Письма в ЖЭТФ, том 119, вып. 11, с. 785 – 795 © 2024 г. 10 июня

# Проверка модели “бегущей аксиальной массы” на данных по рассеянию мюонных нейтрино на ядрах в ближнем детекторе NOvA

*И. Д. Какорин*[*1)], *В. А. Наумов*[*1)], *О. Б. Самойлов*[+*1)]

[*] *Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия*

[+] *Институт ядерных исследований РАН, 117312 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 17 апреля 2024 г.
После переработки 23 апреля 2024 г.
Принята к публикации 25 апреля 2024 г.

Феноменологическая модель с “бегущей аксиальной массой” (MArun) была ранее предложена для расчета сечений квазиупругих взаимодействий нейтрино и антинейтрино с ядрами. Ее особенностью является простота имплементации в нейтринных генераторах, а значения всего лишь двух ее свободных параметров были получены из глобального фита экспериментальных данных по полным и дифференциальным сечениям квазиупругих взаимодействий (анти)нейтрино с различными ядерными мишенями. В данной статье представлено сравнение полного и дифференциальных сечений рассеяния мюонных нейтрино, измеренных в ближнем детекторе эксперимента NOvA с результатами симулирования, выполненного с помощью монте-карловского генератора нейтринных событий GENIE v.3.4.0, в котором предусмотрена возможность использования модели MArun как одной из опций.

DOI: 10.31857/S1234567824110016, EDN: ZHIGKW

**Введение.** Детальное экспериментальное и теоретическое изучение сечений взаимодействия нейтрино с ядрами в широкой кинематической области необходимо для проверки Стандартной Модели (СМ) и инспирированной ею феноменологии, для многочисленных астрофизических приложений, а также для обработки и интерпретации экспериментов, изучающих свойства нейтрино за пределами СМ, в частности, экспериментов по нейтринным осцилляциям.

В современных ускорительных экспериментах с длинной базой и двумя детекторами – ближним и дальним (как, например, в NOvA [1] и T2K [2]) практикуется тонкая настройка модели взаимодействия на данные измерений ближнего детектора. Такая настройка, безусловно, необходима, но все же не позволяет полностью устранить неопределенности модели при ее экстраполяции на дальний детектор, в который нейтрино приходят лишь из малого телесного угла вблизи оси пучка и, следовательно, работающий с энергетическим спектром нейтрино, искаженным по сравнению со спектром в ближнем детекторе, даже если детекторы расположены соосно.

При совместном анализе нескольких экспериментов, индивидуальные настройки моделей взаимодействия тем более не работают по очевидным причинам. С другой стороны, планируемые эксперименты следующего поколения, такие как DUNE [3], T2HK [4], T2HKK [5], P2O [6], потребуют качественно, в разы увеличить точность расчета сечений. Современное состояние теории пока этого не позволяет. Поэтому на данном этапе для совместного анализа осцилляционных экспериментов представляется необходимым применение имеющихся универсальных (микроскопических и феноменологических) моделей, проверенных или отфитированных на возможно большем наборе данных независимых ускорительных экспериментов с разными мишенями в широком диапазоне энергий.

В работе проводится сравнение одной из таких феноменологических моделей [7–9], развитой для описания квазиупругого рассеяния нейтрино и антинейтрино на ядрах и имплементированной в монте-карловский генератор нейтринных событий GENIE [10], с недавно опубликованными результатами измерений взаимодействий мюонных нейтрино заряженным током в ближнем детекторе NOvA [1].

Данные эксперимента NOvA представлены в виде усредненных по спектру нейтрино инклюзивных сечений: двойного дифференциального $d^2\sigma/d\cos\theta_\mu dT_\mu$, дифференциального $d\sigma/dQ^2$, а также отношения полного сечения, $\sigma(E_\nu)$, к энергии нейтрино $E_\nu$; здесь $T_\mu$ – кинетическая энергия мюона, $\theta_\mu$ – угол его вылета относительно направления импульса нейтрино и $Q^2$ – модуль квадрата 4-импульса переданного от нейтрино к мюону.

[1)] e-mail: kakorin@jinr.ru; vnaumov@theor.jinr.ru; samoylov@jinr.ru

В расчете сечений необходимо аккуратно учесть элементный состав детектора и энергетический спектр пучка $\nu_\mu$. Поскольку этот спектр сравнительно широк, события в детекторе генерируются при взаимодействиях многих типов – от квазиупругого до глубоко неупругого. Все они, как и вторичные взаимодействия с ядром адронов, рождающихся в неупругих столкновениях, моделируются с помощью генератора GENIE v.3.4.0, без какой-либо настройки на данные NOvA. Также обсуждается сравнение с предсказаниями нескольких других популярных моделей.

**1. Характеристики детектора и пучка NOvA.** Ближний детектор (ND) является трековым калориметром с размерами $4 \times 4 \times 16$ м и активной массой 193 т, состоящим из вертикально и горизонтально ориентированных прямоугольных поливинилхлоридных ячеек с шириной 3.9 см, длиной 3.9 м и глубиной 6.6 см в направлении пучка, заполненных жидким сцинтиллятором – смесью из 95 % минерального масла и 5 % 1, 2, 4-триметилбензола с добавлением флуоресцентных светосмещающих добавок. В результате рабочий объем ND в массовых долях состоит из 67 % углерода, 16 % хлора, 11 % водорода, 3 % титана, 3 % кислорода и менее 1 % других элементов.

Укорительный комплекс NuMI (Neutrinos at Main Injector) лаборатории Ферми (США) в так называемой "нейтринной конфигурации" обеспечивает поток $\nu_\mu$ с примесью 1.8 % $\overline{\nu}_\mu$ и 0.7 % $\nu_e + \overline{\nu}_e$ при $E_\nu = 1{-}5$ ГэВ. Нейтрино и антинейтрино рождаются в 650-метровом распадном канале из распадов пионов, каонов и вторичных мюонов. Пионы и каоны рождаются при столкновениях протонов с энергией 120 ГэВ из Главного Инжектора (протонного синхротрона) с графитовой мишенью и фокусируются парой магнитных горнов. Ближний детектор расположен под углом 14.6 мрад к направлению центральной оси пучка нейтрино. Спектр $\nu_\mu$ имеет характерный узкий "пионный" пик при энергии $E_\nu \simeq 1.8$ ГэВ и широкий "каонный" пик при $E_\nu \simeq 12$ ГэВ. При $E_\nu = 20$ ГэВ интенсивность $\nu_\mu$ уменьшается почти в 420 раз по сравнению с максимальным значением.

**2. Моделирование.** В генераторе GENIE v.3.4.0 столкновения (анти)нейтрино с ядрами разыгрываются независимо для каждого из каналов (квазиупругого, резонансного, глубоко неупругого, и т.д.) с использованием специализированных моделей и учетом их относительного вклада в суммарное число событий. Как правило, для каждого типа процессов в генераторе предусмотрено несколько взаимозаменяемых моделей, из которых строятся комплексные конфигурации, так называемые CMC (Comprehensive Model Configurations).

Для симуляции квазиупругих событий мы использовали модель релятивистского Ферми-газа (РФГ) Смита–Моница [11] (с небольшим видоизменением [12] и уточненными значениями параметров РФГ – импульсов Ферми и энергий связи) с опцией "`MArunAxialFormFactorModel`", подключающей эмпирическую модель с бегущей аксиальной массой (MArun). Данная модель была предложена для расчета сечений квазиупругих (CCQE) [7, 8] и квазиупруго-подобных (CCQE-like) [9] взаимодействий нейтрино и антинейтрино с ядрами, индуцированных заряженным током. Для этого в стандартной дипольной параметризации аксиального форм-фактора, $F_A(Q^2) = F_A(0)/(1 + Q^2/M_A^2)^2$, вместо постоянного параметра, – токовой аксиальной массы нуклона, $M_A$, предложено использовать зависящую от энергии нейтрино, "бегущую" аксиальную массу, которая в лаб. системе может быть параметризована простой зависимостью $M_A^{\rm run} = M_0(1+E_0/E_\nu)$. Здесь энергия $E_\nu$, трактуется как лоренц-инвариант, $E_\nu = (s - M^2)/2M$, где $M$ – масса нуклона, $s$ – переменная Мандельштама, а универсальные (не зависящие от ядра-мишени) константы $M_0$ и $E_0$ находятся из глобального фита имеющимся (на 2013 г.) ускорительных данных по CCQE и CCQE-like взаимодействиям (анти)нейтрино с ядрами, включая прецизионные результаты экспериментов NOMAD [13] (полные сечения) и MiniBooNE [14, 15] (дважды дифференциальные сечения).

Найденные в [8, 9] значения параметров равны $M_0 = 1.008 \pm 0.025$ ГэВ, $E_0 = 331^{+57}_{-54}$ МэВ. Постоянную $M_0$ можно интерпретировать как токовую аксиальную массу, так как при высоких энергиях ($E_\nu \gg \gg E_0$) с хорошей точностью можно пренебречь эффектами РФГ и считать, что рассеяние происходит на свободном нуклоне. Значение $M_0$, действительно, согласуется в пределах ошибок с величиной $M_A^{\rm D} = = 1.003 \pm 0.083$ ГэВ, полученной из анализа данных на дейтериевых мишенях, в котором учитывались эффекты обменных мезонных токов (OMT) в приближении однопионного обмена в статическом пределе. Оно также согласуется с результатами предыдущих глобальных анализов [7, 12]. Кроме того, модель MArun вполне удовлетворительно описывает большой массив не вошедших в фит данных экспериментов T2K ND280 [16, 17] и MINERvA [18, 19] и MiniBooNE [14, 15, 20], где эффекты OMT эмпирически учитываются зависимостью $M_A^{\rm run}$ от энергии. Разумеется, модель не может претендовать на детальное описание данных в кинематических областях, в

которых вклад ОМТ доминирует (например, в данных по эксклюзивным и полуинклюзивным реакциям с регистрацией пары конечных нуклонов).

Для расчета нейтринорождения пионов использовалась модифицированная к особенностям генератора GENIE, "расширенная" модель Рейна–Сегал (РС) [21] – так называемая модель КЛН-БС (аббревиатура из начальных букв фамилий ее авторов [22, 23]). В этой модели была учтена поляризация и масса конечного заряженного лептона [22], а так же вклад пионного полюса в адронный аксиальный ток [23]. По ряду причин в текущей версии GENIE (как и в более ранних версиях) учтены не все аспекты КЛН-БС-модели. Наиболее важные модификации (часто это вынужденные упрощения) заключаются в следующем.

- Не учитывается интерференция между резонансами с одинаковыми спинами и орбитальными угловыми моментами конечного $N\pi$ состояния, что позволяет сравнительно просто включить в моделирование множественное рождение пионов и других легких мезонов. Учет этих процессов необходим для корректного описания нейтринных взаимодействий в кинематической области промежуточной между резонансной и глубоко неупругой.
- Нерезонансный механизм рождения пионов, используемый в моделях РС и КЛН-БС, заменен в GENIE более универсальным полуэмпирическим механизмом сшивки в вышеупомянутой промежуточной кинематической области.
- Во избежание "двойного счета", отрезаны нефизические "хвосты" резонансов в области их пересечения.

В данном расчете была сделана еще два существенных изменения.

- Для брейт-вигнеровских функций, аппроксимирующих форму резонансов не используется введенная в [21] перенормировка. Детальная аргументация в пользу такого упрощения изложена в работе [24].

- Для важного параметра модели, так называемой "резонансной" аксиальной массы, $M_A^{\mathrm{RES}}$, мы использовали значение $1.18 \pm 0.07$ ГэВ, найденное из глобального фита данных по нейтринорождению одиночных пионов, полученных в экспериментах АНЛ, БНЛ, ФНАЛ и ЦЕРН с дейтериевыми и водородными пузырьковыми камерами [24]. Основными причинами отличия нового значения $M_A^{\mathrm{RES}}$ от используемого в GENIE и в ряде других нейтринных генераторов значения "по умолчанию" $1.12 \pm 0.06$ ГэВ, полученного в предыдущем глобальном анализе [25] (включающем также данные на ядрах тяжелее дейтерия), являются усовершенствование процедуры фитирования, учет современных данных по параметрам нуклонных и барионных резонансов (масс, полных и парциальных ширин) [26], корректировка части данных АНЛ и БНЛ [27], а так же совместное фитирование $M_A^{\mathrm{RES}}$ и параметра $f_{\mathrm{NRB}}$, задающего общий масштаб для нерезонансного нейтринорождения одиночных пионов.

Для генерации событий от остальных вкладов (глубоко неупругого, когерентного, дифракционного и т.д.) использовались те же модели, что и в наборе настроек модели GENIE CMC `G18_10a` [10].

**3. Сравнение экспериментальных данных с результатами Монте-Карло симуляции.** В расчетах мы использовали элементный состав мишени NOvA ND, обсуждавшийся выше, и энергетический спектр $\nu_\mu$ с $E_\nu < 20$ ГэВ из [1], но с более детальным биннингом. Приведенные ниже двойные и одинарные дифференциальные сечения следует понимать как инклюзивные сечения, усредненные по энергетическому спектру. На рисунке 1 представлено сравнение измеренного дважды дифференциального инклюзивного сечения, $d^2\sigma/d\cos\theta_\mu dT_\mu$, с результатами Монте-Карло симулирования, выполненного в модели с "бегущей аксиальной массой".

На рисунке 2 показаны аналогичные сравнения для дифференциального сечения $d\sigma/dQ^2$ и отношения полного сечения $\sigma(E_\nu)$ к энергии нейтрино. Гистограммы с разным типом штриховки показывают вклады трех основных процессов в инклюзивные сечения: квазиупругий (включая квазиупругоподобный), резонансное рождение одиночных пионов и глубоко неупругий. Суммарное сечение включает эти и все остальные, относительно небольшие вклады, такие как множественное рождение легких мезонов, когерентное и дифракционное взаимодействия, рождение чарма. Эти вклады наиболее заметны при малых углах, $\cos\theta_\mu \gtrsim 0.98$. Для всех типов взаимодействий учитываются эффекты внутриядерного каскадирования и взаимодействия в конечном состоянии, включенные в GENIE v.3.4.0.

Результат симулирования хорошо описывает данные, представленные на рис. 1 при $0.50 < \cos\theta_\mu < 0.91$. Вне этой области модель систематически недооценивает данные: для бинов с $0.91 < \cos\theta_\mu < 0.99$ при сравнительно больших кинетических

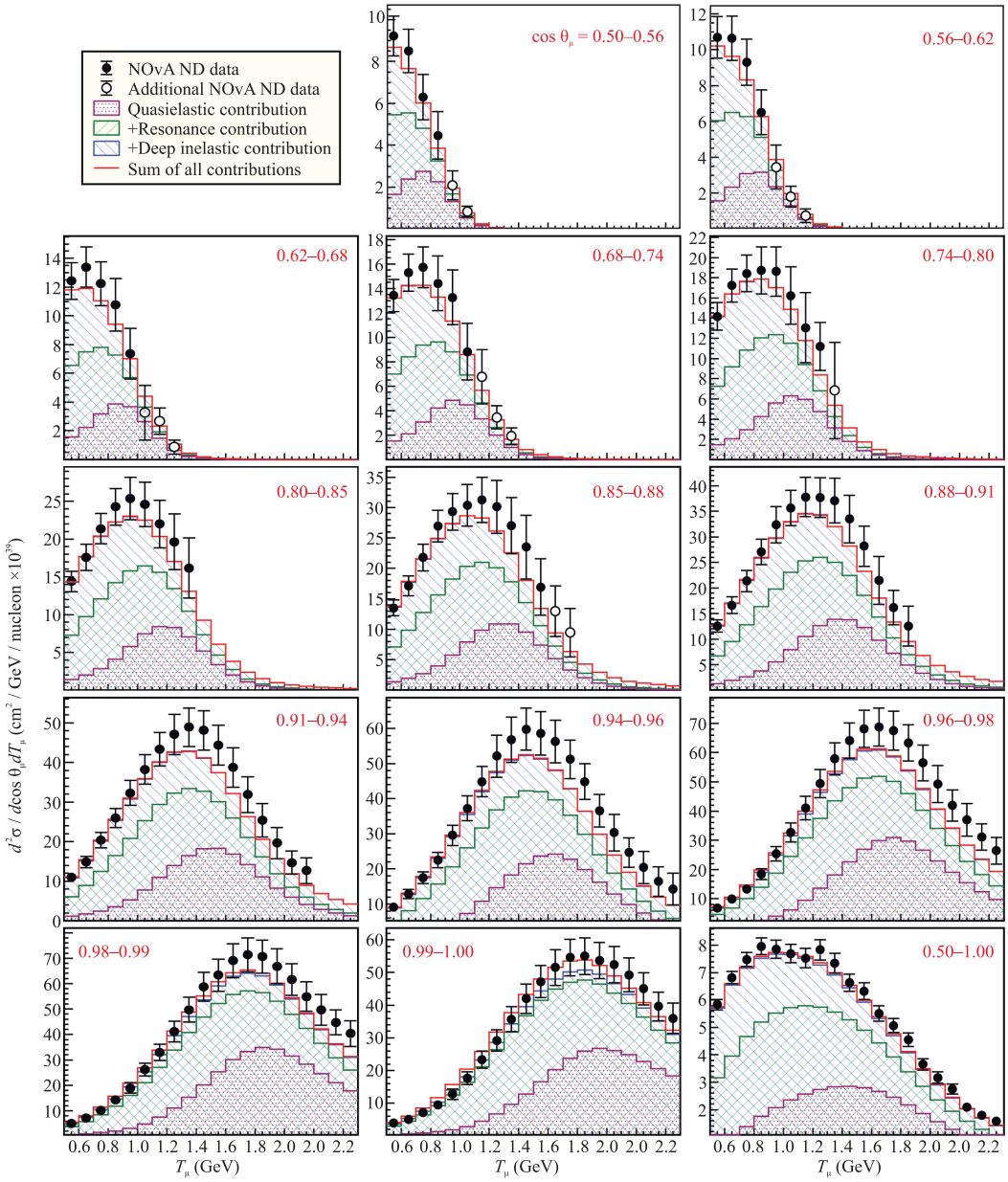


Рис. 1. (Цветной онлайн) Сравнение двойного дифференциального инклюзивного сечения рассеяния $\nu_\mu$ на ядрах с заряженным током, $d^2\sigma/d\cos\theta_\mu dT_\mu$, измеренного в ближнем детекторе NOvA [1], с результатами моделирования, выполненного с помощью МК генератора нейтринных событий GENIE v.3.4.0 с опцией "бегущая аксиальная масса" (MArun); подробности моделирования приведены в основном тексте. Гистограммами с разной штриховкой показаны квазиупругий, резонансный и глубоко неупругий вклады в суммарное сечение (см. легенду). Черными точками показаны экспериментальные данные (с полными ошибками), вошедшие в окончательный анализ NOvA, а белыми – дополнительные данные. Каждая панель отвечает указанному интервалу значений $\cos\theta_\mu$. На нижней правой панели показано сечение, полученное объединением всех угловых интервалов

энергиях мюона (т.е. правее пиков), а для бинов с $0.99 < \cos\theta_\mu < 1$ – при малых энергиях (т.е. левее пиков). Итоговое распределение, которое получается объединением всех угловых интервалов с $\cos\theta_\mu > 0,5$ (нижняя правая панель рис. 1), недооценивает экспериментальные данные примерно для трети бинов, но расхождения не превышают одного стандартного отклонения.

В случае дифференциального сечения $d\sigma/dQ^2$ (см. рис. 2а), расчет хорошо согласуется с данными при всех значениях квадрата переданного 4-импульса, за исключением единственного (предпо-

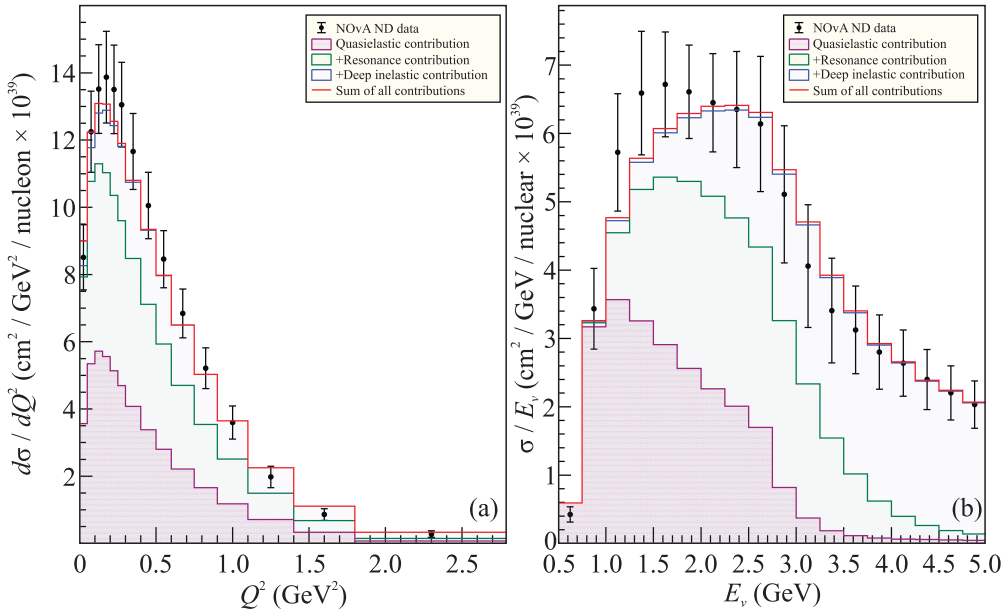


Рис. 2. (Цветной онлайн) Сравнение дифференциального инклюзивного сечения рассеяния $\nu_\mu$ на ядрах с заряженным током, $d\sigma/dQ^2$ (a) и отношения полного сечения $\sigma(E_\nu)$ к энергии нейтрино $E_\nu$ (b), измеренных в ближнем детекторе NOvA [1], с результатами моделирования, выполненного с помощью МК генератора GENIE v.3.4.0 с опцией MArun; подробности моделирования приведены в основном тексте. Обозначения те же, что на рис. 1

следнего) бина. Расчет отношения $\sigma(E_\nu)/E_\nu$ согласуется с экспериментом во всем энергетическом диапазоне $0.5\,\text{ГэВ} < E_\nu < 5\,\text{ГэВ}$, за исключением трех бинов, в которых, однако, разногласия малы.

Для более объективного, количественного сравнения мы обсудим здесь результаты подробного анализа, учитывающего корреляции ошибок данных. В анализе мы также будем сравнивать расчеты, выполненные в работе [1] для ряда конкурентных моделей взаимодействия нейтрино с ядрами. Помимо базовой модели NOvA, так называемой "GENIE v2.12.2 – NOvA Tune" [28], основанной на версии GENIE v2.12.2 [29, 30], но существенно доработанной и настроенной для наилучшего согласия с данными NOvA ND [1], мы рассматриваем исходную (не адаптированную к данным NOvA) модель, инкорпорированную в генератор GENIE v2.12.2, и модель (CMC) `N18-10j-02-11a`, входящую в более позднюю версию GENIE v3.00.06 [31, 32]. Кроме этого, мы рассматриваем модели, включенные в нейтринные МК генераторы NEUT v5.4.0 [33–35] и NuWro [36, 37], а также в GiBUU [38, 39], – более общий инструмент симуляции адронных и электрослабых реакций на ядрах. Все эти генераторы широко используются при планировании, обработке и интерпретации результатов экспериментов с ускорительными и атмосферными нейтрино. Их основные особенности и сравнительные характеристики можно найти в обзорах [40, 41].

Для сравнения расчетов с данными будем использовать три следующие величины:

$$\chi^2_{\text{diag}} = \sum_i \frac{(E_i - T_i)^2}{\sigma_i^2}, \tag{1}$$

$$\chi^2_{\text{tot}} = (\mathbf{E} - \mathbf{T})^T \, \mathbf{W}^{-1}_{\text{tot}} \, (\mathbf{E} - \mathbf{T}), \tag{2}$$

$$\chi^2_{\text{sh}} = (\mathbf{E} - N\mathbf{T})^T \, \mathbf{W}^{-1}_{\text{sh}} \, (\mathbf{E} - N\mathbf{T}) + \frac{(N-1)^2}{\delta^2}. \tag{3}$$

Здесь $\mathbf{E}$ and $\mathbf{T}$ – векторы, составленные из усредненных по бину экспериментальных данных, $E_i$, и модельных предсказаний, $T_i$, соответственно; $\mathbf{W}_{\text{tot}} = ||W_{ij}||$ – полная ковариационная матрица, $\mathbf{W}_{\text{sh}}$ – ковариационная матрица, относящаяся к форме ("шейпу"), т.е. зависимости данных от измеряемых кинематических переменных, и не учитывающая неопределенности общей нормировки данных; $\delta = 0.112$ – средняя относительная неопределенность общей нормировки бинов; $\sigma_i = \sqrt{W_{ii}}$ – полная ошибка измерения для $i$-го бина. Все данные взяты с публичного сайта NOvA [42].

Корреляционные матрицы, соответствующие ковариационным матрицам $\mathbf{W}_{\text{tot}}$ и $\mathbf{W}_{\text{sh}}$ для трех типов данных показаны на рис. 3, 4 и 5. Из этих рисунков видно, например, что бóльшая часть данных каждого типа сильно коррелированна (см. панели (a) на рис. 3, 4 и 5), но после вычета из полной матрицы $\mathbf{W}_{\text{tot}}$ ковариаций, обусловленных неопределенностями нормировок потока и сечений появляются обла-

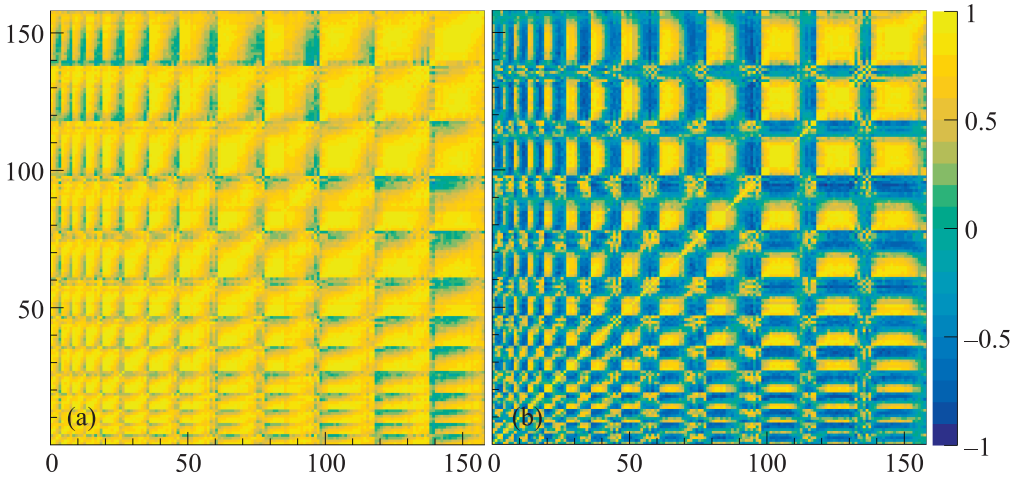


Рис. 3. (Цветной онлайн) Корреляционные матрицы, соответствующие ковариационным матрицам $\mathbf{W}_{\text{tot}}$ (a) и $\mathbf{W}_{\text{sh}}$ (b) для $d^2\sigma/d\cos\theta_\mu dT_\mu$. Нумерация бинов идет в направлении слева направо и сверху вниз по первым тринадцати панелям рис. 1. Цветовая шкала справа относится к обеим панелям

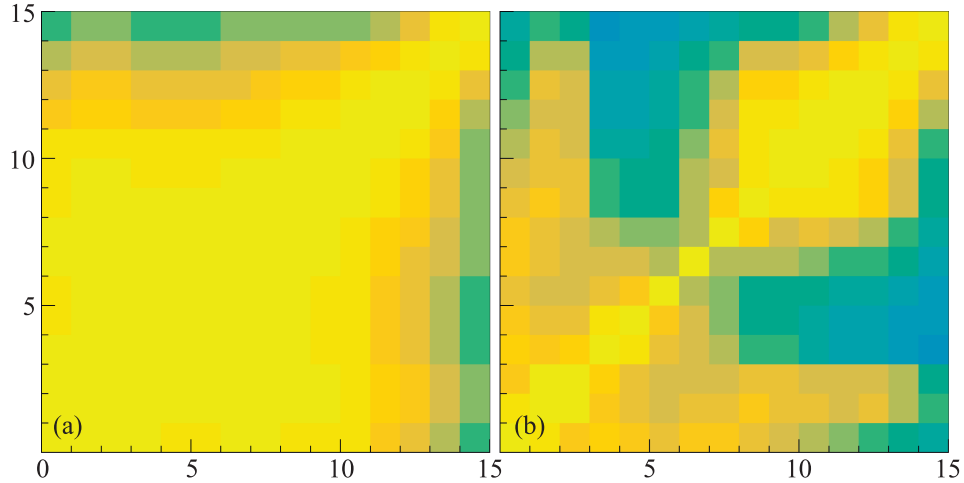


Рис. 4. (Цветной онлайн) Корреляционные матрицы, соответствующие ковариационным матрицам $\mathbf{W}_{\text{tot}}$ (a) и $\mathbf{W}_{\text{sh}}$ (b) для $d\sigma/dQ^2$. Бины нумеруются в направлении роста значений $Q^2$ на рис. 2a. Цветовая шкала та же, что на рис. 3

сти со слабой корреляцией и даже с сильной антикорреляцией (см. панели (b) на рис. 3, 4 и 5). Корреляционные коэффициенты и ковариации значительно варьируются в разных областях значений кинематических переменных $T_\mu$, $\theta_\mu$, $Q^2$ и $E_\nu$.

Нетривиальная структура корреляционных матриц показывает, что оценка качества описания данных с помощью $\chi^2_{\text{diag}}$ была бы не просто слишком грубой, но часто приводящей к диаметрально противоположным выводам. Поэтому ниже мы приводим такие оценки лишь для иллюстрации важности учета корреляций. Отметим так же, что не имеет смысла сравнивать между собой приведенные ниже значения величин $\chi^2_{\text{tot}}$ и $\chi^2_{\text{sh}}$, поскольку ковариационная матрица $\mathbf{W}_{\text{sh}}$ не содержит доминирующих вкладов в систематические ошибки и ковариации, а $\chi^2_{\text{sh}}$ включает штрафной член. Сравнивать друг с другом следует лишь однотипные $\chi^2$-характеристики, рассчитанные для разных моделей взаимодействия.

Приведенная выше оценка величины $\delta$ (11.2 %) получена как средневзвешенное значение по ошибкам всех бинов измеренного двойного дифференциального сечения. Доминирующим вкладом в значение $\delta$ является неопределенность потока нейтрино, достигающая $\pm 20$ % при $E_\nu \lesssim 200$ МэВ, $\pm 15$ % при $E_\nu \gtrsim 4$ ГэВ и равная в среднем $\pm 9.1$ %. Вклады от всех источников неопределенности нормировки практически 100-процентно коррелируют друг с другом и с остальными систематическими ошибками. Статистические ошибки, в среднем равные $\pm 1.6$ %,

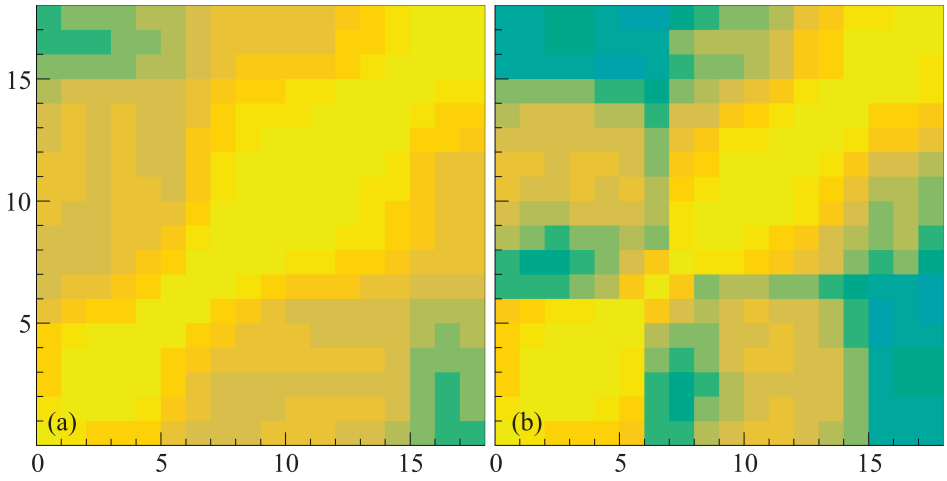


Рис. 5. (Цветной онлайн) Корреляционные матрицы, соответствующие ковариационным матрицам $\mathbf{W}_{\rm tot}$ (a) и $\mathbf{W}_{\rm sh}$ (b) для $\sigma(E_\nu)/E_\nu$. Бины нумеруются в направлении роста значений $E_\nu$ на рис. 2b. Цветовая шкала та же, что на рис. 3

очень слабо коррелируют с систематическим – средневзвешенный корреляционный коэффициент равен 0.0031 (ср. с 0.71 для усредненной полной систематической ошибки).

Нормировочный фактор $N$ в (3) определяется из условия минимума $\partial\chi^2_{\rm sh}/\partial N = 0$:

$$N = \frac{1+\delta^2\mathbf{T}^T\mathbf{W}_{\rm sh}^{-1}\mathbf{E}}{1+\delta^2\mathbf{T}^T\mathbf{W}_{\rm sh}^{-1}\mathbf{T}}. \qquad (4)$$

Очевидно, $N \to 1$ при $\delta \to 0$. Зависимость $N$ от $\delta$ ослабевает с ростом $\delta$. Применительно к данным NOvA, зависимость $N$ от $\delta$ становится несущественной при $\delta \gtrsim 9\,\%$. Учитывая этот факт, ниже мы используем оценку $\delta = 11.2\,\%$ также для анализа данных по $d\sigma/dQ^2$ и $\sigma(E_\nu)/E_\nu$.

В таблице 1 приведены значения нормировочного фактора (с полными ошибками) для трех типов данных и семи моделей, полученные стандартной нормировкой расчетов на площадь; именно такой способ нормировки был использован в работе [1]. Для сравнения в табл. 1 приведены так же ошибки нормировок, оцененные по диагональным значениям матрицы $\mathbf{W}_{\rm tot}$, т.е. без учета корреляций. Видно, что пренебрежение корреляциями занижает реальные ошибки в 8.2 раза (!) для $d^2\sigma/d\cos\theta_\mu dT_\mu$ и в 3.3 раза для $d\sigma/dQ^2$ и $\sigma(E_\nu)/E_\nu$. Уже этот простой пример хорошо иллюстрирует определяющую роль корреляций при количественном сравнении модельных расчетов с данными NOvA.

Значения $N$, полученные нормировкой на площадь не являются оптимальными в том смысле, что не обеспечивают наилучшего описания данных по форме. Поэтому они могут (и, вообще говоря, должны) отличаться от соответствующих значений $N$, следующих из (4). Эти отличия хорошо видны из сравнения нормировок, представленных в табл. 1 и 2: в некоторых случаях разница не превышает 0.5 %, но чаще достигает нескольких процентов (максимум – 8.8 %). При этом разница всегда укладывается с запасом в полные ошибки, приведенные в табл. 1, так что два способа нормировки формально друг другу не противоречат.

На рисунке 6 показаны отношения усредненных по спектру нейтрино значений сечений $d^2\sigma/d\cos\theta_\mu dT_\mu$, рассчитанных в нескольких моделях нейтрино-ядерных взаимодействий, к соответствующим экспериментальным значениям. Результаты показаны в представлении линейного биннинга, как подробно поясняется в подписи к рис. 6. На панели (a) рис. 6 представлены отношения для абсолютных (неперенормированных) модельных предсказаний, а на панели (b) рис. 6 – для перенормированных, с нормировочными коэффициентами, даваемыми формулой (4), полученной минимизацией величины $\chi^2_{\rm sh}$. Найденные значения нормировочных коэффициентов и трех $\chi^2$-характеристик приведены в табл. 2.

Данные, показанные на рис. 1 и 6 белыми кружками (14 бинов), имеют сравнительно большие статистические и систематические ошибки и исключены из официального анализа NOvA. Они не участвуют в расчете нормировок и значений $\chi^2$, приведенных в табл. 2 и показаны здесь, чтобы продемонстрировать, что модель MArun этим данным не противоречит.

Как видно из рис. 6 и табл. 2, неперенормированные предсказания разных моделей не согласуются друг с другом. После перенормировок разногласия между моделями значительно уменьшаются, но тре-

**Таблица 1.** Значения нормировочных коэффициентов (с полными ошибками), требуемых при стандартной нормировке величин $d^2\sigma/d\cos\theta_\mu dT_\mu$, $d\sigma/dQ^2$ и $\sigma(E_\nu)/E_\nu$ на площадь, рассчитанные в семи моделях взаимодействия нейтрино с ядрами. Относительные ошибки нормировки для приведенных типов данных равны, соответственно, 9.76 %, 9.73 % и 12.5 %. При оценке этих ошибок использовались полные ковариационные матрицы $\mathbf{W}_{\rm tot}$. Для сравнения, в квадратных скобках указаны полные абсолютные ошибки, полученные без учета корреляций. Соответствующие относительные ошибки равны 1.19 %, 2.94 % и 3.79 %

| **Модель** | $d^2\sigma/d\cos\theta_\mu dT_\mu$ (158 бинов) | $d\sigma/dQ^2$ (15 бинов) | $\sigma(E_\nu)/E_\nu$ (18 бинов) |
|---|---|---|---|
| GENIE 2.12.2 | $0.974 \pm 0.095$ [0.012] | $0.942 \pm 0.092$ [0.028] | $0.943 \pm 0.117$ [0.036] |
| GENIE 3.00.06 | $1.088 \pm 0.106$ [0.013] | $1.126 \pm 0.109$ [0.033] | $1.086 \pm 0.135$ [0.033] |
| NEUT 5.4.0 | $0.996 \pm 0.097$ [0.012] | $0.987 \pm 0.096$ [0.029] | $1.015 \pm 0.126$ [0.039] |
| GiBBU 2019 | $1.329 \pm 0.130$ [0.016] | $1.279 \pm 0.124$ [0.038] | $1.275 \pm 0.159$ [0.048] |
| NuWro 2019 | $1.145 \pm 0.112$ [0.014] | $1.139 \pm 0.111$ [0.033] | $1.143 \pm 0.142$ [0.043] |
| NOvA Tune | $1.008 \pm 0.098$ [0.012] | $0.977 \pm 0.095$ [0.029] | $0.960 \pm 0.120$ [0.036] |
| MArun | $1.069 \pm 0.104$ [0.013] | $1.018 \pm 0.099$ [0.030] | $1.011 \pm 0.126$ [0.038] |

**Таблица 2.** Значения $\chi^2_{\rm diag}$, $\chi^2_{\rm tot}$, $\chi^2_{\rm sh}$ рассчитанные для $d^2\sigma/d\cos\theta_\mu dT_\mu$, $d\sigma/dQ^2$ и $\sigma(E_\nu)/E_\nu$, а также нормировочные множители $N$, найденные из минимизации $\chi^2_{\rm sh}$, в семи моделях взаимодействия нейтрино с ядрами

| | $d^2\sigma/d\cos\theta_\mu dT_\mu$ (158 бинов) | | | | $d\sigma/dQ^2$ (15 бинов) | | | | $\sigma(E_\nu)/E_\nu$ (18 бинов) | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Модель** | $\chi^2_{\rm diag}$ | $\chi^2_{\rm tot}$ | $\chi^2_{\rm sh}$ | $N$ | $\chi^2_{\rm diag}$ | $\chi^2_{\rm tot}$ | $\chi^2_{\rm sh}$ | $N$ | $\chi^2_{\rm diag}$ | $\chi^2_{\rm tot}$ | $\chi^2_{\rm sh}$ | $N$ |
| GENIE 2.12.2 | 463.0 | 1146 | 1094 | 0.979 | 38.8 | 540.4 | 495.6 | 0.979 | 6.8 | 23.7 | 20.0 | 0.948 |
| GENIE 3.00.06 | 224.4 | 1501 | 1965 | 1.137 | 17.5 | 25.5 | 36.5 | 1.189 | 13.5 | 25.2 | 34.5 | 1.123 |
| NEUT 5.4.0 | 390.0 | 1743 | 1848 | 1.026 | 7.2 | 108.2 | 107.3 | 1.039 | 5.8 | 17.1 | 16.5 | 1.010 |
| GiBBU 2019 | 602.0 | 1225 | 2050 | 1.285 | 58.4 | 117.6 | 211.5 | 1.351 | 43.3 | 61.0 | 123.3 | 1.169 |
| NuWro 2019 | 218.7 | 647.9 | 882.7 | 1.163 | 19.9 | 55.2 | 72.0 | 1.224 | 13.9 | 9.9 | 12.0 | 1.141 |
| NOvA Tune | 25.6 | 281.3 | 283.1 | 1.004 | 2.3 | 4.7 | 4.8 | 0.959 | 1.8 | 27.4 | 25.7 | 0.944 |
| MArun | 124.6 | 669.8 | 821.8 | 1.105 | 7.6 | 29.1 | 32.0 | 1.115 | 7.3 | 33.6 | 31.5 | 1.021 |

буемые для наилучшего согласия с данными значения нормировочных коэффициентов варьируются в широком диапазоне – от 0.98 (GENIE 2.12.2) до 1.29 (GiBBU 2019), т.е. в пределах примерно $2.7\delta$. Разумеется, ни одна из приведенных моделей не может конкурировать с моделью "NOvA Tune", свободные параметры которой специально настроены на данные NOvA ND по $d^2\sigma/d\cos\theta_\mu dT_\mu$ и которая поэтому не требует дополнительной перенормировки. Тем не менее модели NuWro 2019 и MArun дают удовлетворительные (наименьшие после NOvA Tune) и близкие друг к другу значения $\chi^2_{\rm diag}$, $\chi^2_{\rm tot}$ и $\chi^2_{\rm sh}$. При этом для MArun требуется значительная, но согласующаяся с неопределенностью общей нормировки данных перенормировка, с коэффициентом $N \simeq 1.11 \simeq 1 + 0.94\delta$ (ср. с величиной $N \simeq 1.07 \simeq 1 + 0.62\delta$, требуемой при нормировке на площадь). Другими словами, модель MArun согласуется с измеренными значениями $d^2\sigma/d\cos\theta_\mu dT_\mu$ в пределах ошибок измерений, хотя для всех моделей, кроме NOvA Tune и (с оговорками) GiBBU 2019, наблюдается систематическое искажение предсказываемой зависимости сечения от энергии мюона. Для всех моделей, кроме NOvA Tune, степень этого искажения возрастает с увеличением $\cos\theta_\mu$.

На рисунке 7 для тех же моделей в представлении линейного биннинга показаны отношения расчетных неперенормированных значений, усредненных по спектру дифференциального сечения $d\sigma/dQ^2$ (a) и наклона полного сечения $\sigma(E_\nu)/E_\nu$ (b) к соответствующим экспериментальным значениям, показанным на рис. 2. Нормировочные коэффициенты и все три $\chi^2$-характеристики представлены в табл. 2. Как видим, для $d\sigma/dQ^2$ и $\sigma(E_\nu)/E_\nu$ также имеет место большой разброс модельных предсказаний и требуемых для наилучшего описания данных значениях нормировочных коэффициентов: от 0.96 (NOvA Tune) до 1.35 (GiBBU 2019), т.е. в диапазоне $\sim 3.5\delta$, для $d\sigma/dQ^2$ и от 0.94 (NOvA Tune) до 1.17 (GiBBU 2019), т.е. в диапазоне $\sim 2\delta$, для $\sigma(E_\nu)/E_\nu$. Можно отметить, что настройка параметров модели NOvA Tune на данных по двойному дифференциальному сечению не избавляет от необходимости дополнительной, относительно небольшой перенормировки для описания данных по $d\sigma/dQ^2$ и $\sigma(E_\nu)/E_\nu$.

Модель MArun вполне конкурентна и здесь, хотя, как и для всех рассматриваемых моделей, кроме NOvA Tune, имеют место отклонения от наблюдаемых зависимостей сечений от $Q^2$ и $E_\nu$. Для MArun разногласия с данными в большинстве находятся в

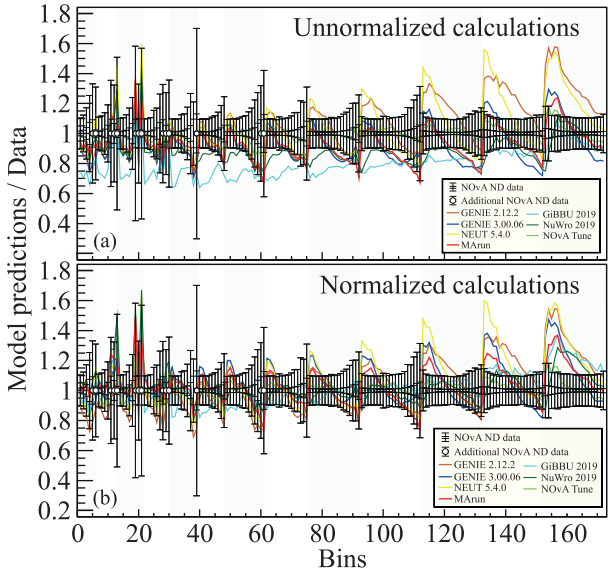


Рис. 6. (Цветной онлайн) Отношения расчетных (усредненных по спектру $\nu_\mu$) значений двойных дифференциальных сечений $d^2\sigma/d\cos\theta_\mu dT_\mu$ к измеренному в ближнем детекторе NOvA, представленные в зависимости от номера экспериментального бина; нумерация бинов идет в направлении слева направо и сверху вниз по первым тринадцати панелям рис. 1, а вертикальные полосы ограничивают диапазоны значений $\cos\theta_\mu$, указанные на этих панелях. В целях лучшей визуализации дискретные значения отношений для каждой из семи моделей соединены непрерывными линиями. Представлены результаты, соответствующие неперенормированным сечениям (a) и сечениям, перенормированным согласно процедуре, описанной в тексте (b). Показаны статистические и суммарные (статистические плюс систематические) ошибки измерений

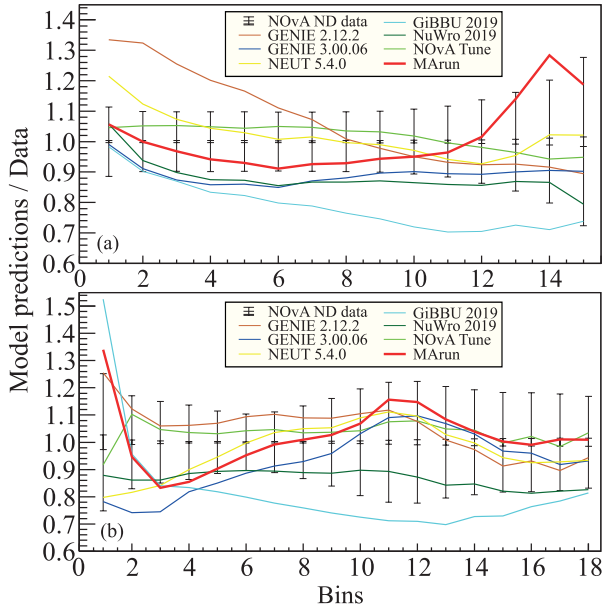


Рис. 7. (Цветной онлайн) Отношения расчетных неперенормированных значений $d\sigma/dQ^2$ (a) и $\sigma(E_\nu)/E_\nu$ (b) к измеренным, представленные в зависимости от номера экспериментального бина; бины нумеруются в направлении слева направо по рис. 2a и b, соответственно. С целью лучшей визуализации дискретные значения отношений для каждой из семи моделей соединены непрерывными линиями. Показаны статистические и суммарные ошибки измерений

пределах ошибок измерений. Отметим, что удаление из обработки данных рис. 7a) лишь одного последнего бина, определяющий вклад в который дает глубоко неупругое рассеяние и который слабо коррелирует с остальным набором данных (см. рис. 4), заметно улучшает описание зависимости $d\sigma/dQ^2$ от $Q^2$, а именно, величина $\chi^2_{\rm sh}/n$ (где $n$ – число бинов) уменьшается с 2.1 до 1.6. Похожий, но меньший эффект имеет место и для данных по наклону полного сечения, $\sigma(E_\nu)/E_\nu$: удаление из набора данных рис. 7b последних двух (трех) бинов, CCQE вклад в которые тоже слабо коррелирован и мал ($\lesssim 10\,\%$), приводит к уменьшению $\chi^2_{\rm sh}/n$ с 1.75 до 1.56 (1.59). Эти примеры свидетельствуют о том, что модель MArun адекватно описывает CCQE и CCQE-like вклады в дифференциальное и полное сечения.

**Заключение.** Показано, что модель с бегущей аксиальной массой (MArun), предназначенная для описания квазиупругих и квазиупруго-подобных взаимодействий нейтрино с ядрами, при использовании в нейтринном генераторе GENIE, позволяющем учесть неупругие каналы и эффекты взаимодействия вторичных адронов с ядром, хорошо согласуется (без дополнительных модификаций и подгонок) с недавними результатами измерений эксперимента NOvA ND. Модель MArun, применительно к расчету инклюзивных сечений взаимодействия нейтрино с ядрами, является конкурентоспособной по сравнению с другими моделями, включенными в генераторы GENIE, NEUT, GiBBU, NuWro, и может использоваться наряду с ними при анализе осцилляционных данных в дальнем детекторе NOvA. Дополнительная тонкая настройка модели на данные NOvA ND и/или включение этих и других современных данных в расширенный глобальный фит позволит улучшить ее предсказательные возможности.

Отметим, что поскольку ОМТ учитываются в модели MArun не явно, а чисто эмпирически, за счет энергетической зависимости параметра $M_A^{\rm run}$, представляет интерес проверить работоспособность MArun на данных по полуинклюзивным сечениям, в кинематической области чувствительной к вкладу

обменных токов и, в частности, $2p2h$ процессов. Это позволит уточнить область применимости модели.

Авторы благодарят Леонидаса Алиага, Линду Кремонези и Джонатана Пэйли за обсуждения деталей анализа данных эксперимента NOvA и теоретических расчетов, а так же Константина Кузьмина и Александра Ольшевского за полезные комментарии.

**Финансирование работы.** Поддержано Министерством науки и высшего образования Российской Федерации в рамках программы финансирования крупных научных проектов национального проекта "Наука", грант номер 075-15-2024-541.

**Конфликт интересов.** Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. M. A. Acero, P. Adamson, L. Aliaga et al. (NOvA Collaboration), Phys. Rev. D **107**(5), 052011 (2023).
2. A. Cudd (on behalf of the T2K Collaboration), Phys. Sci. Forum **8**, 14 (2023).
3. V. Hewes, B. Abi, R. Acciarri et al. (DUNE Collaboration), Instruments **5**(4), 31 (2021).
4. K. Abe, H. Aihara, C. Andreopoulos et al. (Hyper-Kamiokande Proto-Collaboration), PTEP **2015**, 053C02 (2015).
5. K. Abe, R. Abe, S. H. Ahn et al. (Hyper-Kamiokande Proto-Collaboration), PTEP **2018**(6), 063C01 (2018).
6. A. V. Akindinov, E. G. Anassontzis, G. Anton et al. (P2O Proto-Collaboration), Eur. Phys. J. C **79**(9), 758 (2019).
7. K. S. Kuzmin, V. A. Naumov, and O. N. Petrova, Phys. Part. Nucl. **48**(6), 995 (2017).
8. I. D. Kakorin, K. S. Kuzmin, and V. A. Naumov, Phys. Part. Nucl. Lett. **17**(3), 265 (2020).
9. I. D. Kakorin, K. S. Kuzmin, and V. A. Naumov, Eur. Phys. J. C **81**(12), 1142, 2021.
10. L. Alvarez-Ruso, C. Andreopoulos, A. Ashkenazi et al. (GENIE Collaboration), Eur. Phys. J. ST **230**(24), 4449 (2021).
11. R. A. Smith and E. J. Moniz, Nucl. Phys. B **43**, 605 (1972; Erratum: ibid. **101**, 547 (1975)].
12. K. S. Kuzmin, V. V. Lyubushkin, and V. A. Naumov, Eur. Phys. J. C **54**, 517 (2008).
13. V. Lyubushkin, B. Popov, J. Kim et al. (NOMAD Collaboration), Eur. Phys. J. C **63**, 355 (2009).
14. A. A. Aguilar-Arevalo, C. E. Anderson, A. O. Bazarko et al. (MiniBooNE Collaboration), Phys. Rev. D **81**(9), 092005 (2010).
15. A. A. Aguilar-Arevalo, B. C. Brown, L. Bugel et al. (MiniBooNE Collaboration), Phys. Rev. D **88**(3), 032001 (2013).
16. K. Abe, J. Amey, C. Andreopoulos et al. (T2K Collaboration), Phys. Rev. D **98**(3), 032003 (2018).
17. K. Abe, J. Amey, C. Andreopoulos et al. (T2K Collaboration), Phys. Rev. D **97**(1), 012001 (2018).
18. D. Ruterbories, K. Hurtado, J. Osta et al. (MINERvA Collaboration), Phys. Rev. D **99**(1), 012004 (2019).
19. C. E. Patrick, L. Aliaga, A. Bashyal et al. (MINERvA Collaboration), Phys. Rev. D **97**(5), 052002 (2018).
20. A. A. Aguilar-Arevalo, B. C. Brown, L. Bugel et al. (MiniBooNE Collaboration), Phys. Rev. Lett. **120**(14), 141802 (2018).
21. D. Rein and L. M. Sehgal, Ann. Phys. (N.Y.) **133**(1), 79 (1981).
22. K. S. Kuzmin, V. V. Lyubushkin, and V. A. Naumov, Mod. Phys. Lett. A **19**(38), 2815 (2004).
23. C. Berger and L. M. Sehgal, Phys. Rev. D **76**(11), 113004 (2007).
24. I. D. Kakorin and K. S. Kuzmin, Phys. Rev. D **104**(9), 093001 (2021).
25. K. S. Kuzmin, V. V. Lyubushkin, and V. A. Naumov, Acta Phys. Polon. B **37**(8), 2337 (2006).
26. R. L. Workman, V. D. Burkert, V. Crede, et al. (Particle Data Group), PTEP **2022**, 083C01 (2022).
27. P. Rodrigues, C. Wilkinson, and K. McFarland, Eur. Phys. J. C **76**(8), 474 (2016).
28. M. A. Acero, P. Adamson, G. Agam et al. (NOvA Collaboration), Eur. Phys. J. C **80**(12), 1119 (2020).
29. C. Andreopoulos, A. Bell, D. Bhattacharya et al. (GENIE Collaboration), Nucl. Instrum. Meth. A **614**, 87 (2010).
30. C. Andreopoulos, C. Barry, S. Dytman, H. Gallagher, T. Golan, R. Hatcher, G. Perdue, and J. Yarba, arXiv:1510.05494 [hep-ph] (2015).
31. J. Tena-Vidal, C. Andreopoulos, A. Ashkenazi et al. (GENIE Collaboration), Phys. Rev. D **104**(7), 072009 (2021).
32. J. Tena-Vidal, C. Andreopoulos, C. Barry et al. (GENIE Collaboration), Phys. Rev. D **105**(1), 012009 (2022).
33. Y. Hayato, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **112**(1–3), 171 (2002).
34. G. Mitsuka, AIP Conf. Proc. **981**, 262 (2008).
35. Y. Hayato, Acta Phys. Polon. B **40**(9), 2477 (2009).
36. T. Golan, J. T. Sobczyk, and J. Zmuda, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **229–232**, 499 (2012).
37. T. Golan, C. Juszczak, and J. T. Sobczyk, Phys. Rev. C **86**(1), 015505 (2012).
38. O. Buss, T. Gaitanos, K. Gallmeister, H. van Hees, M. Kaskulov, O. Lalakulich, A. Larionov, T. Leitner, J. Weil, and U. Mosel, Phys. Rept. **512**, 1 (2012).
39. K. Gallmeister, U. Mosel, and J. Weil, Phys. Rev. C **94**(3), 035502 (2016).
40. U. Mosel, J. Phys. G **46**(11), 113001 (2019).

41. J. Campbell, M. M. Diefenthaler, T. J. Hobbs et al. (Initiative Group on Particles and Fields), *Event generators for high-energy physics experiments (Snowmass White Paper)*, in *Proceedings of the 2021 US Community Study on the Future of Particle Physics (Snowmass 2021)*, ed. by J. N. Butler, R. Sekhar Chivukula, and M. E. Peskin, APS Division of Particles and Fields, March 2022; arXiv:2203.11110 [hep-ph].
42. NOvA Collaboration, "Data releases," 2024. URL: https://novaexperiment.fnal.gov/data-releases/, Accessed on April 2, 2024.