

Дробовой шум в геликоидальных краевых состояниях в присутствии статического магнитного дефекта¹⁾

Р. А. Ниязов^{+*2)}, И. В. Крайнов*, Д. Н. Аристов^{+**×}, В. Ю. Качоровский*

⁺Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Петербургский институт ядерной физики, 188300 Гатчина, Россия

*Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН, 194021 С.-Петербург, Россия

× Санкт-Петербургский государственный университет, 199034 С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 28 декабря 2023 г.

После переработки 23 января 2024 г.

Принята к публикации 24 января 2024 г.

Вычислен фактор Фано, \mathcal{F} , дробового шума тока через краевые состояния двумерного топологического изолятора с контактами общего вида. Магнитный статический дефект сильно меняет \mathcal{F} . Для металлических контактов, по мере увеличения силы дефекта фактор Фано растет от значения $\mathcal{F} = 0$, достигает максимума, $\mathcal{F}_{\max} \approx 0.17$, и далее падает, обращаясь опять в ноль в пределе очень сильного дефекта. Для туннельных контактов в пределе инфинитезимально слабой туннельной связи, фактор Фано нечувствителен к силе дефекта: $\mathcal{F} \rightarrow 1/2$. При слабой, но конечной силе туннельной связи, \mathcal{F} демонстрирует периодическую серию острых пиков малой амплитуды при изменении магнитного потока через образец, которые при дальнейшем увеличении силы туннельной связи переходят в гармонические осцилляции Ааронова–Бома.

DOI: 10.31857/S1234567824050070, EDN: DUEBZQ

I. Введение. Одной из горячих тем, активно обсуждаемых в последнее десятилетие, является изучение электрических и оптических свойств топологических изоляторов (ТИ), т.е. материалов, которые являются изоляторами в объеме, но имеют проводящие состояния на границе [1–3]. В частности, в двумерных (2D) топологических изоляторах нетривиальная топология объемных зон приводит к появлению геликоидальных одномерных (1D) состояний, которые переносят ток по краям образца без диссипации. Распространение электронов в таких 1D-каналах характеризуется определенной киральностью, т.е. электроны с противоположными спинами распространяются в противоположных направлениях. Замечательным следствием этого является запрет рассеяния на немагнитных примесях, и именно благодаря этому свойству в таких каналах отсутствует диссипация.

Наиболее известной реализацией 2D ТИ являются квантовые ямы в соединениях на основе HgTe/CdTe, топологические свойства которых были предсказаны теоретически [4, 5] и подтверждены серией экспериментов, включая измерения кондак-

танса краевых состояний [6] и экспериментальные доказательства нелокального транспорта [7–10].

Если присоединить к краю 2D топологического изолятора два немагнитных контакта и сдвинуть (например, с помощью затвора) уровень Ферми в запрещенную зону, то кондактанс такого прибора будет полностью определяться свойствами краевых состояний (см. рис. 1). Поскольку границу образца можно

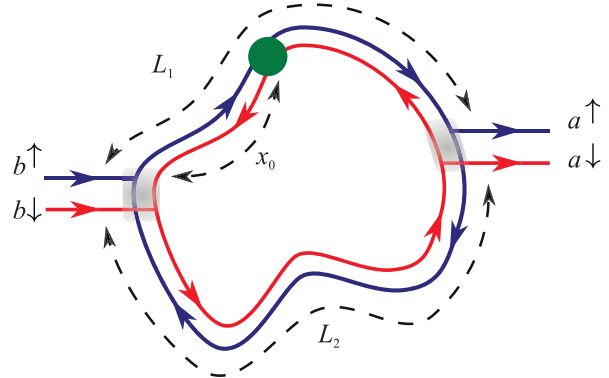


Рис. 1. (Цветной онлайн) Геликоидальный интерферометр АБ. Зеленая точка обозначает магнитный дефект. Области контактов выделены серым цветом

обойти в двух направлениях, то такая система является интерферометром. Соответственно, как средний ток, так и его шум зависят от интерференционных

¹⁾См. дополнительный материал к данной статье на сайте нашего журнала www.jetpletters.ac.ru

²⁾e-mail: niyazov_ra@pnpi.nrcki.ru

эффектов и, как следствие, наблюдаемыми величинами в таких системах можно управлять за счет эффекта Ааронова–Бома (АБ) [11–17]: они периодически зависят от магнитного потока, пронизывающего область, охваченную электронными состояниями.

Обычно интерференция затухает, когда T становится больше расстояния Δ между уровнями в системе. Как было недавно показано теоретически [14–17], для интерферометров АБ на основе геликоидальных краевых состояний (ГКС) это не так, и интерференция сохраняется даже для случая $T \gg \Delta = 2\pi v_F/L$ где $L = L_1 + L_2$, $L_{1,2}$ – длины плеч интерферометра, а v_F – скорость Ферми. Для типичной скорости Ферми порядка 10^7 см/с и типичных размеров системы (> 1 микрона), величина Δ не превышает нескольких градусов Кельвина. Это означает, что интерференционные эффекты в системах на основе ГКС могут быть изучены при относительно высоких температурах, актуальных для различных приложений.

Недавно мы обсуждали кондактанс геликоидальных интерферометров АБ [14–17] и свойства туннельной цепочки геликоидальных колец АБ [18, 19]. Здесь мы обсудим еще одну наблюдаемую величину – дробовой шум тока.

Дробовый шум в ГКС уже многократно обсуждался [20–32]. Тем не менее, роль интерференционных эффектов в шуме ранее обсуждалась только в геометрии, отличной от рис. 1, и в другом режиме, ($T, eV \ll \Delta$, где V – напряжение смещения [22, 23]). Обычно же рассматривается бесконечная граница ТИ, в которой имеется какой то дефект, приводящий к рассеянию назад (например, динамическая магнитная примесь). В реальности, неполяризованные по спину электроны, входящие в ГКС через немагнитный контакт (как туннельный, так и металлический), с равной вероятностью вылетают как направо с некоторым спином, так и налево с противоположным спином (см. ниже выражение (7) для матрицы рассеяния немагнитного контакта). Поэтому в образце конечного размера в стандартной двухтерминальной геометрии (см. рис. 1) электрон может достичь второго контакта и выйти из образца, двигаясь по или против часовой стрелки. Более того, для любых контактов, за исключением чисто металлических (например, для туннельных контактов или квантовых точечных контактов), имеется конечная вероятность пройти мимо контакта без выхода из образца, т.е. как “правые”, так и “левые” электроны могут сделать несколько намоток вокруг образца перед выходом в контакт и соответствующие процессы могут интерферировать. Отметим, что квантовые точечные контакты к ГКС

уже реализованы экспериментально [33], так что возможные проявления интерференционных эффектов в кондактансе и шуме допускают экспериментальную проверку, а интересующий нас режим, $T \gg \Delta$, не требует очень жестких ограничений по температуре.

В то же время, в отличие от стандартного интерферометра АБ на основе обычных (не геликоидальных состояний) в геликоидальном интерферометре “правые” и “левые” электронные состояния имеют противоположные спины в каждой точке и, как следствие, интерференция в баллистическом случае отсутствует. Интерференционные вклады в кондактанс и шум появляются при наличии рассеяния назад в одном из плечей интерферометра. Такое рассеяние может быть вызвано, например, магнитным дефектом или же заряженным островком, туннельно-связанным с ГКС. Важно отметить, что интерференционные эффекты в геликоидальном интерферометре не сводятся к осцилляциям АБ (примеры интерференционных процессов, не зависящих от магнитного поля, приведены в [16], см. секцию IV).

Задача о динамической магнитной примеси в ГКС изучена весьма подробно (см., например, работы [25, 28–32]). Основная идея состоит в учете обратного влияния электронов в бесконечном геликоидальном краевом состоянии на магнитную примесь, магнитный момент которой меняет направление при каждом акте рассеяния. В этом случае, при изотропном обменном взаимодействии между примесью и ГКС за некоторое время (так называемое время Корринги) магнитный момент примеси релаксирует к направлению электронного спина в ГКС в точке расположения примеси, и, как следствие, взаимодействие между примесью и ГКС полностью “выключается” (см. обсуждение в [25]). Соответственно, задача об интенсивности шума на нулевой частоте в ГКС с одной примесью имеет смысл только при наличии анизотропного обменного взаимодействия [28] (или внешнего магнитного поля, действующего на динамическую примесь, см. обсуждение в [32]). Это видно, например, из конечных формул для фактора Фано (ФФ), полученных в работе [28]. Эти формулы сингулярны в пределе изотропного обмена ($p = 1, q = 1$ в обозначениях [28]), т.е. результат для ФФ зависит от порядка устремления к нулю констант, отвечающих за анизотропию (см. также обсуждение в работе [27]).

В этом смысле, измерение ФФ в эксперименте, отвечающем постановке задачи [28], даст больше информации о свойствах примеси (например, о константах анизотропного обмена), чем непосредственно о ГКС. В то же время, в реальной ситуации, релак-

сация магнитного момента примеси обусловлена не только взаимодействием с ГКС, но также и с окружением данной примеси, что немедленно даст не сингулярный ответ для $\Phi\Phi$ и в случае изотропной примеси. Поэтому, представляется не менее интересным изучить случай, полностью противоположный случаю, рассмотренному в работах [25, 28–32], а именно, случай статического магнитного дефекта с большим спином, который жестко связан с внешним окружением. В такой постановке влиянием ГКС на магнитный момент дефекта можно пренебречь. Именно такой случай мы рассмотрим в настоящей работе.

Более конкретно, мы предполагаем, что имеется потенциальный диэлектрический ферромагнитный контакт (магнитная игла) с большой магнитной жесткостью (*magnetic stiffness*). Направление магнитного момента дефекта определяется анизотропией обмена и тензором размагничивания. Такой дефект обеспечивает существование магнитного поля в малой области ГКС, т.е. допускает упругое рассеяние назад, но не приводит к туннельной связи с ГКС. Заметим, что возможность создания статических магнитных контактов к ГКС уже обсуждалась в другом контексте [34]. В принципе, интересующие нас эффекты интерференции могли бы наблюдаться и при наличии точечного немагнитного рассеивателя с учетом электрон-электронного взаимодействия [35]. В последнем случае, однако, требуется анализ неупругих эффектов, что выходит за рамки настоящей работы.

Для одного бесспинового квантового канала интенсивность дробового шума пропорциональна произведению коэффициента прохождения \mathcal{T} и коэффициента отражения $\mathcal{R} = 1 - \mathcal{T}$ рассеивателя:

$$S(\omega = 0) \propto \mathcal{T}(1 - \mathcal{T}).$$

Удобной мерой дробового шума является $\mathcal{F}\Phi$, $\mathcal{F} = S(\omega = 0)/2eI$, где I – ток в канале.

Экспериментальное измерение $\Phi\Phi$ при нулевом магнитном поле для краевых состояний 2D ТИ дает значение $0.1 < \mathcal{F} < 0.3$ [24, 26]. Верхнее значение, 0.3, близко к значению $1/3$ для диффузионного проводника. Похожий ответ получается [36] в модели большого числа “островков”, туннельно-связанных с ГКС, в которых может релаксировать спин. Наличие таких островков активно дискутируется в настоящее время [37].

В данной работе мы изучаем $\Phi\Phi$ дробового шума для тока, протекающего через краевые состояния ТИ, к которому присоединены два одинаковых контакта, которые могут быть металлическими или туннельными. К контактам приложено фиксированное

напряжение V . Мы рассмотрим наиболее интересный и легко реализуемый в эксперименте случай:

$$\Delta \ll T \ll eV. \quad (1)$$

Для простоты, мы моделируем внешнюю систему обычной (не геликоидальной) одноканальной проволокой со спином и описываем связь интерферометра с внешней системой вещественными амплитудами t, r ($t^2 + r^2 = 1$), где r – амплитуда прыжка из внешнего контакта в краевое состояние образца, а t – амплитуда прохождения по ГКС мимо контакта (без выхода из образца) при движении электрона вдоль геликоидального края (см. рис. 2). Хотя такая модель

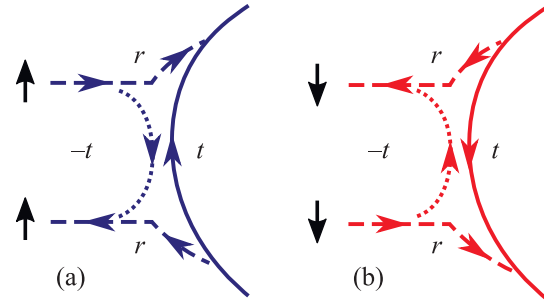


Рис. 2. (Цветной онлайн) Амплитуды рассеяния контактов, которые для простоты моделируются одноканальной проволокой со спином. Предполагается, что переворота спина на контакте не происходит и две поляризации спина в контакте полностью разделяются (проиллюстрировано красным и синим цветом). Случай $t \rightarrow 1$ отвечает туннельному контакту, а случай $t \rightarrow 0$ моделирует металлический контакт

контакта и является весьма упрощенной, она стандартно используется в квантовой интерферометрии, начиная с работы [38], поскольку позволяет описать переход от металлического контакта ($t = 0$ в случае контакта к ГКС) к туннельному ($t = 1$). В частности, она позволяет качественно описать квантовые точечные контакты к ГКС, которые уже использовались в недавнем эксперименте [33].

Предполагается, что на краю системы имеется статический МД. Цель работы – вычислить $\mathcal{F}(t, \theta, \phi)$, где θ описывает силу рассеяния на магнитном дефекте ($\theta = 0$ – отсутствие дефекта, $\theta = \pi/2$ – сильный, идеально отражающий, дефект), а $\phi = \Phi/\Phi_0$, где Φ – магнитный поток через образец, а Φ_0 – квант потока. Как мы покажем, для металлических контактов \mathcal{F} не зависит от ϕ , а магнитный дефект сильно усиливает $\Phi\Phi$. Существует оптимальное значение силы дефекта $\theta_{\max} \approx 0.28\pi$, что дает максимальное значение $\Phi\Phi$, $\mathcal{F}_{\max} \approx 0.17$. Напротив, для туннельных контактов, $\Phi\Phi$ нечувствителен как к потоку, так и к силе дефекта и равен $\mathcal{F}(1, \theta, \phi) = 1/2$. Более того,

для контактов, у которых амплитуда t близка, но не в точности равна 1, МД *уменьшает* ФФ. Мы также продемонстрируем, что для контакта с промежуточной силой связи $0 < t < 1$, внешнее магнитное поле влияет на ФФ, хотя полное относительное изменение \mathcal{F} при изменении ϕ от нуля до единицы достаточно мало ($\lesssim 0.1$).

II. Постановка задачи. Токовый шум связан с колебаниями электрического тока относительно его среднего значения $\delta\hat{I}(t) = \hat{I}(t) - \langle \hat{I} \rangle$. Токовая корреляционная функция, связанная с шумом, определяется следующим образом:

$$S(t-t') = \frac{1}{2} \langle \delta\hat{I}(t)\delta\hat{I}(t') + \delta\hat{I}(t')\delta\hat{I}(t) \rangle.$$

Здесь \hat{I} – оператор тока (аналитическое выражение для \hat{I} приведено в работах [39, 40]). Преобразование Фурье от S дает выражение мощности шума: $S(\omega) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} S(t) \exp(i\omega t) dt$ (фактор 2 в этом выражении является предметом соглашения, см. формулу (1) в [39] и комментарий после формулы (49) в [40]).

Спин-зависимый транспорт через двухтерминальное устройство полностью характеризуется матрицей амплитуд прохождения $\hat{t} = t_{\alpha\beta}$ (здесь α и β – спиновые индексы, связанные с исходящими и входящими электронами, соответственно) [39, 40]:

$$S(\omega = 0) = \frac{2e^2}{h} \int_{\mu}^{\mu+eV} d\varepsilon \text{Tr} \left[\hat{\mathcal{T}}(\varepsilon) \left(1 - \hat{\mathcal{T}}(\varepsilon) \right) \right], \quad (2)$$

где матрица

$$\hat{\mathcal{T}}(\varepsilon) = \hat{t}(\varepsilon) \hat{t}^\dagger(\varepsilon) \quad (3)$$

связана с усредненным по спину коэффициентом прохождения, $\bar{\mathcal{T}}(\varepsilon)$, формулой $\bar{\mathcal{T}}(\varepsilon) = \text{Tr}[\hat{\mathcal{T}}(\varepsilon)]/2$. Усредняя это выражение по энергии, мы получаем выражение для контактанса $G = 2(e^2/h)\langle \bar{\mathcal{T}}(\varepsilon) \rangle_\varepsilon$, и находим ток

$$eI = \frac{e^2}{h} \int_{\mu}^{\mu+eV} d\varepsilon \text{Tr} \left[\hat{\mathcal{T}}(\varepsilon) \right], \quad (4)$$

а также ФФ:

$$\mathcal{F} = \frac{\int_{\mu}^{\mu+eV} d\varepsilon \text{Tr} \left[\hat{\mathcal{T}}(1 - \hat{\mathcal{T}}) \right]}{\int_{\mu}^{\mu+eV} d\varepsilon \text{Tr}[\hat{\mathcal{T}}]}. \quad (5)$$

Амплитуды прохождения $t_{\alpha\beta}(\varepsilon)$ изменяются на энергетическом масштабе порядка расстояния между уровнями $\Delta = 2\pi v/L$. Мы сосредоточимся на наиболее интересном случае, когда выполняются условия (1). Тогда для ФФ имеем

$$\mathcal{F} = \frac{\text{Tr}\langle \hat{\mathcal{T}}(1 - \hat{\mathcal{T}}) \rangle_\varepsilon}{\text{Tr}\langle \hat{\mathcal{T}} \rangle_\varepsilon}, \quad (6)$$

где усреднение берется по узкой температурной полоске в окрестности уровня Ферми. В следующей секции мы сформулируем модель, которая позволит нам найти \mathcal{F} , используя формулу (6).

III. Модель. Мы рассматриваем 2D ТИ, предполагая, что уровень Ферми находится в объемной щели, так что транспорт между двумя контактами, присоединенными к системе, полностью определяется ГКС.

Простейшая матрица рассеяния контакта имеет вид

$$\hat{S}_l = \begin{pmatrix} -t & r & 0 & 0 \\ r & t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -t & r \\ 0 & 0 & r & t \end{pmatrix}, \quad t^2 + r^2 = 1, \quad (7)$$

где два идентичных блока отвечают за два спина, причем базис выбран в соответствии со спиновой поляризацией геликоидальных состояний в точке контакта (красный и синий цвет на рис. 2).

Будем считать, что на краю ТИ находится МД, например, потенциальный диэлектрический ферромагнитный точечный контакт с большой магнитной жесткостью и магнитным моментом, направление которого зафиксировано одноосной анизотропией или тензором размагничивания ферромагнетика. Рассеяние на таком МД описывается матрицей общего вида, допускающей рассеяние назад

$$\hat{S}_M = \begin{pmatrix} \cos\theta & i \sin\theta e^{i\varphi} \\ i \sin\theta e^{-i\varphi} & \cos\theta \end{pmatrix}, \quad (8)$$

а обратным влиянием ГКС на параметры S_M можно пренебречь. Темп рассеяния назад, R_θ , определяется величиной θ : $R_\theta = \sin^2\theta$, а фаза φ имеет смысл фазы рассеяния назад на МД.

Матрица амплитуд прохождения \hat{t} из одного контакта в другой определяется следующим образом

$$\begin{pmatrix} a^\uparrow \\ a^\downarrow \end{pmatrix} = \hat{t} \begin{pmatrix} b^\uparrow \\ b^\downarrow \end{pmatrix}, \quad (9)$$

где $(b^\uparrow, b^\downarrow)$ и $(a^\uparrow, a^\downarrow)$ – амплитуды входящих (из левого контакта) и выходящих (в правый контакт) волн соответственно (см. рис. 1). Эта матрица была вычислена ранее [15]

$$\hat{t} = \frac{r^2 e^{2\pi i \phi L_1/L}}{t} \begin{pmatrix} e^{ikL_1} & 0 \\ 0 & e^{-ikL_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \hat{g} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/t \end{pmatrix},$$

$$\hat{g} = \cos\theta \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \sum_{\alpha=\pm} \frac{1 + \alpha \hat{H}}{1 - t^2 e^{i(kL + \alpha 2\pi\phi_0)}} \right]. \quad (10)$$

Здесь ϕ_0 определяется соотношением

$$\cos(2\pi\phi_0) = \cos\theta \cos(2\pi\phi), \quad (11)$$

а матрица \hat{H} имеет вид

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} a & be^{i\xi} \\ be^{-i\xi} & -a \end{pmatrix}, \quad (12)$$

где $\xi = \varphi - 2kx_0$, $k = \varepsilon/v_F$ – импульс электрона, а x_0 – положение магнитного дефекта, отсчитанное от левого контакта. Коэффициенты

$$a = i \frac{e^{-2\pi i\phi} - \cos(2\pi\phi_0) \cos\theta}{\cos\theta \sin(2\pi\phi_0)}, \quad (13)$$

$$b = \frac{e^{-2\pi i\phi} \tan\theta}{\sin(2\pi\phi_0)}, \quad (14)$$

связаны соотношением $a^2 + b^2 = 1$ и зависят только от силы дефекта и магнитного потока, а зависимость от энергии присутствует только в недиагональных членах \hat{H} в показателях экспонент $e^{\pm i\xi}$.

IV. Вычисление ФФ. Подставляя в формулу (6) матрицу амплитуд прохождения (10) и проводя усреднение по энергии в пределе $T \gg \Delta$ можно вычислить выражение для ФФ в общем случае. Технически, при таких температурах, усреднение по энергии сводится к вычислению интеграла $\langle \dots \rangle = \frac{L}{2\pi} \int_0^{2\pi/L} dk \langle \dots \rangle$ [14, 15]. Получающееся после усреднения аналитическое выражение имеет весьма громоздкий вид (подробный вывод будет представлен в другом месте), и мы приводим его в дополнительных материалах, а для прояснения физических моментов рассмотрим предельные случаи.

A. ГКС без МД. Самый простой предельный случай отвечает отсутствию МД. В этом случае электронный спин сохраняется как в процессе движения по кольцу, так и при входе или выходе из контакта. Поскольку спин сохраняется, а разные спины описываются ортогональными спинорами, то интерференционные эффекты в этом случае отсутствуют. Матрица амплитуд прохождения в этом случае имеет диагональный вид,

$$\hat{t} = \begin{pmatrix} \frac{r^2 e^{ikL_1 + i2\pi\phi L_1/L}}{1 - t^2 e^{ikL + i2\pi\phi}} & 0 \\ 0 & \frac{r^2 e^{ikL_2 - i2\pi\phi L_2/L}}{1 - t^2 e^{ikL - i2\pi\phi}} \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Разложение входящих в диагональные члены факторов $(1 - t^2 e^{ikL \pm i2\pi\phi})^{-1}$ в ряд Тэйлора по t представляет собой сумму по числу намоток.

Используя выражения (3), (6), (15) и усредняя по энергии, мы находим, что ФФ не зависит от магнитного потока и связан простой формулой с коэффициентом прохождения:

$$\mathcal{F}[t, \theta = 0, \phi] = \frac{2t^2}{(1+t^2)^2} = \frac{1 - \tilde{T}^2}{2}. \quad (16)$$

Здесь $\tilde{T} = \langle \bar{T} \rangle_\epsilon = (1 - t^2)/(1 + t^2)$. Формула (16) представлена синей линией на рис. 3.

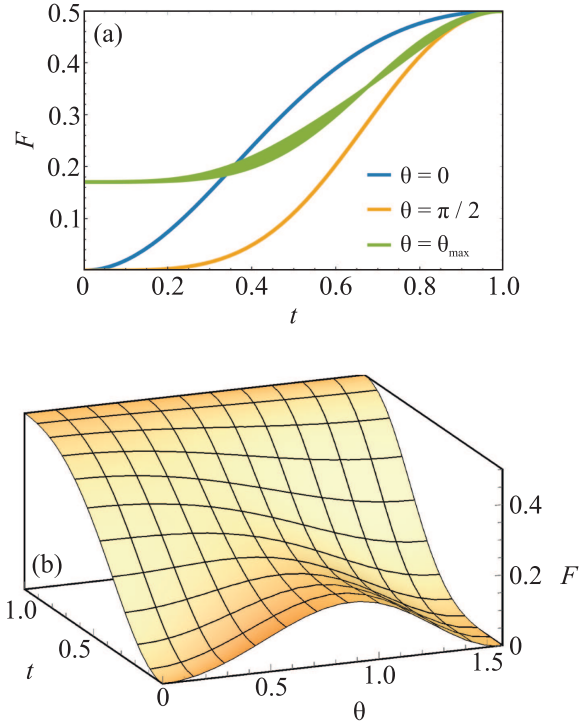


Рис. 3. (Цветной онлайн) (a) – ФФ как функция прозрачности контакта, t , при разных значениях силы рассеяния на МД, θ . Зеленая уширенная кривая показывает зависимость \mathcal{F} от t при $\theta = \theta_{\max}$. Ширина этой кривой показывает изменение \mathcal{F} при изменении магнитного потока. (b) Зависимость \mathcal{F} от t и θ при $\phi = 1/4$

B. Металлические контакты и сильный МД. Мы называем металлическим контакт, в котором электрон идеальным образом туннелирует в ГКС. Соответственно, $r = 1$ и, как следствие, $t = 0$ из-за унитарности матрицы рассеяния контакта. Последнее свойство означает, электрон проходит ГКС только от контакта до контакта, а намотки отсутствуют. Если на этом отрезке присутствует сильный магнитный дефект, $\theta = \pi/2$, то электрон отражается от него и не может пройти к следующему контакту. Таким образом, в этом случае только электроны, которые двигаются по нижнему краю образца (см. рис. 1), могут пройти через ГКС. Коэффициенты прохождения такой системы равны $\mathcal{T}_\uparrow = \mathcal{R}_\downarrow = 0$ и $\mathcal{T}_\downarrow = \mathcal{R}_\uparrow = 1$. Поэтому дробовой шум равен нулю

$$\mathcal{S} \propto (1 - \mathcal{T}_\uparrow)\mathcal{T}_\uparrow + (1 - \mathcal{T}_\downarrow)\mathcal{T}_\downarrow = 0, \quad (17)$$

прохождение электронов со спином “вверх” полностью заблокировано, а спин “вниз” беспрепятственно проходит через край образца. Таким образом, 2D ГИ с металлическими контактами, имеющий на краю сильный МД, является *бесшумовым идеальным спиновым фильтром*.

С. Сильный магнитный дефект в общем случае. Для случая произвольной силы связи с контактом, $0 < t < 1$, и сильной МД, $\theta = \pi/2$, матрица амплитуд прохождения легко вычисляется прямым суммированием амплитуд и имеет вид

$$\hat{t} = \frac{r^2 e^{-i2\pi\phi L_2/L + ikL}}{1 + t^4 e^{2ikL}} \begin{pmatrix} -e^{ikL_1} t^2 & i e^{ik(L_1 - 2x_0)} t \\ i t e^{-ik(L_1 - 2x_0)} & e^{-ikL_1} \end{pmatrix}. \quad (18)$$

В знаменателе магнитный поток отсутствует, потому что прохождение по ГКС с ненулевым числом намоток включает в себя только движение с возвратом к МД, причем имеется нечетное число намоток $2n + 1$, из которых $n + 1$ оборотов по часовой стрелке, а n против часовой. Пример двух процессов без переворота спина с 1 и 3 намотками представлен на рис. 4. Поскольку каждый (кроме одного избыточно-

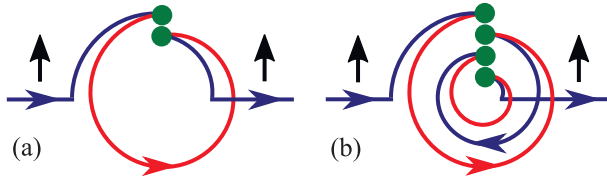


Рис. 4. (Цветной онлайн) Процессы без переворота спина с 1 и 3 намотками для случая очень сильного дефекта

го) проход по часовой стрелке сопровождается проходом против часовой стрелки, в знаменателе возникает фактор $t^2 \exp[ikL + i2\pi\phi] t^2 \exp[ikL - i2\pi\phi] = t^4 \exp[2ikL]$. В этом случае ФФ после усреднения в температурной полоске по-прежнему не зависит от магнитного потока и имеет следующий вид:

$$\mathcal{F}[t, \theta = \pi/2, \phi] = \frac{2t^4}{(1 + t^4)^2}. \quad (19)$$

Эта зависимость представлена на рис. 3 оранжевой линией.

Д. Металлические контакты и МД произвольной силы. Выше мы показали, что как в случае отсутствия МД, так и в случае очень сильного дефекта, ФФ обращается в ноль при $t = 0$, т.е. для системы с металлическими контактами (см. формулы (16) и (19), соответственно).

Рассмотрим теперь металлический контакт с $t = 0$ и предположим, что МД имеет произвольную

силу, $0 < \theta < \pi/2$. В этом случае, спины полностью разделяются, а намотки невозможны. Поэтому матрица амплитуд прохождения вычисляется тривиальным образом

$$\hat{t} = \begin{pmatrix} \cos \theta e^{ikL_1 + 2\pi\phi L_1/L} & 0 \\ 0 & e^{ikL_2 - 2\pi\phi L_2/L} \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Соответственно, ФФ имеет вид

$$\mathcal{F}[t = 0, \theta, \phi] = \frac{\sin^2 2\theta}{4(1 + \cos^2 \theta)}. \quad (21)$$

С увеличением θ от нуля, \mathcal{F} увеличивается, достигает максимума, а затем спадает и опять обращается в ноль для случая сильного дефекта. Таким образом, существует оптимальное значение силы МД, которое дает максимальное значение ФФ, $\mathcal{F}_{\max} = 3 - 2\sqrt{2} \approx 0.17$. Физически, этот случай эквивалентен случаю двух параллельных каналов – полностью баллистического и канала, сопротивление которого определяется рассеянием на дефекте. Значение \mathcal{F}_{\max} получается оптимизацией выражения $T_\theta(1 - T_\theta)/(1 + T_\theta)$ по $T_\theta = \cos^2 \theta$.

Е. Общий случай. Выше мы разобрали несколько простейших предельных случаев, в которых зависимость от ϕ отсутствовала. В общем случае зависимость от потока появляется. Общая формула для $\mathcal{F}(t, \theta, \phi)$ имеет весьма громоздкий вид и мы привели ее дополнительных материалах (см. выражения (7), (8), (9), (10) в дополнительных материалах). Из этой формулы явно видна зависимость от ϕ . Например, для почти металлического контакта, $t \ll 1$, при произвольной силе рассеяния на МД, ФФ показывает слабые осцилляции с ϕ :

$$\mathcal{F}(t, \theta, \phi) \approx \frac{R_\theta(1 - R_\theta)}{2 - R_\theta} + 2t^2 + 2t^4 \frac{R_\theta(1 - R_\theta)(10 - 12R_\theta + 3R_\theta^2)}{(2 - R_\theta)^2} \cos(4\pi\phi). \quad (22)$$

Здесь $R_\theta = 1 - T_\theta = \sin^2 \theta$ – вероятность рассеяния назад на МД. Более интересен противоположный случай почти туннельного контакта $t \rightarrow 1, r \ll 1$. В этом случае,

$$\mathcal{F}(t, \theta, \phi) \approx \frac{1}{2} - \frac{r^4}{8} - r^4 \frac{3R_\theta}{4((R_\theta - 1) \cos(4\pi\phi) + R_\theta + 1)}. \quad (23)$$

Хотя для чисто туннельного контакта, $r \equiv 0$, мы получаем универсальное значение $\mathcal{F} = 1/2$, что отвечает прохождению через независимые локализованные уровни в системе [40], при отклонении r от единицы появляется зависимость \mathcal{F} от потока, которая для

случая слабого дефекта, $R_\theta \ll 1$, имеет резкие резонансы малой амплитуды около $\phi = 0$ и $\phi = 1/2$.

Заметим, что зависимость \mathcal{F} от магнитного поля оказывается достаточно слабой. Семейство зависимостей $\Phi\Phi$ при потоке, изменяющемся в интервале от нуля до единицы при $\theta = \theta_{\max}$, т.е. $\mathcal{F}(\theta = \theta_{\max}, t, 0 < \phi < 1)$, представлено на рис. 3 зеленой уширенной линией. Ширина этой линии показывает изменение \mathcal{F} во всем релевантном интервале изменения магнитного потока. Как видно, эта ширина – существенно меньше расстояния между двумя предельными кривыми, отвечающими $\theta = 0$ и $\theta = \pi/2$. Тем не менее, эту зависимость можно выделить, изучая нормализованную величину $\mathcal{F}_{\text{norm}}(t, \theta, \phi) = [\mathcal{F}(t, \theta, \phi) - \mathcal{F}(t, \theta, 1/4)] / [\mathcal{F}(t, \theta, 0) - \mathcal{F}(t, \theta, 1/4)]$. Например, из формулы (23) при $\theta \ll 1$ получаем

$$\mathcal{F}_{\text{norm}} \approx \frac{\theta^2}{\theta^2 + \sin^2(2\pi\phi)},$$

т.е. резкие резонансы при $\phi = 0$ и $\phi = 1/2$.

Г. Сравнение со стандартным интерферометром Ааронова–Бома. Интересно сравнить полученные результаты с шумом через стандартный (не геликоидальный) бесспиновый одноканальный интерферометр Ааронова–Бома, расчет которого можно провести полностью аналогично геликоидальному случаю (кондактанс такого интерферометра обсуждался в работах [41–43]). В этой статье мы ограничимся случаем баллистического обычного интерферометра с одинаковыми плечами. Формулы для этого случая мы приводим в дополнительных материалах (более общий случай будет обсужден в другом месте). При $\phi = 0$ зависимость $\Phi\Phi$ от кондактанса дается одной и той же формулой для геликоидального и обычного интерферометра (см. формулы (16) и (S11)). Тем не менее, в обычном интерферометре зависимость от ϕ возникает даже без примесей из-за возможности рассеяния назад на контактах. Поэтому при $\phi \neq 0$ зависимости перестают совпадать, как это проиллюстрировано на рис. 5. Две разные ветки зависимости $\mathcal{F}(\tilde{T})$ возникают из-за того, что в обычном интерферометре один и тот же кондактанс можно реализовать контактами разного типа (см. панели (a) и (b) рис. S1 дополнительных материалов). Наиболее радикальное отличие возникает при $\phi = 1/2$. В этом случае, в обычном интерферометре АБ, имеется точная деструктивная интерференция для любых энергий, т.е. амплитуда прохождения тождественно равна нулю при всех энергиях, $t(\epsilon, \phi = 1/2) \equiv 0$ [38] (см. также обсуждение последствий этого тождества в работах [41, 42]). В результате, в обычном интерферометре $\mathcal{F} \rightarrow 1$ для $\delta\phi = \phi - 1/2 \rightarrow 0$ (см. формулы

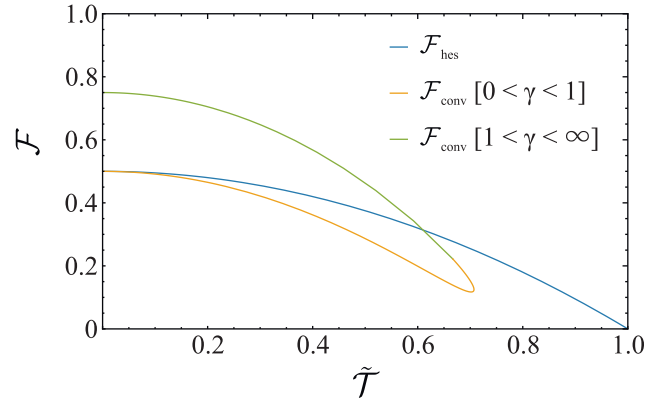


Рис. 5. (Цветной онлайн) Зависимость $\Phi\Phi$ от коэффициента прохождения интерферометра: синяя кривая – геликоидальный интерферометр без МД при изменении t в диапазоне $0 < t < 1$ (описывается формулой (16)); оранжевая и зеленая кривая отвечают одноканальному обычному интерферометру при $\phi = 0.25$ и изменении параметра туннелирования γ в диапазоне $0 < \gamma < 1$ и $1 < \gamma < \infty$, соответственно, см. дополнительные материалы. При $\phi = 0$ оранжевая и зеленая кривая “сливаются” и совпадают с синей кривой

(S5), (S7) из дополнительных материалов и обсуждение там).

В. Выводы. Важные качественные выводы и предсказания для возможных экспериментов можно сделать, анализируя рис. 3. Видно, что для металлического контакта, введение МД существенно увеличивает шум, а для туннельных контактов с очень малой связью зависимость от силы дефекта слабая и, более того, имеет другой знак, т.е. МД слегка уменьшает $\Phi\Phi$.

Подводя итог, нами получено выражение для $\Phi\Phi$ в двухтерминальной геометрии для тока, протекающего по краю 2D ТИ с МД. Проведен анализ полученного выражения в разных предельных случаях в зависимости от силы рассеяния на магнитном дефекте и прозрачности контактов. Также изучена зависимость \mathcal{F} от магнитного поля.

Мы благодарны И. С. Бурмистрову за плодотворное обсуждение.

Финансирование работы. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант # 20-12-00147-П) (Д. Н. Аристов, В. Ю. Качоровский). Вычисление фактора Фано в общем случае (секция IV Е основного текста и файл с дополнительными материалами) поддержано грантом Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых – кандидатов наук (проект # МК-2918.2022.1.2) (Р. А. Ниязов). Также работа Р. А. Ниязова частично

выполнена при финансовой поддержке Фонда развития теоретической физики и математики “БАЗИС”.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

1. B. Bernevig and T. Hughes, *Topological Insulators and Topological Superconductors*, Princeton University Press, Princeton (2013).
2. M. Z. Hasan and C. L. Kane, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 3045 (2010).
3. X.-L. Qi and S.-C. Zhang, *Rev. Mod. Phys.* **83**, 1057 (2011).
4. C. L. Kane and E. J. Mele, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 226801 (2005).
5. B. A. Bernevig, T. L. Hughes, and S. C. Zhang, *Science* **314**, 1757 (2006).
6. M. König, S. Wiedmann, C. Brüne, A. Roth, H. Buhmann, L. W. Molenkamp, X.-L. Qi, and S.-C. Zhang, *Science* **318**, 766 (2007).
7. A. Roth, C. Brüne, H. Buhmann, L. W. Molenkamp, J. Maciejko, X.-L. Qi, and S.-C. Zhang, *Science* **325**, 294 (2009).
8. G. M. Gusev, Z. D. Kvon, O. A. Shegai, N. N. Mikhailov, S. A. Dvoretzky, and J. C. Portal, *Phys. Rev. B* **84**, 121302 (2011).
9. C. Brüne, A. Roth, H. Buhmann, E. M. Hankiewicz, L. W. Molenkamp, J. Maciejko, X.-L. Qi, and S.-C. Zhang, *Nat. Phys.* **8**, 485 (2012).
10. A. Kononov, S. V. Egorov, Z. D. Kvon, N. N. Mikhailov, S. A. Dvoretzky, and E. V. Deviatov, *JETP Lett.* **101**, 814 (2015).
11. P. Delplace, J. Li, and M. Büttiker, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 246803 (2012).
12. F. Dolcini, *Phys. Rev. B* **83**, 165304 (2011).
13. G. Gusev, Z. Kvon, O. Shegai, N. Mikhailov, and S. Dvoretzky, *Solid State Commun.* **205**, 4 (2015).
14. R. A. Niyazov, D. N. Aristov, and V. Y. Kachorovskii, *Phys. Rev. B* **98**, 045418 (2018).
15. R. A. Niyazov, D. N. Aristov, and V. Y. Kachorovskii, *npj Comput. Mater.* **6** (2020).
16. R. A. Niyazov, D. N. Aristov, and V. Y. Kachorovskii, *Phys. Rev. B* **103**, 125428 (2021).
17. R. A. Niyazov, D. N. Aristov, and V. Y. Kachorovskii, *JETP Lett.* **113**, 689 (2021).
18. R. A. Niyazov, D. N. Aristov, and V. Y. Kachorovskii, *Phys. Rev. B* **108**, 075424 (2023).
19. R. A. Niyazov, D. N. Aristov, and V. Y. Kachorovskii, *JETP Lett.* **118**, 376 (2023).
20. N. Lezmy, Y. Oreg, and M. Berkooz, *Phys. Rev. B* **85**, 235304 (2012).
21. A. Del Maestro, T. Hyart, and B. Rosenow, *Phys. Rev. B* **87**, 165440 (2013).
22. J. M. Edge, J. Li, P. Delplace, and M. Büttiker, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 246601 (2013).
23. F. Dolcini, *Phys. Rev. B* **92**, 155421 (2015).
24. E. S. Tikhonov, D. V. Shovkun, V. S. Khrapai, Z. D. Kvon, N. N. Mikhailov, and S. A. Dvoretzky, *JETP Lett.* **101**, 708 (2015).
25. J. I. Väyrynen and L. I. Glazman, *Phys. Rev. Lett.* **118**, 106802 (2017).
26. S. U. Piatrusha, L. V. Ginzburg, E. S. Tikhonov, D. V. Shovkun, G. Koblmüller, A. V. Bubis, A. K. Grebenko, A. G. Nasibulin, and V. S. Khrapai, *JETP Lett.* **108**, 71 (2018).
27. K. E. Nagaev, S. V. Remizov, and D. S. Shapiro, *JETP Lett.* **108**, 664 (2018).
28. P. D. Kurilovich, V. D. Kurilovich, I. S. Burmistrov, Y. Gefen, and M. Goldstein, *Phys. Rev. Lett.* **123**, 056803 (2019).
29. V. D. Kurilovich, P. D. Kurilovich, I. S. Burmistrov, and M. Goldstein, *Phys. Rev. B* **99**, 085407 (2019).
30. B. V. Pashinsky, M. Goldstein, and I. S. Burmistrov, *Phys. Rev. B* **102**, 125309 (2020).
31. C.-H. Hsu, P. Stano, J. Klinovaja, and D. Loss, *Semicond. Sci. Tech.* **36**, 123003 (2021).
32. B. Probst, P. Virtanen, and P. Recher, *Phys. Rev. B* **106**, 085406 (2022).
33. S. Munyan, A. Rashidi, A. C. Lygo, R. Kealhofer, and S. Stemmer, *Nano Lett.* **23**, 5648 (2023).
34. D. V. Khomitsky, A. A. Konakov, and E. A. Lavrukina, *J. Phys. Condens. Matter* **34**, 405302 (2022).
35. V. A. Sablikov and A. A. Sukhanov, *Phys. Rev. B* **103**, 155424 (2021).
36. P. P. Aseev and K. E. Nagaev, *Phys. Rev. B* **94**, 045425 (2016).
37. E. Olshanetsky, G. Gusev, A. Levin, Z. Kvon, and N. Mikhailov, *Phys. Rev. Lett.* **131**, 076301 (2023).
38. M. Büttiker, Y. Imry, and M. Y. Azbel, *Phys. Rev. A* **30**, 1982 (1984).
39. M. J. M. de Jong and C. W. J. Beenakker, in *Mesoscopic Electron Transport*, NATO ASI Series E, ed. by L. Sohn, L. Kouwenhoven, and G. Schön, Kluwer Academic Publishing, Dordrecht (1997), v. 345, p. 225.
40. Y. Blanter and M. Büttiker, *Phys. Rep.* **336**, 1 (2000).
41. A. P. Dmitriev, I. V. Gornyi, V. Y. Kachorovskii, and D. G. Polyakov, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 036402 (2010).
42. A. P. Dmitriev, I. V. Gornyi, V. Y. Kachorovskii, D. G. Polyakov, and P. M. Shmakov, *JETP Lett.* **100**, 839 (2015).
43. A. P. Dmitriev, I. V. Gornyi, V. Y. Kachorovskii, and D. G. Polyakov, *Phys. Rev. B* **96**, 115417 (2017).