Письма в ЖЭТФ, том 55, вып.10, стр.578 - 581 25 мая 1992 г.

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ДЖОЗЕФСОНОВСКОЙ СРЕДЫ В СИЛЬНЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

В.С.Горбачев, А.В.Сенаторов

Московский инженерно-физический институт

115409, Москва

Поступила в редакцию 2 апреля 1992 г.

Предложен метод термодинамического описания ВТСП керамики в сильном магнитном поле в случае, когда масштаб изменения поля меньше размера гранул. В рамках приближения среднего поля вычислена магнитополевая зависимость критической температуры T_{CJ}.

Термодинамические свойства ВТСП керамики (и, вообще, гранулированных сверхпроводников) обычно исследуются в рамках XY-модели (см., например, [1-5]). Это допустимо, если можно приписать каждой грануле определенные значения фазы параметра порядка и векторного потенциала $\vec{A}$. Для крупнозернистой керамики (то есть когда выполнено условие $\lambda \ll L$, λ – лондоновская глубина проникновения в гранулу, L – размер гранулы) XY-модель применима только в достаточно слабых полях $H \ll H_J = \phi_0/\lambda L$ [6]. В более сильных полях масштаб изменения поля $\phi_0/H\lambda < L$. Некоторые свойства джозефсоновской среды в этом случае (при $T = 0$) изучались в [6]. Здесь мы рассматриваем джозефсоновскую среду при $T > 0$ в полях до первого критического поля материала гранул H^g_{c1}. Подчеркнем, что при $\lambda \ll L$ $H^g_{c1} \gg H_J$. Предложено обобщение развитого в [7] метода, справедливого в слабых полях.

Рассмотрим двумерную джозефсоновскую решетку с размером ребра L. Энергия системы имеет вид

$$\epsilon = \sum_{<x,x'>} (\epsilon^J_{x,x'} + \epsilon^M_{x,x'}), \tag{1}$$

$$\epsilon^J_{x,x'} = -E_J \int\limits_0^L \frac{du}{L} \cos\left(\chi_x - \chi_{x'} + \frac{2\pi d}{\phi_0} A_{xx'}(u)\right), \tag{2}$$

$$\epsilon^M_{x,x'} = \frac{dL^2}{8\pi} \int\limits_0^L \frac{du}{L} \left(\frac{dA_{xx'}}{du}\right)^2, \tag{3}$$

где суммирование проводится по всем джозефсоновским контактам, $E_J = j_c\hbar L^2/2e$ – энергия джозефсоновской связи, χ_x, $\chi_{x'}$ – фазы волновых функций в гранулах, j_c – плотность критического тока джозефсоновского контакта, $d \approx 2\lambda$ – ширина джозефсоновского контакта, u – координата вдоль контакта.

Первый член в (1) можно представить в виде

$$\epsilon^J_{x,x'} = -\frac{1}{2} E_J (\varphi_x \varphi^*_{x'} f_{xx'} + \varphi^*_x \varphi_{x'} f^*_{xx'}), \tag{4}$$

где

$$\varphi_x = \exp(i\chi_x); \quad f_{xx'} = \int\limits_0^L \frac{du}{L} \exp(i a_{xx'}(u)); \quad a_{xx'} = \frac{2\pi d}{\phi_0} A_{xx'}. \tag{5}$$

Из (4) следует, что функционал энергии можно записать в следующем символическом виде

$$H[\varphi] = -\frac{1}{2}\varphi^* \hat{\vartheta}\varphi. \tag{6}$$

Здесь и ниже мы опустили член с магнитной энергией, который восстановим в окончательном выражении. Используя тождество Хабборда–Стратоновича (см., например, [3,4,7]), получаем эффективный гамильтониан

$$H_{eff} = \frac{T^2}{2}\psi^* \hat{\vartheta}\psi - T\ln I_0(|\psi|), \tag{7}$$

где $I_0(s)$ – модифицированная функция Бесселя. Варьирование (7) по ψ^* дает следующее уравнение среднего поля

$$T\hat{\vartheta}^{-1}\psi = \frac{I_1(|\psi|)}{I_0(|\psi|)}\frac{\psi}{|\psi|}. \tag{8}$$

В слабых магнитных полях и в непрерывном пределе оператор $\hat{\vartheta}$ имеет простой вид и легко может быть найден обратный оператор $\hat{\vartheta}^{-1}$ (см. [7]). В случае сильных полей этого сделать не удается. Однако в среднеполевом приближении можно получить выражение для эффективного гамильтониана, содержащее только исходный оператор $\hat{\vartheta}$. Введем новую переменную

$$\gamma[\varphi] = \frac{I_1(|\psi|)}{I_0(|\psi|)}\frac{\psi}{|\psi|}. \tag{9}$$

Легко видеть, что варьирование по γ^* эффективного гамильтониана

$$H_{eff} = -\frac{1}{2}\gamma^* \hat{\vartheta}\gamma + \frac{T}{2}(\psi\gamma^* + \gamma\psi^*) - T\ln I_0(|\psi|) \tag{10}$$

при выполнении условия (9) приводит к уравнению (8). Это означает, что гамильтонианы (7) и (10) дают тождественное среднеполевое приближение. В этом приближении γ является глобальным параметром порядка [7] $\gamma = \langle\exp(i\chi)\rangle$, где $<\ldots>$ – означает термодинамическое среднее. Подчеркнем, что первый член в (10) совпадает с исходным выражением (6), если заменить в нем φ на γ. Однако, если $|\varphi| = 1$, то $|\gamma(T)| \leq 1$.

Теперь легко записать выражение для гамильтониана джозефсоновской решетки в сильном поле (с учетом магнитной энергии)

$$H_{eff}[\gamma] = \sum_{<x,x'>}\left\{-E_J\rho_x\rho_{x'}\int_0^L \frac{du}{L}\cos(\alpha_x - \alpha_{x'} + a_{xx'}(u)) + \frac{\phi_o^2 L^2}{32\pi^3 d}\int_0^L \frac{du}{L}\left(\frac{da_{xx'}}{du}\right)^2\right\}. \tag{11}$$

В (11) введено обозначение $\gamma = \rho\exp(i\alpha)$.

Варьирование (11) по a приводит к уравнению Феррела–Прейнджа, справедливого для любого ребра решетки

$$\frac{\rho_x\rho_{x'}}{\delta^2}\sin(a_{xx'} + \alpha_x - \alpha_{x'}) = \frac{d^2 a_{xx'}}{du^2}, \tag{12}$$

где $\delta^2 = c\phi_0/8\pi^2 j_c d$ – джозефсоновская глубина.

Дальнейший анализ будем проводить для случая сильного магнитного поля, когда поле в каждом контакте можно считать однородным (это также справедливо в любом поле для малых контактов). В этом случае имеем

$$a_{xx'}(u) = \frac{2\pi d}{\phi_0} H u + c_{xx'}, \tag{13}$$

где $c_{xx'}$ – константа. Предположим также, что модуль глобального параметра порядка одинаков во всех гранулах $\rho_x = \rho_{x'} \equiv \rho$. Получаем

$$H_{eff} = -2E_J \rho^2 \frac{\sin(\pi\phi/\phi_0)}{\pi\phi/\phi_0} \sum_{<x,x'>} \cos\left(\frac{\pi\phi}{\phi_0} + \frac{c_{xx'}}{2} + \frac{\alpha_x - \alpha_{x'}}{2}\right) +$$

$$+T\rho|\psi| - T\ln(I_0(|\psi|)) + \frac{L^2 d}{8\pi} H^2, \tag{14}$$

$$\rho = \frac{I_1(|\psi|)}{I_0(|\psi|)}, \tag{15}$$

где $\phi = dLH$ – поток магнитного поля в одном контакте. Теперь необходимо подобрать распределение фаз α_x, минимизирующее выражение (14). Из-за фрустрации [1–3] невозможно, в общем случае, подобрать фазы α_x таким образом, что

$$|\cos(\pi\phi/\phi_0 + c_{xx'}/2 + (\alpha_x - \alpha_{x'})/2)| = 1.$$

Для минимизации требуются сложные численные расчеты. Однако для вычисления критической температуры и в силу сделанных упрощающих предположений можно воспользоваться результатами работ [1,2], где минимизировалась энергия джозефсоновской решетки при $T = 0$ (и при $\lambda \gg L$) (см. рис.2 в [1], где изображена полевая зависимость удвоенного среднего значения $\cos(\pi\phi/\phi_0 + c_{xx'}/2 + (\alpha_x - \alpha_{x'})/2)$, которое мы обозначим $\overline{\cos}(H)$).

Итак, имеем выражение для гамильтониана системы в основном состоянии

$$H_{eff} = -2E_J \rho^2 \frac{|\sin(\pi\phi/\phi_0)|}{\pi\phi/\phi_0} \overline{\cos}(H) + T\rho|\psi| - T\ln I_0(|\psi|) + \frac{L^2 d}{8\pi} H^2. \tag{16}$$

Варьирование (16) по ρ дает

$$4E_J(T) \frac{I_1(|\psi|)}{I_0(|\psi|)} \frac{|\sin(\pi\phi/\phi_0)|}{\pi\phi/\phi_0} \overline{\cos}(H) = T|\psi|. \tag{17}$$

Уравнение (17) имеет нетривиальное решение только при $T < T_{cJ}(H)$. Критическая температура установления глобального когерентного состояния $T_{cJ}(H)$ определяется из уравнения

$$2E_J(T) \frac{|\sin(\pi\phi/\phi_0)|}{\pi\phi/\phi_0} \overline{\cos}(H) = T. \tag{18}$$

При $H = 0$ $\overline{\cos}(0) = 1$ и уравнение (18) переходит в обычное определение критической температуры $2E_J(T) = T$ [7]. При $H > 0$

$$\frac{|\sin(\pi\phi/\phi_0)|}{\pi\phi/\phi_0} \overline{\cos}(H) < 1, \tag{19}$$

что приводит к уменьшению $T_{cJ}(H)$ по сравнению с $T_{cJ}(0)$. Множитель $|\sin(\pi\phi/\phi_0)|\overline{\cos}(H)$ в (18) очень сложно зависит от магнитного поля, однако в реальных ВТСП керамиках эта зависимость не должна проявляться из-за усреднения по размерам гранул. Подчеркнем, что эффект уменьшения критической температуры с ростом поля должен остаться даже в этом случае из-за наличия в (18) множителя $1/\phi$.

Авторы выражают благодарность М.А.Баранову, И.Ф.Волошину, Н.В.Ильину, Л.М.Фишеру, А.С.Чернову за многочисленные дискуссии и постоянное внимание к работе. Работа поддерживается Научным Советом по ВТСП, проект N 90067.

---

1. S.Teitel, and C.Jayprakash, Phys. Rev. Lett. **51**, 1999 (1983).
2. W.Shih, and D.Stroud, Phys. Rev. B **28**, 6575 (1983).
3. M.Y.Choi, and S.Doniach, Phys. Rev. B **31**, 4516 (1985).
4. S.John, and J.C.Lubensky, Phys. Rev. B **34**, 4815 (1986).
5. Е.Б.Сонин, Письма в ЖЭТФ **47**, 155 (1988).
6. В.В.Брыксин, А.В.Гольцев, С.Н.Дороговцев, Письма в ЖЭТФ **49**, 440 (1989); Phys. C **172**, 352 (1990).
7. М.А.Баранов, В.С.Горбачев, А.В.Сенаторов, Письма в ЖЭТФ **53**, 93 (1991); Phys. C **179**, 52 (1991).