

# О расслоении монослоя заряженных микрочастиц в параболическом удерживающем потенциале

Б. А. Клумов<sup>1)</sup>

Объединенный институт высоких температур РАН, 125412 Москва, Россия

Поступила в редакцию 11 октября 2023 г.

После переработки 25 октября 2023 г.

Принята к публикации 26 октября 2023 г.

Рассматривается эволюция первоначально плоского монослоя заряженных микрочастиц комплексной плазмы (плазменного кристалла), находящихся в удерживающих горизонтальном (в плоскости монослоя) и вертикальном параболических конфайнментах. На примере системы Юкавы, методом молекулярной динамики исследовано расслоение (buckling instability) такой системы на несколько слоев при ослаблении вертикального конфайнмента и изучены структурные изменения в таком плазменном кристалле. В частности, показано, что неоднородность плазменного кристалла в радиальном направлении приводит к качественно иному характеру расслоения по сравнению с однородными системами – расслоение начинается в центре кристалла, где среднее межчастичное расстояние минимально и распространяется в виде волны, движущейся к периферии системы при ослаблении вертикального конфайнмента. Это объясняет особенности поведения плазменных кристаллов в недавних экспериментах с комплексной плазмой.

DOI: 10.31857/S1234567823230040, EDN: mszyyh

Начиная с момента открытия плазменного кристалла [1–4], не ослабевает интерес к различным свойствам плазмы, содержащей микрочастицы [5–7]. Такую плазму называют комплексной (или пылевой) плазмой (КП) [8]. Интерес к ней обусловлен, с одной стороны, ее широкой распространенностью в природе: газопылевые скопления в галактиках, кольца планет гигантов, атмосферы комет, серебристые облака – вот неполный перечень объектов, которые в той или иной степени являются комплексной плазмой. В указанных выше системах пылевую компоненту можно рассматривать как газ слабо взаимодействующих заряженных микрочастиц с параметром неидеальности  $\Gamma \ll 1$ , где  $\Gamma = e^2 Z_d^2 / (DT_d)$  – отношение потенциальной энергии взаимодействия между соседними микрочастицами к их температуре  $T_d$ ,  $Z_d/e$  – заряд микрочастицы (выраженный в элементарных зарядах),  $D$  – среднее межчастичное расстояние в системе, а  $e$  – заряд электрона.

В лабораторных условиях пылевую плазму обычно получают при добавлении микрочастиц в газоразрядную плазму инертных газов пониженного давления [5, 6]. Рекомбинация электронов и ионов на поверхности микрочастиц приводит к их быстрой зарядке; характерный заряд пылинки микронных размеров в такой плазме  $eZ_d \sim 10^3 e$ . Такой высокий за-

ряд микрочастицы часто приводит к сильной неидеальности пылевой компоненты ( $s \Gamma \gg 1$ ) и образованию плазменных кристаллов – сильно упорядоченных пылевых структур. Важная особенность газоразрядной плазмы – наличие удерживающего потенциала (конфайнмента) для отрицательно заряженных частиц. К образованию конфайнмента приводит быстрая (по сравнению с ионами) диффузия электронов на стенки разрядной камеры, центральная область разряда при этом заряжается положительно и является, таким образом, потенциальной ямой для пылевой компоненты КП. Профиль удерживающего потенциала в горизонтальной плоскости вблизи электрода  $\phi_r(r)$  измерялся, например, в [7], где было показано, что с хорошей точностью его можно считать параболическим:  $\phi_r \propto (r - r_c)^2$ , где  $r_c$  – центр разрядной области, а  $r$  – расстояние от центра.

В настоящей работе мы ограничимся рассмотрением квазидвумерных (q2D) плазменных структур, которые в вертикальном направлении  $z$  (перпендикулярно плоскости кристалла) также находятся в конфайнменте  $\phi_z(z)$ , близком к параболическому ( $\phi_z(z) \propto (z - z_c)^2$ , где  $z_c$  – высота, на которой находится монослой, а  $z$  – координата микрочастицы); такой конфайнмент определяется, главным образом, балансом сил гравитации и электрического поля в области монослоя, и его характеристики довольно просто оцениваются в эксперименте по спектру верти-

<sup>1)</sup>e-mail: klumov@ihed.ras.ru

кальных колебаний микрочастиц [8]. Целью настоящей работы является изучение структурных переходов в первоначально плоском монослое микрочастиц, которые наблюдаются при ослаблении вертикального конфайнмента  $\phi_z(z)$ . Такие переходы наблюдались недавно в экспериментах с комплексной плазмой [9, 10], в которых, в частности, были впервые обнаружены участки плазменного кристалла с квадратной решеткой. Добавим, что тонкие пленки вещества (состоящие из небольшого числа слоев атомов) являются интересным состоянием материи, и изучение структуры таких систем важно, поскольку они являются промежуточными между двумерными (2D) и трехмерными (3D) системами, поскольку в определенной степени наследуют свойства как 2D, так и 3D вещества.

Для описания поведения микрочастиц в удерживаемых в разряде двумя (горизонтальным и вертикальным) параболическими конфайнментами используется стандартный метод классической молекулярной динамики (МД) (см., например, [11]). Используются параметры моделирования, которые характерны для экспериментов с КП [8]. Парное взаимодействие пылевых частиц описывается с хорошей точностью [7] экранированным кулоновским потенциалом (потенциалом Юкавы):  $U(r) = (Z_d/r) \exp(-r/\lambda)$ , где  $r$  – расстояние между частицами, а  $\lambda$  – характерная длина экранирования. Для простоты считается, что все  $N$  микрочастиц имеют фиксированный размер  $2a \approx 2$  мкм (массу  $m$ ) и заряд  $eZ_d \sim 10^3 e$ . Параметр экранировки  $\kappa = d/\lambda$ , где  $d$  – среднее межчастичное расстояние в системе выбирается близким к экспериментальным для q2D КП:  $\kappa \sim 1$  ( $d \sim 10^2$  мкм). Отметим, что в лабораторной q2D комплексной плазме практически отсутствует обратное влияние пылевых структур на свойства плазмы, и можно считать как заряд микрочастиц  $Z_d$ , так и характерную длину экранирования  $\lambda$  постоянными величинами [8, 12–16].

Уравнения движения индивидуальной микрочастицы имеют вид:

$$m\ddot{\mathbf{r}}_i = -Z_d \nabla \Phi - Z_d \sum \nabla U - m\gamma \dot{\mathbf{r}}_i + \mathbf{L}_i. \quad (1)$$

Слагаемые в правой части (1), помимо электростатического взаимодействия частиц, описывают их торможение в окружающем газе (определяемое параметром  $\gamma$ ) и случайную силу  $\mathbf{L}_i$  Ланжевена, определяемую из:  $\langle \mathbf{L}_i(t) \mathbf{L}_j(t + \tau) \rangle = 2\gamma m k_B T_g \delta_{ij} \delta(\tau)$ , где  $T_g$  – температура газа (выбиралась близкой к экспериментальным значениям,  $T_g \simeq 300$  К), при условии нулевого среднего значения случайной силы ( $\langle \mathbf{L}_i(t) \rangle = 0$ ), а также взаимодействие микрочастиц с

потенциалом  $\Phi = \phi_r + \phi_z$  конфайнмента (например, [15, 16]), где  $\phi_r = \Omega_r^2 (r - r_c)^2$ ,  $\phi_z = \Omega_z^2 (z - z_c)^2$ , а  $\Omega_r$ ,  $\Omega_z$  – параметры, характеризующие горизонтальный и вертикальный конфайнменты, причем  $\Omega_z \gg \Omega_r$ . Первоначально, исследуемая система представляет плоский монослой, состоящий из нескольких тысяч микрочастиц в форме диска, как и квазидвумерные плазменные кристаллы, наблюдаемые в лабораторных экспериментах с КП (например, [16–18]). Характерный пример такого кристалла представлен на рис. 1 [18]. На нем хорошо видна радиальная неоднородность

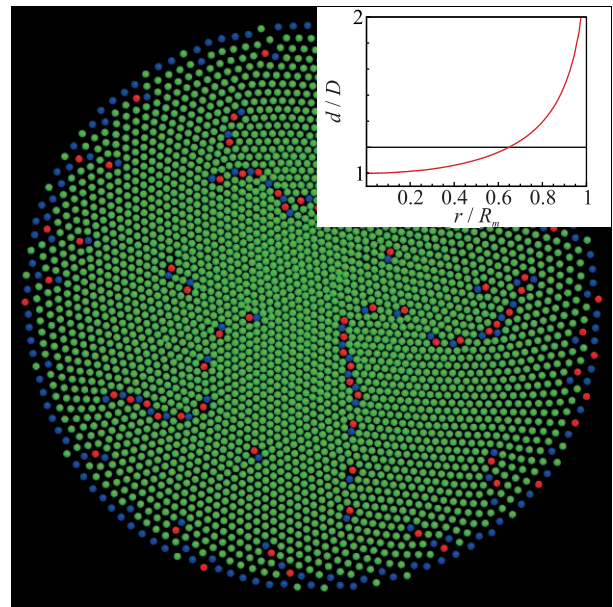


Рис. 1. (Цветной онлайн) Характерный пример квазидвумерного плазменного кристалла, наблюдаемого в экспериментах с комплексной (пылевой) плазмой [18]. Дискосподобная форма плазменного кристалла определяется аксиальной симметрией удерживающего потенциала (конфайнмента), который близок к параболическому ( $\phi_r \propto r^2$ ). Такой вид конфайнмента приводит к радиальной неоднородности кристалла (среднее локальное межчастичное расстояние  $d(r)$  увеличивается к периферии), что иллюстрирует вставка, на которой показано, как меняется безразмерная величина  $d/D$  в зависимости от безразмерного радиуса  $r/R_m$ , где  $D = (\pi R_m^2/N)^{1/2}$  – среднее межчастичное расстояние в системе, а  $R_m$  – радиус диска [15]. Цвет частиц определяется числом  $n_{nb}$  ближайших соседей: у зеленых, синих и красных  $n_{nb} = 6$  (гексагональная симметрия), 5 и 7 (дефекты), соответственно. Число частиц в системе  $N \simeq 10^3$

родность кристалла – среднее межчастичное расстояние в системе монотонно растет к периферии, что показывает и вставка к рис. 1 (на которой представлено приведенное среднее межчастичное расстояние в зависимости от приведенного радиуса) и простран-

ственное расположение частиц. Такое распределение радиальной плотности микрочастиц характерно для степенных удерживающих потенциалов [14] с аксиальной симметрией; можно показать, что указанная неоднородность максимальна для параболического конфайнмента и исчезает в пределе конфайнмента-жесткой стенки, когда система становится практически однородной. Частицы на рис. 1 окрашены согласно числу  $n_{nb}$  ближайших соседей у каждой микрочастицы:  $n_{nb} = 5, 6, 7$  для синих, зеленых и красных частиц, соответственно. Хорошо видна гексагональная симметрия данного плазменного кристалла, который содержит незначительное количество дислокаций (пар с 5-ю и 7-ю соседями) и кластеров из таких пар (например, [19–21]). Здесь и на рисунках 2, 3 размер частиц (обычно в экспериментах с КП  $a/d \simeq 10^{-2}$ ) сильно увеличен в иллюстративных целях. Ослабление вертикального конфайнмента  $\phi_z$  приводит при его определенных значениях к расслоению (так называемому buckling instability) подобного кристалла на два и более слоев и каскаду структурных изменений в каждом слое.

Сначала рассмотрим такое расслоение для однородных систем Юкавы. Результаты моделирования расслоения такой системы Юкавы при ослаблении  $\phi_z$  представлены на рис. 2, на котором показано распределение частиц по высоте  $z$  в зависимости от параметра  $P$ , характеризующего силу конфайнмента  $P \equiv \Omega_z^{-2}$ . При малых значениях  $P$  (больших  $\Omega_z$ ) система микрочастиц является монослоем с гексагональной решеткой, фрагмент которой показан на вставке (а) рис. 2. При увеличении параметра  $P$  при превышении определенного порога, система спонтанно (в узком диапазоне значений  $P$ ) расщепляется на два слоя со сдвинутой друг относительно друга квадратной решеткой (фрагмент такой двухслойной системы показан на вставке (b) рис. 2), т.е. реализуется так называемый структурный переход  $1\Delta \rightarrow 2\Box$  (например, [22, 23]). Цвет микрочастиц на вставках (a)–(d) рис. 2 определяется величиной  $z$  и меняется от синего к красному при ее увеличении (т.е. красные частицы – принадлежат верхнему слою, а синие – нижнему). Дальнейшее увеличение параметра  $P$  приводит к росту расстояния между слоями частиц и к структурному переходу  $2\Box \rightarrow 2\Delta$ , при котором квадратные решетки каждого слоя трансформируются в гексагональные и сдвигаются друг относительно друга. Фрагмент уже такой двухслойной системы показан на вставке (c) рис. 2. Последующее увеличение  $P$  (и расстояния между двумя слоями, соответственно) приводит к образованию третьего слоя [24–26], при этом реализуется структур-

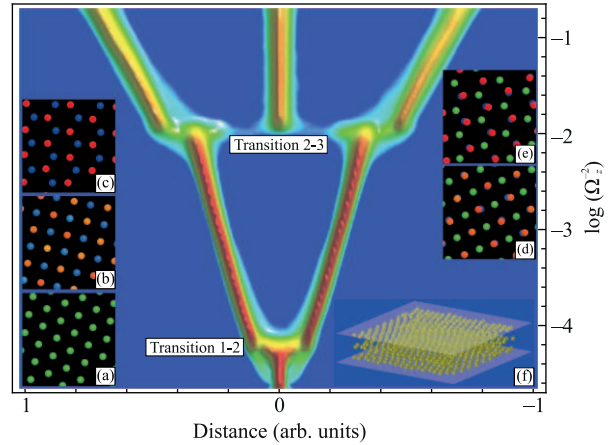


Рис. 2. (Цветной онлайн) Расслоение однородного монослоя микрочастиц, взаимодействующих посредством потенциала Юкавы при ослаблении вертикального параболического конфайнмента ( $\phi(z) \propto \Omega_z^2$ ). Показано распределение частиц по высоте  $z$  в зависимости от параметра  $P$ , характеризующего силу конфайнмента  $P \equiv \Omega_z^{-2}$ . При малых значениях  $P$  (больших  $\Omega_z$ ) система является монослоем с гексагональной решеткой (фрагмент которой показан на вставке (а)). При увеличении параметра  $P$  система спонтанно расщепляется на два слоя со сдвинутой друг относительно друга квадратной решеткой (фрагмент двухслойной системы показан на вставке (b)): реализуется структурный переход  $1\Delta \rightarrow 2\Box$ . Цвет микрочастиц определяется величиной  $z$ ; красные частицы расположены выше, а синие – ниже. Дальнейшее увеличение параметра  $P$  приводит к росту расстояния между слоями частиц и к структурному переходу  $2\Box \rightarrow 2\Delta$ , т.е. квадратная решетка трансформируется в гексагональную для каждого слоя, и они сдвинуты друг относительно друга (фрагмент такой двухслойной системы показан на вставке (c)). Последующее увеличение  $P$  (и расстояния между двумя слоями, соответственно) приводит к образованию третьего слоя (реализуется структурный переход  $2\Delta \rightarrow 3\Box$ ) с fcc типом симметрии (фрагмент кристалла показан на вставке (d)); при дальнейшем увеличении  $P$  fcc решетка трансформируется в решетку hcp с гексагональной симметрией всех трех слоев (показана на вставке (e)). Вставка (f) иллюстрирует пространственное расположение частиц в системе с периодическими граничными условиями. Число частиц в системе  $N = 6000$

ный переход  $2\Delta \rightarrow 3\Box$ ), в котором все три слоя имеют квадратную решетку, а у частиц центрального слоя тип симметрии fcc (ГЦК (гранецентрированная кубическая)). Фрагмент этого кристалла показан на вставке (d) рис. 2). При дальнейшем ослаблении конфайнмента наблюдается трансформация решетки fcc в решетку hcp (ГПУ (гексагональная плотная упаковка)) с гексагональной симметрией всех

трех слоев (которые показаны на вставке (е) рис. 2), т.е. реализуется переход  $3\Box \rightarrow 3\Delta$  (fcc). Таким образом, рассмотренный каскад переходов в однородной системе Юкавы можно иллюстрировать как:  $1\Delta \rightarrow 2\Box \rightarrow 2\Delta \rightarrow 3\Box \rightarrow 3\Delta \dots$ . Отметим, что подобные каскады структурных переходов наблюдались в экспериментах с кристаллизованными слоями ионов [23, 27], а также в низкоразмерных коллоидных системах [28].

В случае же, если система микрочастиц Юкавы находится дополнительно в горизонтальном конфайнменте, то ее расслоение при ослаблении вертикального конфайнмента обладает своей спецификой, которая, главным образом, определяется радиальной неоднородностью системы. Результаты моделирования такой системы представлены на рис. 3 и 4. Сначала создавался плоский монослой микрочастиц дискообразной формы с параметрами, близкими к экспериментальным, что достигалось варьированием параметров  $\Omega_r$  и  $\Omega_z$ , характеризующих жесткость конфайнмента, и достигалось равновесное состояние плазменного кристалла (наподобие представленного на рис. 1). Для типичных параметров эксперимента ( $a \simeq 1$  мкм,  $Z_d \sim 10^3$ ,  $d \sim 100$  мкм,  $\kappa \simeq 1$  и давлении  $p \simeq 10$  Па) такой монослой формируется при значениях  $\Omega_z/\Omega_r \simeq 10^2$  и  $\Omega_r \sim 10^{-5} \text{ с}^{-1}$ .

На рисунке 3, как и на рис. 2, показана эволюция первоначально плоского монослоя при ослаблении вертикального конфайнмента (увеличении параметра  $P = \Omega_z^{-2}$ ). Показано распределение частиц по высоте  $z$  в зависимости от параметра  $P$ . Первоначально плазменный кристалл представлял из себя плоский монослой дискообразной формы (показан на вставке (а) рис. 3) с гексагональной решеткой (фрагмент которой показан на вставке (b) рис. 3). При увеличении параметра  $P$ , начиная с определенной пороговой величины система микрочастиц начинает расслаиваться, но в отличие от однородной системы, расслоение начинается в центре кристалла, где плотность частиц максимальна (а среднее межчастичное расстояние – минимально) и, соответственно, взаимодействие между микрочастицами сильнее. Начало расслоения показано на вставке (с) рис. 3, а образующиеся два слоя имеют сдвинутую квадратную решетку (см. вставку (d) рис. 3), т.е. как и в случае однородной системы, реализуется структурный переход  $1\Delta \rightarrow 2\Box$ . Дальнейшее увеличение  $P$  приводит к образованию волны расслоения, которая движется от центра к периферии плазменного кристалла и которая (периферия) остается монослоем (см. вставку (е) рис. 3). При этом в центре системы наблюдается переход  $2\Box \rightarrow 2\Delta$  (фрагмент этой области кристалла

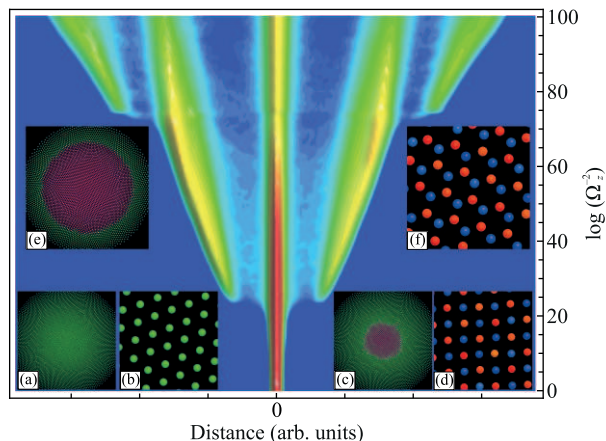


Рис. 3. (Цветной онлайн) Система Юкавы в горизонтальном и вертикальном параболических конфайнментах. Как и на рис. 2, показана эволюция первоначально плоского монослоя при ослаблении вертикального конфайнмента (увеличении параметра  $P = \Omega_z^{-2}$ ). Показано распределение частиц по высоте  $z$  в зависимости от параметра  $P$ . Первоначально плазменный кристалл представлял из себя плоский монослой дискообразной формы (показан на вставке (а)) с гексагональной решеткой (фрагмент кристалла показан на вставке (b)). При увеличении параметра  $P$ , начиная с определенной пороговой величины, система микрочастиц начинает расслаиваться, но в отличие от однородной системы, расслоение начинается в центре кристалла, где плотность частиц максимальна (а среднее межчастичное расстояние – минимально) и, соответственно, взаимодействие между микрочастицами сильнее. Начало расслоения показано на вставке (с), а образующиеся два слоя имеют сдвинутую квадратную решетку (см. вставку (d)), т.е. как и в случае однородно системы реализуется структурный переход  $1\Delta \rightarrow 2\Box$ . Дальнейшее увеличение  $P$  приводит к образованию волны расслоения, которая движется от центра к периферии кристалла и которая (периферия) остается монослоем (см. вставку (е)). При этом в центре системы наблюдается переход  $2\Box \rightarrow 2\Delta$  (фрагмент этой области кристалла показан на вставке (f)), а на краях двухслойной области переход  $1\Delta \rightarrow 2\Box$ , т.е. в области образования двух слоев микрочастиц одновременно могут существовать различные кристаллические решетки: треугольная (в центре) и квадратная (на периферии этой области). Оставшаяся часть кристалла сохраняет гексагональную структуру

показан на вставке (f) рис. 3), а на краях двухслойной области переход  $1\Delta \rightarrow 2\Box$ , т.е. в области образования двух слоев микрочастиц одновременно могут сосуществовать различные кристаллические решетки: треугольная (в центре) и квадратная (на периферии этой области). А оставшаяся часть кристалла сохраняет гексагональную структуру.

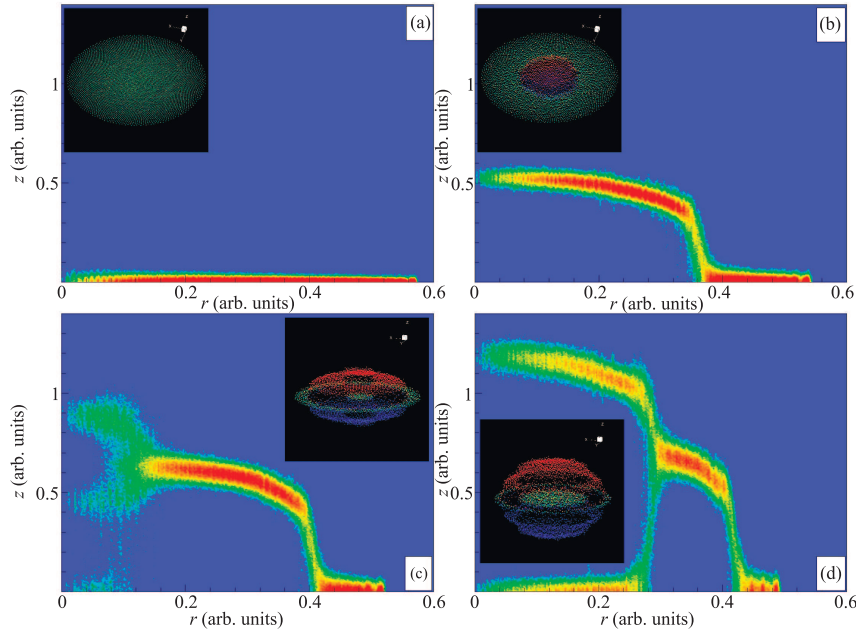


Рис. 4. (Цветной онлайн) Система Юкавы в горизонтальном и вертикальном параболических конфайнментах. Показано распределение микрочастиц на плоскости  $(r-z)$  на разных стадиях расслоения системы при ослаблении вертикального конфайнмента. Рисунок 4а отвечает начальному состоянию системы, когда плазменный кристалл является монослоем. На рисунке 4б показано начало расслоения системы и образование двух слоев в центральной области кристалла. Видно, что двухслойная область не является планарной, а имеет определенную кривизну, что и обеспечивает сосуществование двух различных типов решетки в каждом слое: треугольной – в центре и квадратной – на периферии этой области. Рисунок 4с демонстрирует начальную фазу появления третьего слоя, а на рисунке 4д – сложное распределение с тремя слоями микрочастиц в центре системы, которые с увеличением  $r$  трансформируются в два слоя с сохранением монослоя с гексагональной структурой на периферии плазменного кристалла. Вставки показывают пространственное расположение микрочастиц для каждого случая, причем цвет частиц определяется их координатой  $z$  и меняется от синего к красному при ее увеличении

На рисунке 4 показано распределение микрочастиц на плоскости  $(r-z)$  на разных стадиях расслоения системы при ослаблении вертикального конфайнмента. Рисунок 4а отвечает начальному состоянию системы, когда плазменный кристалл является монослоем, на рис. 4б показано начало расслоения системы и образование двух слоев в центральной области кристалла. Видно, что двухслойная область не является планарной, а имеет определенную кривизну, что и обеспечивает сосуществование двух различных типов решетки в каждом слое при дальнейшем ослаблении конфайнмента: треугольной в центре и квадратной на периферии двухслойной области. При этом на начальной стадии расслоения центральная область кристалла представляет из себя сдвинутые квадратные решетки в каждом из двух слоев. Рисунок 4с демонстрирует начальную фазу появления третьего слоя, а на рис. 4д сложное распределение с тремя слоями микрочастиц в центре системы, которые с увеличением  $r$  трансформируются в два слоя с сохранением монослоя с гексагональной структурой на

периферии плазменного кристалла. Пространственное расположение микрочастиц для каждого случая представлено на вставке к каждой панели. Таким образом, расслоение такой системы гораздо сложнее, чем в случае однородной системы Юкавы.

Отметим, что в экспериментах с низкоразмерной комплексной плазмой в радиочастотной плазме пониженного давления определенную роль может играть анизотропия взаимодействия между микрочастицами, к которой приводит образование так называемого ионного фокуса (например, [29–31]) за микрочастицами в приэлектродной области разряда, что приводит к их невзаимному и направленному взаимодействию между ними с формированием цепочечных структур [8]. В этом случае влияние такого взаимодействия приводит к образованию кристаллических слоев с треугольной решеткой, находящихся друг под другом. Такие структуры недавно наблюдались в эксперименте [32] и требуют отдельного рассмотрения, которое планируется нами в ближайшем будущем.

В заключение отметим, что в настоящей работе, на примере системы Юкавы впервые рассмотрено расслоение первоначально плоского плазменного кристалла, находящегося в двух удерживающих параболических конфайнментах – в плоскости кристалла (горизонтальном) и в конфайнменте  $\phi_z$ , ограничивающим систему микрочастиц в вертикальном направлении. Показано, что расслоение в таких условиях протекает гораздо сложнее по сравнению с расслоением однородной системы. При ослаблении  $\phi_z$  такое расслоение начинается в центре системы, где межчастичное взаимодействие сильнее в силу радиальной неоднородности системы, и последовательно наблюдается каскад структурных переходов  $1\Delta \rightarrow 2\Box$ ,  $2\Box \rightarrow 2\Delta$ ,  $2\Delta \rightarrow 3\Box$  (fcc),  $3\Box \rightarrow 3\Delta$  (hcp) и т.д., что прекрасно согласуется с недавними экспериментами в комплексной плазме, демонстрирующими образование квадратной решетки в центральной области плазменного кристалла, что легко объясняется начальной стадией расслоения этой системы. Дополнительно наличие кривизны у таких двухслойных систем на определенной стадии приводит к сосуществованию двух видов кристаллической решетки в каждом слое: гексагональной в центре системы и квадратной на периферии, а ослабление вертикального конфайнмента инициирует волну расслоения, которая распространяется из центральной области кристалла и сопровождается структурными изменениями в появляющихся слоях.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (государственное задание # 075-01129-23-00).

1. H. Thomas, G.E. Morfill, V. Demmel, J. Goree, B. Feuerbacher, and D. Möhlmann, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 652 (1994).
2. J. H. Chu and Lin I, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 4009 (1994).
3. Y. Hayashi and K. Tachibana, *Japanese J. Appl. Phys.: Part 2 -Letters* **33**, L904 (1994).
4. A. Melzer, T. Trottenberg, and A. Piel, *Phys. Lett. A* **191**, 301 (1994).
5. A. P. Nefedov, G. E. Morfill, V. E. Fortov et al. (collaboration), *New J. Phys.* **5**, 33 (2003).
6. G. E. Morfill, S. A. Khrapak, A. V. Ivlev, B. A. Klumov, M. Rubin-Zuzic, and H. M. Thomas, *Phys. Scripta T* **107**, 59 (2004).
7. U. Konopka, G. Morfill, and L. Ratke, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 891 (2000).
8. V. E. Fortov and G. E. Morfill, *Complex and Dusty plasmas: From Laboratory to Space*, CRC Press, N.Y. (2010).
9. S. Singh, P. Bandyopadhyay, K. Kumar, and A. Sen, *Phys. Rev. Lett.* **129**, 115003 (2022).
10. R. A. Syrovatkaa, A. M. Lipaev, V. N. Naumkin, and B. A. Klumov, *JETP Lett.* **116**, 869 (2022).
11. S. Plimpton, *J. Comput. Phys.* **117**(1), 1 (1995).
12. H. Totsuji, C. Totsuji, and K. Tsuruta, *Phys. Rev. E* **64**, 066402 (2001).
13. C. Totsuji, M. S. Liman, K. Tsuruta, and H. Totsuji, *Phys. Rev. E* **68**, 017401 (2003).
14. C. Durniak, D. Samsonov, N. P. Oxtoby, J. F. Ralph, and S. Zhdanov, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **38**(9), 2412 (2010).
15. B. A. Klumov, *JETP Lett.* **110**, 715 (2019).
16. C. A. Knapek, A. V. Ivlev, B. A. Klumov, G. E. Morfill, and D. Samsonov, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 015001 (2007).
17. O. S. Vaulina, E. V. Vasilieva, and R. A. Timirkhanov, *Plasma Phys. Rep.* **37**(12), 1035 (2011).
18. I. V. Voronov, V. S. Nikolaev, A. V. Timofeev, R. A. Syrovatka, A. M. Lipaev, D. A. Zamorin, and B. A. Klumov, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **56**, 485203 (2023).
19. B. A. Klumov, *Phys.-Uspekhi* **53**, 1045 (2010).
20. B. A. Klumov, *JETP Lett.* **116**(10), 703 (2022).
21. B. A. Klumov, *Phys.-Uspekhi* **66**, 288 (2023).
22. P. Pieranski, L. Strzelecki, and B. Pansu, *Phys. Rev. Lett.* **50**, 900 (1983).
23. T. B. Mitchell, J. J. Bollinger, D. H. E. Dubin, X. P. Huang, W. M. Itano, and R. H. Baughman, *Science* **282**, 1290 (1998).
24. B. A. Klumov and G. E. Morfill, *JETP Lett.* **87**(8), 409 (2008).
25. B. A. Klumov and G. E. Morfill, *JETP* **107**, 908 (2008).
26. E. C. Oguz, R. Messina, and H. Lowen, *EPL* **86**, 28002 (2009).
27. D. H. E. Dubin and T. M. O'Neil, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 87 (1999).
28. D. H. Van Winkle and C. A. Murray, *Phys. Rev. A* **34**, 1 (1986).
29. M. Nambu, S. V. Vladimirov, and P. K. Shukla, *Phys. Lett. A* **203**, 40 (1995).
30. M. Lampe, G. Joyce, G. Ganguli, and V. Gavrishchaka, *Phys. Plasmas* **7**, 3851 (2000).
31. I. I. Lisina and O. S. Vaulina, *EPL* **103**(5), 55002 (2013).
32. A. V. Zobnin, A. M. Lipaev, V. N. Naumkin, R. A. Syrovatka, A. D. Usachev, A. G. Khrapak, and S. A. Khrapak, *Phys. Plasmas* (2023), submitted.