Письма в ЖЭТФ, том 120, вып. 1, с. 51 – 61

Особенности отклика майорановских квазичастиц в сверхпроводящих проволоках (Миниобзор)

С. В. Аксенов[1)]

Институт физики им. Л. В. Киренского, Федеральный исследовательский центр "Красноярский научный центр Сибирского отделения Российской академии наук", 660036 Красноярск, Россия

Поступила в редакцию 12 апреля 2024 г.
После переработки 6 июня 2024 г.
Принята к публикации 8 июня 2024 г.

В прошедшее десятилетие наблюдался рост интереса к гибридным квазиодномерным системам, в которых полупроводниковая внутренняя часть покрыта сверхпроводником (так называемая core/shell структура). В качестве полупроводников выбираются материалы с большой величиной спин-орбитальной связи и g-фактором (InAs, InSb). Эффект близости позволяет рассматривать такие объекты как сверхпроводящие проволоки, в которых было предсказано существование майорановских состояний. В обзоре кратко приводится современное состояние экспериментальных исследований, нацеленных на детектирование майорановских квазичастичных возбуждений в сверхпроводящих проволоках. Кроме того, обсуждаются перспективы использования интерференционной геометрии устройств, содержащих такие проволоки. В частности, представлены результаты теоретического анализа когерентного транспорта в пространственно неоднородной 1D системе нормальный металл/сверхпроводник/нормальный металл, где нормальные проволоки играют роль рукавов интерференционного устройства, взаимодействующих с нормальным контактом. Обнаружена возможность отличить отклик разных видов низкоэнергетических возбуждений устройства, а именно: майорановских от андреевских.

DOI: 10.31857/S123456782413010X, EDN: GUITKG

1. Введение. В работе [1] были изучены свойства основного состояния и низкоэнергетических возбуждений цепочки бесспиновых фермионов из N узлов, которая характеризуется параметрами перескока и сверхпроводящего спаривания p-типа между ближайшими соседями, $t > 0$ и Δ, соответственно, а также химическим потенциалом μ. Оказывается, что при $|\mu| < 2t$ в открытой системе реализуется боголюбовское возбуждение, энергия которого экспоненциально спадает с ростом длины цепочки, т.е. $\varepsilon_1 \sim e^{-L/\xi}$, где $\xi \sim \Delta^{-1}$ – длина когерентности, $L = Na$ – длина цепочки (далее $a = 1$). Другими словами, при $L \gg \xi$ возникает краевое состояние с нулевой энергией. При этом объемный спектр этой системы, которую в литературе частно называют проволокой или цепочкой Китаева, с периодическими граничными условиями является щелевым,

$$\varepsilon_k = \sqrt{\left(2t\cos k + \mu\right)^2 + 4\Delta^2 \sin^2 k}. \tag{1}$$

Из вида спектра (1) следует, что при $\mu = \pm 2t$ щель закрывается, если волновой вектор равен $k = \pi, 0$. Таким образом, при непрерывном изменении параметров появление краевого состояния в цепочке с открытыми граничными условиями сопровождается квантовым фазовым переходом в системе с периодическими граничными условиями.

Особенность полученного краевого состояния становится очевидной, если перейти от описания в терминах фермиевских операторов вторичного квантования на j-м узле, c_j, c_j^+, к операторам майорановского типа, $\gamma_{Aj} = c_j + c_j^+$, $\gamma_{Bj} = i\left(c_j^+ - c_j\right)$, $\gamma_{A,Bj} = \gamma_{A,Bj}^+$. Аналогично, в пространстве собственных состояний гамильтониана Боголюбова–де Жена, оператор любого боголюбовского возбуждения α_n $(n = 1, ..., N)$ можно представить в виде суперпозиции операторов майорановских мод, $\alpha_n = \left(b_{1n} + ib_{2n}\right)/2$, $b_{1,2n} = b_{1,2n}^+$. В результате, нетрудно показать, что для любого возбуждения справедлива следующая связь:

$$b_{1n} = \sum_j w_{jn}\gamma_{Aj}, \quad b_{2n} = \sum_j z_{jn}\gamma_{Bj}, \tag{2}$$

где коэффициенты $w_{jn} = u_{jn} + v_{jn}$, $z_{jn} = u_{jn} - v_{jn}$ можно интерпретировать как значения волновых функций майорановских мод n-го возбуждения на

1) e-mail: asv86@iph.krasn.ru

j-м узле. Они выражаются через uv-коэффициенты Боголюбова, т.е. $c_j = \sum_n (u_{jn}\alpha_n + v_{jn}\alpha_n^+)$.

Тогда, если одноузельная энергия, отсчитываемая от μ, равна нулю и $|\Delta| = t$, то наименьшее по энергии возбуждение имеет в точности нулевую энергию $\varepsilon_1 = 0$, и $b_{1,1} \equiv b_1 = 2u_{1,1}\gamma_{A1}$, $b_{2,1} \equiv b_2 = 2u_{N,1}\gamma_{BN}$, $u_{1,1} = u_{N,1}$. При отклонении от особой точки, $|\Delta| = t$, $\mu = 0$, волновые функции майорановских мод гибридизуются, что, в общем случае, приводит к ненулевой энергии возбуждения ε_1, которая, как уже указывалось, экспоненциально спадает с ростом N и осциллирует как функция энергетических параметров системы. В литературе состояние, энергия которого близка к нулю, а образующие его майорановские моды локализованы на противоположных концах, называют майорановским. При этом стоит подчеркнуть, что майорановское состояние (МС) есть частный случай андреевского состояния (АС) – суперпозиции электронной и дырочной волн с энергией внутри щели – возникающего в системах с пространственно неоднородным потенциалом сверхпроводящего спаривания [2].

Про цепочку с МС говорят как о системе в фазе топологической сверхпроводимости, имея в виду нетривиальную топологию пространства блоховских волновых функций, $\psi_n(k)$. Действительно, если вычислить фазу Бэрри, которая набегает при движении по зоне Бриллюэна, то [3, 4]

$$\gamma = \int_{-\pi}^{\pi} dk \sum_n \left(\psi_n^*(k), \frac{\psi_n(k)}{dk}\right) = \begin{cases} \pi \cdot 0, |\mu| > 2t; \\ \pi \cdot 1, |\mu| < 2t. \end{cases} \quad (3)$$

Фаза γ связана с числом Майорана, M – топологическим инвариантом, предложенным в работе [1] – как $M = \exp(i\gamma)$.

Внимание к квазичастицам майорановского типа объясняется не только фундаментальным интересом к их экзотическим свойствам. Существует ряд причин, позволяющих надеяться на использование майорановских мод в квантовых вычислениях. Наличие возбуждения с нулевой энергией говорит о двукратном вырождении основного состояния, обладающего неопределенной четностью. Как следствие, можно рассмотреть эволюцию волновой функции кубита в базисе двух таких состояний, $|0\rangle$ и $\alpha_0^+|0\rangle$ [5, 6]. В работе [7] было показано, что меняя местами майорановские моды $b_{1,2}$ в Т-образной проволоке без закрытия щели объемного спектра (т.е. выполняя операцию брейдинга), можно добиться изменения волновой функции кубита, которая не сводится к умножению на глобальный фазовый множитель. Последнее – следствие того, что майорановские фермионы являются неабелевыми анионами [8]. Другой важной с прикладной точки зрения особенностью МС является его нелокальный характер. В результате, имеет место так называемая топологическая защищенность МС по отношению к локальным возмущениям [9, 10], в том числе и к процессам декогеренции, которые выступают очевидным камнем преткновения для создания нетопологических кубитов.

В работах [11, 12] была предложена более реалистичная 1D модель, описывающая полупроводниковую проволоку со спин-орбитальным взаимодействием Рашбы на поверхности s-волнового сверхпроводника в магнитном поле. Поскольку за счет эффекта близости сверхпроводящее спаривание, характеризующееся величиной щели Δ, наводится в самой проволоке, в дальнейшем будем называть ее сверхпроводящей проволокой. Нетривиальная фаза в такой системе реализуется, если зеемановская энергия, h, выше порогового значения, h_c, а именно, в континуальном приближении имеем: $h > \sqrt{\mu^2 + \Delta^2}$.

При $\Delta = 0$ спин-орбитальное взаимодействие интенсивности α и зеемановское расщепление приводят к образованию двух зон геликоидальных состояний, разделенных щелью h при $k = 0$ [13]. Тогда, проецируя гамильтониан исходной модели на подпространство состояний нижней зоны при $\Delta \neq 0$ в режиме h, $|\mu| \gg t, \alpha, \Delta$ (здесь t – параметр перескока в приближении сильной связи), получим гамильтониан модели Китаева, где интенсивность спаривания фермионов $\sim \alpha\Delta/h$ [11, 14]. Таким образом, если при $h < h_c \approx |\mu|$ в сверхпроводящей проволоке доминирует s-тип спаривания, то при $h \gtrsim |\mu|$ реализуется эффективный p-волновой сверхпроводник [15].

Через несколько лет после отмеченных теоретических предложений появились первые экспериментальные работы, где методом локальной туннельной спектроскопии изучались транспортные свойства гибридной проволоки полупроводник/сверхпроводник [16–18]. В качестве полупроводниковой проволоки зачастую выбираются InAs или InSb, которые обладают большими значениями параметра Рашба, g-фактора и малой эффективной массой, $\alpha_R = 0.2 - 0.8$ эВ $\cdot$ Å, $g = 8 - 15$, $m^* = 0.023 m_e$ или $\alpha_R = 0.2 - 1$ эВ $\cdot$ Å, $g = 40 - 50$, $m^* = 0.014 m_e$, соответственно [19]. В первых работах полупроводниковая проволока располагалась на поверхности массивного сверхпроводника Al или NbTiN. Впоследствии была освоена технология эпитаксиального наращивания слоя сверхпроводящего материала на поверхности полупроводникового стержня (т.н. core/shell структура). Получаемые величины наведенной за счет эффекта близости щели в сердцевине равны $\Delta = 0.2 - 1$ мэВ.

Соответственно, структуры исследуются при температурах $T \sim 10 - 100$ мК. Характерные магнитные поля, при которых выполняются эксперименты, $B \sim 1$ Тл. Принимая во внимание негативное влияние магнитного поля на сверхпроводящее спаривание, в последние годы ряд экспериментов был осуществлен с гибридными проволоками, в которых, помимо сверхпроводника, напыляется слой магнитного изолятора (EuS) [20–22].

Стоит отметить, что за прошедшие примерно десять лет после старта экспериментов был достигнут существенный технологический прогресс в областях выращивания гибридных проволок, улучшения параметров интерфейса полупроводник/сверхпроводник и т.д. Все это привело к наблюдению теоретически предсказанных эффектов, связанных с транспортом в МС, а именно: возникновение квантованного пика дифференциальной проводимости (кондактанса) при нулевом напряжении [23, 24] и его устойчивость при изменении высоты туннельного барьера на границе контакта нормальный металл/сверхпроводящая проволока, зеемановской энергии, химического потенциала и в присутствии беспорядка [25].

Известно, что электроны с энергией внутри щели сверхпроводника, налетая на него из области нормального металла, испытывают локальное андреевское отражение на интерфейсе [26]. Тогда, если при этом уровень Ферми находится в центре щели, а на границе сверхпроводника локализована майорановская мода, то процессы андреевского отражения приобретают резонансный характер независимо от величины интеграла туннелирования. В результате кондактанс при нулевом напряжении смещения имеет максимум, высота которого равна $2G_0$, где $G_0 = e^2/h$ – квант проводимости (в данном конкретном случае h – постоянная Планка). Заметим, что множитель 2 здесь указывает на присутствие электронных и дырочных степеней свободы, а не на вырождение по спину [23, 27].

Переход в топологически нетривиальную фазу сопровождается закрытием и переоткрытием щели объемного спектра сверхпроводящей проволоки. В работе [28] было показано, что этот эффект можно также наблюдать в транспорте, измеряя нелокальный сигнал в трехконтактной схеме нормальный металл/сверхпроводящая проволока/нормальный металл. При этом предполагается, что контакт по середине создается прямым (не через конденсатор) заземлением массивного сверхпроводника, с которым взаимодействует проволока длиной L. Если $L \gg \xi$, то транспорт между нормальными контактами квазичастиц с энергиями $E < \Delta_{\text{eff}}$, где Δ_{eff} – щель объемного спектра, будет подавлен в виду затухающего характера их волновых функций. Подчеркнем, что в данном случае учитывается, что щель Δ_{eff} носит некоторый эффективный характер, т.е. определяется не только величиной Δ, но и h, а также α [29]. В свою очередь, при $\Delta_{\text{eff}} < E < \Delta_0$, где Δ_0 – щель родительского сверхпроводника, изменение тока в правом контакте I_2, обусловленное изменением напряжения в левом V_1, т.е. нелокальный кондактанс $G_{21} = dI_2/dV_1$, будет отлично от нуля за счет обычного переноса электронов или транспорта дырок (последний вызван процессами перекрестного андреевского отражения). Учитывая это, единственный сценарий, позволяющий рассчитывать на появление ненулевого сигнала при $V = 0$ – это закрытие щели объемного спектра при $h = h_c$ [11, 12, 30]. Обнаружено, что в этом случае $G_{21}(V) = -G_{21}(-V)$, т.е. вблизи топологического фазового перехода наблюдается выпрямление тока $I \sim V^2$. О величине Δ_{eff} при $h > h_c$, которую можно оценить, все также измеряя нелокальный кондактанс, говорят как о топологической щели.

Основываясь на описанных локальных и нелокальных измерениях, в недавней масштабной работе [31] была предпринята попытка построения диаграммы топологических фаз сверхпроводящей проволоки. Исследуемый образец представлял собой квазиодномерный канал электронного газа, созданный действием затворных электродов на 2DEG в квантовой яме InAs. Над каналом была эпитаксиально выращена полоска Al. Магнитное поле приложено вдоль канала. Измерения показали, что в пространстве параметров напряжение на затворе, управляющее концентрацией электронов в канале, V_g – напряженность магнитного поля B, имеются области, на границе которых наблюдается бесщелевой объемный спектр, а внутри них и снаруж – в объемном спектре присутствует щель. В свою очередь, пики кондактанса левого и правого контактов при нулевом напряжении одновременно реализуются только внутри островков. Причем, данные резонансы демонстрируют устойчивость при варьировании высоты туннельных барьеров, концентрации электронов и магнитного поля. Однако, размеры этих областей весьма малы ($V_g \sim 1$ мВ, $B \sim 100$ мТл, т.е. $eV_g \sim 1$ мэВ, $h \sim 10$ мкэВ), так же, как и величины топологической щели $\Delta_{\text{eff}} = 20 - 60$ мкэВ, которая на порядок меньше рассчитанных теоретических значений.

Важный фактор, существенно затрудняющий интерпретацию результатов [31] и других работ в этой области [32, 33], – беспорядок, уровень которого в исследуемых гибридных образцах до сих пор весьма велик [34–36]. Здесь следует разделять несколько сценариев [37]. Первый – неоднородность электростатического потенциала, которая связана с наличием набора затворных электродов, необходимых для регулирования как концентрации носителей в сверхпроводящей проволоке, так и высоты туннельных барьеров; заряженных примесей в окружающей среде; а также барьеров Шоттки [38]. В результате химический потенциал можно рассматривать в виде гладкоменяющейся функции координаты как на границе сверхпроводящей проволоки с нормальным контактом (здесь может образовываться область квантовой точки) [16, 32, 39, 40], так и в объеме проволоки [41]. В этом случае, в тривиальной фазе могут возникать АС, которые при определенных параметрах имеют нулевую энергию [2, 42, 43]. Как следствие, кондактанс контакта нормальный металл/сверхпроводящая проволока при нулевом напряжение также равен $2G_0$. В зависимости от характеристик гладкой неоднородности майорановские волновые функции, образующие такие АС, могут также быть частично разнесены в пространстве (о таких состояниях говорят еще как о квази-МС). Таким образом, их локальный линейный отклик, т.е. $G_{11} = \frac{dI_1}{dV_1}|_{V_1 \to 0}$, и его свойства будут во многом повторять, наблюдаемые для МС [44–46].

Второй сценарий – беспорядок и множественные примеси в полупроводниковом стержне и на границе полупроводник/сверхпроводящая оболочка, которые суммарно можно интерпретировать как флуктуации электростатического потенциала в сверхпроводящей проволоке. Поскольку в системе нарушена симметрия относительно обращения времени ($h \neq 0$) и, как уже было сказано, в топологически нетривиальной фазе доминирует p-тип спаривания, то, в отличие от БКШ сверхпроводимости [47], беспорядок может иметь существенное значение. В системах достаточно большого размера в силу своей пространственной нелокальности и наличия щели в спектре возбуждений МС обладают иммунитетом к влиянию слабого беспорядка (так называемая топологическая защищенность) [48, 49]. Сильный беспорядок подавляет эту щель и приводит к переходу в топологически тривиальную фазу [50–52]. По мере его роста уменьшение топологической щели будет приводить к значительной гибридизации майорановских мод и снова к появлению АС, энергия которых может случайным образом обращаться к нуль. Как и в случае первого сценария, сильный беспорядок способен индуцировать подобные АС, а также АС с частично разнесенными майорановскими модами, и в тривиальной фазе [34, 53]. Показано, что отклик данных возбуждений в значительной степени мимикрирует под отклик истинного МС [54–56]. Интересно, что АС с нулевой энергией могут возникать и при $h = 0$, что можно использовать в экспериментах для оценки степени беспорядка в системе [37, 57].

Важно отметить, что для сглаживания негативного влияния беспорядка и достижения баллистического режима транспорта в современных экспериментах исследуются достаточно короткие образцы, длина которых ~ 1 мкм [31, 36]. В результате, АС, возникающие в рамках обоих сценариев, могут иметь ненулевую плотность вероятности вблизи противоположных границ гибридной структуры [57]. Как следствие, скоррелированное поведение локальных кондактансов G_{11} и G_{22}, которое свойственно резонансному транспорту через МС, может наблюдаться и в случае тривиальных квазичастиц [37, 46].

Кроме ставшей уже очевидной необходимости уменьшения степени беспорядка в гибридных структурах InAs/Al, InSb/Al, другим возможным решением этой проблемы является поиск альтернативных материалов. В последнее время значительно возрос интерес к теллуриту свинца (PbTe) [58]. Обладая как и InAs, InSb большими спин-орбитальной связью и g-фактором [59, 60], проволоки PbTe выделяются чрезвычайно высокой диэлектрической постоянной: $\sim 10^3$ [61] против $\sim 10^1$ у InAs, InSb [62]. Следовательно, в этом полупроводником материале стоит ожидать эффективной экранировки заряженных примесей и меньшего беспорядка. Чтобы уберечь проволоки PbTe от образования оксидных слоев на их поверхности (что является другим источником беспорядка), их дополнительно покрывают пленкой CdTe, имеющим согласованную с PbTe решетку (lattice matched). По этой же причине проволоки PbTe выращивают именно на подложках CdTe [63, 64]. Дальнейшее развитие метода селективного выращивания проволок (selective-area growth) с использованием молекулярно-лучевой эпитаксии позволило улучшить качество интерфейсов [65]. В итоге стало возможным наблюдать баллистический транспорт в отсутствии магнитного поля и, как следствие, квантованные ступеньки кондактанса [66, 67]. При этом длина транспортного канала может достигать 1.5 мкм, что от 1.5 до 10 раз больше, чем у InAs и InSb [68, 69].

Расчеты показали, что гибридные сверхпроводящие структуры PbTe/Pb перспективны и обладают рядом преимуществ [59]. Свинец имеет бóльшую, чем алюминий, сверхпроводящую щель и, соответственно, в экспериментах можно использовать более высокие магнитные поля. Сверхпроводящая щель в PbTe/Pb, сравнимая по величине с таковыми в InAs/Al и InSb/Al, может быть индуцирована даже при слабой связи между Pb и PbTe, что одновременно уменьшает неблагоприятные эффекты перенормировки и наведенного сверхпроводником в полупроводнике беспорядка. Как отмечалось выше, проволоку PbTe можно для начала покрыть буферным слоем CdTe и только потом наращивать пленку Pb или использовать в качестве слоя, покрывающего PbTe/Pb. Это позволяет решать проблемы несоответствия решеток PbTe и Pb и образования оксидных слоев как значимые источники беспорядка. Полученные недавно экспериментальные данные зафиксировали реализацию твердой (т.е. без паразитных квазичастичных состояний внутри) наведенной щели $\Delta \sim 1$ мэВ [70], что примерно в 5 раз превышает известные результаты для Al [19, 71].

Интерес к изучению интерференционных структур, содержащих сверхпроводящие проволоки, во многом объясняется двумя причинами. Во-первых, описанная выше проблема различия отклика МС от АС (обусловленных разными механизмами) заставляет обращаться к более сложным транспортным схемам [72–74]. Во-вторых, в ряде теоретических работ было показано, что брейдинг майорановских мод, который в случае топологических кубитов необходим для реализации квантово-вентильных операций, именно в системах с несколькими путями возможен на основе измерений и эффекта квантовой телепортации (т.е. без какого-либо физического перемещения мод) [75–77].

Эффект Ааронова–Бома, который заключается в осцилляциях кондактанса как функции магнитного поля, направленного перпендикулярно плоскости интерференционной структуры, является одним из критериев реализации режима когерентного транспорта [78, 79]. Такое поведение дифференциальной проводимости уже было продемонстрировано на практике для устройств на основе InSb [80] и PbTe [64]. В эксперименте [81] была предпринята попытка реализовать МС в одном из рукавов интерферометра. Однако, наблюдавшиеся осцилляции Ааронова–Бома не удалось связать именно с транспортом через разнесенные майорановские моды и отбросить возможный вклад объемных АС (т.е. боголюбовские возбуждения с сильно перекрывающимися майорановскими модами).

Ниже мы покажем, как можно решить проблему различия отклика истинного МС от АС нескольких видов: неоднородного и объемного, – анализируя особенности низкоэнергетического транспорта в П-образном интерференционном устройстве [74, 82].

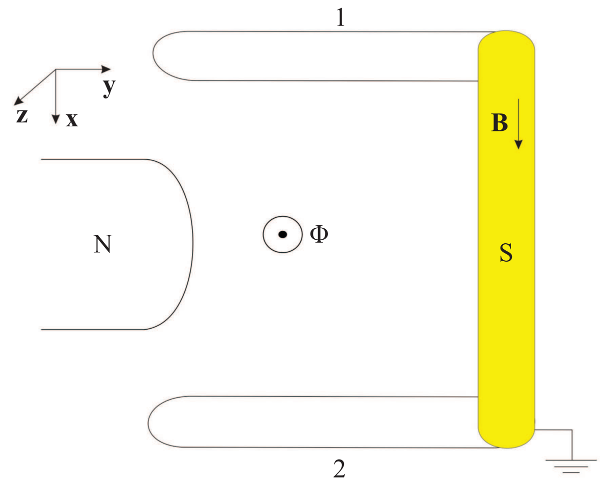

Рис. 1. (Цветной онлайн) П-образная структура (интерференционное устройство), взаимодействующая с нормальным контактом N. Устройство представляет собой проволоку со спин-орбитальным взаимодействием, в центральном сегменте (отмеченном цветом) которой за счет эффектов близости наведено сверхпроводящее спаривание и зеемановское расщепление. При туннелировании носителей из рукавов 1 и 2 в контакт возникает фаза Ааронова–Бома за счет магнитного потока Φ

2. Транспортные свойства неоднородного интерферометра с топологическим сверхпроводником.

Рассмотрим стационарный ток в системе, изображенной на рис. 1, гамильтониан которой имеем вид:

$$\hat{H} = \hat{H}_C + \hat{H}_D + \hat{H}_T. \tag{4}$$

Здесь первый член $\hat{H}_C$ описывает однозонный парамагнитный контакт,

$$\hat{H}_C = \sum_{k\sigma} \left(\xi_k - \frac{eV}{2} - \mu \right) c^+_{k\sigma} c_{k\sigma}, \tag{5}$$

где $c_{k\sigma}$ – оператор уничтожения электрона с волновым вектором k, спином σ и энергией ξ_k; μ – химический потенциал; V – напряжение смещения.

При описании следующих слагаемых гамильтониана будем пользоваться узельным представлением. Заметим, однако, что поскольку характерные расстояния, на которых изменяются волновые функции майорановских мод в сверхпроводящих проволоках, много больше межатомных расстояний, то для анализа спектральных и транспортных свойств подобных систем может успешно применяться и континуальный подход [30, 83, 84]. Второе слагаемое представляет собой гамильтониан П-образного неоднородного интерференционного устройства, включающего сверхпроводящий сегмент S между двумя нормальными рукавами 1 и 2. В приближении сильной связи и представлении операторов Намбу на узле j, $\Psi_j = \left(a_{j\uparrow}\ a^+_{j\downarrow}\ a_{j\downarrow}\ a^+_{j\uparrow}\right)^T$ гамильтониан структуры есть

$$\hat{H}_D = \sum_j \Psi_j^+ \left[(V_j - \mu)\hat{\tau}_z - h_j\hat{\sigma}_x + \Delta_j\hat{\tau}_x\right]\Psi_j \tag{6}$$
$$-\frac{1}{2}\left[\Psi_j^+\left(t - i\alpha_j\left(\hat{\sigma}_x\cos\varphi_j + \hat{\sigma}_y\sin\varphi_j\right)\right)\hat{\tau}_z\Psi_{j+1} + \text{H.c.}\right].$$

В гамильтониан (6) входят зависящие от координаты электростатический потенциал, V_j; зеемановское расщепление, h_j; потенциал s-волнового сверхпроводящего спаривания, Δ_j; параметр спин-орбитальной связи, α_j; а также угол θ_j, на который поворачивается поле Рашбы при перемещении из одного сегмента в другой; t – параметр перескока между узлами устройства; $\hat{\sigma}_i$, $\hat{\tau}_i$ – матрицы Паули, действующие в спиновом и электрон-дырочном пространствах, соответственно ($i = x, y, z$). Конкретная форма пространственных зависимостей имеет следующий вид:

$$V_j = \frac{e_1 + e_2}{2} + \frac{e_S - e_1}{2}\tanh\left(\frac{j - N_1}{\sigma_1}\right) \tag{7}$$
$$-\frac{e_S - e_2}{2}\tanh\left(\frac{j - N_1 - N_S}{\sigma_2}\right),$$
$$\Delta_j = \frac{\Delta}{2}\left[\tanh\left(\frac{j - N_1}{\sigma_1}\right) - \tanh\left(\frac{j - N_1 - N_S}{\sigma_2}\right)\right], \tag{8}$$
$$h_j = h\Delta\theta_{S,j},\ \varphi_j = \frac{\pi}{2}\Delta\theta_{S,j},\ \alpha_j = \sum_{n=1,2,S}\alpha_n\Delta\theta_{n,j}, \tag{9}$$

где $e_{1,2,S}$ – одноузельные энергии электрона в трех подсистемах (индексы 1, 2 и S указаны на рис. 1); N_1, N_S – число узлов в нормальных рукавах и сверхпроводящем сегменте, соответственно; $\sigma_{1,2}$ – параметры, определяющие степень плавности изменения гладких профилей на N1/S и S/N2 интерфейсах, соответственно; h – энергия Зеемана; Δ – величина сверхпроводящей щели; $\alpha_{1,2,S}$ – константы спин-орбитальной связи в рукавах и сверхпроводящей проволоке. В формуле (9) использованы разности функций Хевисайда:

$$\Delta\theta_{1,j} = \theta(j-1) - \theta(j - N_1 - 1),$$
$$\Delta\theta_{2,j} = \theta(j - N_1 - N_S - 1) - \theta(j - 2N_1 - N_S - 1),$$
$$\Delta\theta_{S,j} = \theta(j - N_1 - 1) - \theta(j - N_1 - N_S - 1).$$

Заметим, что локальный характер обменного поля, действующего только в области сверхпроводящей проволоки, на практике может быть достигнут за счет эффекта близости напылением пленки магнитного изолятора, дополнительно к слою сверхпроводника, на полупроводниковый кор [20–22]. Диапазон энергий Зеемана, при которых сверхпроводящая проволока находится в нетривиальной фазе, определяется неравенством $h_{c1} < h < h_{c2}$, где $h_{c1,2} = \sqrt{\Delta^2 + (e_S - \mu \mp t)^2}$. При этом волновые функции майорановских мод, составляющие МС, способны проникать в нормальные рукава, становясь доступными для интерференционных измерений [30, 85, 86].

Последнее слагаемое в гамильтониане описывает процессы туннелирования между нормальным контактом и рукавами устройства,

$$\hat{H}_T = -\Psi_k^+\hat{\tau}_z\left(\hat{t}_1\hat{\Phi}\Psi_1 + \hat{t}_2\hat{\Phi}^+\Psi_L\right) + \text{H.c.}, \tag{10}$$

где элементами матрицы

$$\hat{t}_{1(2)} = \text{diag}\left(t_{1(2)\uparrow}, t^*_{1(2)\downarrow}, t_{1(2)\downarrow}, t^*_{1(2)\uparrow}\right)$$

являются параметры туннелирования в рукава $t_{1,2\sigma}$; а матрица

$$\hat{\Phi} = \text{diag}\left(e^{i\frac{\phi}{2}}, e^{-i\frac{\phi}{2}}, e^{i\frac{\phi}{2}}, e^{-i\frac{\phi}{2}}\right)$$

определяется фазой Ааронова–Бома $\phi = 2\pi\Phi/\Phi_0$, возникающий при туннелировании за счет магнитного потока Φ сквозь плоскость устройства; $\Phi_0 = h/e$ – нормальный квант потока.

В дальнейшем, при численных расчетах предполагается, что $t = 1$, $\mu = 0$, $e_1 = -0.1$, $e_2 = -0.5$, $e_S = 1.4$, $\alpha_1 = -\alpha_2 = 0.3$, $\alpha_S = 0.2$, $\Delta = 0.3$, $\sigma_1 = 3$, $\sigma_1 = 4$, $N_1 = 50$, $N_S = 60$.

Наличие гладкоменяющихся в областях интерфейсов электростатического потенциала и потенциала сверхпроводящего спаривания делает возможным реализацию различных низкоэнергетических состояний, которые отличаются поведением волновых функций майорановских мод в пространстве. Пространственные распределения соответствующих плотностей вероятности, $|w_{j,1}|^2$, $|z_{j,1}|^2$, показаны на рис. 2. Область $51 < j \le 110$ отвечает сверхпроводящей проволоке, а левый и правый сегменты (где $1 \le j \le 50$ и $110 < j \le 160$) относятся к рукавам 1 и 2, соответственно.

Как известно, у боголюбовского возбуждения майорановского типа волновые функции майорановских мод, которым отвечают операторы $b_{1,1}$ и $b_{2,1}$ (см. формулу (2)), локализованы на противоположных концах сверхпроводящей проволоки. В нашем случае, как показано на рис. 2b, эти моды (плотности вероятности изображены сплошной и штриховой кривыми) вытекают в смежные рукава, т.е.

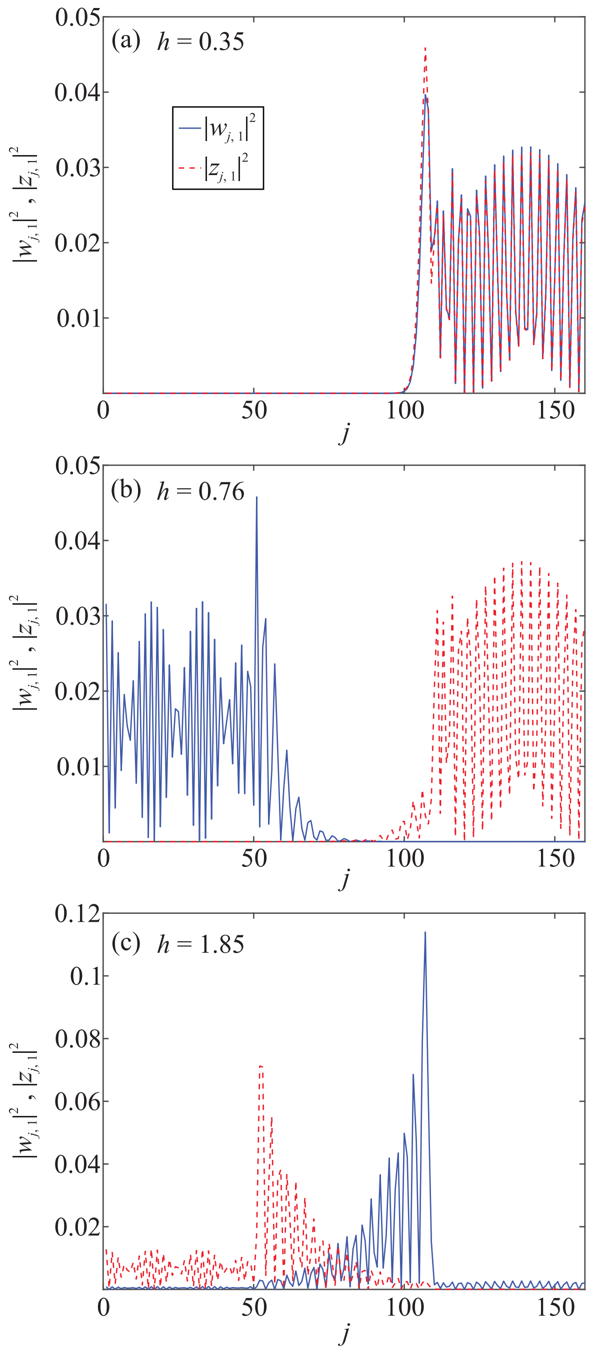

Рис. 2. (Цветной онлайн) Пространственное распределение плотностей вероятности майорановских волновых функций $|w_{j,1}|^2$, $|z_{j,1}|^2$ для трех видов низкоэнергетических возбуждений интерференционного устройства. (a) – неоднородное АС; (b) – МС; (c) – объемное АС. Область $51 < j \leq 110$ отвечает сверхпроводящей проволоке

$|w_{j<51,1}|^2 \neq 0$ и $|z_{j>110,1}|^2 \neq 0$. Существенно, что в рассматриваемой неоднородной системе естественным образом могут возникать возбуждения с околонулевой энергией, которые, однако, не являются майорановскими (в более простом случае такая возможность демонстрируется, например, в работе [38]). Волновые функции майорановских мод, которые образуют подобные состояния, могут значительно перекрываться и быть локализованными в ограниченной области пространства. Пример такого неоднородного АС изображен на рис. 2a. Видно, что в данном случае обе майорановские моды находятся в рукаве 2 ($j > 110$) и смежной области сверхпроводника. В работе мы также выделяем случай возбуждения с близкой к нулю энергией, волновые функции майорановских мод которого сильно перекрываются и имеют ненулевую плотность вероятности во всем объеме устройства. Такая ситуация возникает, например, при больших величинах зеемановского расщепления для сверхпроводящей проволоки, формально находящейся в топологически нетривиальной фазе ($h \lesssim h_{c2}$) [87]. Пример объемного АС приведен на рис. 2c. Заметим, что несмотря на визуальный эффект, величины $|z_{j,1}|^2$ (штриховая кривая) и $|w_{j,1}|^2$ (сплошная кривая) все же отличны от нуля в рукавах 2 ($j > 110$) и 1 ($j < 51$), соответственно. Последнее будет имеет принципиальное значение для интерференционного транспорта.

Транспортные свойства неоднородного сверхпроводящего устройства, моделируемого микроскопическим гамильтонианом (6), могут быть проанализированы на основе метода неравновесных функций Грина [88, 89] в приближении сильной связи (см. детали подхода для сверхпроводящей системы, например, в [90, 91]). На рисунке 3 приведены зависи-

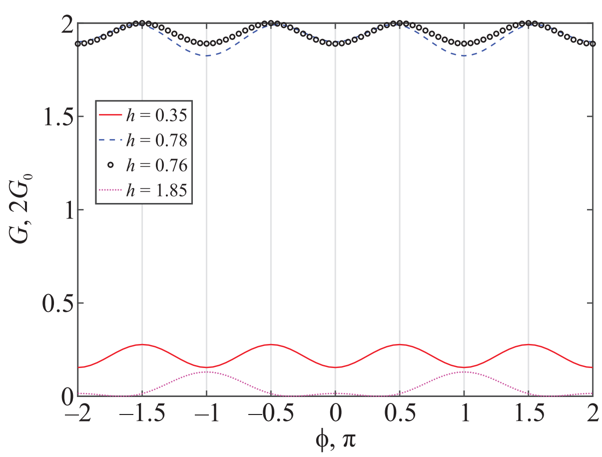

Рис. 3. (Цветной онлайн) Эффект Ааронова–Бома $G(\phi)$ при различных величинах зеемановского расщепления h

мости кондактанса $G = dI/dV$ от фазы Ааронова–Бома ϕ в режиме линейного отклика и низких температур. При $h < h_{c1} = 0.5$ осцилляции дифференциальной проводимости показаны сплошной кривой. Их реализация объясняется присутствием по одному низкоэнергетическому неоднородному АС в противоположных рукавах (пример одного из таких АС показан на рис. 2a). Для наблюдения эффекта Ааронова–Бома в данном случае энергии обоих неоднородных АС, $\varepsilon_{1,2}$, должны быть меньше или порядка спин-зависящих параметров уширения, определяющих время жизни каждой из четырех майорановских мод (по две для каждого неоднородного АС), $\Gamma_{i\sigma}$ $(i = 1, ..., 4)$. Более того, исходя из аналитических результатов работы [74], полученных для эффективного гамильтониана двухуровневой системы (модель двойной андреевской квантовой точки), зависимость $G(\phi)$ имеет место, только если все четыре майорановские моды взаимодействуют с контактом. Из графика рис. 3 видно, что период осцилляций равен π, а экстремумы находятся в точках $\phi = \pi n/2$, $n \in \mathbb{Z}$.

После реализации топологического фазового перехода $(h > h_{c1})$ и непосредственно вблизи него энергия МС $\varepsilon_1 = 0$. Далее, поскольку в нетривиальной фазе майорановская волновая функция демонстрирует осцилляции, затухающие в объеме сверхпроводящей проволоки осцилляции, а длина локализации обратно пропорциональна величине щели объемного спектра, то энергия ε_1 испытывает нарастающие осцилляции с увеличением h [87]. И хотя для наблюдения эффекта Ааронова–Бома уже достаточно только двух майорановских мод нижнего возбуждения (что хорошо видно на рис. 2b), с точки зрения свойств эффекта случаи с $\varepsilon_1 = 0$ и $\varepsilon_1 \neq 0$ отличаются. На рисунке 3 они изображены кривой с маркерами "o" и штриховой кривой, соответственно. В обоих случаях экстремумы находятся в точках $\phi = \pi n/2$. Однако, в более общей ситуации, когда $\varepsilon_1 \neq 0$, период осцилляций равен 2π.

При больших величинах зеемановского расщепления МС переходит в объемное АС [92]. При этом период осцилляций равен 2π, а экстремумы имеются как при $\phi = \pi n$, так и между полуцелыми значениями фазы Ааронова–Бома. Существенно, что положение последних зависит от параметров системы, тогда как максимумы и минимумы при целых ϕ являются устойчивыми. Отмеченные особенности поведения кондактанса в эффективной модели появляются при учете взаимодействия каждой из майорановских мод с контактом сразу через оба рукава устройства [74].

Важно подчеркнуть, что в мезоскопических сверхпроводящих структурах теорема Байерс–Янга [93] может нарушаться. В частности, в 1D-и квази-1D кольцах из s-волновых сверхпроводников, длина когерентности которых меньше или порядка длины окружности, $\xi \sim L$, критическая температура и сверхток имеют период 2π как функции магнитного потока (т.е. h/e-периодичность, свойственная нормальным системам) [94–97]. В рассматриваемой системе удвоение периода осцилляций кондактанса для объемного АС наблюдаются как раз при $\xi \sim N_S$. В случае МС $h/2e$-периодичность, характерная для протяженных сверхпроводящих систем, имеет место $\forall\varepsilon_1$, если, по крайней мере, одна из двух майорановских мод состояния с энергией ε_2 локализуется в области N1/S или S/N2 интерфейса и перестает быть связанной с контактом (чего можно добиться, увеличивая один из параметров $\sigma_{1,2}$ [44, 74]).

Таким образом, рассматривая период осцилляций и положения экстремумов кондактанса в эффекте Ааронова–Бома, которые демонстрируют устойчивость относительно изменения параметров системы, можно различить случаи интерференционного квантового транспорта в МС, неоднородные АС и объемное АС. Данный вывод остается справедливым при ненулевых температурах $T \sim 10\,\text{мК}$, отвечающих экспериментальным, и с учетом слабого диагонального беспорядка [74].

Заметим, что максимумы кондактанса $4G_0$ (случай МС на рис. 3) есть индикатор транспорта с участием сразу двух майорановских мод [45]. Если связь второй моды с контактом пренебрежимо мала, пики достигают величины $2G_0$ [23, 24]. Двухканальная интерференция может принимать и деструктивный характер, приводя к $G = 0$. Обе особенности хорошо видны в частном случае, когда одна из майорановских мод состояния с наименьшей энергией в нетривиальной фазе не вытекает в смежный со сверхпроводящей проволокой рукав устройства. На рисунке 4a штриховой кривой приведена зависимость плотности вероятности второй майорановской моды от зеемановской энергии $|z_{N,1}(h)|^2$ на нижнем конце устройства ($N = 2N_1 + N_S$ – число узлов в интерференционной структуре). Очевидно, что связь данной майорановской моды с контактом через нижний рукав отсутствует в обоих фазах сверхпроводящей проволоки. Взаимодействие возможно только через верхний рукав, что видно из поведения зависимости $|z_{1,1}(h)|^2$, изображенной сплошной кривой. Плотность вероятности на верхнем конце максимальна в тривиальной фазе $(h < 0.4)$. Однако, поскольку $\varepsilon_1 \gg \Gamma_{2\sigma}$, никаких резонансных особенностей кондактанса не наблюдается (см. сплошную кривую на рис. 4b). В нетривиальной фазе вблизи пороговой энергии h_{c1} происходит резкое падение $|z_{1,1}|^2$. В случае $N_S = 60$ этого не достаточно, чтобы полностью

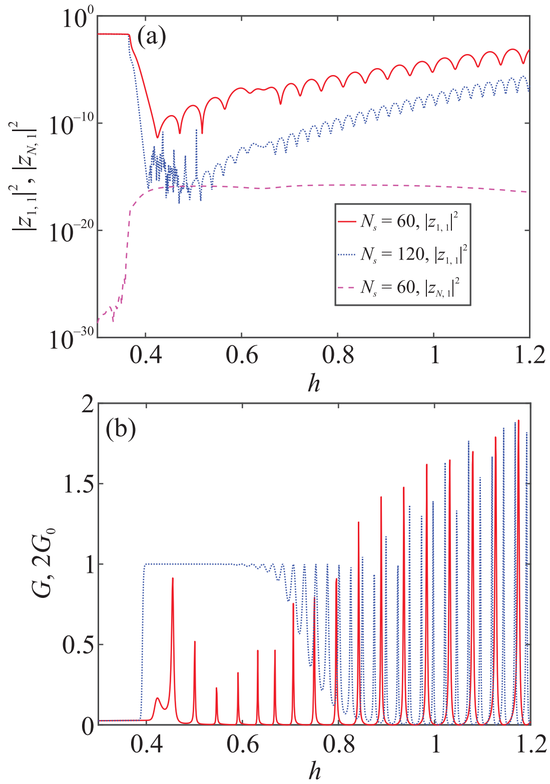

Рис. 4. (Цветной онлайн) Случай заблокированного транспорта в нижний рукав при $\mu \approx 0.6$. (a) – Зависимость плотности вероятности второй майорановской моды возбуждения с энергией ε_1 на верхнем краю устройства $|z_{1,1}|^2$ от величины зеемановского расщепления h при $N_S = 60$ (сплошная кривая) и $N_S = 120$ (пунктирная кривая). На нижнем конце фактически $|z_{N,1}|^2 = 0$ для любого h (штриховая кривая). (b) – Зависимость кондактанса от h

заблокировать транспорт во вторую майорановскую моду (хотя, конечно, $\Gamma_{1\sigma} \gg \Gamma_{2\sigma}$), о чем свидетельствует отсутствие квантованного плато кондактанса [3]. С ростом h резонансы G чередуются с антирезонансами, где $G = 0$ ($h > 0.5$). При этом, чем выше $|z_{1,1}|^2$, тем сильнее резонансные значения G превышают $2G_0$.

Если увеличить длину сверхпроводящей проволоки, то можно добиться исключения второй майорановской моды из транспортных процессов. В результате кондактанс демонстрирует плато высотой $2G_0$ в диапазоне энергий Зеемана $0.4 < h < 0.6$, что показано пунктирной кривой на рис. 4b. Дальнейшее возрастание h сначала приводит к росту гибридизации двух майорановских мод возбуждения с энергией ε_1, вследствие чего кондактанс осциллирует, но его максимумы равны $2G_0$. Затем, когда непосредственное туннелирование во вторую майорановскую моду становится возможным, минимумы снова достигают нуля, а максимумы все существеннее превышают величину $2G_0$, стремясь к $4G_0$.

3. Заключение. Несмотря на существенный прогресс в синтезе гибридных проволок полупроводник/сверхпроводник, имеющиеся экспериментальные данные по спектроскопии не позволяют дать однозначный положительный ответ о существовании МС в этих системах. Одним из главных препятствий на пути детектирования майорановских квазичастиц является беспорядок, который приводит к возникновению низкоэнергетических АС, чей отклик в транспорте мимикрирует под отклик возбуждений майорановского типа. Решением этой проблемы может стать изготовление более чистых образцов InAS/Al, InSb/Al, исследуемых с момента первых экспериментов и до настоящего времени, с $L > \xi$; а также синтез новых гибридных проволок, например, PbTe/Pb, в которых полупроводниковый кор характеризуется большой диэлектрической постоянной.

Различия отклика майорановских от андреевских состояний могут быть выявлены при рассмотрении усложненных транспортных геометрий. В частности, эта задача решается при изучении свойств эффекта Ааронова–Бома в интерференционном устройстве со сверхпроводящим сегментов в центральной части. Обнаруженные отличия связаны с особенностями пространственного поведения майорановских мод, которые образуют низкоэнергетические боголюбовские состояния. Анализ периодичности осцилляций кондактанса как функции магнитного потока, а также положения экстремумов в этой зависимости, позволяют выделить отклик майорановских квазичастиц на фоне других АС.

Финансирование работы. Работа выполнена при поддержке Фонда развития теоретической физики и математики “БАЗИС”, а также частично в рамках научной тематики Госзадания Института физики им. Л. В. Киренского СО РАН.

Конфликт интересов. Автор данной работы заявляет, что у него нет конфликта интересов.

1. A. Yu. Kitaev, Phys.-Uspekhi **44**, 131 (2001).
2. A. F. Andreev, Sov. Phys. JETP **22**, 455 (1966).
3. V. V. Valkov, M. Shustin, S. Aksenov, A. Zlotnikov, A. Fedoseev, V. Mitskan, and M. Kagan, Phys.-Uspekhi **65**, 2 (2022).
4. P. Marra, J. Appl. Phys. **34**, 124001 (2022).
5. A. Yu. Kitaev, Ann. Phys. **303**, 2 (2003).
6. C. Nayak, S. H. Simon, A. Stern, M. Freedman, S. Das Sarma, Rev. Mod. Phys. **80**, 1083 (2008).

7. J. Alicea, Y. Oreg, G. Refael, F. von Oppen and M. P. A. Fisher, Nat. Phys. **7**, 412 (2011).
8. D. A. Ivanov, Phys. Rev. Lett. **86**, 268 (2001).
9. E. Prada, R. Aguado, and P. San-Jose, Phys. Rev. B **96**, 085418 (2017).
10. M.-T. Deng, S. Vaitiekenas, E. Prada, P. San-Jose, J. Nygard, P. Krogstrup, R. Aguado, and C. M. Marcus, Phys. Rev. B **98**, 085125 (2018).
11. R. M. Lutchyn, J. D. Sau, and S. Das Sarma, Phys. Rev. Lett. **105**, 077001 (2010).
12. Y. Oreg, G. Refael, and F. von Oppen, Phys. Rev. Lett. **105**, 177002 (2010).
13. B. Braunecker, G. I. Japaridze, J. Klinovaja, and D. Loss, Phys. Rev. B **82**, 045127 (2010).
14. М. С. Шустин, С. В. Аксенов, ЖЭТФ **162**, 541 (2022).
15. J. Alicea, Rep. Prog. Phys. **75**, 0765017 (2012).
16. V. Mourik, K. Zuo, S.M. Frolov, S.R. Plissard, E. P. A. M. Bakkers, and L. P. Kouwenhoven, Science **336**, 1003 (2012).
17. M. T. Deng, C. L. Yu, G. Y. Huang, M. Larsson, P. Caroff, and H. Q. Xu, Nano Lett. **12**, 6414 (2012).
18. A. Das, Y. Ronen, Y. Most, Y. Oreg, M. Heiblum, and H. Shtrikman, Nat. Phys. **8**, 887 (2012).
19. R.M. Lutchyn, E. P. A. Bakkers, L. P. Kouwenhoven, P. Krogstrup, C. M. Marcus, and Y. Oreg, Nat. Rev. Mater. **3**, 52 (2018).
20. S. Vaitiekenas, Y. Liu, P. Krogstrup, and C. M. Marcus, Nat. Phys. **17**, 43 (2021).
21. A. Maiani, R. Seoane Souto, M. Leijnse, and K. Flensberg, Phys. Rev. B **103**, 104508 (2021).
22. S. Vaitiekenas, R. S. Souto, Y. Liu, P. Krogstrup, K. Flensberg, M. Leijnse, and C. M. Marcus, Phys. Rev. B **105**, L041304 (2022).
23. K. T. Law, P. A. Lee, and T. K. Ng, Phys. Rev. Lett. **103**, 237001 (2009).
24. K. Flensberg, Phys. Rev. B **82**, 180516(R) (2010).
25. D. Rainis, L. Trifunovic, J. Klinovaja, and D. Loss, Phys. Rev. B **87**, 024515 (2013).
26. A. F. Andreev, Sov. Phys. JETP **19**, 1228 (1964).
27. J. J. He, T. K. Ng, P. A. Lee, and K. T. Law, Phys. Rev. Lett. **112**, 037001 (2014).
28. T. O. Rosdahl, A. Vuik, M. Kjaergaard, and A. R. Akhmerov, Phys. Rev. B **97**, 045421 (2018).
29. J. D. Sau, S. Tewari, R. M. Lutchyn, T. D. Stanescu, and S. Das Sarma, Phys. Rev. B **82**, 214509 (2010).
30. J. Klinovaja and D. Loss, Phys. Rev. B **86**, 085408 (2012).
31. M. Aghaee, A. Akkala, Z. Alamet al. (Collaboration), Phys. Rev. B **107**, 245423 (2023).
32. P. Yu, J. Chen, M. Gomanko, G. Badawy, E. P. a. M. Bakkers, K. Zuo, V. Mourik, and S. M. Frolov, Nat. Phys. **17**, 482 (2021).
33. Z. Wang, H. Song, D. Pan, Z. Zhang, W. Miao, R. Li, Z. Cao, G. Zhang, L. Liu, L. Wen, R. Zhuo, D. E. Liu, K. He, R. Shang, J. Zhao, and H. Zhang, Phys. Rev. Lett. **129**, 167702 (2022).
34. B. D. Woods, S. Das Sarma, and T. D. Stanescu, Phys. Rev. Appl. **16**, 054053 (2021)
35. S. Das Sarma, Nat. Phys. **19**, 165 (2023).
36. S. M. Frolov, P. Zhang, B. Zhang, Y. Jiang, S. Byard, S. R. Mudi, J. Chen, A.-H. Chen, M. Hocevar, M. Gupta, C. Riggert, and V. S. Pribiag, arXiv:2309.09368 (2023).
37. H. Pan and S. Das Sarma, Phys. Rev. Res. **2**, 013377 (2020).
38. G. Kells, D. Meidan, and P. W. Brouwer, Phys. Rev. B **86**, 100503(R) (2012).
39. C. Liu, J. D. Sau, T. D. Stanescu, and S. Das Sarma, Phys. Rev. B **96**, 075161 (2017).
40. C.-X. Liu, J. D. Sau, and S. Das Sarma, Phys. Rev. B **97**, 214502 (2018).
41. C. Moore, C. Zeng, T. D. Stanescu, and S. Tewari, Phys. Rev. B., **98**, 155314 (2018).
42. E. Prada, P. San-Jose, M. W. A. de Moor, A. Geresdi, E. J. H. Lee, J. Klinovaja, D. Loss, J. Nygard, R. Aguado, and L. P. Kouwenhoven, Nat. Rev. Phys. **2**, 575 (2020).
43. P. Marra and A. Nigro, J. Phys.: Condens. Matter. **34**, 124001 (2022).
44. F. Penaranda, R. Aguado, P. San-Jose, and E. Prada, Phys. Rev. B **98**, 235406 (2018).
45. A. Vuik, B. Nijholt, A. R. Akhmerov, and M. Wimmer, SciPost Phys. **7**, 061 (2019).
46. R. Hess, H. F. Legg, D. Loss, and J. Klinovaja, Phys. Rev. B **104**, 075405 (2021).
47. P. W. Anderson, J. Phys. Chem. Solids **11**, 26 (1959).
48. J. D. Sau, S. Tewari, and S. Das Sarma, Phys. Rev. B **85**, 064512 (2012).
49. J. D. Sau and S. Das Sarma, Phys. Rev. B **88**, 064506 (2013)
50. O. Motrunich, K. Damle, and D. A. Huse, Phys. Rev. B **63**, 224204 (2001).
51. P.W. Brouwer, M. Duckheim, A. Romito, and F. von Oppen, Phys. Rev. B **84**, 144526 (2011).
52. P.W. Brouwer, M. Duckheim, A. Romito, and F. von Oppen, Phys. Rev. Lett. **107**, 196804 (2011).
53. S. Ahn, H. Pan, B. Woods, T. D. Stanescu, and S. Das Sarma, Phys. Rev. Materials **5**, 124602 (2021).
54. D. Bagrets and A. Altland, Phys. Rev. Lett. **109**, 227005 (2012).
55. H. Pan, W. S. Cole, J. D. Sau, and S. Das Sarma, Phys. Rev. B **101**, 024506 (2020).
56. H. Pan and S. Das Sarma, Phys. Rev. B **105**, 115432 (2022).
57. P. Yu, B.D. Woods, J. Chen, G. Badawy, E. P. A. M. Bakkers, T. D. Stanescu, and S. M. Frolov, SciPost Phys. **15**, 005 (2023).

58. S. G. Schellingerhout, E. J. de Jong, M. Gomanko, X. Guan, Y. Jiang, M. S. M. Hoskam, S. Koelling, O. Moutanabbir, M. A. Verheijen, S. M. Frolov, and E. P. A. M. Bakkers, arXiv:2110.12789 (2021).
59. Z. Cao, D. E. Liu, W.-X. He, X. Liu, K. He, and H. Zhang, Phys. Rev. B **105**, 085424 (2022).
60. M. Gomanko, E. J. de Jong, Y. Jiang, S. G. Schellingerhout, E. P. A. M. Bakkers, and S. M. Frolov, SciPost Phys. **13**, 089 (2022).
61. S. Yuan, H. Krenn, G. Springholz, Y. Ueta, G. Bauer, and P. J. McCann, Phys. Rev. B **55**, (1997).
62. G. W. Winkler, A. E. Antipov, B. van Heck, A. A. Soluyanov, L. I. Glazman, M. Wimmer, and R. M. Lutchyn, Phys. Rev. B **99**, 245408 (2019).
63. Y. Jiang, S. Yang, L. Li et al. (Collaboration), Phys. Rev. Materials **6**, 034205 (2022).
64. Z. Geng, Z. Zhang, F. Chen et al. (Collaboration), Phys. Rev. B **105**, L241112 (2022).
65. W. Song, Z. Yu, Y. Wang et al. (Collaboration), arXiv:2402.02132 (2024).
66. W. Song, Y. Wang, W. Miao et al. (Collaboration), Phys. Rev. B **108**, 045426 (2023).
67. Y. Wang, F. Chen, W. Songet al. (Collaboration), Nano Letters **23**, 11137 (2023).
68. J. Gooth, M. Borg, H. Schmid, V. Schaller, S. Wirths, K. Moselund, M. Luisier, S. Karg, and H. Riel, Nano Letters **17**, 2596 (2017).
69. J. Kammhuber, M. Cassidy, H. Zhang, Ö. G|"ul, F. Pei, Michiel W. A. de Moor, B. Nijholt, K. Watanabe, T. Taniguchi, D. Car, S. Plissard, E. Bakkers, and L. Kouwenhoven, Nano Lett. **16**, 3482 (2016).
70. Y. Gao, W. Song, S. Yang et al. (Collaboration), arXiv: 2309.01355 (2023).
71. W. Chang, S. Albrecht, T. Jespersen, F. Kuemmeth, P. Krogstrup, J. Nygard, and C. M. Marcus, Nat. Nanotechnol. **10**, 232 (2015).
72. K. M. Tripathi, S. Das, and S. Rao, Phys. Rev. Lett. **116**, 166401 (2016).
73. M. Hell, K. Flensberg, and M. Leijnse, Phys. Rev. B **97**, 161401(R) (2018).
74. S. V. Aksenov, Phys. Rev. B **107**, 085417 (2023).
75. P. Bonderson, M. Freedman, and C. Nayak, Phys. Rev. Lett. **101**, 010501 (2008).
76. L. Fu, Phys. Rev. Lett. **104**, 056402 (2010).
77. S. Vijay and L. Fu, Phys. Rev. B **94**, 235446 (2016).
78. Y. Aharonov and D. Bohm, Phys. Rev. **115**, 485 (1959).
79. S. Datta, *Electronic transport in mesoscopic systems*, Cambridge University Press, N.Y. (1995).
80. R. L. O. het Veld, D. Xu et al. (Collaboration), Commun. Phys. **3**, 1 (2020).
81. A. M. Whiticar, A. Fornieri, E. C. T. O'Farrell, A. C. C. Drachmann, T. Wang, C. Thomas, S. Gronin, R. Kallaher, G. C. Gardner, M. J. Manfra, C. M. Marcus, and F. Nichele, Nat. Commun. **11**, 3212 (2020).
82. S. V. Aksenov, J. Phys.: Condens. Matter **34**, 255301 (2022).
83. A. A. Kopasov and A. S. Mel'nikov, Phys. Rev. B **101**, 054515 (2020).
84. A. A. Kopasov, A. G. Kutlin, and A. S. Mel'nikov, Phys. Rev. B **103**, 144520 (2021).
85. D. Chevallier, D. Sticlet, P. Simon, and C. Bena, Phys. Rev. B **85**, 235307 (2012).
86. E. Vernek, P. H. Penteado, A. C. Seridonio, and J. C. Egues, Phys. Rev. B **89**, 165314 (2014).
87. S. Das Sarma, J. D. Sau, and T. D. Stanescu, Phys. Rev. B **86**, 220506(R) (2012).
88. Л. В. Келдыш, ЖЭТФ **47**, 1515 (1964).
89. П. И. Арсеев, УФН **185**, 1271 (2015).
90. V. V. Val'kov and S. V. Aksenov, J. Magn. Magn. Mat. **465**, 88 (2018).
91. V. V. Val'kov, M. Yu. Kagan, and S. V. Aksenov, J. Phys. Condens. Matter **31**, 225301 (2019).
92. A. Haim, E. Berg, F. von Oppen, and Y. Oreg, Phys. Rev. Lett. **114**, 166406 (2015).
93. N. Byers and C. N. Yang, Phys. Rev. Lett. **7**, 46 (1961).
94. K. Czajka, M. M. Maska, M. Mierzejewski, and Z. Sledz, Phys. Rev. B **72**, 035320 (2005).
95. T.-C. Wei and P. M. Goldbart, Phys. Rev. B **77**, 224512 (2008).
96. V. Vakaryuk, Phys. Rev. Lett. **101**, 167002 (2008).
97. F. Loder, A. P. Kampf, and T. Kopp, Phys. Rev. B **78**, 174526 (2008).