одинакова, то можно сделать вывод, что сверхтекучий ток, протекающий через аэрогель между двумя данными точками, соответствует линейному режиму джозефсоновского тока, $j_s^{AB} \sim \Delta_A\Delta_B\delta\varphi_s^{AB} \sim \rho_s^{out}\delta\varphi_s^{AB}$, где $\Delta_{A,B}$ – амплитуды параметра порядка в соответствующих точках, $\rho_s \sim \Delta^2$. Сделанное утверждение о джозефсоновском характере протекания тока через границу аэрогеля верно, разумеется, только в пределе маленьких скоростей, когда разность фаз мала. Для аэрогеля с характерными размерами порядка 1 мм скорость движения должна быть много меньше 0.1 мм/с, что в принципе соответствует экспериментальным условиям [12]. Отметим также, что согласно результатам работы [13] для шарика аэрогеля макроскопических размеров разница фаз на границе аэрогеля определяется выражением:

$$\Delta\varphi_s = [(\mathbf{v}_s^{\rm out} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(0)}}{\partial t}) \cdot \mathbf{n}] \left(\int\limits_{-\infty}^{0} \frac{\rho_s(r) - \rho_s^{\rm out}}{\rho_s(r)} dr + \right.$$

$$\left. + \, [(\mathbf{v}_s^{\rm in} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(0)}}{\partial t}) \cdot \mathbf{n}] \int\limits_{0}^{+\infty} \frac{\rho_s(r) - \rho_s^{\rm in}}{\rho_s(r)} dr \right). \qquad (22)$$

Изменение сверхтекучей плотности на границе аэрогеля происходит на длине когерентности сверхтекучего ^{3}He – $\xi(\tau)$, которая много меньше радиуса шарика. В связи с этим, для того, чтобы написанное выражение имело порядок $R\frac{\partial \mathbf{u}^{(0)}}{\partial t}$, что следует из выражения (21), сверхтекучая плотность $\rho_s(r)$ должна иметь особенность на границе аэрогеля. Данный факт опять указывает на случай слабой связи между двумя объемами с разными сверхтекучими состояниями. Таким образом, опосредованно по результатам рассмотренных в статье экспериментов можно также качественно судить о характере поведения параметра порядка на границе аэрогеля. Для более точного выяснения характера изменения параметра порядка на границе аэрогеля требуется микроскопическое описание в рамках теории Абрикосова–Горькова. В заключение отметим, что рассмотренная в работе полярная фаза относится к классу нетривиальных топологических фаз, на границе которых возможно существование топологически устойчивых краевых токовых состояний [17, 18]. Интересным представляется вопрос изучения взаимодействия данных токов с колебаниями системы, которое может стать существенным при достаточно низких температурах, когда объемная нормальная компонента плотности жидкости системы будет мала.

Автор признателен В. В. Дмитриеву, В. И. Марченко, А. А. Солдатову, И. А. Фомину и А. Н. Юдину за полезные комментарии и помощь.

1. E. V. Thuneberg, S.-K. Yip, M. Fogelstrom, and J. A. Sauls, Phys. Rev. Lett. **80**, 2861 (1998).
2. K. Aoyama and R. Ikeda, Phys. Rev. B **73**, 060504(R) (2006).
3. V. V. Dmitriev, A. A. Senin, A. A. Soldatov, and A. N. Yudin, Phys. Rev. Lett. **115**, 165304 (2015).
4. V. V. Dmitriev, M. S. Kutuzov, A. A. Soldatov, and A. N. Yudin, Phys. Rev. Lett. **127**, 265301 (2021).
5. И. А. Фомин, ЖЭТФ **154**, 1034 (2018).
6. P. Brussaard, S. N. Fisher, A. M. Guénault, A. J. Hale, and G. R. Pickett, J. Low Temp. Phys. **121**, 555 (2000).
7. P. Brussaard, S. N. Fisher, A. M. Guénault, A. J. Hale, N. Mulders, and G. R. Pickett, Phys. Rev. Lett. **86**, 4580 (2001).
8. D. I. Bradley, S. N. Fisher, A. M. Guénault, R. P. Haley, N. Mulders, O'Sullivan, G. R. Pickett, J. Roberts, and V. Tsepelin, Phys. Rev. Lett. **98**, 075302 (2007).
9. G. E. Volovik, J. Low Temp. Phys. **150**, 453 (2008).
10. V. E. Asadchikov, R. Sh. Askhadullin, V. V. Volkov, V. V. Dmitriev, N. K. Kitaeva, P. N. Martynov, A. A. Osipov, A. A. Senin, D. I. Chekrygina, A. A. Soldatov, and A. N. Yudin, JETP Lett. **101**, 556 (2015).
11. V. V. Dmitriev, M. S. Kutuzov, A. A. Soldatov, and A. N. Yudin, Phys. Rev. B **107**, 024507 (2023).
12. В. В. Дмитриев, М. С. Кутузов, А. А. Солдатов, Е. В. Суровцев, А. Н. Юдин, Письма в ЖЭТФ **112**, 820 (2020).
13. Е. В. Суровцев, ЖЭТФ **160**, 553 (2021).
14. Е. В. Суровцев, Письма в ЖЭТФ **116**, 724 (2022).
15. Е. В. Суровцев, ЖЭТФ **162**, 917 (2022).
16. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Гидродинамика*, Наука, М. (2005).
17. T. T. Heikillä and G. E. Volovik, JETP Lett. **93**, 59 (2011).
18. T. T. Heikillä, N. B. Kopnin, and G. E. Volovik, JETP Lett. **94**, 252 (2013).