

Самофокусировка и фазовая самомодуляция сфокусированного фемтосекундного лазерного луча в плавленом кварце при около критической мощности

И. О. Киняевский¹⁾, А. В. Корибут¹⁾, П. А. Данилов, С. И. Кудряшов

Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН (ФИАН), 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 10 ноября 2023 г.

После переработки 10 ноября 2023 г.

Принята к публикации 22 ноября 2023 г.

Исследованы самофокусировка и фазовая самомодуляция сфокусированного фемтосекундного лазерного импульса в плавленом кварце. В зависимости от энергии лазерного импульса наблюдались три различных режима: 1) линейный, когда эффект самофокусировки незначителен, характеризующийся линейным спектральным уширением; 2) переходной, когда за счет самофокусировки заметно уменьшается диаметр лазерного луча в фокальной плоскости без значительного нелинейного поглощения и коллапса пучка, характеризующийся резким ростом уширения спектра за счет фазовой самомодуляции; 3) нелинейный режим, филаментация, характеризующийся близким к линейному спектральному уширению за счет фазовой самомодуляции. Наклон в зависимости уширения спектра от энергии лазерного импульса для линейного и нелинейного режимов одинаков в пределах погрешности измерений. Численное моделирование с использованием матричной оптики описало спектральное уширение за счет фазовой самомодуляции во всех режимах.

DOI: 10.31857/S1234567824010038, EDN: sarjid

Сверхбыстрые оптические и лазерные технологии получили большое развитие за последние десятилетия и нашли широкое распространение в различных фундаментальных и прикладных областях, таких как обработка материалов [1], спектроскопия [2], зондирование атмосферы [3] и других. Применение ультракоротких высокоинтенсивных лазерных импульсов имеет некоторые особенности распространения в среде, обусловленные керровской нелинейностью. Основными являются самофокусировка (СФ), фазовая самомодуляция (ФСМ) и филаментация, как сложное действие нескольких нелинейных эффектов [4, 5]. Данные эффекты могут иметь негативный характер, и для их подавления используются специальные методы, например, усиление чирпированных импульсов [6]. Однако для некоторых задач данные эффекты находят полезное применение, например, эффект ФСМ используется для сокращения длительности лазерного импульса за счет уширения его спектра [7], генерация когерентного суперконтинуума за счет ФСМ, охватывающего октаву [8], привлекательна для дистанционного многокомпонентного газового анализа. Уширение спектра за счет ФСМ также ис-

пользуется для формирования затравки оптических параметрических усилителей [9] или ВКР (вынужденное комбинационное рассеяние) усилителей [10]. Также ФСМ можно использовать для оценки величины и характера керровской нелинейности [11, 12]. Для всех этих применений необходимо корректное описание эффектов ФСМ, СФ и филаментации.

Несмотря на огромный прогресс в изучении эффектов, связанных с керровской нелинейностью (см. обзорные статьи [4, 5]), они по-прежнему активно исследуются по причине многообразного их проявления в различных средах и условиях, особенно для сфокусированных лазерных пучков [13–16]. В некоторых работах остросфокусированный лазерный импульс в среде рассматривается как “микромасштабная филаментация” [13]. Однако в [14, 15] в зависимости от числового апертуры (NA) наблюдался различный вклад в фокусировку излучения. В [15] показано, что при острой фокусировке ($NA = 0.03$) не происходит насыщения интенсивности с увеличением энергии импульса и, как следствие, электронной плотности, что свидетельствует об отсутствии режима филаментации. В [16] при $NA > 0.015$ полностью исчезал эффект самоочищения пучка, который является следствием процесса филаментации. Таким образом, в зависимости от числовой апертуры рас-

¹⁾e-mail: andrew-koribut@yandex.ru

пространение сфокусированных лазерных импульсов может проходить в линейном или нелинейном режиме при одинаковой энергии/мощности.

Ранее нами была исследована “филаментация” сфокусированных ($NA \sim 0.02$) фемтосекундных лазерных импульсов в кристалле BaWO₄, при которой наблюдалась конструктивная интерференция эффектов ВКР и ФСМ [10, 17]. Целью данной работы было исследование эффектов “филаментации”, ФСМ и СФ сфокусированного ($NA = R_{1/e^2}/F \simeq 0.02$) фемтосекундного лазерного импульса в плавленом кварце. В отличие от [14–16] переход между линейным и нелинейным режимом фокусировки осуществлялся изменением мощности лазерного импульса вблизи критической мощности самофокусировки. Плавленый кварц был выбран как среда с хорошо изученной природой и величиной керровской нелинейности.

Эксперимент проводился с излучением второй гармоники волоконного лазера ни ионах иттербия (Satsuma, Amplitude systems). Параметры излучения: длительность 300 фс (FWHM), центральная длина волны 515 нм, энергия до 1.8 мкДж, диаметр лазерного пучка 1.7 мм (уровень $1/e^2$), частота повторения импульсов 1 кГц. Энергия импульса изменилась путем отстройки кристалла второй гармоники от фазового синхронизма. Лазер работал на основной моде ТЕМ00 с нестабильностью энергии 0.5 %. Лазерный луч фокусировался линзой с фокусным расстоянием 40 мм ($NA \sim 0.02$) в середину образца плавленого кварца толщиной 1 см (рис. 1). Геометрия фокусировки была такой же, как и в работе по конструктивной интерференции ВКР и ФСМ в кристалле BaWO₄ [10, 17], при которой достигалась наибольшая эффективность преобразования [18]. На выходе из образца излучение ослаблялось отражениями от клиньев (не указаны на рис. 1) и проходило через линзу с фокусным расстоянием 90 см для последующей диагностики спектральных, энергетических и пространственных характеристик излучения. Спектр лазерного импульса измерялся спектрометром (ASP-150 FT, спектральное разрешение 0.03 нм, Авеста). Профиль лазерного луча измерялся CCD-камерой (Spiricon SP-620U), а энергия лазерного импульса – измерителем энергии Ophir-PE20.

Примеры измеренных спектров импульса и профилей интенсивности пучка после прохождения образца представлены на рис. 2 для нескольких значений энергии импульса накачки. С увеличением энергии импульса наблюдается практически симметричное уширение спектра, обусловленное ФСМ. При энергии более 0.3 мкДж наблюдалось уменьшение

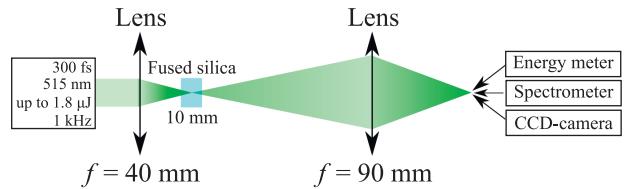


Рис. 1. (Цветной онлайн) Оптическая схема эксперимента

радиуса пучка, что вызвано действием СФ. При энергии более 0.5 мкДж наблюдалось увеличение амплитуды периферии пучка (формирование пьедестала), что хорошо видно на рис. 2 при энергии 1.2 мкДж. Появление пьедестала связано с плазмообразованием, вызывающим рассеяние луча. Профиль пучка при энергиях более 0.5 мкДж соответствует типичным профилям излучения в режиме филаментации (нелинейная фокусировка) [15].

Ширина спектра в зависимости от энергии импульса накачки представлена на рис. 3а. Одновременно с измерениями спектра измерялась энергия на выходе из образца и ее зависимость от энергии накачки представлена на рис. 3б. На рисунке 3а можно выделить три области с различными характеристиками зависимостями уширения спектра от энергии импульса накачки. Первый соответствует диапазону до 0.3 мкДж, который связан с линейным распространением лазерного импульса. Уширение спектра наблюдалось при энергии более 0.2 мкДж и имело линейную зависимость от энергии импульса накачки, что хорошо согласуется с теорией ФСМ.

Второй участок (энергия от 0.3 до 0.5 мкДж) характеризуется резким увеличением ширины спектра, что указывает на увеличение интенсивности из-за активации дополнительной нелинейной (само-) фокусировки. Активация СФ подтверждается изменением размера лазерного пучка (рис. 2). Однако в данном диапазоне энергий нелинейное поглощение (и образование плазмы, соответственно) не было зарегистрировано (рис. 3б). Таким образом, на втором участке нелинейная подфокусировка увеличивает интенсивность излучения, что приводит к усилению уширения спектра за счет ФСМ, но интенсивности недостаточно для регистрируемого нелинейного поглощения. Насколько нам известно, это первая демонстрация такого эффекта при докритической мощности самофокусировки.

Третий участок (более 0.5 мкДж) характеризуется близкой к линейной тенденции увеличения ширины спектра с увеличением энергии, которое происходит при мощности излучения выше критической мощности самофокусировки. При мощности выше

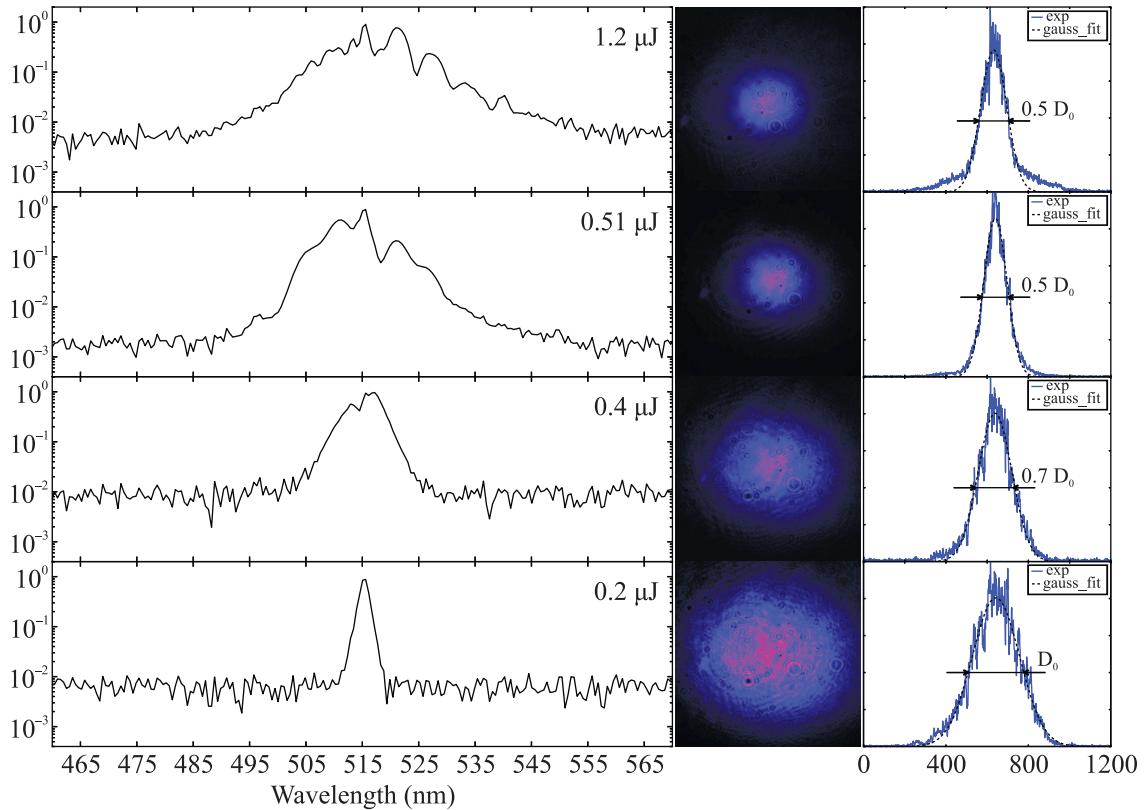


Рис. 2. (Цветной онлайн) Спектры излучения и профили пучка прошедших через образец импульсов при различных энергиях накачки (приведены на рисунке)

критической самофокусировке преобладает над дифракцией и, соответственно, резко возрастает интенсивность и наблюдается нелинейное поглощение, что приводит к образованию плазмы и последующему рассеянию на ней. Совместное действие этих эффектов приводит к образованию филамента и стабилизации интенсивности. Этот режим хорошо исследован [4, 5], однако стоит отметить, что наклон прямых на участках 1 (линейный режим) и 3 (нелинейный режим) (рис. 3а) совпадают в пределах погрешности. Данный факт неочевиден, так как в нелинейном режиме существенно изменяется радиальное и продольное распределение интенсивности. Таким образом, наклон зависимости уширения спектра за счет ФСМ от энергии импульса накачки можно использовать для определения нелинейного показателя преломления в режиме фокусировки сфокусированного лазерного импульса, если вклад других нелинейных эффектов, таких как самоукручение [19], незначителен. Однако уширение спектра за счет ФСМ в режиме фокусировки обладает меньшей стабильностью, что увеличивает ошибку измерений.

Для проверки экспериментальных результатов было проведено численное моделирование прохож-

дения сфокусированного лазерного пучка и соответствующего уширения спектра за счет ФСМ при распространении в образце плавленого кварца. Лазер работал на основной моде TEM00, поэтому распределение интенсивности будем полагать гауссовым:

$$I(r, t) = I_0 \exp\left(-\frac{2r^2}{r_0^2}\right) \exp\left(-\frac{4 \ln 2 t^2}{T_{FWHM}^2}\right), \quad (1)$$

где $r_0 = 0.85$ мм – радиус пучка по уровню $1/e^2$, $T_{FWHM} = 0.3$ пс – длительность импульса по уровню FWHM, I_0 – пиковая интенсивность вычисляемая по:

$$I_0 = \frac{E}{(\pi r_0^2/2) T_{FWHM} \sqrt{\frac{\pi}{\ln 16}}}. \quad (2)$$

В линейном режиме фокусировки, когда фокус совпадает с центром образца ($z = 0$), I_0 зависит от координаты z как:

$$I_0(z) = \frac{I_{\max}}{1 + (z/z_{dif})^2}, \quad (3)$$

где $z_{dif} = \pi n w_0^2 / \lambda$ – дифракционная длина для пучка с радиусом w_0 (по уровню $1/e^2$) в образце кварца.

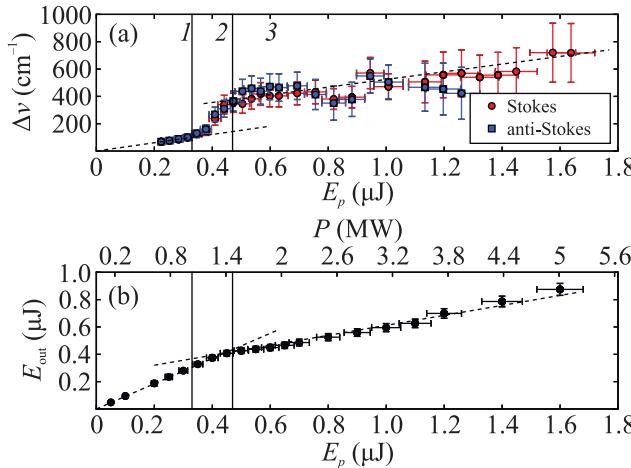


Рис. 3. (Цветной онлайн) (а) – Уширение спектра в стоксовую (круги) и антистоксовую (квадраты) области лазерного импульса прошедшего через образец плавленого кварца от энергии импульса накачки; пунктирные линии – интерполяция линейных участков. Обозначения 1–3 выделяют области с различными характеристиками зависимости. (б) – Зависимость энергии прошедшего импульса от энергии импульса накачки

В нелинейном режиме, профиль излучения изменяется под действием самофокусировки. При распространении в воздухе самофокусировка не оказывает существенного влияния, так как критическая мощность самофокусировки в воздухе ($P_{cr} \sim 10^9$ Вт, что соответствует энергии лазерного импульса 0.4 мДж для нашей лазерной установки) существенно превышает энергию/мощность лазерных импульсов в эксперименте. Таким образом, после прохождения через линзу ($f = 40$ мм) и расстояния $z = 36.43$ мм (линейный фокус совпадает с центром образца), размер пучка и радиус кривизны фронта будут равны:

$$w = r_0 \sqrt{(1 - z/f)^2 + (z/z_d)^2} \quad (4)$$

$$R = z_d \frac{(1 - z/f)^2 + (z/z_d)^2}{z/z_d - z(1 - z/f)/f}, \quad (5)$$

где $z_d = \pi r_0^2 / \lambda$ – дифракционная длина исходного пучка. Последующее распространение описывается методами матричной ($ABCD$ матрицы) оптики с начальным комплексным радиусом кривизны:

$$q_0 = \left(\frac{1}{R} + i \frac{\lambda}{\pi w^2} \right)^{-1}. \quad (6)$$

Преломление на границе раздела воздух/плавленый кварц соответствует $q_{ref} = n q_0$ и для вычисления нового размера пучка и радиуса кривизны:

$$R = \text{Re} \left(\frac{1}{q_{ref}} \right)^{-1}, \quad r = \sqrt{\frac{\lambda}{\pi n} \frac{1}{\text{Im} \left(\frac{1}{q_{ref}} \right)}}. \quad (7)$$

Нелинейный фазовый набег при распространении в плавленом кварце на расстояние dz равен $\varphi_{nl} = k_0 n_2 I dz$. Где $k_0 = 2\pi/\lambda$, n_2 – нелинейный показатель преломления, а из-за зависимости интенсивности от радиуса пучка возникает самофокусировка. Вблизи оси распространения экспоненциальный множитель, отвечающий за радиальное распределение набега фазы, можно разложить в ряд, и тогда нелинейный фазовый набег, зависящий от радиальной координаты, будет иметь вид $\varphi_{nl} = k_0 n_2 I_0 \exp \left(-\frac{4 \ln 2 t^2}{T_{FWHM}^2} \right) \frac{2r^2}{w^2} dz$, что совпадает с фазой $\varphi_{lens} = \frac{kr^2}{2F}$, вносимой собирающей линзой с фокусным расстоянием $F = \frac{nw^2}{4n_2 I_0 dz}$. Тогда разделим длину образца на шаги и на каждом шаге будем учитывать влияние дополнительной линзы с соответствующей матрицей распространения $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{dz}{F} & dz \\ -\frac{1}{F} & 1 \end{pmatrix}$ и $q_{out} = \frac{Ag_{in}+B}{Cg_{in}+D}$. Таким образом можно численно описать распространения импульса через образец. На каждом шаге нелинейный набег фазы не превышает $\pi/100$. При мощности импульса, превышающей критическую мощность СФ, СФ преобладает над дифракцией и возникает коллапс пучка на некотором расстоянии, поэтому возможно вычисление формы пучка внутри образца только до координаты коллапса. Положение коллапса определяется увеличением интенсивности до уровня 10^{13} Вт/см², который является характерным для филамента в плавленом кварце [20, 21]. Насколько нам известно, матричная оптика ранее не использовалась для описания СФ, поэтому данная модель была проверена для коллимированного пучка. Для того, чтобы СФ компенсировала дифракционную расходимость при критической мощности СФ ($P_{cr} = 3.77\lambda^2/(8\pi n_0 n_2)$), эффективное фокусное расстояние должно быть равно $F = \frac{nw^2}{4n_2 I_0 dz} k_{eff}$, где $k_{eff} = 3.77$. Отметим, что данный коэффициент не зависит от диаметра коллимированного пучка, линейных и нелинейных показателей преломления среды.

Также мы сравнили результаты наших расчетов с результатами работы [22], где представлено выражение, связывающее энергию импульса и пиковую интенсивность сфокусированного лазерного луча с учетом СФ:

$$E = \frac{I\tau\lambda^2}{\pi(NA)^2 + I\lambda^2/P_{cr}}. \quad (8)$$

Для получения зависимости интенсивности в фо-

кусе луча от энергии лазерного импульса мы преобразовали (8) к следующему виду:

$$I_{\max} = \frac{E_p \pi (NA)^2}{\lambda^2 (\tau - E_p / P_{cr})}. \quad (9)$$

Зависимость интенсивности в фокусе пучка ($NA = 0.021$), рассчитанная методом матричной оптики и с помощью (9), представлена на рис. 4а, где наблюдается хорошее согласия двух методов. Напротив, если учитывать только линейную фокусировку (линия 3) при значениях пиковой мощности, близких к критической, на рис. 4а наблюдается большое расхождение.

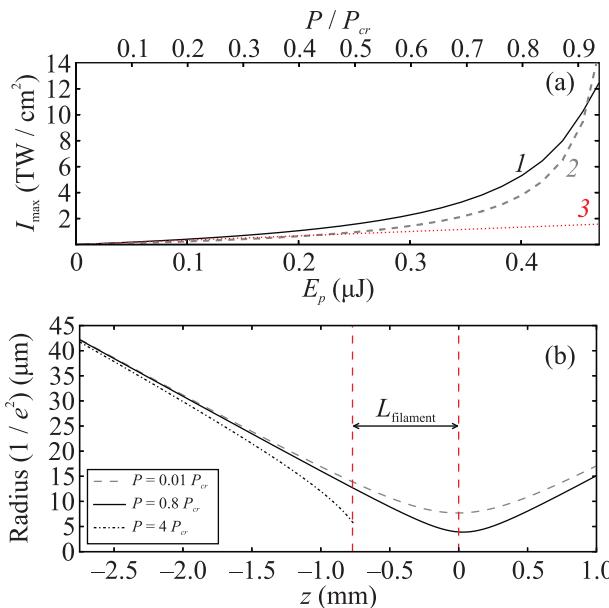


Рис. 4. (Цветной онлайн) (а) – Расчетная зависимость интенсивности в фокусе в образце плавленого кварца от энергии лазерного импульса: 1 – метод матричной оптики; 2 – выражение (9); 3 – линейное распространение. (б) – Радиус пучка в зависимости от координаты внутри образца плавленого кварца. Излучение распространяется слева направо и $z = 0$ соответствует центру образца

Используя вышеописанную модель, основанную на матричной оптике, была рассчитана зависимость радиуса пучка от координаты z внутри образца с учетом начальной фокусировки линзой $f = 40$ мм. Для сфокусированного лазерного луча наблюдались различные варианты распространения в зависимости от мощности лазерных импульсов. При малой мощности, когда керровская нелинейность не оказывает существенного влияния, излучение распространяется в линейном режиме (рис. 4б, пунктирная линия). При постепенном увеличении мощности лазер-

ных импульсов до критической мощности СФ увеличивается вклад керровской нелинейности и уменьшается радиус пучка в сравнении с линейным случаем распространения. При мощности $0.8P_{cr}$ радиус пучка в фокусе был в $\simeq 2$ раза меньше, чем в линейном режиме из-за действия СФ (рис. 4б, сплошная линия). При мощности излучения, превышающей критическую мощность СФ, пучок схлопывается раньше геометрического фокуса и расчет останавливается на этой координате.

Для расчета уширения спектра использован следующий подход. Распространение в среде с нелинейным показателем преломления n_2 на расстояние dz приводит к нелинейному набегу фазы $\delta\varphi = k_0 n_2 I(t) dz$, что приводит к появлению новых частот:

$$\begin{aligned} \delta\omega &= -\frac{\partial\delta\varphi}{\partial t} = -k_0 n_2 dz \frac{\partial I}{\partial t} = \\ &= k_0 n_2 dz I_0 \frac{8 \ln 2t}{T_{FWHM}^2} \exp\left(\frac{-4 \ln 2t^2}{T_{FWHM}^2}\right), \end{aligned} \quad (10)$$

и максимальное уширение достигается при $\frac{\partial\delta\omega}{\partial t} = 0$, что соответствует $t = \pm \frac{T_{FWHM}}{\sqrt{8 \ln 2}}$ и $|\delta\omega_{\max}| = k_0 n_2 I_0 dz \sqrt{8 \ln 2/e} / T_{FWHM}$, где $I_0 = I_0(z)$ из-за наличия фокусирующей линзы (линейный режим) и СФ внутри образца (нелинейный). Тогда уширение на всей длине образца можно вычислить как:

$$\Delta\omega_{\max} = \frac{k_0 n_2 \sqrt{8 \ln 2/e}}{T_{FWHM}} \int_0^l I_0 dz, \quad (11)$$

и для линейного случая можно вычислить аналитически:

$$\begin{aligned} \Delta\nu_{\max} [\text{cm}^{-1}] &= \\ &= \frac{16 \ln 2 \sqrt{2/\pi} n e n_2 E}{T_{FWHM}^2 \lambda^2 c} \arctan\left(\frac{l}{2z_{dif}}\right). \end{aligned} \quad (12)$$

При мощности излучения вблизи критической мощности СФ возможны два варианта: 1) $P < P_{cr}$; 2) $P \geq P_{cr}$. В первом случае можно использовать зависимость интенсивности от координаты z внутри образца, полученную представленным методом матричной оптики. Во втором случае длина образца разбивается на три участка: 1) до коллапса пучка; 2) филамент (расстояние между нелинейным и линейным фокусами, см рис. 4б); 3) за линейным фокусом. На первом участке используется зависимость интенсивности от координаты, полученная методом матричной оптики. На втором участке мы оцениванием $\int I(z) dz$ как $I_{\text{filament}} \times L_{\text{filament}}$ где средняя интенсивность в филаменте I_{filament} по порядку составляет $\sim 10^{13}$ Вт/см\$^2\$ [20,21]. После линейного

фокуса, мы оцениваем нелинейный набег фазы, как на первом участке, с учетом уменьшения мощности в филаменте (умножаем на коэффициент пропускания, рис. 3b).

Расчет уширения спектра от энергии лазерных импульсов проводился при вариации n_2 и I_{filament} . При значениях $n_2 = 1.7 \times 10^{-16} \text{ см}^2/\text{Вт}$ и $I_{\text{filament}} = 1.3 \times 10^{13} \text{ Вт}/\text{см}^2$ расчетная зависимость наилучшим образом описывает экспериментальные данные (рис. 5, сплошная линия). Значение величины n_2 влияло на положение точки перегиба по горизонтали $E_{\text{in}} \sim 0.5 \text{ мкДж}$ (энергия коллапса пучка), изменение I_{filament} влияло на положение точки перегиба по вертикали (спектральное уширение перед коллапсом). Данные значения хорошо согласуются с данными по n_2 [23] и I_{filament} , полученными в других экспериментах [20,21]. Также расчет подтверждает, что при $P > P_{\text{cr}}$ наклон зависимости уширения спектра от энергии импульса близок к линейному режиму (описываемому (12)), но возникает дополнительный спектральный сдвиг за счет уширения спектра вне филамента.

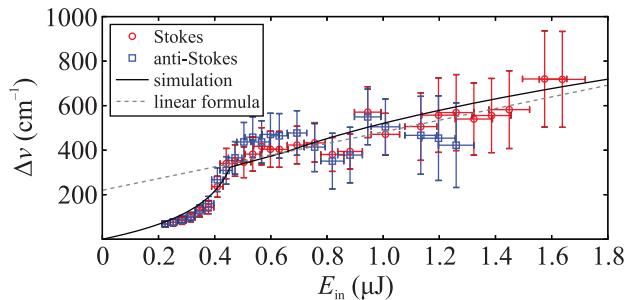


Рис. 5. (Цветной онлайн) Расчетная (сплошная линия) и экспериментальная (точки) зависимости ширины спектра лазерного импульса, прошедшего через образец плавленого кварца, от энергии импульса накачки. Пунктирная линия соответствует наклону для линейного режима

На рисунке 6 представлена зависимость $I \cdot z$ интеграла при мощности выше критической мощности СФ в филаменте и на всей длине образца. Отметим, что в нелинейном режиме рост уширения спектра при увеличении энергии импульса происходит преимущественно в филаменте, тогда как вне филамента оно практически не изменяется.

В данной работе мы экспериментально и численно исследовали совместное действие самофокусировки и фазовой самомодуляции сфокусированных ($NA \simeq 0.02$) лазерных импульсов с длительностью 300 фс на длине волны 515 нм в плавленом кварце в зависимости от мощности лазерных импульсов

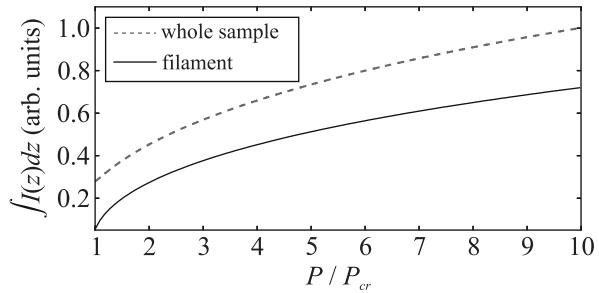


Рис. 6. Зависимость уширения спектра в филаменте и на всей длине образца от мощности лазерного излучения

вблизи критической мощности самофокусировки. В ходе экспериментов выделены три режима в зависимости от мощности лазерного излучения: 1) линейная фокусировка ($P < 0.6P_{\text{cr}}$), влияние самофокусировки незначительно и реализуется линейное уширение спектра за счет ФСМ; 2) переходной режим ($0.6P_{\text{cr}} < P < P_{\text{cr}}$), самофокусировка значительно уменьшает размер пучка в линейном фокусе, но нелинейное поглощение и коллапс пучка не возникают, в этом случае наблюдается резкий рост ширины спектра при увеличении энергии импульса; 3) нелинейный режим ($P > P_{\text{cr}}$), самофокусировка преобладает над дифракцией, что приводит к филаментации, с близкой к линейной зависимостью ширины спектра от энергии. Углы наклона для линейного и нелинейного режима совпадают в пределах погрешности. Для количественного описания распространения сфокусированного лазерного пучка с учетом самофокусировки предложена и апробирована численная модель, основания на матричной оптике.

Финансирование работы. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-22-00453, <https://rscf.ru/project/23-22-00453/>.

Конфликт интересов. Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. K. Sugioka, Nanophotonics **6**, 393 (2017).
2. R. Liao, H. Tian, W. Liu, R. Li, Y. Song, and M. Hu, J. Phys. Photonics **2**, 042006 (2020).
3. Y. E. Geints, O. V. Minina, I. Y. Geints et al. (Collaboration), Sensors **22**, 6322 (2022).
4. S. V. Chekalov and V. P. Kandidov, Phys.-Uspekhi **56**, 123 (2013).
5. A. Couairon and A. Mysyrowicz, Phys. Rep. **441**, 47 (2007).
6. D. Strickland and G. Mourou, Opt. Commun. **55**, 447 (1985).

7. Ya. V. Grudtsyn, A. V. Koribut, V. A. Trofimov, and L. D. Mikheev, JOSA B **35**, 1054 (2018).
8. R. Alfano, S.F.B. Mazhar, M. Sharonov, and L. Shi, Optik **249**, 168208 (2022).
9. Z. Heiner, V. Petrov, V. L. Panyutin, V. V. Badikov, K. Kato, K. Miyata, and M. Mero, Sci. Rep. **12**, 5082 (2022).
10. I. Kinyaevskiy, V. Kovalev, P. Danilov, N. Smirnov, S. Kudryashov, A. Koribut, and A. Ionin, Chin. Opt. Lett. **21**, 031902 (2023).
11. I.O. Kinyaevskiy, V.I. Kovalev, A.V., Koribut, P.A. Danilov, N.A. Smirnov, S.I. Kudryashov, Ya.V. Grudtsyn, E.E. Dunaeva, V.A. Trofimov, and A.A. Ionin, J. Russ. Laser Res. **43**, 315 (2022).
12. J. M. Laniel, N. Hô, R. Vallée, and A. Villeneuve, JOSA B **22**, 437 (2005).
13. S.I. Kudryashov, P.A. Danilov, E.V. Kuzmin, Yu.S. Gulina, A.E. Rupasov, G.K. Krasin, I.G. Zubarev, A.O. Levchenko, M.S. Kovalev, P.P. Pakholchuk, S.A. Ostrikov, and A.A. Ionin, Opt. Lett. **47**, 3487 (2022).
14. K. Lim, M. Durand, M. Baudelet, and M. Richardson, Sci. Rep. **4**, 7217 (2014).
15. D. Reyes, M. Baudelet, M. Richardson, and S. Rostami Fairchild, J. Appl. Phys. **124**, 053103 (2018).
16. D. V. Pushkarev, G. E. Rizaev, D. V. Mokrousova, S. Yu. Gavrilov, M. V. Levus, E. S. Mitricheva, L. V. Seleznev, and A. A. Ionin, Opt. Quantum Electron. **55**, 577 (2023).
17. I.O. Kinyaevskiy, V.I. Kovalev, P.A. Danilov, N.A. Smirnov, S.I. Kudryashov, L.V. Seleznev, E.E. Dunaeva, and A.A. Ionin, Opt. Lett. **45**, 2160 (2020).
18. I.O. Kinyaevskiy, A.V. Koribut, I.V. Gritsenko, A.M. Sagitova, M.V. Ionin, E.E. Dunaeva, and A.A. Ionin, Opt. Spectrosc. **131**, 190 (2023).
19. F. DeMartini, C.H. Townes, T.K. Gustafson, and P.L. Kelley, Phys. Rev. **164**, 312 (1967).
20. S. Tzortzakis, L. Sudrie, M. Franco, B. Prade, A. Mysyrowicz, A. Couairon, and L. Bergé, Phys. Rev. Lett. **87**, 213902 (2001).
21. Y. Tian, C. Gong, D. Kong, and X. Hu, JOSA B **39**, 2435 (2022).
22. C. B. Schaffer, A. Brodeur, J.F. García, and E. Mazur, Opt. Lett. **26**, 93 (2001).
23. D. Milam, Appl. Opt. **37**, 546 (1998).