

# Атомный гравиметр на основе атомного фонтана и микроволнового перехода

А. Е. Афанасьев<sup>1)</sup>, П. И. Скакуненко, В. И. Балькин

Институт спектроскопии РАН, 108840 Троицк, Москва, Россия

Поступила в редакцию 21 ноября 2023 г.

После переработки 1 декабря 2023 г.

Принята к публикации 1 декабря 2023 г.

В данной работе предложен метод построения относительного атомного гравиметра на основе использования атомного фонтана на ультрахолодных атомах. Метод основан на измерении сдвига линии рамзеевского спектра в атомном фонтане в гравитационном поле. Для микроволнового стандарта частоты фонтанного типа на атомах Cs точность измерения гравитационного поля составляет значение  $\delta g = 2 \times 10^{-6} g / \sqrt{\tau_a}$ . При времени интегрирования  $\tau_a = 10000$  с достижимая точность равна  $\delta g \approx 2 \times 10^{-8} g \approx 20$  мкГал.

DOI: 10.31857/S1234567824020034, EDN: gucixm

Современное развитие сенсорики направлено на использование квантовых эффектов для повышения ее чувствительности. Одним из перспективных направлений в этой области является построение сенсоров на основе ансамблей ультрахолодных атомов. Наибольшее распространение данный подход получил при создании квантовых сенсоров для фундаментальных исследований. Например, ряд теоретических предложений и экспериментальных работ направлены на исследование эффектов общей теории относительности, включая принцип эквивалентности Эйнштейна, детектирование гравитационных волн, а также на поиск дрейфа фундаментальных констант [1, 2].

В настоящее время наиболее развитыми квантовыми сенсорами являются микроволновые и оптические стандарты частоты. В микроволновых стандартах частоты высокая стабильность достигается за счет построения атомного интерферометра по схеме Рамзея [3]. Использование атомной интерферометрии лежит в основе и других квантовых сенсоров: атомных гравиметров/акселерометров [4–9] и атомных градиометров [10–11].

Так как атомная интерферометрия используется для измерения различных физических величин, возникает естественный вопрос: можно ли произвести одновременные измерения нескольких физических величин на одном квантовом сенсоре? В этом направлении в работе [12] были предприняты попытки создания квантового акселерометра для определения ускорения по всем трем пространственным осям.

Также существуют способы определять одновременно ускорение и скорость вращения по двум осям за одно измерение (point-source interferometer) [13].

В настоящей работе мы рассматриваем потенциальную возможность использования атомного фонтана для одновременного измерения частоты и ускорения свободного падения.

Рассмотрим микроволновой атомный фонтан (рис. 1). Облако холодных атомов формируется в магнито-оптической ловушке (МОЛ), затем ему придается начальная скорость  $v_0$  в вертикальном направлении. Далее атомы продолжают двигаться вверх и достигают наивысшей точки своей траектории. Гравитационное ускорение заставляет атомы замедляться и затем падать вниз, при этом атомы проходят зону взаимодействия с микроволновым полем (СВЧ-полем) дважды: на начальном и конечном участках своей траектории. Частота СВЧ-поля настроена вблизи резонансной частоты перехода между компонентами сверхтонкого расщепления основного состояния атома. Интенсивность СВЧ-поля выбирается такой, чтобы его действие было эквивалентно действию  $\pi/2$ -импульса за время пролета атома через СВЧ-поле. Данная последовательность используется при построении стандартов частоты.

При описанном взаимодействии атомов с СВЧ-полем происходит их возбуждение с подуровня сверхтонкой структуры  $|g\rangle$  основного состояния на другой подуровень  $|e\rangle$ . Полная вероятность обнаружить атом в состоянии  $|e\rangle$  после второго взаимодействия имеет интерференционный характер и зависит от разности фаз между двумя импульсами.

<sup>1)</sup>e-mail: afanasiev@isan.troitsk.ru

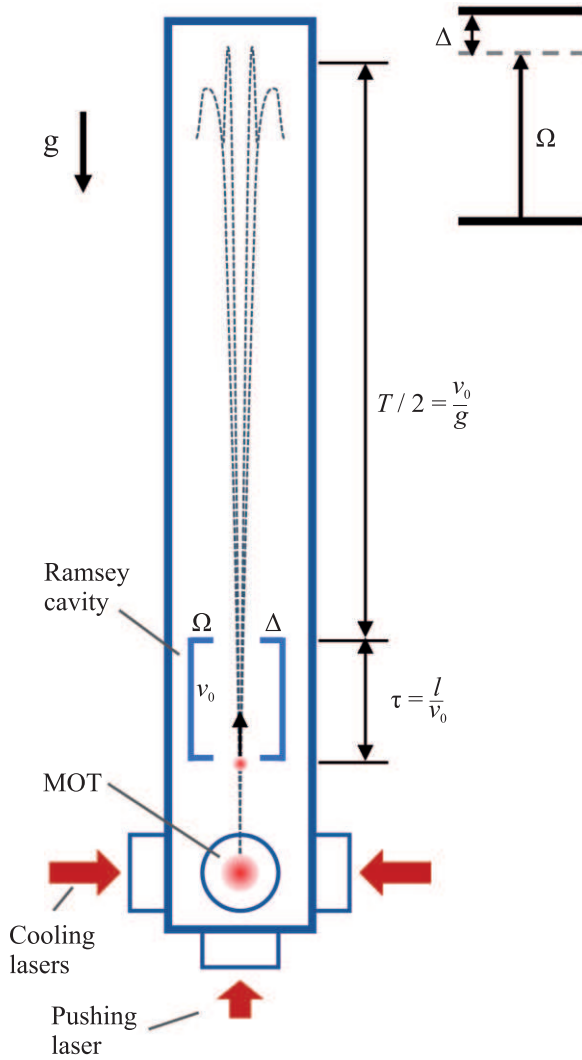


Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема гравиметра на основе атомного фонтана с использованием микроволнового часового перехода

Картина регистрируемых интерференционных полос получила название резонансов Рамзея.

Вероятность возбуждения атомов зависит от частоты СВЧ-поля и описывается следующим выражением [14]:

$$P_e = \left( 2 \frac{\Omega}{\tilde{\Omega}} \sin \frac{\tilde{\Omega} \tau}{2} \times \left[ \cos \frac{\Delta T}{2} \cos \frac{\tilde{\Omega} \tau}{2} - \frac{\Delta}{\tilde{\Omega}} \sin \frac{\Delta T}{2} \sin \frac{\tilde{\Omega} \tau}{2} \right] \right)^2, \quad (1)$$

где  $\Omega$  – частота Раби взаимодействия атома с электромагнитным полем,  $\tilde{\Omega} = \sqrt{\Omega^2 + \Delta^2}$  – обобщенная частота Раби,  $\Delta$  – отстройка частоты СВЧ-поля от частоты атомного резонанса,  $\tau$  – длительность взаимодействия атома с электромагнитным полем, а  $T$  – время пролета между двумя взаимодействиями. В

схеме атомного фонтана это время между двумя актами взаимодействия с микроволновым резонатором, за которое атомы поднимаются вверх до апогея и падают вниз к области микроволнового поля. На рисунке 2 показана зависимость вероятности возбуж-

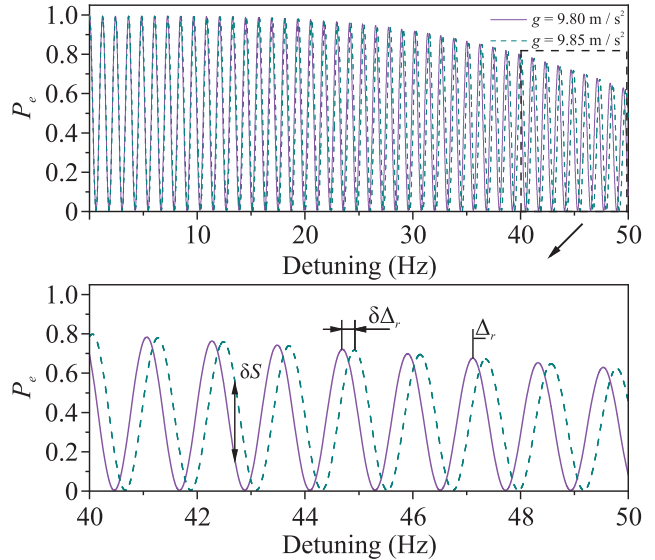


Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимость вероятности возбуждения атомов  $P_e$  в состоянии  $|e\rangle$  от величины отстройки микроволнового излучения от точной частоты резонанса  $\Delta$  (рамзеевский спектр) при  $g = 9.80 \text{ м/с}^2$  (сплошная фиолетовая кривая) и  $g = 9.85 \text{ м/с}^2$  (пунктирная темно-зеленая кривая). На нижнем графике представлена та же зависимость в диапазоне отстроек 40–50 Гц, соответствующая области, выделенной пунктиром на верхнем графике

дения атомов  $P_e$  в состоянии  $|e\rangle$  от величины отстройки микроволнового излучения от точной частоты резонанса  $\Delta$  (рамзеевский спектр), вычисленная с использованием выражения (1). Эта зависимость имеет вид интерференционных полос – резонансов Рамзея. Время пролета  $T$  определяет положение максимумов и минимумов рамзеевского спектра на шкале частот и их ширины. В свою очередь, время пролета  $T$  зависит от ускорения свободного падения  $g$ :

$$T = \frac{2v_0}{g}. \quad (2)$$

По этой причине положение резонансов рамзеевского спектра будет также зависеть от ускорения свободного падения.

В данной работе мы используем этот факт для построения атомного гравиметра на основе атомного фонтана на ультрахолодных атомах. Метод основан на измерении сдвига линий рамзеевского спектра в атомном фонтане в гравитационном поле.

Характерные начальные скорости в атомных фонтанах составляют величину порядка  $v_0 = 4 \text{ м/с}$  [15, 16]. Скорость атомов и ускорение свободного падения определяют время между импульсами взаимодействия атомного ансамбля с СВЧ-полем. Например, это время равно  $T = 816 \text{ мс}$  при ускорении свободного падения  $g = 9.80 \text{ м/с}^2$  и  $T = 812 \text{ мс}$  при  $g = 9.85 \text{ м/с}^2$ . На рисунке 2 представлены рассчитанные зависимости вероятности возбуждения атомов  $P_e$  в состояние  $|e\rangle$  от величины отстройки  $\Delta$  СВЧ-поля от точной частоты резонанса для различных значений ускорения свободного падения. Сплошная фиолетовая кривая рассчитана для  $g = 9.8 \text{ м/с}^2$ ; пунктирная темно-зеленая кривая для  $g = 9.85 \text{ м/с}^2$ . При характерной длине резонатора  $l = 40 \text{ мм}$ , время взаимодействия атомов с возбуждающим полем  $\tau = 10 \text{ мс}$ . Из рисунка 2 видно, что изменение ускорения свободного падения приводит к сдвигу рамзеевских полос. При увеличении ускорения свободного падения частота рамзеевских полос сдвигается в область больших отстроек. Из рисунка 2 видно, что величина сдвига зависит от номера резонанса и отсутствует для центрального резонанса (т.е. при  $\Delta = 0$ ). Отметим, что время  $\tau$  также зависит от значения ускорения свободного падения  $\tau = \tau(g)$ , однако мы пренебрежем этой зависимостью с целью упрощения выкладок. Это оправдано, так как в рассматриваемой области параметров  $\frac{\partial P_e}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial g} \gg \frac{\partial P_e}{\partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial g}$ , за исключением малых окрестностей точек, в которых  $\frac{dP_e}{dg} = 0$ . В дальнейшем зависимость  $\tau = \tau(g)$  можно будет учесть в качестве поправки к полученным результатам.

Сдвиг рамзеевского спектра может быть использован для измерения изменения ускорения свободного падения. Измерение сдвига может быть осуществлено двумя методами: (1) по изменению величины сигнала на склоне кривой резонанса  $\delta S$  и (2) по изменению положения пика резонанса  $\delta \Delta_r$ .

В первом случае выбирается один из резонансов, соответствующий определенной ненулевой отстройке  $\Delta$  и измеряется изменение сигнала на склоне резонанса. Изменение гравитационного потенциала приведет к сдвигу рамзеевского спектра и, как следствие, к изменению величины сигнала.

Для оценки чувствительности такого метода к изменению ускорения свободного падения необходимо оценить производную  $\frac{dP_e}{dg}$ , где  $P_e$  определяется выражением (1), а  $T$  – выражением (2). На рисунке 3 представлен модуль рассчитанной зависимости  $\frac{dP_e}{dg}$  от отстройки  $\Delta$  при  $g = 9.8 \text{ м/с}^2$ .

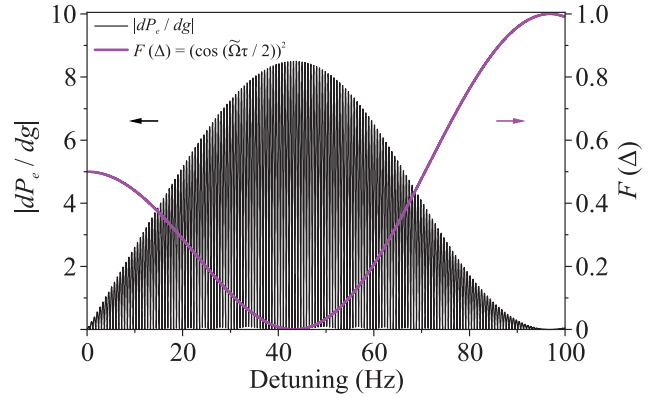


Рис. 3. (Цветной онлайн) Чувствительность населенности возбужденного состояния  $P_e$  к изменению  $g$  (абсолютное значение  $\frac{dP_e}{dg}$ ) в зависимости от отстройки микроволнового излучения от точной частоты перехода (черная кривая) при  $g = 9.8 \text{ м/с}^2$ . Зависимость  $F(\Delta) = \left(\cos \frac{\tilde{\Omega}\tau}{2}\right)^2$  (фиолетовая кривая) демонстрирует, что максимум чувствительности достигается при условии  $\tilde{\Omega}\tau = \pi$

Видно, что чувствительность к изменению ускорения свободного падения имеет осцилляторный характер. Максимумы соответствуют склонам рамзеевских полос, представленных на рис. 2. Максимум чувствительности достигается при отстройках порядка 43 Гц от частоты точного СВЧ-резонанса (при выбранных в работе параметрах). Анализ, основанный на аналитическом решении полученной зависимости, в общем случае затруднен. На рисунке 3 представлен также график функции  $F(\Delta) = \left(\cos \frac{\tilde{\Omega}\tau}{2}\right)^2$ , которая определяет форму огибающей рамзеевского спектра и входит в выражение (1). Видно, что максимум чувствительности совпадает с нулевым значением функции  $F(\Delta)$ . В этой области достигается максимальная чувствительность населенности возбужденного состояния к изменению ускорения свободного падения. Данная область соответствует отстройкам частоты СВЧ-излучения, удовлетворяющих условию  $\tilde{\Omega}\tau = \pi$ . Это позволяет упростить выражение (1) для  $\frac{dP_e}{dg}$  в интересующей нас области частот, и оно принимает вид:

$$P_e = \left(2 \frac{\Omega\Delta}{(\tilde{\Omega})^2} \sin \frac{\Delta T}{2}\right)^2. \quad (3)$$

Тогда изменение сигнала  $\delta S$  при изменении ускорения свободного падения на величину  $\delta g$  будет описываться выражением:

$$\delta S = N \frac{dP_e}{dg} \delta g = -N \frac{4v_0\Delta^3\Omega^2 \sin \left[\frac{2v_0\Delta}{g}\right]}{g^2(\tilde{\Omega})^4} \delta g, \quad (4)$$

где  $N$  – количество атомов в атомном ансамбле.

Максимально достижимая чувствительность определяется выражением:

$$\delta S^{\max} = -N \frac{4v_0 \Delta^3 \Omega^2}{g^2 (\tilde{\Omega})^4} \delta g.$$

Учитывая, что выражение для  $\delta S^{\max}$  получено при следующих предположениях:  $\Omega = \frac{\pi}{2\tau}$  и  $\tilde{\Omega} = \frac{\pi}{\tau}$ , максимальная чувствительность будет определяться следующим выражением:

$$\delta S^{\max} = -N \frac{3\sqrt{3}\pi v_0}{8\tau g^2} \delta g. \quad (5)$$

Такая чувствительность реализуется в области частот, отвечающих отстройке частоты СВЧ-излучения от точной частоты резонанса, определяемой следующим выражением:

$$\Delta = \frac{\sqrt{3}\pi}{2\tau}. \quad (6)$$

При выбранных для оценок параметрах начальной скорости атомов и времени взаимодействия с СВЧ-полем максимальная чувствительность достигается в области отстроек частоты СВЧ-поля от точной частоты атомного перехода  $\Delta = 2\pi \times 43.3$  Гц.

Предельная чувствительность атомного гравиметра будет определяться шумом. Если принять, что шум определяется стандартным квантовым пределом из-за конечного числа атомов  $N$  в МОЛ, тогда среднеквадратичное отклонение сигнала равно  $\delta S_{\text{Noise}} \cong \sqrt{N \frac{T_c}{\tau_a}}$ , где  $T_c$  – длительность одного цикла измерения,  $\tau_a$  – время усреднения сигнала [17, 18]. Для определения предельной чувствительности необходимо приравнять изменение сигнала к величине шума  $|\delta S^{\max}| = \delta S_{\text{Noise}}$ . Тогда предельная чувствительность гравиметра будет определяться выражением:

$$\delta g = \frac{8\tau g^2}{3\sqrt{3}\pi v_0} \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{T_c}{\tau_a}}. \quad (7)$$

При реалистичных значениях числа атомов  $N = 10^6$  и длительности измерения  $T_c = 1$  с чувствительность будет составлять величину  $\delta g = 1.2 \times 10^{-4} \frac{1}{\sqrt{\tau_a}} \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \approx 1.2 \times 10^{-5} g \frac{1}{\sqrt{\tau_a}}$ . При времени усреднения 10000 с точность определения  $g$  составит  $\delta g \approx 1.2 \times 10^{-7} g \approx 120$  мкГал.

Второй метод измерения ускорения свободного падения состоит в измерении изменения положения пика рамзеевского резонанса. Резонансы возникают при определенных отстройках  $\Delta_r$ . Для оценки чувствительности этого метода определим выражение,

определяющее величину  $\Delta_r$ . Из выражения (3) следует, что в области частот, соответствующей максимальной чувствительности к изменению величины ускорения свободного падения, отстройки частот, при которых возникают резонансы,  $\Delta_r$  определяются выражением:

$$\Delta_r = \frac{(2n+1)\pi g}{2v_0}, \quad (8)$$

где  $n$  – целое число.

Видно, что в выбранной области отстройки частот сдвиг пика резонанса по частоте будет линейен по ускорению свободного падения.

$$\delta \Delta_r = \frac{(2n+1)\pi}{2v_0} \delta g. \quad (9)$$

Номер резонанса  $n$  определяется из условия (6) как ближайшее целое:  $n = \left[ \frac{\sqrt{3}T}{4\tau} - \frac{1}{2} \right] \approx \left[ \frac{\sqrt{3}T}{4\tau} \right]$ .

Для ускорения свободного падения  $g = 9.8 \text{ м/с}^2$  получаем  $n = 35$ .

Современные микроволновые атомные стандарты частоты обладают стабильностью на уровне  $\delta v/v \approx 10^{-14}/\sqrt{\tau_a}$  [3]. Такое значение стабильности частоты стандарта позволяет достигнуть следующей чувствительности измерения ускорения свободного падения:

$$\delta g = \frac{4\nu v_0}{2n+1} \frac{\delta \nu}{\nu} = \frac{4 \times 10^{-14} \nu v_0}{(2n+1)\sqrt{\tau_a}}. \quad (10)$$

Учитывая, что  $2n \gg 1$ , выражение (10) может быть преобразовано:

$$\delta g \cong \frac{4\nu\tau}{\sqrt{3}} g \frac{\delta \nu}{\nu} = \frac{4 \times 10^{-14} \nu\tau}{\sqrt{3}} g. \quad (11)$$

Для микроволнового стандарта частоты на атомах Cs ( $\nu = 9.2$  ГГц) и при сделанных в работе предположениях имеем  $\delta g = 2 \times 10^{-5}/\sqrt{\tau_a} \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \approx 2 \times 10^{-6} g/\sqrt{\tau_a}$ . При времени интегрирования 10000 с достижимая точность  $\delta g \approx 2 \times 10^{-8} g \approx 20$  мкГал.

Из приведенных оценок видно, что достижимая точность описанного подхода измерения ускорения свободного падения составляет значение порядка нескольких десятков мкГал. Такое значение не является рекордным для современных систем в гравиметрии, которые достигают точности менее единиц мкГал [7, 19–21] при гораздо меньших временах интегрирования. Однако, существенным преимуществом предлагаемого метода является возможность реализации описанного подхода с использованием стандартного микроволнового атомного фонтана. Таким образом в рамках одного прибора может быть реализовано одновременное измерение частоты и измерение ускорения свободного падения.

Важно отметить, что предлагаемый метод наиболее подходит для относительных измерений ускорения свободного падения. Это связано с тем фактом, что положение пиков резонансов Рамзея зависит не только от ускорения свободного падения, но также и от начальной скорости атомного ансамбля ( $v_0$  в выражении (7) и  $\tau$ , которое тоже зависит от  $v_0$ , в выражении (11)). Начальная скорость может изменяться от прибора к прибору, оставаясь стабильной на больших временах работы отдельно взятого атомного фонтана. Это означает, что данный подход может быть использован для исследования динамики изменения ускорения свободного падения относительно начального значения. При этом начальное значение может быть прокалибровано с использованием абсолютного гравиметра в независимом эксперименте. Наличие разброса скоростей в атомном ансамбле влияет на ширину линий Рамзея. Это влияние будет являться поправкой к точности в следующем порядке малости поскольку  $\delta v_0 \sim 0.1$  м/с.

В заключение отметим, что предложенный способ измерения гравитационного поля позволяет проводить измерения с использованием микроволнового стандарта частоты фонтанного типа на атомах Cs с точностью  $\delta g = 2 \times 10^{-6} g / \sqrt{\tau_a}$ . При времени интегрирования  $\tau_a = 10000$  с достижимая точность  $\delta g \approx 2 \times 10^{-8} g \approx 20$  мкГал. Развитием предложенного подхода может являться переход к использованию оптических полей для спектроскопии Рамзея.

**Финансирование работы.** Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда # 21-12-00323 [22] и частично в рамках проекта Госзадания FFUU-2021-0003.

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют, что у них нет известных конкурирующих финансовых интересов или личных отношений, которые могли бы повлиять на работу, представленную в этой статье.

1. G. M. Tino, *Quantum Sci. Technol.* **6**, 24014 (2021).
2. S. Abend, B. Allard, A. S. Arnold et al. (Collaboration), *AVS Quantum Sci.* **5**, 19201 (2023).
3. S. Bize, P. Laurent, M. Abgrall et al. (Collaboration), *Comptes Rendus Phys.* **5**, 829 (2004).
4. P. A. Altin, M. T. Johnsson, V. Negnevitsky, G. R. Dennis, R. P. Anderson, J. E. Debs, S. S. Szigeti, K. S. Hardman, S. Bennetts, G. D. McDonald, L. D. Turner, J. D. Close, and N. P. Robins, *New J. Phys.* **15**, 23009 (2013).
5. Z.-K. Hu, B.-L. Sun, X.-C. Duan, M.-K. Zhou, L.-L. Chen, S. Zhan, Q.-Z. Zhang, and J. Luo, *Phys. Rev. A* **88**, 43610 (2013).
6. P.-W. Huang, B. Tang, X. Chen, J.-Q. Zhong, Z.-Y. Xiong, L. Zhou, J. Wang, and M.-S. Zhan, *Metrologia* **56**, 45012 (2019).
7. V. Ménotet, P. Vermeulen, N. Le Moigne, S. Bonvalot, P. Bouyer, A. Landragin, and B. Desruelle, *Sci. Rep.* **8**, 12300 (2018).
8. D. Li, W. He, S. Shi, B. Wu, Y. Xiao, Q. Lin, and L. Li, *Sensors* **23**, 5089 (2023).
9. G. Ge, X. Chen, J. Li, D. Zhang, M. He, W. Wang, Y. Zhou, J. Zhong, B. Tang, J. Fang, J. Wang, and M. Zhan, *Sensors* **23**, 6115 (2023).
10. F. Sorrentino, Q. Bodart, L. Cacciapuoti, Y.-H. Lien, M. Prevedelli, G. Rosi, L. Salvi, and G. M. Tino, *Phys. Rev. A* **89**, 23607 (2014).
11. B. Stray, A. Lamb, A. Kaushik et al. (Collaboration), *Nature* **602**, 590 (2022).
12. B. Battelier, B. Barrett, L. Fouché, L. Chichet, L. Antoni-Micollier, H. Porte, F. Napolitano, J. Lautier, A. Landragin, and P. Bouyer, *Proc. SPIE Quantum Optics* **9900**, 990004 (2016).
13. S. M. Dickerson, J. M. Hogan, A. Sugarbaker, D. M. S. Johnson, and M. A. Kasevich, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 83001 (2013).
14. N. F. Ramsey, *Phys. Rev.* **78**, 695 (1950).
15. R. Wynands and S. Weyers, *Metrologia* **42**, S64 (2005).
16. J. Guena, M. Abgrall, D. Rovera, P. Laurent, B. Chupin, M. Lours, G. Santarelli, P. Rosenbusch, M. E. Tobar, R. Li, K. Gibble, A. Clairon, and S. Bize, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **59**, 391 (2012).
17. W. M. Itano, J. C. Bergquist, J. J. Bollinger, J. M. Gilligan, D. J. Heinzen, F. L. Moore, M. G. Raizen, and D. J. Wineland, *Phys. Rev. A* **47**, 3554 (1993).
18. G. Santarelli, P. Laurent, P. Lemonde, A. Clairon, A. G. Mann, S. Chang, A. N. Luiten, and C. Salomon, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4619 (1999).
19. B. Wu, Z. Wang, B. Cheng, Q. Wang, A. Xu, and Q. Lin, *Metrologia* **51**, 452 (2014).
20. S. Abend, M. Gebbe, M. Gersemann, H. Ahlers, H. Müntinga, E. Giese, N. Gaaloul, C. Schubert, C. Lämmerzahl, W. Ertmer, W. P. Schleich, and E. M. Rasel, *Phys. Rev. Lett.* **117**, 203003 (2016).
21. P.-W. Huang, B. Tang, X. Chen, J.-Q. Zhong, Z.-Y. Xiong, L. Zhou, J. Wang, and M.-S. Zhan, *Metrologia* **56**, 045012 (2019).
22. <https://rscf.ru/project/21-12-00323/>.