Письма в ЖЭТФ, том 119, вып. 5, с. 330 – 335 © 2024 г. 10 марта

Возмущения в теории Хорндески над анизотропным космологическим фоном[1)]

С. А. Миронов[+*× 2)], *А. М. Штенникова*[+∘ 2)]

[+]*Институт ядерных исследований РАН, 117312 Москва, Россия*

[*]*Институт теоретической и математической физики, МГУ имени М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия*

[×]*НИЦ "Курчатовский институт", 123182 Москва, Россия*

[∘]*Кафедра физики частиц и космологии, физический факультет, МГУ имени М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 1 июля 2023 г.
После переработки 27 января 2024 г.
Принята к публикации 28 января 2024 г.

Рассмотрение анизотропного космологического фона является интересной и одновременно сложной задачей теоретической физики, поскольку мы не только предполагаем высокую степень анизотропии на ранних стадиях развития Вселенной, но и наблюдаем ее в малой степени до сих пор. В этой работе мы построили действие для возмущений над фоном типа Бианки I в наиболее общей скалярно-тензорной теории гравитации, теории Хорндески, и оценили влияние отклонения от анизотропного фона на ранее установленное устойчивое решение, полученное в предыдущих работах.

DOI: 10.31857/S1234567824050021, EDN: BMTZMQ

1. Вступление. Теория Хорндески [1–4] (см. [5] для обзора) является наиболее общей скалярно-тензорной теорией гравитации со вторыми производными в уравнениях движения, что делает ее интересной в плане построения новых моделей темной материи, темной энергии, червоточин и так далее. Однако построение устойчивых решений теории ограничено так называемой no-go теоремой [6, 7]. Она была сформулирована для случая однородного и изотропного космологического фона а также сферически симметричного фона. Широко рассматривались также варианты ее обхода [7–21].

Однако, список задач, рассматриваемых в контексте теории Хорндески, этим не исчерпывается, и существуют работы, посвященные изучению анизотропного фона [22, 23]. С космологической точки зрения принято считать, что на ранних этапах инфляции Вселенная была в высокой степени анизотропна [24–26], кроме того, даже сейчас, согласно наблюдениям, некоторая степень анизотропии присутствует при измерении микроволнового фона. В связи с этим, становится актуальным изучение и построение потенциально несингулярных решений в случае анизотропного фона.

В ранее рассмотренных моделях имеет место no-go теорема, которая запрещает устойчивые решения в общей теории Хорндески на всей временной оси. Однако теорема сформулирована для изотропного фона, поэтому возникает вопрос, не является ли существование этой теоремы следствием высокой симметрии пространства-времени. Этот вопрос требует дальнейшего изучения. С другой стороны, авторы статьи рассмотрели способ обойти no-go теорему в изотропном случае [21]. Дело в том, что мы рассматриваем лагранжиан с особым соотношением между функциями, таким, что единственная скалярная степень свободы является нединамической над однородным изотропным фоном, и no-go теорема неприменима. Ранее для этой ситуации были построены устойчивые решения типа Вселенной с отскоком и Генезиса. В данной работе мы показываем, что этот способ больше не может быть использован, и решение на самом деле неустойчиво. Это становится очевидным, если ввести в существующее решение небольшую анизотропию. Полученный результат очень важен, так как показывает, что попытка избавиться от одной из степеней свободы системы на определенном фоне иногда приводит к патологии близких решений.

В данной работе мы рассматриваем возмущения метрики и скалярного поля над однородным, но анизотропным фоном типа Бьянки I. Затем интегрируем нединамические переменные в частично

[1)]См. дополнительный материал к данной статье на сайте нашего журнала www.jetpletters.ac.ru

[2)]e-mail: sa.mironov_1@physics.msu.ru; shtennikova@inr.ru калибровочно-инвариантной форме, разрешаем связи и получаем действие для возмущений. Мы также показываем, как квадратичное действие сводится к изотропному случаю фридмановской вселенной, и проверяем, как отклонение от изотропного фона влияет на ранее полученное [21] стабильное решение.

2. Возмущения над анизотропным фоном. Мы рассматриваем теорию Хорндески со следующим действием:

$$S = \int \mathrm{d}^4x\sqrt{-g}\left(\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3 + \mathcal{L}_4\right),$$

$$\mathcal{L}_2 = F(\pi, X), \tag{1a}$$

$$\mathcal{L}_3 = K(\pi, X)\Box\pi, \tag{1b}$$

$$\mathcal{L}_4 = -G_4(\pi, X)R + 2G_{4X}(\pi, X)\left[(\Box\pi)^2 - \pi_{;\mu\nu}\pi^{;\mu\nu}\right], \tag{1c}$$

где π – скалярное поле, $X = g^{\mu\nu}\pi_{,\mu}\pi_{,\nu}$, $\pi_{,\mu} = \partial_\mu\pi$, $\pi_{;\mu\nu} = \nabla_\nu\nabla_\mu\pi$, $\Box\pi = g^{\mu\nu}\nabla_\nu\nabla_\mu\pi$, $G_{4X} = \partial G_4/\partial X$, и т.д.

В данной работе мы рассматриваем анизотропный фон следующего вида:

$$ds^2 = dt^2 - \left(a^2(t)dx^2 + b^2(t)dy^2 + c^2(t)dz^2\right). \tag{2}$$

Разложение возмущений метрики $h_{\mu\nu}$ по спиральностям в этом случае будет следующим:

$$h_{00} = 2\Phi \tag{3a}$$

$$h_{0i} = -\partial_i\beta + Z_i^T, \tag{3b}$$

$$h_{ij} = -2\frac{H_i}{H}\Psi g_{ij} - 2\partial_i\partial_j E - \left(\partial_i W_j^T + \partial_j W_i^T\right) + h_{ij}^{TT}, \tag{3c}$$

где Φ, β, Ψ, E – скалярные поля, H_i – параметры Хаббла, отвечающие соответствующим направлениям (здесь и далее $i = a, b, c$) и $H = \frac{1}{3}\left(H_a + H_b + H_c\right)$, Z_i^T, W_i^T - поперечные векторные поля, ($\partial_i Z_i^T = \partial_i W_i^T = 0$), h_{ij}^{TT} - поперечный бесследовый тензор. Также мы обозначаем за χ возмущение скалярного поля π.

Действие для тензорного сектора возмущений имеет следующую форму:

$$S_h^{(2)} = \int \mathrm{d}t\ \mathrm{d}^3x a^3 \times \tag{4}$$
$$\times\left[\frac{A_5}{2}\left(\dot{h}_{ij}\right)^2 - A_2\left(\Delta_a^2 h_{ij}^{TT} + \Delta_b^2 h_{ij}^{TT} + \Delta_c^2 h_{ij}^{TT}\right)\right].$$

Здесь точка означает производную по космологическому времени t, $\Delta_a = a^{-1}\partial_x, \Delta_b = b^{-1}\partial_y, \Delta_c = c^{-1}\partial_z$, коэффициенты A_i являются комбинациями функций лагранжиана и их производных.

Аналогично изотропному случаю, векторные возмущения оказываются нединамичными, а скалярные – самыми нетривиальными в разрешении связей. Без потери общности мы частично воспользуемся калибровочной свободой и с самого начала зафиксируем $\partial_i\partial_j E = 0$. Тогда действие второго порядка для скалярного сектора возмущений принимает вид:

$$\begin{aligned} S^{(2)} = \int \mathrm{d}x\ abc\Bigg(&\frac{1}{6}A_1\sum_{i\neq j}\dot{\Psi}_i\dot{\Psi}_j + \\ &+\frac{A_2}{2}\sum_{\substack{i=a,b,c\\ i\neq j\neq k}}\Delta_i\Psi_j\Delta_i\Psi_k + A_3\Phi^2 + \\ &+\Phi\left(A_4^i\Delta_i^2\beta\right) + A_5\sum_{\substack{i=a,b,c\\ i\neq j\neq k}}\dot{\Psi}_i\left(\Delta_j^2\beta + \Delta_k^2\beta\right) + \\ &+\Phi\left(A_6^i\dot{\Psi}_i\right) + \frac{A_7}{2}\Phi\sum_{\substack{i=a,b,c\\ i\neq j\neq k}}\Delta_i^2\left(\Psi_j + \Psi_k\right) + \\ &+\Phi\left(A_8^i\Delta_i^2\chi\right) + \dot{\chi}\left(A_9^i\Delta_i^2\beta\right) + \chi\left(A_{10}^i\ddot{\Psi}_i\right) + \\ &+A_{11}\Phi\dot{\chi} + \chi\left(A_{12}^i\Delta_i^2\beta\right) + \\ &+\chi\sum_{i,j}\frac{1}{2}A_{13}^{ij}\left(\Delta_i^2\Psi_j + \Delta_j^2\Psi_i\right) + A_{14}(\dot{\chi})^2 + \\ &+A_{15}^i\left(\Delta_i\chi\right)^2 + A_{17}\Phi\chi + \chi\left(A_{18}^i\dot{\Psi}_i\right) + \\ &+A_{20}\chi^2 + \frac{1}{2}\sum_{\substack{i,j=a,b,c\\ i\neq j}}B^{ij}\Psi_i\dot{\Psi}_j - \\ &-\Psi_a\left(B^{ab}\Delta_y^2\beta + B^{ac}\Delta_z^2\beta\right) + \\ &+\Psi_b\left(B^{ab}\Delta_x^2\beta + B^{bc}\Delta_z^2\beta\right) + \\ &+\Psi_c\left(B^{ac}\Delta_x^2\beta - B^{bc}\Delta_y^2\beta\right)\Bigg). \end{aligned} \tag{5}$$

Здесь $\Psi_i = \bar{H}_i\Psi$ и $\bar{H}_i = H_i/H$, кроме того, мы подразумеваем суммирование по повторяющимся индексам. Явная форма коэффициентов может быть найдена в дополнительных материалах – Appendix A[3)]. Выбор обозначения A_i сделан для явного соответствия между изотропным и анизотропным случаями; коэффициенты B_i отвечают слагаемым, которых не было в изотропном случае. Переменные Ψ_i вводятся для удобства и упрощения записи.

3. Введение калибровочно-инвариантных величин. В этом разделе мы сведем действие (5) к одной переменной, используя калибровочно-инвариантные поля.

[3)] Отменим, что все коэффициенты перед пространственными производными (кроме A_1 и A_2) претерпевают "расщепление". Это является прямым следствием анизотропии фоновой метрики. Коэффициенты A_1 и A_2 так же "расщепятся", но только после добавления члена $\mathcal{L}_5$ в общую теорию Хорндески.

Поскольку мы в самом начале частично зафиксировали калибровку, выбрав $\partial_i\partial_j E = 0$, действие (5) инвариантно относительно остаточных калибровочных преобразований:

$$\begin{gathered}\Phi \to \Phi + \dot{\xi}_0, \quad \beta \to \beta - \xi_0,\\ \chi \to \chi + \xi_0\dot{\pi}, \quad \Psi \to \Psi + \xi_0 H.\end{gathered} \tag{6}$$

Основываясь на этом, мы вводим новые калибровочно-инвариантные переменные:

$$\mathcal{X} = \chi + \dot{\pi}\beta, \tag{7a}$$
$$\mathcal{Y}_i = \Psi_i + H_i\beta, \tag{7b}$$
$$\mathcal{Z} = \Phi + \dot{\beta}. \tag{7c}$$

И в терминах этих переменных действие принимает следующий вид:

$$\begin{gathered}S^{(2)} = \int \mathrm{d}x\ abc\bigg(\frac{1}{6}A_1\sum_{i\neq j}\dot{\mathcal{Y}}_i\dot{\mathcal{Y}}_j +\\ + \frac{A_2}{2}\sum_{\substack{i=a,b,c\\ i\neq j\neq k}}\Delta_i\mathcal{Y}_j\Delta_i\mathcal{Y}_k + A_3\mathcal{Z}^2 + \mathcal{Z}\left(A_6^i\dot{\mathcal{Y}}_i\right) +\\ + \frac{A_7}{2}\mathcal{Z}\sum_{\substack{i=a,b,c\\ i\neq j\neq k}}\Delta_i^2\left(\mathcal{Y}_j + \mathcal{Y}_k\right) + \mathcal{Z}\left(A_8^i\Delta_i^2\mathcal{X}\right) +\\ +\mathcal{X}\left(A_{10}^i\ddot{\mathcal{Y}}_i\right) + A_{11}\mathcal{Z}\dot{\mathcal{X}} + \mathcal{X}\sum_{i,j}\frac{1}{2}A_{13}^{ij}\left(\Delta_i^2\mathcal{Y}_j + \Delta_j^2\mathcal{Y}_i\right) +\\ +A_{14}\left(\dot{\mathcal{X}}\right)^2 + \left(A_{15}^i\left(\Delta_i\mathcal{X}\right)^2\right) + A_{17}\mathcal{X}\mathcal{Z} + \mathcal{X}\left(A_{18}^i\dot{\mathcal{Y}}_i\right) +\\ +A_{20}\mathcal{X}^2 + C_3^{ab}\mathcal{Y}_a\dot{\mathcal{Y}}_b + C_3^{bc}\mathcal{Y}_c\dot{\mathcal{Y}}_b + C_3^{ac}\mathcal{Y}_a\dot{\mathcal{Y}}_c\bigg).\end{gathered} \tag{8}$$

Поле $\mathcal{Z}$, очевидно, является нединамическим, и, проварьировав по нему действие, мы получаем следующую связь:

$$\begin{gathered}\mathcal{Z} = -\frac{1}{2}\frac{1}{A_3}\bigg(\left(A_8^i\Delta_i^2\mathcal{X}\right) + A_6^i\dot{\mathcal{Y}}_i +\\ + A_{11}\dot{\mathcal{X}}\frac{A_7}{2}\sum_{\substack{i=a,b,c\\ i\neq j\neq k}}\Delta_i^2\left(\mathcal{Y}_j + \mathcal{Y}_k\right) + \mathcal{X}A_{17}\bigg).\end{gathered} \tag{9}$$

Затем мы подставляем $\mathcal{Y}_i = \bar{H}_i\mathcal{Y}$ и вводим новое поле ζ как следующую линейную комбинацию:

$$\zeta = \mathcal{Y} + \eta\mathcal{X},\ \text{где} \tag{10}$$
$$\eta = 9\frac{A_{11}A_4 + 2A_3A_8}{\left(4\left(\bar{H}_a\bar{H}_b + \bar{H}_a\bar{H}_c + \bar{H}_b\bar{H}_c\right)A_1A_3 - 27{A_4}^2\right)},$$

здесь и далее

$$A_4 = \frac{1}{3}\sum_{l=a,b,c}A_4^l\bar{H}_l, \quad A_8 = \frac{1}{3}\sum_{l=a,b,c}A_8^l\bar{H}_l. \tag{11}$$

Поле ζ выделяется как единственная динамическая переменная, $\mathcal{X}$ при этом становится связью. Это не единственный способ введения динамической переменной, мы также можем сделать нединамическим $\mathcal{Y}$. Физически результат, конечно, не зависит от выбора переменных, но вид действия может измениться.

Таким образом, в терминах ζ и $\mathcal{X}$ действие принимает вид:

$$\begin{gathered}S^{(2)} = \int \mathrm{d}x\ abc\bigg(\left(\dot{\zeta}\right)^2 \times\\ \times\left(\frac{2}{3}A_1\left(\bar{H}_a\bar{H}_b + \bar{H}_a\bar{H}_c + \bar{H}_b\bar{H}_c\right) - \frac{9}{2}\frac{{A_4}^2}{A_3}\right) -\\ - \dot{\zeta}\mathcal{X}C_3 - \frac{1}{2A_3}\left(\mathcal{X}C_1 - \zeta C_2\right)^2 +\\ + M\mathcal{X}^2 + \zeta^2\left(m + C_4\right) + \mathcal{X}\zeta C_5\bigg),\end{gathered} \tag{12}$$

где

$$C_1 = \Sigma_a\frac{k_x^2}{a^2} + \Sigma_b\frac{k_y^2}{b^2} + \Sigma_c\frac{k_z^2}{c^2}, \tag{13a}$$
$$C_2 = \Theta_a\frac{k_x^2}{a^2} + \Theta_b\frac{k_y^2}{b^2} + \Theta_c\frac{k_z^2}{c^2}, \tag{13b}$$
$$C_3 = \Lambda_a\frac{k_x^2}{a^2} + \Lambda_b\frac{k_y^2}{b^2} + \Lambda_c\frac{k_z^2}{c^2}, \tag{13c}$$
$$C_4 = \Pi_a\frac{k_x^2}{a^2} + \Pi_b\frac{k_y^2}{b^2} + \Pi_c\frac{k_z^2}{c^2}, \tag{13d}$$
$$C_5 = \Xi_a\frac{k_x^2}{a^2} + \Xi_b\frac{k_y^2}{b^2} + \Xi_c\frac{k_z^2}{c^2}, \tag{13e}$$

где $\Lambda_i, \Xi_i, \Pi_i, \Theta, M, m$ и Σ_i - линейные комбинации коэффициентов A_i, которые могут быть найдены в дополнительных материалах – Appendix B.

Как мы сказали ранее, теперь становится очевидным, что поле $\mathcal{X}$ является нединамическим и соответствующая ему связь будет следующая:

$$\mathcal{X} = \frac{1}{{C_1}^2 - 2MA_3}\left(\left(C_1C_2 + A_3C_5\right)\zeta - A_3C_3\dot{\zeta}\right). \tag{14}$$

После подстановки (14) в (12), мы получаем

$$\begin{gathered}S^{(2)} = \int \mathrm{d}x\ abc\bigg(\left(\dot{\zeta}\right)^2 \times\\ \times\bigg(\frac{2}{3}A_1\left(\bar{H}_a\bar{H}_b + \bar{H}_a\bar{H}_c + \bar{H}_b\bar{H}_c\right) -\\ - \frac{9}{2}\frac{{A_4}^2}{A_3} + \frac{1}{2}\frac{A_3{C_3}^2}{{C_1}^2 - 2MA_3}\bigg) +\\ + \zeta^2\bigg(C_4 + \frac{C_1C_2C_5}{{C_1}^2 - 2MA_3} +\\ + \frac{1}{2}\frac{1}{abc}\left[abc\frac{C_1C_2C_3}{{C_1}^2 - 2MA_3}\right]\bigg) +\end{gathered}$$

$$+\zeta^2\left(m+\frac{1}{2}\frac{A_3{C_5}^2+2{C_2}^2M}{{C_1}^2-2MA_3}+\right.$$
$$\left.\left.+\frac{1}{2}\frac{1}{abc}\frac{d}{dt}\left[\frac{abcA_3C_3C_5}{{C_1}^2-2MA_3}\right]\right)\right). \tag{15}$$

В действии (15) первое слагаемое – кинетический член, второе – градиентный (он пропорционален k^2), а третий соответствует массе поля ζ.

4. Изотропный предел. В изотропном случае $b=a, c=a$ коэффициенты C_i, соответственно, принимают вид:

$$C_1=A_4\frac{(2A_1A_{11}+9A_4A_8)}{\left(4A_1A_3-9{A_4}^2\right)}\frac{k^2}{a^2}, \tag{16a}$$
$$C_2=\frac{2}{3}A_1\frac{k^2}{a^2}, \tag{16b}$$
$$C_3=\frac{9A_4A_8+2A_1A_{11}}{3A_3}\frac{k^2}{a^2}, \tag{16c}$$
$$C_4=\left(A_2+\frac{1}{2}\frac{1}{a}\frac{d}{dt}\left[\frac{A_4A_1a}{A_3}\right]\right)\frac{k^2}{a^2}, \tag{16d}$$
$$C_5=0, \tag{16e}$$
$$m=M=0. \tag{16f}$$

А действие (15) сокращается до

$$S^{(2)}=\int \mathrm{d}t\,\mathrm{d}^3x\,a^3\left(\mathcal{G}_S\left(\dot{\zeta}\right)^2-\mathcal{F}_S\frac{(\boldsymbol{\nabla}\zeta)^2}{a^2}\right), \tag{17}$$

где

$$\mathcal{G}_S=\frac{4}{9}\frac{A_3{A_1}^2}{{A_4}^2}-A_1, \tag{18a}$$
$$\mathcal{F}_S=-\frac{1}{a}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\frac{aA_1A_7}{3A_4}\right]-A_2=\frac{1}{a}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\frac{aA_5\cdot A_7}{2A_4}\right]-A_2, \tag{18b}$$

что соответстует уже известному результату.

5. Проверка стабильности Вселенной с отскоком относительно малой анизотропии. Для дальнейшего анализа теории, мы рассмотрим действие (5) в унитарной калибровке $\chi=0$ и вектором момента $\bar{k}$, направленным вдоль оси x, таким образом, что $\bar{k}=(k_x,0,0)$. Затем варьируем действие по переменным Φ и β и получаем следующие связи:

$$\Phi=\frac{A_1}{3A_4^x}\left(\dot{\Psi}_b+\dot{\Psi}_c-(H_a-H_b)\,\Psi_b-(H_a-H_c)\,\Psi_c\right), \tag{19a}$$

$$k_x^2\beta=\frac{1}{A_4^x}\left(\left(\dot{\Psi}_iA_4^i\right)-\frac{1}{3}A_1k_x^2\left(\Psi_b+\Psi_c\right)\right)+ \tag{19b}$$
$$+\frac{2}{3}\frac{A_1A_3}{(A_4^x)^2}\left((H_a-H_b)\,\Psi_b+(H_a-H_c)\,\Psi_c-\left(\dot{\Psi}_b+\dot{\Psi}_c\right)\right).$$

После отрешивания связей, мы получаем действие относительно переменной Ψ

$$S^{(2)}=\int \mathrm{d}t\,\mathrm{d}^3x\,abc\left(\mathcal{G}_S\left(\dot{\Psi}\right)^2+M\Psi^2+\mathcal{F}_S\frac{k_x^2}{a^2}\Psi^2\right), \tag{20}$$

где

$$\mathcal{G}_S=\frac{2}{9}\frac{A_3{A_1}^2}{\left(A_4^x\right)^2}\left(\bar{H}_b+\bar{H}_c\right)^2-\frac{2}{3}\frac{A_1}{A_4^x}\times$$
$$\times\left(A_4^y\bar{H}_b+A_4^z\bar{H}_c\right)\left(\bar{H}_b+\bar{H}_c\right)+\frac{2}{3}A_1\bar{H}_b\bar{H}_c, \tag{21a}$$
$$\mathcal{F}_S=-2A_2\bar{H}_b\bar{H}_c-\frac{1}{9a^3}\left(\bar{H}_b+\bar{H}_c\right)^2\frac{d}{dt}\left[\frac{A_1^2a^3}{A_4^x}\right]+$$
$$+\frac{{A_1}^2}{9A_4^x}\left(\bar{H}_b^2-\bar{H}_c^2\right)\left(H_b-H_c\right), \tag{21b}$$

явное выражение для коэффициента M нам сейчас не очень важно. Несмотря на то, что мы по новой разрешили связи в унитарной калибровке, скорость звука совпадает с той, которую мы получили из действия (15).

Рассмотрим теперь модель с конкретным лагранжианом

$$\mathcal{L}=\frac{\pi^2-\tau^2}{3\left(\tau^2+\pi^2\right)^2}-\frac{\pi^2X}{\left(\tau^2+\pi^2\right)^2}+\frac{\pi X}{3\left(\tau^2+\pi^2\right)}\Box\pi+\frac{1}{2}R. \tag{22}$$

Этот лагранжиан был получен в работе [21] и отвечает ситуации, когда в действии (17) $A_4=0$. В этой моделе существует решение изотропной Вселенной с отскоком, но без динамических скалярных мод возмущений. Проверим теперь стабильность этого решения относительно малых отклонений решения от изотропного, усредненный параметр Хаббла $\bar{H}$ при этом остается неизменным

$$\begin{aligned}H_a&=\frac{t}{(\tau^2+t^2)}+\frac{\alpha}{\left(\tau^2+t^2\right)^{3/2}},\\ H_b&=\frac{t}{(\tau^2+t^2)}-\frac{\alpha}{\left(\tau^2+t^2\right)^{3/2}},\\ H_c&=\frac{t}{(\tau^2+t^2)}.\end{aligned} \tag{23}$$

Здесь параметр τ определяет амплитуду отскока, а α – величина отклонения решения от изотропного случая (см. рис. 1).

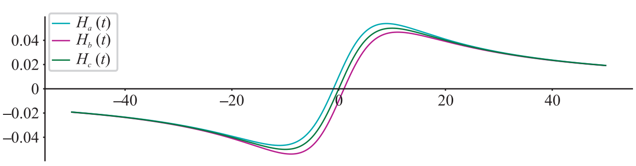

Рис. 1. (Цветной онлайн) Параметры Хаббла $H_a(t), H_b(t), H_c(t)$, при выборе $\alpha=10, \tau=10$. Решение с отскоком характеризуется наличием изгиба в начале координат и стремлением к 0 на $\pm\infty$

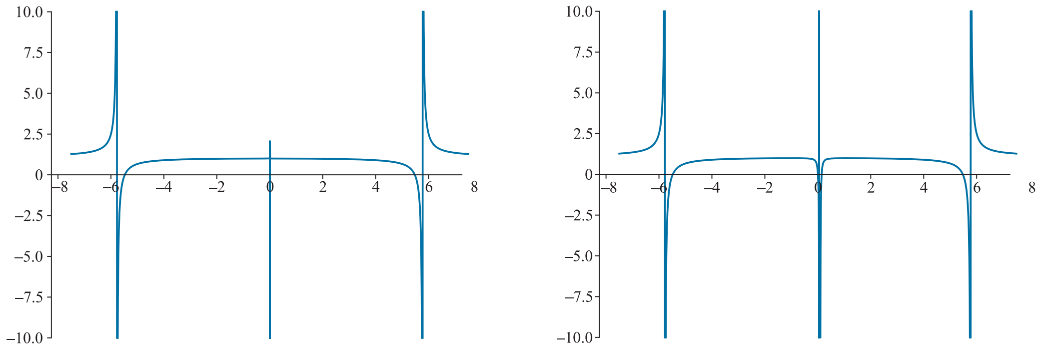

Рис. 2. (Цветной онлайн) Квадрат скорости звука c_S^2, при выборе $\alpha = 0.1, \tau = 10$ (слева) и $\alpha = 1, \tau = 20$ (справа). В этом случае, квадрат скорости звука будет иметь как минимум 2 симметричные сингулярные точки и стремиться к 0 по мере того, как Вселенная становится изотропной

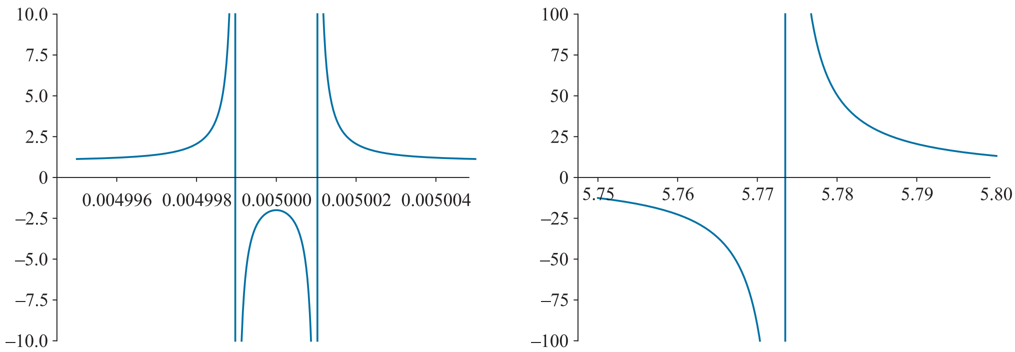

Рис. 3. (Цветной онлайн) Приближение окрестности сингулярных точек квадрата скорости звука c_S^2 для параметров $\alpha = 0.1, \tau = 10$

Для анализа стабильности скалярного поля численно был построен график квадрата скорости звука c_S^2 (рис. 2).

Графики (рис. 3) показывают, что в теории (22) скалярное поле становится неустойчивым даже при небольшом отклонении от изотропного фона. Это говорит о том, что результат, полученный ранее в работе [21], является очень частным случаем, напрямую связанным с изотропией фона.

6. Заключение. В данной работе мы построили действие для тензорных и скалярных мод возмущений метрического и скалярного полей над анизотропным фоном и проверили, остается ли устойчивым полученное ранее решение для Вселенной с отскоком. Оказалось, что устойчивость возмущений во Вселенной с отскоком напрямую связана с ее изотропией и даже при небольших отклонениях от нее квадрат скорости звука расходится и становится отрицательным. Тем не менее, наш результат открывает широкие возможности для поиска устойчивых решений и может использоваться для поиска мощности спектра анизотропных моделей ранней Вселенной.

Авторы выражают благодарность Касперу Петерсу (Kasper Peeters) за разработку и поддержку программного обеспечения Cadabra2 [27], с помощью которого было выполнено большинство расчетов.

Финансирование работы. Данная работа поддержана грантом от Российского научного фонда # 19-12-00393.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. G. W. Horndeski, Int. J. Theor. Phys. **10**, 363 (1974); DOI: 10.1007/BF01807638.
2. A. Nicolis, R. Rattazzi, and E. Trincherini, Phys. Rev. D **79**, 064036 (2009); DOI: 10.1103/PhysRevD.79.064036; arXiv: 0811.2197 [hep-th].
3. C. Deffayet, G. Esposito-Farese, and A. Vikman, Phys. Rev. D **79**, 084003 (2009); doi: 10.1103/PhysRevD.79.084003; arXiv: 0901.1314 [hep-th].

4. D. B. Fairlie, J. Govaerts, and A. Morozov, Nucl. Phys. B **373**, 214 (1992); doi: 10.1016/0550-3213(92)90455-K; arXiv:hep-th/9110022.
5. T. Kobayashi, Rept. Prog. Phys. **82**(8), 086901 (2019); doi: 10.1088/1361-6633/ab2429; arXiv: 1901.07183 [gr-qc].
6. M. Libanov, S. Mironov, and V. Rubakov, JCAP **08**, 037 (2016); doi: 10.1088/1475-7516/2016/08/037; arXiv: 1605.05992 [hep-th].
7. T. Kobayashi, Phys. Rev. D **94**(4), 043511 (2016); doi: 10.1103/PhysRevD.94.043511; arXiv: 1606.05831 [hep-th].
8. Y. Cai, Y. Wan, H.-G. Li, T. Qiu, and Y.-S. Piao, JHEP **01**, 090 (2017); doi: 10.1007/JHEP01(2017)090; arXiv: 1610.03400 [gr-qc].
9. P. Creminelli, JCAP **11**, 047 (2016); doi: 10.1088/1475-7516/2016/11/047; arXiv: 1610.04207 [hep-th].
10. R. Kolevatov, JCAP **08**, 038 (2017); doi: 10.1088/1475-7516/2017/08/038; arXiv: 1705.06626 [hep-th].
11. Y. Cai and Y.-S. Piao, JHEP **09**, 027 (2017); doi: 10.1007/JHEP09(2017)027; arXiv: 1705.03401 [gr-qc].
12. Y. Cai, Eur. Phys. J. C **77**(6), 369 (2017); doi: 10.1140/epjc/s10052-017-4938-y; arXiv: 1701.04330 [gr-qc].
13. S. Mironov, V. Rubakov, and V. Volkova, JCAP **10**, 050 (2018); doi: 10.1088/1475-7516/2018/10/050; arXiv: 1807.08361 [hep-th].
14. S. Mironov, V. Rubakov, and V. Volkova, Phys. Rev. D **100**(8), 083521 (2019); doi: 10.1103/PhysRevD.100.083521; arXiv: 1905.06249 [hep-th].
15. S. Mironov, V. Rubakov, and V. Volkova, JCAP **05**, 024 (2020); doi: 10.1088/1475-7516/2020/05/024; arXiv: 1910.07019 [hep-th].
16. A. Ilyas, M. Zhu, Y. Zheng, Y.-F. Cai, and E. N. Saridakis, JCAP **09**, 002 (2020); doi: 10.1088/1475-7516/2020/09/002; arXiv: 2002.08269 [gr-qc].
17. A. Ilyas, M. Zhu, Y. Zheng, and Y.-F. Cai, JHEP **01**, 141 (2021); doi: 10.1007/JHEP01(2021)141; arXiv: 2009.10351 [gr-qc].
18. Y. Ageeva, P. Petrov, and V. Rubakov, JHEP **12**, 107 (2020); doi: 10.1007/JHEP12(2020)107; arXiv: 2009.05071 [hep-th].
19. Y. Ageeva, O. Evseev, O. Melichev, and V. Rubakov, Phys. Rev. D **102**(2), 023519 (2020); doi: 10.1103/PhysRevD.102.023519; arXiv: 2003.01202.
20. Y. Ageeva, P. Petrov, and V. Rubakov, Phys. Rev. D **104**(6), 063530 (2021); doi: 10.1103/PhysRevD.104.063530; arXiv: 2104.13412 [hep-th].
21. S. Mironov and A. Shtennikova, arXiv: 2212.03285 [gr-qc].
22. A. A. Starobinsky, S. V. Sushkov, and M. S. Volkov, Phys. Rev. D **101**(6), 064039 (2020); doi: 10.1103/PhysRevD.101.064039; arXiv: 1912.12320 [hep-th].
23. R. Galeev, R. Muharlyamov, A. A. Starobinsky, S. V. Sushkov, and M. S. Volkov, Phys. Rev. D **103**(10), 104015 (2021); doi: 10.1103/PhysRevD.103.104015. arXiv: 2102.10981 [gr-qc].
24. V. A. Belinsky, I. M. Khalatnikov, and E. M. Lifshitz, Adv. Phys. **19**, 525 (1970); doi: 10.1080/00018737000101171.
25. C. B. Collins and S. W. Hawking, Astrophys. J. **180**, 317 (1973); doi: 10.1086/151965.
26. V. A. Belinsky, I. M. Khalatnikov, and E. M. Lifshitz, Adv. Phys. **31**, 639 (1982); doi: 10.1080/00018738200101428.
27. K. Peeters, J. Open Source Softw. **3**(32), 1118 (2018); doi: 10.21105/joss.01118.