

# Аномальный эффект Джозефсона в планарной гибридной структуре со спин-орбитальным взаимодействием<sup>1)</sup>

А. В. Самохвалов<sup>2)</sup>

Институт физики микроструктур РАН, 603950 Н. Новгород, Россия

Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского, 603950 Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию 13 февраля 2024 г.

После переработки 19 февраля 2024 г.

Принята к публикации 1 марта 2024 г.

Теоретически изучен способ формирования контролируемой фазовой неоднородности в гибридной структуре, состоящей из короткого джозефсоновского контакта на стыке двух тонких сверхпроводящих пленок, один из электродов которого частично покрыт ферромагнитным изолятором. Совместное действие спинового расщепления и спин-орбитального взаимодействия Рашбы на границе сверхпроводника и ферромагнетика приводит к генерации спонтанного сверхтока, изменяющего транспортные свойства контакта. Выполнены расчеты критического тока и ток-фазовой зависимости такой гибридной структуры и показана возможность создания на ее основе аномального джозефсоновского  $\varphi_0$ -контакта с плавным изменением фазового сдвига  $\varphi_0$  в широких пределах.

DOI: 10.31857/S1234567824070061, EDN: PZNNXR

В последнее время растет интерес к изучению мезоскопических систем, в которых одновременно присутствуют сверхпроводимость, спин-орбитальное взаимодействие и магнетизм. Подобные сверхпроводящие структуры, у которых нарушена симметрия относительно обращения времени и пространственной инверсии [1], демонстрируют два интересных и взаимосвязанных поведения: аномальный эффект Джозефсона (см. обзор [2] и литературу в нем) и сверхпроводящий (СП) диодный эффект [3]. В первом случае речь идет о джозефсоновских  $\varphi_0$ -переходах с произвольным значением разности фаз  $\varphi_0$  в основном состоянии, ток-фазовое соотношение для которых имеет вид  $I(\varphi) = I_c \sin(\varphi + \varphi_0)$  [4, 5]. Здесь  $\varphi$  – разность фаз между СП электродами, а  $|I_c|$  – максимальный (критический) сверхток, который может протекать через переход [6, 7]. В частном случае  $\varphi_0 = \pi$  формируется  $\pi$ -контакт [8–11], которому формально соответствует отрицательное значение критического тока  $I_c < 0$  (см. обзор [12] и литературу в нем). Аномальный эффект Джозефсона может быть реализован между сверхпроводниками с необычным типом спаривания [13–15], в структурах, состоящих из чередующихся  $0$  и  $\pi$  минипереходов [4, 16–18], в контактах из обычных синглетных

сверхпроводников с барьером из магнитного металла без центра инверсии [5, 19, 20], а также в целом ряде других систем, включающих в себя квантовые точки [21] и полупроводниковые нанопроволоки с сильным спин-орбитальным взаимодействием [22], или топологические изоляторы [23, 24]. Помещенный в замкнутый контур, такой  $\varphi_0$ -контакт индуцирует аномальный джозефсоновский ток и может использоваться в качестве фазовой батареи [22, 25] или для управления СП цепями и запоминающими устройствами [26–28]. Сверхпроводящий диодный эффект подразумевает невзаимный (в более общем случае – анизотропный) транспорт, который возможен как в объемных материалах [29–31], так и в различного рода СП системах [32, 33], в том числе на основе джозефсоновских контактов [34, 35].

Описанные выше способы формирования  $\varphi_0$ -контакта используют различные механизмы формирования разности фаз, возникающие из-за особенностей туннелирования через барьер и/или симметрии сверхпроводящей волновой функции. Альтернативный подход заключается в создании фазового сдвига на переходе при помощи внешнего магнитного потока, пронизывающего нормальную область [18, 36, 37], или инъекции тока в область контакта на масштабе, меньшем характерной джозефсоновской длины [38–40]. Источниками сильной фазовой неоднородности в области перехода могут служить вихри Абрикосова, захваченные в

<sup>1)</sup>См. дополнительный материал к данной статье на сайте нашего журнала [www.jetpletters.ac.ru](http://www.jetpletters.ac.ru)

<sup>2)</sup>e-mail: samokh@ipmras.ru

электродах контакта [41–44]. Положением вихрей Абрикосова в контактах можно управлять, создавая дополнительный потенциал пиннинга при помощи микроstructuring СП электродов [45] или формируя у поверхности сверхпроводника массив субмикронных ферромагнитных частиц [46–48], намагниченность которых может быть изменена зондом магнитосилового микроскопа [49]. Изменение положения вихрей относительно контакта ведет к существенному изменению полевой зависимости  $I_c(H)$  [45], транспортных свойств и ток-фазовой зависимости джозефсоновского контакта, и может сопровождаться формированием  $\pi$ -состояния в такой гибридной системе [50].

В данной работе изучены свойства гибридной структуры сверхпроводник–ферромагнетик (СФ) со свойствами перестраиваемого  $\varphi_0$ -контакта, которая состоит из планарного (торцевого) джозефсоновского перехода, один из СП электродов которого частично покрыт ферромагнитным изолятором (ФИ), магнитный момент которого лежит в плоскости пленки  $(x, y)$  (рис. 1). Обменное взаимодействие между

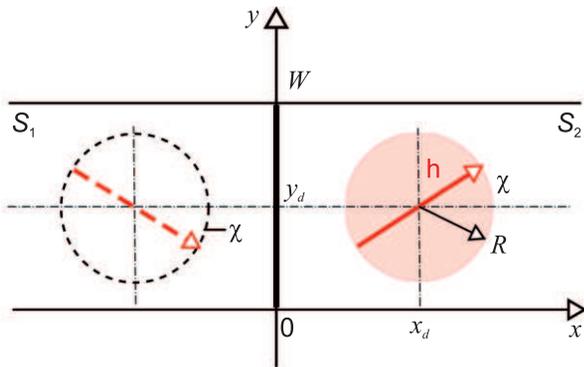


Рис. 1. (Цветной онлайн) Схематичное изображение модельной СФ структуры: торцевой джозефсоновский переход в плоскости  $x = 0$  и однородно намагниченный ФИ диск радиуса  $R$  с центром в точке  $(x_d, y_d)$ . Пунктиром показано “изображение” ФИ диска, добавление которого обеспечивает отсутствие нормальной  $x$ -компоненты сверхтока в плоскости контакта и выполнение граничного условия (5)

ферромагнитно-упорядоченными ионами ФИ и электронами проводимости металла создает эффективное обменное поле  $\mathbf{h}$ , которое вызывает заметное расщепление спиновых подзон [51–54] (см., также обзоры [55, 56]). Из-за нарушенной симметрии относительно пространственной инверсии, в поверхностном слое толщиной  $l_{SO} \sim \hbar/\sqrt{2mE_g} \ll d$  вблизи СФ границы ( $-l_{SO} \leq z \leq 0$ ) присутствует СО взаимодействие Рашбы  $(\alpha_R/\hbar)[\mathbf{n} \times \mathbf{p}] \cdot \sigma$  [57, 58]. Здесь  $\mathbf{p}$  –

импульс электрона,  $\sigma$  – вектор матриц Паули,  $\mathbf{n}$  – единичный вектор в направлении нормали к СФ поверхности,  $E_g$  – типичная величина запрещенной зоны в ФИ, а  $\alpha_R = \hbar v_R$  – константа СО связи, зависящая от скорости Рашбы  $v_R$  [59]. Совместное действие обменного поля, СО взаимодействия и сверхпроводящего спаривания приводит к формированию в сверхпроводнике спирального (геликоидального) состояния [60], которое характеризуется модуляцией фазы сверхпроводящего параметра порядка  $\psi$  в направлении  $[\mathbf{n} \times \mathbf{h}]$  и оказывается бестоковым в пространственно однородных системах [57, 58, 60, 61]. Если сверхпроводник покрыт ферромагнетиком частично, то геликоидальное состояние формируется только в ограниченной области, что приводит к генерации сверхтока в гибридной структуре [62–65]. Сформированная таким образом фазовая неоднородность, которая играет роль фазовой батареи [66, 67], и создаваемый ею сверхток позволяют эффективно изменять ток-фазовую зависимость гибридной структуры в целом.

В качестве модельного объекта рассмотрим СФ-структуру, состоящую из джозефсоновского перехода на стыке двух пленок  $S_1$  и  $S_2$  сверхпроводника  $s$ -типа толщиной  $d$  ( $\lambda_F \ll d \ll \xi$ ) и шириной  $W \ll \Lambda$ , которые разделены тонким слоем изолирующего барьера (рис. 1). На поверхности электрода  $S_2$  торцевого контакта расположен ФИ диск с центром в  $\mathbf{r}_d = (x_d, y_d)$  и радиусом  $\xi \ll R \lesssim W/2$ . Здесь  $\xi$  – длина когерентности,  $\lambda_F$  – фермиевская длина волны сверхпроводящего металла в нормальном состоянии, а  $\Lambda = \lambda^2/d$  – пирловская глубина экранировки магнитного поля в пленке [68], зависящая от лондоновской глубины  $\lambda = (mc^2/4\pi c^2 n_s)^{1/2}$  для массивного сверхпроводника. При  $d \ll \xi$  обменное взаимодействие в СП пленке под диском ( $|\mathbf{r} - \mathbf{r}_d| \leq R$ ) можно считать пространственно однородным. Полагая, что ФИ индуцирует в поверхностном слое толщиной  $a$  обменное поле  $h_{FI}$ , можно оценить величину эффективной энергии обменного взаимодействия  $h \approx h_{FI}(a/d)$  [52–56]. Ограничиваясь в дальнейшем случаем достаточно низких температур, не будем учитывать подавление сверхпроводящего параметра порядка  $\psi = |\psi| e^{i\phi(\mathbf{r})}$  из-за обратного эффекта близости на СФ границе, считая  $|\psi|$  и  $\Lambda$  в СП пленке всюду одинаковыми. Будем полагать также, что расстояние от перехода до диска не слишком мало ( $x_d - R \gg \xi$ ), а вихри Пирла [68], которые могут образоваться вблизи краев ФИ диска [65, 69–71], отсутствуют. При этих предположениях, в функционал свободной энергии рассматриваемой гибридной структуры следует добавить линейное по импульсу

слагаемое (инвариант Лифшица), которое для модели Лондонов можно записать в виде [64]

$$\mathcal{F}_L = \frac{\alpha_R l_{SO}}{E_F} |\psi|^2 \int d\mathbf{r} [\mathbf{h}(\mathbf{r}) \times \mathbf{n}] \left( \nabla\phi + \frac{2\pi}{\Phi_0} \mathbf{A} \right), \quad (1)$$

где  $\Phi_0 = \pi\hbar c/e$  – квант магнитного потока ( $e > 0$ ),  $E_F$  – энергия Ферми в сверхпроводящем металле, а  $\mathbf{r} = (x, y)$  – радиус-вектор в плоскости структуры. Заметим, что вклад  $\mathcal{F}_L$  в свободную энергию сверхпроводника с нарушенной вдоль направления  $\mathbf{n}$  симметрией относительно пространственной инверсии и в присутствии обменного или зеемановского поля  $\mathbf{h}$  можно обосновать, используя только симметричные соображения [72, 73].

Возникновение неоднородного геликоидального состояния в ограниченной области СП пленки под ФИ диском приводит к генерации спонтанного сверхтока, распределение которого в лондоновском приближении с учетом градиентного слагаемого (1) и джозефсоновского перехода в плоскости  $x = 0$  описывается выражением

$$\mathbf{g}(\mathbf{r}) = -\frac{c\Phi_0}{8\pi^2\Lambda} \left( \nabla\phi + \frac{2\pi}{\Phi_0} \mathbf{A} - v + \alpha(\mathbf{r}) \right), \quad (2)$$

где символом  $\nabla$  обозначен градиент в плоскости  $(x, y)$ . Параметр

$$\alpha(\mathbf{r}) = \alpha_0 [\mathbf{e}_h, \mathbf{z}_0], \quad \alpha_0 = \frac{4\pi l_{SO}}{d\lambda_R} \frac{\hbar}{E_F} \quad (3)$$

отличен от нуля в области, покрытой ФИ диском, и характеризует совместное действие обменного поля  $\mathbf{h} = h\mathbf{e}_h$  и СО взаимодействия Рашбы ( $\lambda_R = 2\pi\hbar/mv_R$  – длина волны, соответствующая импульсу Рашбы), а  $\mathbf{e}_h$  – единичный вектор в направлении обменного поля. Вихревой источник  $v$  определяется градиентом джозефсоновской разности фаз  $\partial_y\varphi(y)$  на переходе [74]

$$\nabla \times v = \partial_y\varphi \delta(x) \mathbf{z}_0, \quad \nabla \cdot v = 0. \quad (4)$$

Для простейшей синусоидальной зависимости джозефсоновского тока от разности фаз  $j = j_c \sin\varphi$ , нормальная по отношению к переходу компонента тока  $\mathbf{g}$  в плоскости перехода должна удовлетворять условию

$$g_x(0, y) = g_c \sin(\varphi(y)), \quad g_c = j_c d.$$

В торцевом переходе с критической плотностью тока  $j_c$  при  $d \ll \lambda$  роль джозефсоновской длины  $\lambda_J = (c\Phi_0/16\pi^2\lambda j_c)^{1/2}$  играет величина  $L = \lambda_J^2/\lambda = c\Phi_0/16\pi^2\Lambda g_c$  [75], и при  $W \ll \Lambda$ ,  $L$  вклад вихревого источника  $v$  (4) в сверток  $\mathbf{g}(\mathbf{r})$  (2) можно не учитывать [76]. Полагая критический ток контакта малым

по сравнению с токами, индуцированными в пленке ФИ диском, пренебрежем малой электронной прозрачностью изолирующего барьера и будем считать в дальнейшем  $j_c = 0$ . Это простейшее приближение соответствует нулевому граничному условию для компоненты сверхтока  $g_x(\mathbf{r})$  в электроде  $S_2$  контакта

$$g_x(0, y) = 0 \quad (5)$$

и допускает аналитическое решение, позволяющее качественно описать ожидаемый эффект. В рассматриваемом здесь случае узкой СП полоски ( $W \ll \Lambda$ ), “разорванной” джозефсоновским переходом, можно пренебречь эффектом экранировки и не учитывать влияние создаваемого этим током магнитного поля. При этом распределение тока  $\mathbf{g}(\mathbf{r})$  будет определяться преимущественно слагаемым  $\nabla\phi$  ( $\Phi_0 |\nabla\phi|/|\mathbf{A}| \sim \Lambda/W \gg 1$ ), а вкладом векторного потенциала  $\mathbf{A}$  в выражении (2) можно пренебречь. На краях СП полоски ( $y = 0, W$ )  $y$ -компонента сверхтока  $\mathbf{g}(\mathbf{r})$  (2) должна отсутствовать, что соответствует граничным условиям

$$g_y(x, 0) = g_y(x, W) = 0. \quad (6)$$

Условие  $\text{div} \mathbf{g}(\mathbf{r}) = 0$  вместе с выражением (2) и граничными условиями (5) и (6) позволяют рассчитать распределение СП параметра порядка и сверхтока, возбуждаемого в узкой СП полоске с торцевым джозефсоновским переходом под действием обменного поля ФИ диска и СО взаимодействия Рашбы на СФ интерфейсе.

Подставляя выражение для сверхтока (2) в условие  $\text{div} \mathbf{g}(\mathbf{r}) = 0$ , получим двумерное уравнение Пуассона

$$\Delta\phi(\mathbf{r}) = -\text{div} \alpha(\mathbf{r}), \quad (7)$$

которое вместе с граничными условиями (5), (6) описывает распределение фазы  $\phi(\mathbf{r})$  параметра порядка в электроде контакта  $S_2$  с ФИ диском, т.е. в данном случае при  $x \geq 0$  (см. рис. 1). При указанных приближениях – пренебрежение эффектами экранировки ( $\mathbf{A} = 0$ ) и отсутствие джозефсоновского тока через абсолютно непрозрачный барьер ( $j_c = 0$ ) – в левом контакте  $S_1$  сверхток отсутствует, и устанавливается однородное состояние с волновой функцией, фазу которой для определенности можно принять равной нулю. Для выполнения граничного условия (5) воспользуемся методом изображений и добавим сверхток, создаваемый ФИ диском с центром  $(-x_d, y_d)$ , радиусом  $R$  и обменным полем  $\tilde{\mathbf{h}} = h(\mathbf{x}_0 \cos\chi - \mathbf{y}_0 \sin\chi)$ . В силу линейности уравнения (7) и граничных условий (5), (6) представим искомое решение уравнения (7) при  $x \geq 0$  в виде

$$\phi(\mathbf{r}) = \phi_+^\alpha(\mathbf{r}) + \phi_-^\alpha(\mathbf{r}) + \psi(\mathbf{r}). \quad (8)$$

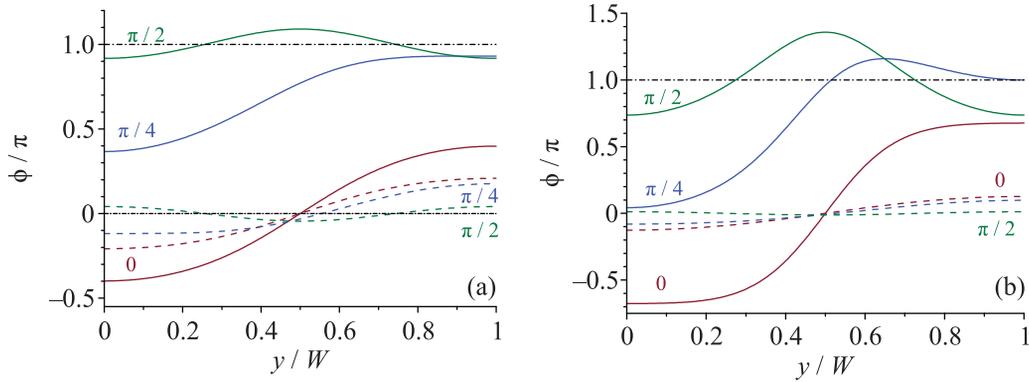


Рис. 2. (Цветной онлайн) Распределение фазы волновой функции  $\phi(x_s, y)$  (8), (9), (12) в двух поперечных сечениях электрода  $S_2$  ( $x_s = 0$  – сплошные линии;  $x_s = W$  – пунктирные линии) и для нескольких ориентаций обменного поля ФИ диска  $\chi = 0; \pi/4; \pi/2$ : (a) –  $x_d = 0.5W$ ; (b) –  $x_d = 0.3W$ . Расчеты выполнены для  $\alpha_0 R^2/W = 1$ ,  $R = 0.25W$ ,  $y_d = 0.5W$

Здесь  $\phi_{\pm}^{\alpha}(\mathbf{r})$  – решение уравнений Пуассона (7) в неограниченной пленке с ФИ диском, источники в правой части которых отличны от нуля в областях  $r_{\pm}^2 = (x \mp x_d)^2 + (y - y_d)^2 \leq R^2$  и характеризуются обменным полем  $\mathbf{h} = h(\mathbf{x}_0 \cos \chi \pm \mathbf{y}_0 \sin \chi)$ , соответственно (см. дополнительные материалы):

$$\phi_{\pm}^{\alpha}(\mathbf{r}) = \frac{\alpha_0}{2} [\mp(x \mp x_d) \sin \chi + (y - y_d) \cos \chi] \times \begin{cases} 1, & r_{\pm} < R \\ (R/r_{\pm})^2, & r_{\pm} > R \end{cases}. \quad (9)$$

Функция  $\psi(\mathbf{r})$  – это решение двумерного уравнения Лапласа

$$\Delta \psi(\mathbf{r}) = 0 \quad (10)$$

в бесконечной полосе  $|x| < \infty$ ,  $0 \leq y \leq W$  с граничными условиями на краях  $y = 0$  и  $y = W$

$$\partial_y \psi \Big|_{y=0, W} = -\partial_y (\phi_+^{\alpha} + \phi_-^{\alpha}) \Big|_{y=0, W}, \quad (11)$$

которое можно записать в виде [77]:

$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{\alpha_0 R^2}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} du [f_w(u) Q_w(\mathbf{r}, u) - f_d(u) Q_d(\mathbf{r}, u)],$$

$$Q_{d(w)}(\mathbf{r}, u) = \ln \left[ \cosh \left( \pi \frac{x - u}{W} \right) \mp \cos \left( \frac{\pi y}{W} \right) \right], \quad (12)$$

$$f_{d(w)}(u) = \frac{\cos \chi}{u_{d(w)+}^2} \mp \frac{2y_{d(w)} [(u - x_d) \sin \chi \pm y_{d(w)} \cos \chi]}{u_{d(w)+}^4} + \frac{\cos \chi}{u_{d(w)-}^2} \pm \frac{2y_{d(w)} [(u + x_d) \sin \chi \mp y_{d(w)} \cos \chi]}{u_{d(w)-}^4},$$

где  $y_w = W - y_d$ ,  $u_{d\pm}^2 = (u \mp x_d)^2 + y_d^2$  и  $u_{w\pm}^2 = (u \mp x_d)^2 + y_w^2$ .

Полученные таким образом выражения (8), (9) и (12) определяют распределение фазы параметра порядка  $\phi(x, y)$  в неоднородном состоянии, возникающем в узкой СП полоске с торцевым джозефсоновским переходом при  $x \geq 0$  под действием обменного поля ФИ диска и СО взаимодействия Рашбы на СФ интерфейсе. При этом фаза  $\phi(x, y)$  определена с точностью до произвольного значения  $\varphi_0$ , которое фиксирует разность фаз параметров порядка в электродах  $S_1$  и  $S_2$  далеко от области перехода и ФИ диска, где устанавливается однородное СП состояние. На рисунке 2 показаны распределения фазы  $\phi(x, y)$  для двух поперечных сечений электрода  $S_2$  при разных ориентациях обменного поля ФИ диска. Из рисунка 2 видно, что в поперечном сечении  $x = x_s$  справа от диска распределение фазы  $\phi(x_s, y)$  (пунктирные линии) становится практически однородным уже при  $x_s - x_d \gtrsim R$ . Создаваемое ФИ диском неоднородное распределение фазы  $\phi(0, y)$  в плоскости перехода (сплошные линии) существенно зависит от ориентации обменного поля  $\mathbf{h}$  и расположения ФИ диска. Амплитуда модуляции фазы  $\phi(0, y)$ , как и следовало ожидать, растет с уменьшением расстояния  $x_d - R$  между диском и переходом.

Ограничимся в дальнейшем случае, когда центр ФИ диска расположен симметрично относительно краев СП полоски, т.е. положим  $y_d = W/2$ . Поскольку очевидным пространственным масштабом в рассматриваемой структуре является ширина СП электродов  $W$ , то перейдем к безразмерным переменным, измеряя все расстояния в единицах  $W$ . Тогда  $y_w = y_d$ ,  $u_{w\pm} = u_{d\pm}$ , выражение для  $\psi_0(y) = \psi(0, y)$  (12) упрощается и может быть записано в виде:

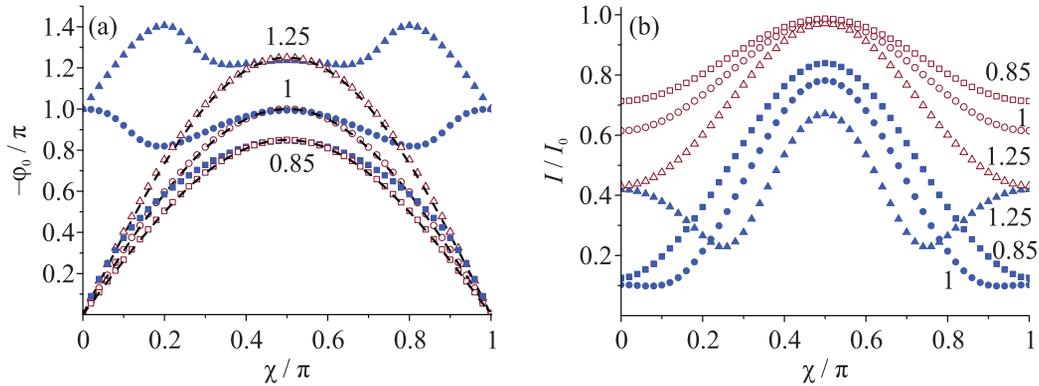


Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимости: (а) – фазового сдвига  $\varphi_0$  и (б) – критического тока  $I_c$  от направления обменного поля  $\chi$  для трех значений параметра  $\alpha_0 R^2/W = 0.85; 1; 1.25$  и двух расстояний от центра ФИ диска до перехода  $x_d = 0.3W$  (заполненные символы) и  $x_d = 0.5W$  (незаполненные символы). Расчеты выполнены для  $R = 0.25W$ ,  $y_d = 0.5W$ . Пунктирными линиями на панели (а) показана зависимость (16)

$$\psi_0(y) = \frac{\alpha_0 R^2}{4\pi W} \times \left\{ \cos \chi \int_{-\infty}^{+\infty} du A(u) [Q_w(0, y, u) - Q_d(0, y, u)] + \sin \chi \int_{-\infty}^{+\infty} du B(u) [Q_d(0, y, u) + Q_w(0, y, u)] \right\}, \quad (13)$$

$$A(u) = \frac{(u - x_d)^2 - y_d^2}{[(u - x_d)^2 + y_d^2]^2} + \frac{(u + x_d)^2 - y_d^2}{[(u + x_d)^2 + y_d^2]^2},$$

$$B(u) = \left[ \frac{2y_d(u - x_d)}{[(u - x_d)^2 + y_d^2]^2} - \frac{2y_d(u + x_d)}{[(u + x_d)^2 + y_d^2]^2} \right].$$

В предельном случае малой прозрачности изолирующего барьера ( $j_c \rightarrow 0$ ), найденное распределение фазы параметра порядка  $\phi(x, y) + \varphi_0$  в электроде  $S_2$  определяет джозефсоновскую разность фаз  $\varphi(y) + \varphi_0 = \phi(0, y) + \varphi_0$  на торцевом контакте, где

$$\varphi(y) = \frac{\alpha_0 R^2}{W} \frac{x_d \sin \chi + (y - y_d) \cos \chi}{x_d^2 + (y - y_d)^2} + \psi_0(y). \quad (14)$$

Амплитуда модуляции джозефсоновской разности фаз (14) зависит от безразмерного параметра  $\alpha_0 R^2/W$ , который описывает совокупное влияние спонтанного сверхтока (2) на торцевой переход.

Для постоянной величины  $j_c$  и синусоидальной зависимости плотности сверхтока через контакт от разности фаз, основное состояние джозефсоновского перехода в рассматриваемой гибридной структуре соответствует минимуму энергии

$$E_J(\varphi_0) = \frac{\hbar I_0}{2e} \left[ 1 - \int_0^1 dy \cos[\varphi(y) + \varphi_0] \right], \quad (15)$$

где  $I_0 = j_c dW$  – максимальный сверхток торцевого контакта, выражение  $\varphi(y)$  (14) определяет модуляцию разности фаз на переходе, а  $\varphi_0$  – разность фаз параметров порядка в сечениях электродов  $S_1$  и  $S_2$  далеко от области перехода и ФИ диска, где устанавливается однородное по пространственным координатам СП состояние. Минимум энергии (15) определяет фазовый сдвиг  $\varphi_0 = -\arctan(S_\varphi/C_\varphi)$  в ток-фазовом соотношении  $I(\varphi) = I_c \sin(\varphi + \varphi_0)$ , где  $I_c = I_0 \sqrt{S_\varphi^2 + C_\varphi^2}$  – критический ток  $\varphi_0$ -контакта, а

$$S_\varphi = \int_0^1 dy \sin(\varphi(y)), \quad C_\varphi = \int_0^1 dy \cos(\varphi(y)).$$

На рисунке 3 приведены зависимости фазового сдвига  $\varphi_0$  и критического тока  $I_c$  от ориентации обменного поля ФИ диска для нескольких значений параметра  $\alpha_0 R^2/W$ , которые показывают возможность создания на основе такой гибридной СФ структуры аномального джозефсоновского контакта с плавным изменением фазового сдвига  $\varphi_0$  в широких пределах (от  $\varphi_0 = 0$  до  $\varphi_0 = \pi$ ). Гибридный  $\varphi_0$ -контакт состоит из торцевого джозефсоновского перехода и внешней фазовой батареи, которая обеспечивает плавную регулировку как фазового сдвига  $\varphi_0$ , так и критического тока  $I_c$  структуры в целом. Если расстояние между диском и переходом не слишком мало ( $x_d > 2R$ ), а параметр  $\alpha_0 R^2/W \lesssim 1$ , то модуляция джозефсоновской разности фаз оказывается слабой  $|\varphi(y) + \varphi_0| \ll \pi$ , критический ток  $I_c$  незначительно уменьшается по сравнению со своим максимальным значением  $I_0$ , и фазовый сдвиг  $\varphi_0$  можно оценить следующим образом (см. дополнительный материал):

$$\varphi_0 \approx - \int_0^1 dy \varphi(y) = - \frac{\pi \alpha_0 R^2}{W} \sin \chi. \quad (16)$$

Полученная простая оценка  $\varphi_0$  (16) хорошо согласуется с результатами вычислений (см. пунктирные линии на рис. 3а). Подчеркнем, что разность фаз  $\varphi$  и фазовый сдвиг  $\varphi_0$  определены между достаточно удаленными от области перехода и ФИ диска сечениями электродов, где восстанавливается однородное СП состояние, т.е. в состав гибридной джозефсоновской структуры входят сам туннельный контакт и та часть электрода  $S_2$ , где пространственное распределение транспортного тока отклоняется от равномерного. Создаваемый ФИ диском и СО взаимодействием спонтанный сверхток изменяют кинетическую индуктивность электрода, формируя дополнительный набег разности фаз  $\varphi_0$ . Подобная модификация ток-фазового соотношения  $I(\varphi)$  в джозефсоновских  $SNS$  структурах, учитывающая индуктивность из-за перераспределения сверхтока в электродах, рассматривалась в работах [78, 79].

Таким образом, в работе изучены свойства гибридного  $\varphi_0$ -контакта, состоящего из торцевого джозефсоновского перехода и внешней фазовой батареи, формируемой ФИ диском на поверхности одного из СП электродов контакта в присутствии спин-орбитального взаимодействия типа Рашбы на границе сверхпроводника и ферромагнетика. Важным отличием такого устройства является возможность плавно и в широком диапазоне (от 0 до  $\pi$ ) регулировать фазовый сдвиг  $\varphi_0$  в ток-фазовом соотношении  $I(\varphi) = I_c \sin(\varphi + \varphi_0)$ , изменяя направление вектора намагниченности в слое ФИ и сохраняя при этом практически неизменной величину критического тока  $I_c$ .

Автор благодарит А. С. Мельникова и А. И. Буздина за полезные обсуждения.

**Финансирование работы.** Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант # 20-12-00053).

**Конфликт интересов.** Автор декларирует отсутствие конфликта интересов.

1. K. V. Samokhin, *Ann. Phys.* **324**, 2385 (2009).
2. Ю. М. Шукринов, *УФН* **192**, 345 (2022) [*Yu. M. Shukrinov, Phys.-Uspekhi* **65**, 317 (2022)].
3. M. Nadeem, M. S. Fuhrer, and X Wang, *Nat. Rev. Phys.* **5**, 558 (2023).
4. A. Buzdin and A. E. Koshelev, *Phys. Rev. B* **67**, 220504 (2003).
5. A. Buzdin, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 107005 (2008).
6. K. K. Likharev, *Rev. Mod. Phys.* **51**, 101 (1979).

7. A. A. Golubov, M. Y. Kupriyanov, and E. Il'ichev, *Rev. Mod. Phys.* **76**, 411 (2004).
8. Л. Н. Булаевский, В. В. Кузий, А. А. Собынин, *Письма в ЖЭТФ*, **25**, 314 (1977) [*JETP Lett.* **25**, 290 (1977)].
9. A. I. Buzdin, L. N. Bulaevskii, and S. V. Panyukov, *Pis'ma ZhETF* **35**, 147 (1982) [*JETP Lett.* **35**, 178 (1982)].
10. А. И. Буздин, М. Ю. Куприянов, *Письма в ЖЭТФ* **53**, 308 (1991).
11. V. V. Ryazanov, V. Oboznov, A. Rusanov, A. Veretennikov, A. Golubov, and J. Aarts, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 2427 (2001).
12. A. I. Buzdin, *Rev. Mod. Phys.* **77**, 935 (2005).
13. V. B. Geshkenbein and A. I. Larkin, *Pis'ma ZhETF* **43**, 306 (1986) [*JETP Lett.* **43**, 395 (1986)].
14. S. K. Yip, *Phys. Rev. B* **52**, 3087 (1995).
15. Y. Tanaka and S. Kashiwaya, *Phys. Rev. B* **56**, 892 (1997).
16. E. Goldobin, D. Koelle, R. Kleiner, and A. Buzdin, *Phys. Rev. B* **76**, 224523 (2007).
17. H. Sickinger, A. Lipman, M. Weides, R. G. Mints, H. Kohlstedt, D. Koelle, R. Kleiner, and E. Goldobin, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 107002 (2012).
18. I. I. Soloviev, N. V. Klenov, S. V. Bakurskii, V. V. Bol'ginov, V. V. Ryazanov, M. Yu. Kupriyanov, and A. A. Golubov. *Appl. Phys. Lett.* **105**, 242601 (2014).
19. F. Konschelle, I. V. Tokatly, and F. S. Bergeret, *Phys. Rev. B* **92**, 125445 (2015).
20. M. A. Silaev, I. V. Tokatly, and F. S. Bergeret, *Phys. Rev. B* **95**, 184508 (2017).
21. D. B. Szombati, S. Nadj-Perge, D. Car, S. R. Plissard, E. P. A. M. Bakkers, and L. P. Kouwenhoven, *Nat. Phys.* **12**, 586 (2016).
22. E. Strambini, A. Iorio, O. Durante, R. Citro, C. Sanz-Fernandez, C. Guarcello, I. V. Tokatly, A. Braggio, M. Rocci, N. Ligato, V. Zannier, L. Sorba, F. S. Bergeret, and F. A. Giazotto, *Nature Nanotech.* **15**, 656 (2020).
23. A. Assouline, C. Feuillet-Palma, N. Bergeal, T. Zhang, A. Mottaghizadeh, A. Zimmers, E. Lhuillier, M. Eddrie, P. Atkinson, M. Aprili, and H. Aubin, *Nat. Commun.* **10**, 126 (2019).
24. W. Mayer, M. C. Dartiailh, J. Yuan, K. S. Wickramasinghe, E. Rossi, and J. Shabani, *Nat. Commun.* **11**, 212 (2020).
25. S. Pal, C. Benjamin, *EPL* **126**, 57002 (2019).
26. A. K. Feofanov, V. A. Oboznov, V. V. Bol'ginov, J. Lisenfeld, S. Poletto, V. V. Ryazanov, A. N. Rossolenko, M. Khabipov, D. Balashov, A. B. Zorin, P. N. Dmitriev, V. P. Koshelets, and A. V. Ustinov, *Nature Phys.* **6**, 593 (2010).

27. E. Goldobin, H. Sickinger, M. Weides, N. Ruppelt, H. Kohlstedt, R. Kleiner, and D. Koelle, *Appl. Phys. Lett.* **102**, 242602 (2013).
28. I. I. Soloviev, N. V. Klenov, S. V. Bakurskiy, M. Y. Kupriyanov, A. L. Gudkov, and A. S. Sidorenko, *Beilstein J. Nanotechnol.* **8**, 2689 (2017).
29. R. Wakatsuki, Y. Saito, S. Hoshino, Y. M. Itahashi, T. Ideue, M. Ezawa, Y. Iwasa, and N. Nagaosa, *Sci. Adv.* **3**, e1602390 (2017).
30. A. Daido, *Phys. Rev. Lett.* **128**, 037001 (2022).
31. J. J. He, Y. Tanaka, and N. Nagaosa, *New J. Phys.* **24**, 053014 (2022).
32. T. Karabassov, I. V. Bobkova, A. A. Golubov, and A. S. Vasenko, *Phys. Rev. B.* **106**, 224509 (2022).
33. A. V. Putilov, S. V. Mironov, and A. I. Buzdin, *Phys. Rev. B.* **109**, 014510 (2024).
34. C. Baumgartner, L. Fuchs, A. Costa, S. Reinhardt, S. Gronin, G. C. Gardner, T. Lindemann, M. J. Manfra, P. E. Faria J., D. Kochan, J. Fabian, N. Paradiso, and C. Strunk, *Nature Nanotech.* **17**, 39 (2022).
35. Ya. V. Fominov and D. S. Mikhailov, *Phys. Rev. B.* **106**, 134514 (2022).
36. M. Alidoust and J. Linder, *Phys. Rev. B* **87**, 060503 (2013).
37. И. И. Соловьев, Н. В. Кленов, С. В. Бакурский, М. Ю. Куприянов, А. А. Голубов, *Письма в ЖЭТФ* **101**, 258 (2015).
38. A. V. Ustinov, *Appl. Phys. Lett.* **80**, 3153 (2002).
39. E. Goldobin, A. Sterck, T. Gaber, D. Koelle, and R. Kleiner, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 057005 (2004).
40. E. Goldobin, S. Mironov, A. Buzdin, R. G. Mints, D. Koelle, and R. Kleiner, *Phys. Rev. B* **93**, 134514 (2016).
41. S. L. Miller, K. R. Biaga, J. R. Clem, and D. K. Finnemore, *Phys. Rev. B* **31**, 2684 (1985).
42. А. А. Голубов, М. Ю. Куприянов, *ЖЭТФ* **92**, 1512 (1987).
43. М. В. Фистуль, *Письма в ЖЭТФ* **52**, 823 (1990).
44. T. Golod, A. Rydh, and V. M. Krasnov, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 227003 (2010).
45. T. Golod, R. A. Novhannisyanyan, O. M. Kapran, V. V. Dremov, V. S. Stolyarov, V. M. Krasnov, *Nano Lett.* **21**, 5240 (2021).
46. A. A. Fraerman, S. A. Gusev, Y. N. Nozdrin, A. V. Samokhvalov, S. N. Vdovichev, L. Fritzsche, E. Il'ichev, and R. Stolz, *Phys. Rev. B* **73**, 100503 (2006).
47. А. В. Самохвалов, *ЖЭТФ* **131**, 500 (2007).
48. А. В. Самохвалов, С. Н. Вдовичев, Б. А. Грибков, С. А. Гусев, А. Ю. Климов, Ю. Н. Ноздрин, В. В. Рогов, А. А. Фраерман, С. В. Егоров, В. В. Больгинов, А. Б. Шкарин, В. С. Столяров, *Письма в ЖЭТФ* **95**, 113 (2012).
49. J. Chang, V. L. Mironov, B. A. Gribkov, A. A. Fraerman, S. A. Gusev, and S. N. Vdovichev, *J. Appl. Phys.* **100**, 104304 (2006).
50. A. V. Samokhvalov, *Phys. Rev. B* **80**, 134513 (2009).
51. P. M. Tedrow, J. E. Tkaczyk, and A. Kumar, *Phys. Rev. Lett.* **56**, 1746 (1986).
52. T. Tokuyasu, J. A. Sauls, and D. Rainer, *Phys. Rev. B* **38**, 8823 (1988).
53. A. Hijano, S. Ili'c, M. Rouco, C. Gonzalez-Orellana, M. Ilyn, C. Rogero, P. Virtanen, T. T. Heikkila, S. Khorshidian, M. Spies, N. Ligato, F. Giazotto, E. Strambini, and F. S. Bergeret, *Phys. Rev. Research* **3**, 023131 (2021).
54. А. А. Копасов and А. С. Мел'ников, *Phys. Rev. B* **105**, 214508 (2022).
55. I. V. Bobkova, A. M. Bobkov, and M. A. Silaev, *J. Phys. Cond. Matt.* **34**, 353001 (2022).
56. T. T. Heikkilä, M. Silaev, P. Virtanen, and F. S. Bergeret, *Prog. Surf. Sci.* **94**, 100540 (2019).
57. L. P. Gor'kov and E. I. Rashba, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 037004 (2001).
58. V. M. Edelstein, *Phys. Rev. B* **67**, 020505 (2003).
59. Е. И. Рашба, *ФТТ* **2**(6), 1224 (1960).
60. В. М. Эдельштейн, *ЖЭТФ* **95**, 2151 (1989).
61. V. M. Edelstein, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2004 (1995).
62. S. S. Pershoguba, K. Vjitrnson, A. M. Black-Schaffer, and A. V. Balatsky, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 116602 (2015).
63. A. G. Mal'shukov *Phys. Rev. B* **93**, 054511 (2016).
64. J. Baumard, J. Cayssol, F. S. Bergeret, and A. Buzdin, *Phys. Rev. B* **99**, 014511 (2019).
65. А. В. Самохвалов, *ЖЭТФ* **162**, 941 (2022).
66. J. W. A. Robinson, A. V. Samokhvalov, and A. I. Buzdin, *Phys. Rev. B* **99**, 180501(R) (2019).
67. А. В. Самохвалов, А. А. Копасов, А. Г. Кутлин, С. В. Миронов, А. И. Буздин, А. С. Мельников, *Письма в ЖЭТФ* **113**, 38 (2021).
68. J. Pearl, *Appl. Phys. Lett.* **5**, 65 (1964).
69. L. A. B. Olde Olthof, X. Montiel, J. W. A. Robinson, A. I. Buzdin, *Phys. Rev. B* **100**, 220505(R) (2019).
70. A. G. Mal'shukov, *Phys. Rev. B* **101**, 134514 (2020).
71. A. G. Mal'shukov, *Phys. Rev. B* **102**, 144503 (2020).
72. В. П. Минеев, К. В. Самохин, *ЖЭТФ* **105**, 747 (1994) [*Sov. Phys. JETP* **78**, 401 (1994)].
73. D. F. Agterberg, *Physica C* **387**, 13 (2003).
74. Ю. М. Иванченко, Т. К. Соболева, *ФТТ* **32**, 2029 (1990).
75. V. G. Kogan, V. V. Dobrovitski, J. R. Clem, Y. Mawatari, and R. G. Mints, *Phys. Rev. B* **63**, 144501 (2001).

76. M. Moshe, V. G. Kogan, and R. G. Mints, Phys. Rev. B **78** 020510(R) (2008).
77. А. Д. Полянин, *Справочник по линейным уравнениям математической физики*, ФИЗМАТЛИТ, М. (2001).
78. А. А. Зубков, М. Ю. Куприянов, В. К. Семенов, ФНТ **7**, 1365 (1981).
79. V. Ruzhickiy, S. Bakurskiy, M. Kupriyanov, N. Klenov, I. Soloviev, V. Stolyarov, and A. Golubov, Nanomaterials **13**, 1873 (2023).