Письма в ЖЭТФ, том 120, вып. 10, с. 752 – 759

Генерация и поглощение фотонов двухуровневым атомом в режиме ультрасильной связи с ЭМ полем

А. В. Козловский[1)]

Физический институт РАН им. П. Н. Лебедева, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 2 октября 2024 г.
После переработки 9 октября 2024 г.
Принята к публикации 9 октября 2024 г.

В рамках квантовой модели Раби теоретически показано, что двухуровневый атом генерирует или поглощает фотоны в условиях ультрасильной связи его с электромагнитным полем. Генерация фотонов возможна, если поле первоначально находится в вакуумном состоянии. Возможным, при определенных начальных состояниях системы атом + поле, также является поглощение фотонов в моде поля в режиме ультрасильной связи атома и поля. Если атом в начальный момент времени находится в нижнем (невозбужденном) состоянии, а поле – в вакуумном состоянии, генерация фотонов присутствует в резонансных условиях $\omega_a \approx \omega_f$, ω_a – частота перехода атома, а ω_f — частота поля, или $\xi \equiv \omega_a/\omega_f \approx 1$, в режиме ультра сильной связи. При отрицательной отстройке $\xi \ll 1$, $\omega_a \ll \omega_f$ для динамики среднего числа фотонов $\langle \hat{n} \rangle_t$ поля характерны осцилляции Раби с $0 \leq \langle \hat{n} \rangle_t \leq n_{\max} \gg 1$ в случае ультрасильной связи для значений константы связи атома с полем $\tilde{g} \equiv |g|/\omega_f \sim 1$, при этом населенность возбужденного состояния атома составляет $P_e(t) \approx 0.5$. В условиях большой положительной отстройки: $\xi \gg 1$ генерация фотонов отсутствует: $\langle \hat{n} \rangle \approx 0$, а атом остается в исходном состоянии $P_e(t) \approx 0$. Статистика фотонов в режиме генерации близка к хаотической: дисперсия фотонов значительно превышает уровень когерентного состояния поля (т.е. является суперпуассоновской). Поглощение фотонов поля без возбуждения атома присутствует в режиме ультра сильной связи в случае когерентного начального состояния поля ($\langle \hat{n}(t=0) \rangle > 0$) для определенных положительных значений отстройки. При этом поле становится субпуассоновским.

DOI: 10.31857/S0370274X24110144, EDN: KIJQOK

1. Введение. Основным фундаментальным физическим процессом, исследуемым в области квантовой оптики, является динамика взаимодействия атома/молекулы с квантовомеханическим электромагнитным (ЭМ) полем. При исследованиях таких процессов важными изучаемыми (рассчитываемыми или измеряемыми) физическими величинами являются средние квантовомеханическое значение числа фотонов поля и дисперсия (флуктуации) этой величины, а также средние квантовомеханические значения населенностей квантовых состояний атома (уровней энергии) и их флуктуации (дисперсии), и средние значения и флуктуации разностей населенностей рассматриваемых состояний атома или молекулы. Другими фундаментальными величинами, характеризующими систему атомов и ЭМ полей, являются средние значения амплитуды поля и их квантовые флуктуации.

Эволюция (изменение во времени) квантовомеханического вектора состояния системы атом + поле $|\Psi(t)\rangle$ может быть найдена для любого начального состояния системы $\Psi(t = 0)\rangle$ путем решения уравнения Шредингера в модели Раби (МР). МР в дипольном приближении для двухуровневого атома [1–4] учитывает как реальные переходы атома с излучением или поглощения фотонов поля, так и виртуальные процессы, означающие излучение фотона, сопровождающееся возбуждением атома, а также поглощение фотона, сопровождаемое переходом атома в нижнее энергетическое состояние. Широко используемой приближенной теорией, основанной на квантовой МР, является модель Джейнса–Каммингса (МДК), в рамках которой в гамильтониане взаимодействия атома с полем пренебрегается членами ответственными за виртуальные процессы. МДК (приближение вращающейся волны (RWA)) положена в основу квантовой теории лазера. Как показали расчеты [5–23], применимость МДК ограничивается случаем малости величины константы взаимодействия атома с полем по сравнению с частотой ЭМ поля. Предсказания МДК и МР для средних и дисперсий числа фотонов и населенностей атомных уровней совпадают между собой лишь в случае, ко-

[1)]e-mail: kozlovskiyav@lebedev.ru

гда абсолютная величина константы взаимодействия $|g| < 10^{-2}\omega_f$, где ω_f – частота поля.

В настоящее время в ряде экспериментальных работ [1–4] показана возможность создания “искусственного двухуровневого атома”, обладающего величиной константы взаимодействия атома с полем $\tilde{g} \equiv |g|/\omega_f \sim 1$, т.е. значений, характерных для ультрасильной связи (УСС) атома с полем. В таких условиях, как показано в теоретических работах [5–24], МДК для динамики среднего числа фотонов и населенностей состояний атома перестает быть справедливой.

В данной работе нами проведены исследования эволюции средних квантовомеханических величин для оператора числа фотонов поля в условиях УСС и проведено сравнение эволюции средних величин и квантовых флуктуаций этого оператора для различных начальных квантовых состояний ЭМ поля и двухуровневого атома для МР и МДК.

Рассмотрен случай микроскопических полей с малым числом фотонов, т.е. полей, используемых в настоящее время в экспериментах, связанных с квантовой информацией и квантовым компьютером.

Условие сильной связи поля в резонаторе с атомом рассматривается как соотношение между константой связи атома с полем $|g|$ и константами скоростей диссипации поля в резонаторе: γ_r – скорость потерь резонатора, Γ_s – скорость спонтанного излучения (релаксации) атома и γ_{ph} – скорость фазовой релаксации (декогерентизации) атома [16]. Такое соотношение представляет собой: $|g| \sim \omega_f \gg \gamma_r$, Γ_s, γ_{ph} [16].

В данной работе предполагается, что такое соотношение выполняется, и процессы диссипации системы атом + поле в расчетах не рассматриваются, поскольку члены диссипации (релаксации) системы пренебрежимо малы по сравнению с членами, ответственными за взаимодействие атома с полем в условиях УСС $\tilde{g} \equiv |g|/\omega_f \sim 1$.

2. МР и МДК дипольного взаимодействия двухуровневого атома с ЭМ. Рассмотрим операторы рождения (уничтожения) $\hat{a}^+$ ($\hat{a}$) ЭП, удовлетворяющие следующим коммутационным соотношениям: $[\hat{a}, \hat{a}^+] = 1$ и оператор числа фотонов, который определяется с помощью таких операторов согласно $\hat{n} = \hat{a}^+\hat{a}$.

В случае дипольного взаимодействия атома с полем гамильтониан такой системы в квантовой теории может быть записаны в виде (гамильтониан МР для двухуровневого атома, взаимодействующего с одномодовым ЭМ полем):

$$\hat{H}_R = \hbar\omega_f \hat{a}^+\hat{a} + \frac{\hat{\sigma}^z}{2}\hbar\omega_a + \hbar\hat{V}_R, \tag{1}$$

где оператор дипольного взаимодействия атома с полем есть

$$\hat{V}_R = (g\hat{a}^+ + g^*\hat{a})(\hat{\sigma}_+ + \hat{\sigma}_-) =$$

$$= g\hat{a}\hat{\sigma}_+ + \hat{a}^+\hat{\sigma}_- g^* + g\hat{a}^+\hat{\sigma}_+ + \hat{a}^+\hat{\sigma}_- g^*, \tag{2}$$

для следующих операторов атомной подсистемы

$$\hat{\sigma}^z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|, \quad \hat{\sigma}_+ = |e\rangle\langle g|, \quad \hat{\sigma}_- = |g\rangle\langle e|, \tag{3}$$

и константы дипольного взаимодействия поля с атомом

$$g = \sqrt{\frac{\omega_f}{2\hbar\varepsilon_0 V}}d, \tag{4}$$

где $d \equiv \langle g|\hat{d}|e\rangle = |d_{eg}|e^{i\varphi_d}$ – матричный элемент дипольного перехода атома, в общем случае являющимся комплексным числом. V в формуле (4) – объем квантования ЭМ, ω_f – частота ЭМ поля.

В представлении взаимодействия гамильтониан взаимодействия атома с полем приобретает вид

$$\hat{V}_{R,I} = |g|(\hat{a}\hat{\sigma}_+ e^{-i\Delta_- t} + \hat{a}^+\hat{\sigma}_- e^{i\Delta_- t} +$$

$$+ \hat{a}^+\hat{\sigma}_+ e^{i\Delta_+ t} + \hat{a}\hat{\sigma}_- e^{-i\Delta_+ t}), \tag{5}$$

а уравнение Шредингера для вектора состояния системы атом + поле может быть записано в представлении взаимодействия следующим образом

$$i\frac{d}{dt}|\Psi(t)\rangle = \hat{V}_I|\Psi(t)\rangle. \tag{6}$$

Будем решать уравнение движения (6), используя следующее разложение вектора состояния системы по полному базису фоковских состояний поля $|n\rangle$ и возбужденному и нижнему энергетическим состояниям двухуровневого атома $|e\rangle$ и $|g\rangle$, соответственно.

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty}[C_{e,n}(t)|e,n\rangle + C_{g,n}(t)|g,n\rangle], \quad C_{g,0}(t) = 0. \tag{7}$$

Уравнения для амплитуд вероятности, входящих в (7), как следует из уравнения (6), имеют в этом случае вид

$$\frac{dC_{e,n}(t)}{dt} = -i|g|[\sqrt{n+1}e^{i\Delta_- t - i\varphi_d}C_{g,n+1}(t) +$$

$$+ \sqrt{n}e^{i\Delta_+ t + i\varphi_d}C_{g,n-1}(t)], \tag{8}$$

$$\frac{dC_{g,n}(t)}{dt} = -i|g|[\sqrt{n+1}e^{-\Delta_- t + i\varphi_d}C_{e,n+1}(t) +$$

$$+ \sqrt{n}e^{-i\Delta_+ t - i\varphi_d}C_{e,n-1}(t)], \tag{9}$$

где обозначено $\Delta \equiv \omega_a - \omega_f$, $\Delta_+ \equiv \omega_f + \omega_a$, $g = |g|e^{i\varphi_d}$.

Введем далее следующие безразмерные параметры: $\tilde{\Delta}_- \equiv \frac{\omega_a-\omega_f}{|g|}$, $\tilde{\Delta}_+ \equiv \frac{\omega_a+\omega_f}{|g|}$. А также

$$\Omega_n \equiv \sqrt{\tilde{\Delta}_-^2 + 4(n+1)}, \quad \Omega_{n-1} \equiv \sqrt{\tilde{\Delta}_-^2 + 4n}, \quad t_g \equiv |g|t. \tag{10}$$

Предположим далее, что частота ЭМ поля в общем случае не совпадает с частотой перехода атома, и константа g взаимодействия поля с атомом является комплексным числом, а в гамильтониане взаимодействия атома с полем (5) два последних слагаемых, ответственных за виртуальные переходы, равны нулю (приближение вращающейся волны). Тогда уравнение Шредингера для атома в поле может быть решено аналитически. Точное аналитическое решение системы уравнений в приближении вращающейся волны МДК (коэффициенты разложения по фоковским состояниям $C_{e,n}(t)$ и $C_{g,n}(t)$) для гамильтониана ДК

$$\hat{H}_{\rm JC} = \hbar\omega_f \hat{a}^+\hat{a} + \frac{\hat{\sigma^z}}{2}\hbar\omega_a + \hbar(g\hat{a}\hat{\sigma}_+ + \text{h.c.}) \tag{11}$$

могут быть записаны в виде

$$C_{e,n}(t_g) = C_{e,n}(0)A_n(t_g) - C_{g,n+1}(0)B_n(t_g), \tag{12a}$$

$$C_{g,n}(t_g) = C_{g,n}(0)A_{n-1}(t_g) + C_{e,n-1}(0)B^*_{n-1}(t_g), \tag{12b}$$

где обозначено

$$A_n(t_g) \equiv \left[\cos(\Omega_n t_g/2) - \frac{i\tilde{\Delta}_-}{\Omega_n}\sin(\Omega_n t_g/2)\right]e^{i\tilde{\Delta}_- t_g/2}, \tag{13a}$$

$$B_n(t_g) \equiv 2i\frac{\sqrt{n+1}}{\Omega_n}\sin(\Omega_n t_g/2)e^{i\varphi_d}e^{i}\Delta_-\tilde{t}_g/2. \tag{13b}$$

3. Динамика квантовомеханических средних и флуктуаций операторов числа фотонов поля. Среднее квантовомеханическое значение оператора числа фотонов поля для любого квантового состояния поля $|\Psi(t)\rangle$, выражающиеся через коэффициенты разложения по фоковским состояниям $C_{e,n}(t)$ и $C_{g,n}(t)$, имеет вид

$$\langle\hat{n}(t)\rangle = \langle\Psi(t)|\hat{a}^+\hat{a}|\Psi(t)]\rangle = \\ = \sum_{n=0}^{\infty} n[C^*_{e,n}(t)C_{e,n}(t) + C^*_{g,n}(t)C_{g,n}(t)]. \tag{14}$$

Для среднего квадрата оператора числа фотонов, необходимых для расчета дисперсий (флуктуаций) этой величины, для произвольных состояний поля и атома $\Psi(t)\rangle$ находим

$$\langle\Psi(t)|\hat{n}^2|\Psi(t)\rangle = \\ = \sum_{n=0}^{\infty} n^2[C^*_{e,n}(t)c_{e,n}(t) + C^*_{g,n}(t)C_{g,n}(t)].$$

И, следовательно, дисперсия числа фотонов есть

$$\langle(\Delta\hat{n})^2(t)\rangle = \langle\Psi(t)|\hat{n}^2|\Psi(t)\rangle - \langle\Psi(t)|\hat{n}|\Psi(t)\rangle^2 = \\ = \sum_{n=0}^{\infty} n^2[|C_{e,n}(t)|^2 + |C_{g,n}(t)|^2] - \\ - \left\{\sum_{n=0}^{\infty} n[|C_{e,n}(t)|^2 + |C_{g,n}(t)|^2]\right\}^2. \tag{15}$$

Использование соотношений (15) позволяет найти выражения для дисперсий (флуктуаций) оператора числа фотонов $\langle(\Delta\hat{n})^2(t)\rangle \equiv \langle(\hat{a}^+\hat{a} - \langle\hat{a}^+\hat{a}\rangle)^2(t)\rangle$ путем численного решения системы связанных дифференциальных уравнений (8)–(10) в рамках МР для гамильтониана Раби.

Оператор числа возбуждений системы двухуровневый атом + одномодовое поле

$$\hat{N}_e = \hat{n} + |e\rangle\langle e| \tag{16}$$

не зависит от времени взаимодействия атома с полем в случае МДК, поскольку $[\hat{H}_{\rm JC}, \hat{N}_e] = 0$, и зависит от времени в случае МР, так как $[\hat{H}_R, \hat{N}_e] \neq 0$, в то же время “комбинированный оператор четности” системы следующего вида [11–13, 17]:

$$\hat{\Pi} \equiv -\hat{\sigma}_Z e^{i\pi\hat{n}} \tag{17}$$

не меняется во времени при взаимодействии атома с полем [11, 12, 13, 17] в рамках квантовой МР. Для коммутатора оператора числа возбуждений системы и гамильтониана Раби находим

$$[\hat{N}_e, \hat{H}_R] = \hbar(ga^+\sigma_+ - \text{h.c.}), \tag{18}$$

из формулы (18) следует, что данный коммутатор близок к нулю лишь для малых значений $\tilde{g} \equiv \equiv |g|/\omega_f\omega_f \approx 0$. Из соответствующего уравнения Гейзенберга для среднего от оператора числа возбуждений поля и атома $\hat{N}_e(t)$:

$$\frac{\partial}{\partial t}\langle\hat{N}_e\rangle = \frac{1}{i\hbar}\langle[\hat{N}_e, \hat{H}_R]\rangle = 4\,\text{Im}(g\langle a^+\sigma_+\rangle), \tag{19}$$

следует, что число возбуждений и энергия системы сохраняются во времени в случае, если операторы поля и атома не коррелируют между собой:

$$\langle a^+\sigma_+\rangle \approx 0. \tag{20}$$

Также условием сохранения числа возбуждений и энергии системы в квантовой МР является условие

$$g\langle a^{+}\sigma_{+}\rangle \in \mathrm{Re},\ \forall t, \tag{21}$$

т.е. в случае, когда данная величина является действительным числом в любой момент времени.

4. Вакуумное начальное состояние поля. Рассмотрим случай, когда исходное поле при $t = 0$ находится в вакуумном состоянии $|n_0 = 0\rangle$. При этом, в общем случае, начальные значения коэффициентов разложения вектора состояния системы, отличными от нуля, являются $C_{s,n_0}(0) \neq 0$, $s = e, g$, а все остальные $C_{s,n_0}(0) = 0$, $n \neq n_0$.

В этом случае решение модели ДК (12), (13), использующей приближение RWA, приобретает следующий вид:

$$C_{e,n_0}(t_g) = C_{e,n}(0)A_{n_0}(t_g), \tag{22a}$$

$$C_{e,n_0-1}(t_g) = -C_{g,n}(0)B_{n_0-1}(t_g), \tag{22b}$$

$$C_{g,n_0}(t_g) = C_{g,n_0}(0)A^{*}_{n_0-1}(t_g), \tag{22c}$$

$$C_{g,n_0+1}(t) = C_{g,n_0}(0)B^{*}_{n_0}(t_g). \tag{22d}$$

Остальные $C_{e,n}(t_g) = C_{g,n}(t_g) = 0$ для $n \neq n_0$, $n_0 - 1$ или $n \neq n_0$, n_0+1 соответственно. Для безразмерного времени в (16) использовано обозначение: $t_g \equiv |g|t$.

Если начальное состояние атома $|e\rangle$, то ненулевыми коэффициентами разложения вектора состояния системы являются:

$$C_{e,n_0}(t_g) = C_{e,n}(0)A_{n_0}(t_g), \tag{23a}$$

$$C_{g,n_0+1}(t_g) = C_{e,n_0}(0)B^{*}_{n_0}(t_g). \tag{23b}$$

Если же начальное состояние атома $|g\rangle$, то ненулевыми являются зависимости от времени

$$C_{e,n_0-1}(t_g) = -C_{g,n}(0)B_{n_0-1}(t_g), \tag{24a}$$

$$C_{g,n_0}(t_g) = C_{g,n_0}(0)A^{*}_{n_0-1}(t_g). \tag{24b}$$

Таким образом, в случае начального вакуумного состояния поля и атома в нижнем состоянии МДК предсказывает сохранение неизменным состояния системы для любого момента времени.

На рисунках 1a, b показаны зависимости от времени среднего квантовомеханического среднего $\langle\hat{n}(t)\rangle_{n,\mathrm{MR}}$ (рис. 1a) и дисперсии $\langle(\Delta\hat{n})^2(t)\rangle_{n,\mathrm{MR}}$ (рис. 1b) в условиях УСС для начального состояния

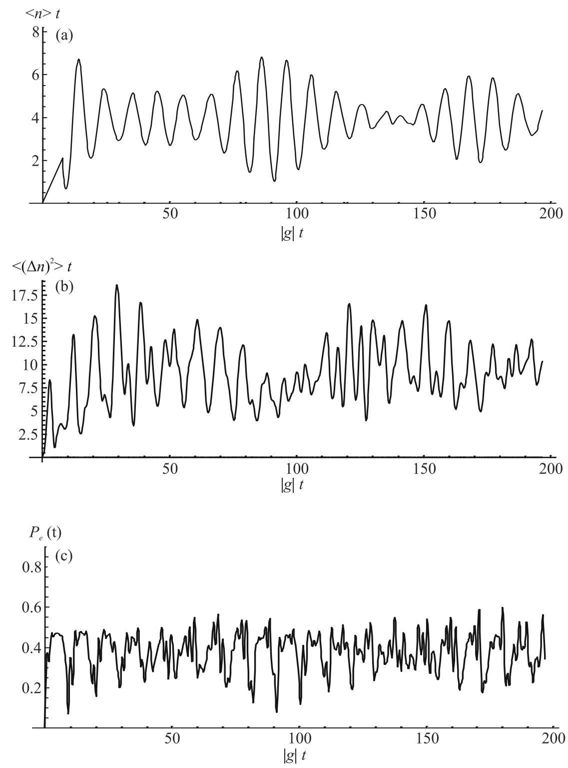

Рис. 1. (a) – Зависимость от времени среднего значения оператора числа фотонов поля, следующая из модели Раби для системы атом + поле в начальном вакуумном состоянии поля ($|0\rangle$) и невозбужденном состоянии атома $|g\rangle$, для значения безразмерной константы связи $g/\omega_f = 1.5$, $\omega_A = \omega_f$. (b) – Зависимость от времени дисперсии оператора числа фотонов, следующая из модели Раби для системы атом + поле в начальном вакуумном состоянии поля ($|0\rangle$) и невозбужденном состоянии атома $|g\rangle$, для значения безразмерной константы связи $g/\omega_f = 1.5$ и тех же значений остальных параметров. Пунктирной линией показана аналогичная зависимость, полученная в рамках МДЖ. (c) – Зависимость от времени вероятности нахождения атома в возбужденном состоянии поля $|e\rangle$: $P_e(t)$, следующая из МР для системы атом + поле в начальном вакуумном состоянии поля $|0\rangle$ и нижнем состоянии атома $|g\rangle$ для значения безразмерной константы связи $g/\omega_f = 1.5$ и тех же значений остальных параметров

$|g\rangle$ атома и начального состояния поля $|0\rangle$. На рисунках 1a, b видно, что результаты двух моделей противоречат друг другу. Модель ДК предсказывает, что среднее и дисперсия оператора числа фотонов поля не изменяются во времени при взаимодействии атома с полем, тогда как МР указывает в условиях УСС на сложную зависимость от времени этих величин. Среднее значение числа фотонов в резонаторе на первом этапе эволюции в МР растет почти линейно, а для больших значений времени начинает осциллировать во времени, тогда как МДК для данных начальных условий предсказывает вакуумное состояние поля для любого момента времени. Из (рис. 1b) для флуктуаций (дисперсии) числа фотонов квантовая МР предсказывает суперпуассоновскую статистику числа фотонов с дисперсией, значительно превышающей среднее число фотонов, характерной для когерентного состояния поля.

Результаты расчета не зависят от значения фазы матричного элемента перехода φ_d для начального состояния атома в верхнем или нижнем энергетическом состоянии.

На рисунке 1c в показана зависимость средних значений оператора населенности верхнего возбужденного состояния атома $P_e(t)$ для тех же условий. Как видно на рис. 1c, вероятность возбуждения атома в верхнее энергетическое состояние $P_e(t)$ отлична от 0 для МР и обладает сложной зависимостью этой величины от времени в режиме УСС. Эти зависимости качественно отличаются друг от друга для двух моделей. МДК не предсказывает изменение начальной населенности возбужденного состояния атома во времени, тогда как в рамках квантовой МР вероятность возбуждения атома осциллирует вблизи значения 0.5.

Среднее значение "комбинированного оператора четности" (17) при этих условиях близко к единице: $\langle \Pi \rangle \approx 1$ для всех значений времени.

5. Когерентное начальное состояние поля. Рассмотрим в качестве начального квантового состояния одномодового ЭМ поля когерентное состояние

$$|\alpha\rangle = e^{-n_\alpha/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}, \quad \alpha = \sqrt{n_\alpha} e^{i\varphi_\alpha}, \quad n_\alpha \equiv |\alpha|^2.$$

Как видно на рис. 2a, изменение во времени среднего значения $\langle \hat{n}(t) \rangle_{\alpha,\mathrm{NRWA}}$, рассчитанного в рамках квантовой МР (NRWA) для начального когерентного состояния поля $|\alpha = 1\rangle$ и невозбужденного состояния атома $|g\rangle$ в условиях УСС обладает сложной нерегулярной зависимостью от времени и не имеет характера стандартных регулярных осцилляций Раби. На рисунке 2a динамика среднего значения оператора числа фотонов поля сравнивается с аналогичной зависимостью $\langle \hat{n}(t) \rangle_{\alpha,\mathrm{RWA}}$ полученной с использованием приближения Джейнса–Каммингса (приближение RWA). На рисунке 2a видно, что в рассматриваемом нами случае УСС теория Раби дает качественно отличную зависимость от времени средних оператора фазы поля, на всем интервале времени $|g|t$. На рисунке 2a видно, что среднее число фотонов значительно меньше для МР по сравнению с МДК для

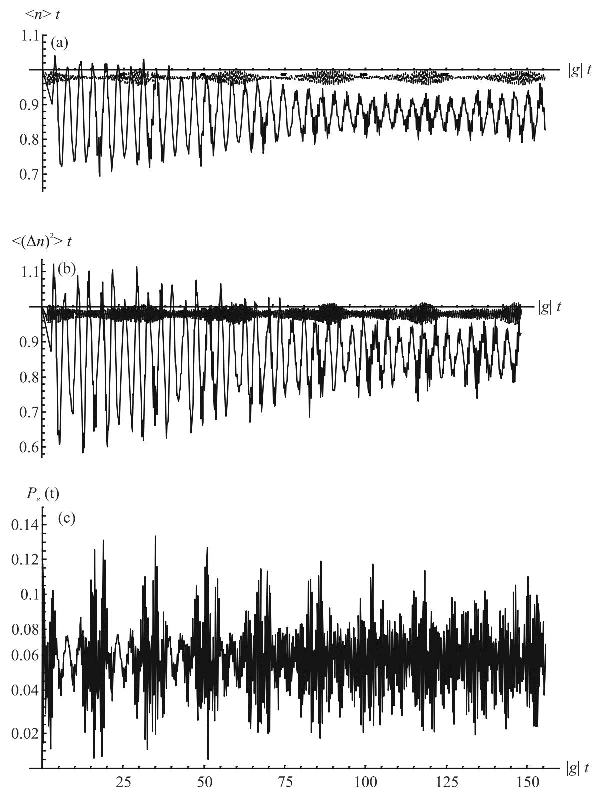

Рис. 2. (a) – Зависимость от времени среднего значения оператора числа фотонов поля $\langle \hat{n} \rangle$, следующая из МР для системы атом + поле в начальном когерентном состоянии поля ($|\alpha = 1\rangle$) и невозбужденном состоянии атома $|g\rangle$, для значения безразмерной константы связи $g/\omega_f = 1.0$, $\omega_A = 10\omega_f$. Значение фазового угла матричного элемента перехода $\varphi_d = 0$. Пунктирной линией показана аналогичная зависимость, полученная в рамках МДК. (b) – Зависимость от времени дисперсии оператора числа фотонов, следующая из МР для системы атом + поле в начальном вакуумном состоянии поля ($|0\rangle$) и невозбужденном состоянии атома $|g\rangle$, для значения безразмерной константы связи $g/\omega_f = 1.5$. Значение фазового угла матричного элемента перехода $\varphi_d = 0$ и тех же значений остальных параметров. Пунктирной линией показана аналогичная зависимость, полученная в рамках МДК. (в) – Зависимость от времени вероятности нахождения атома в возбужденном состоянии поля $|e\rangle$: $P_e(t)$, следующая из МР для системы атом + поле в начальном квакуумном состоянии поля $|0\rangle$ и нижнем состоянии атома $|g\rangle$ для значения безразмерной константы связи $g/\omega_f = 1$

больших значений безразмерного времени. Для рассмотренного случая начального состояния атома в нижнем энергетическом состоянии такое поглощение фотонов в резонаторе может сопровождаться возбуждением атома в верхнее энергетическое состояние и, вследствие этого, полная энергия и среднее число возбуждений системы сохраняются во времени. Однако, как видно на рис. 2c, вероятность нахождения атома в верхнем энергетическом состоянии для любого момента времени остается пренебрежимо малой. Вследствие этого можно говорить, что в условиях УСС квантовомеханическая МР предсказывает поглощение фотонов в резонаторе даже в отсутствии учета потерь резонатора и в отсутствие сопутствующего поглощению фотонов возбуждения атома.

На рисунке 2b показаны зависимости дисперсий $\langle(\Delta\hat{n})^2(t)\rangle_{n,\mathrm{NRWA}}$ и $\langle(\Delta\hat{n})^2(t)\rangle_{n,\mathrm{RWA}}$, полученные в рамках МР и МДК соответственно, для тех же значений параметров. Расчеты показывают, что так же, как и в случае средних значений операторов числа фотонов поля, в условиях УСС результаты двух моделей качественно различны. Использование приближения RWA, имеющее место в теории ДК, для случая УСС атома с полем оказывается не несправедливо. В отличие от случая вакуумного начального состояния поля дисперсия (флуктуации), числа фотонов в зависимости от времени оказывается значительно меньше начального ее значения, соответствующего когерентному состоянию (дробовой шум), и статистика фотонов становится в рамках МР значительно более неклассической (субпуассоновской) по сравнению с МДК при тех же начальных условиях и УСС.

Как показывают расчеты, в этих условиях среднее значение "комбинированного оператора четности" (17) при этих условиях много меньше единицы: $\langle\hat{\Pi}\rangle_t \ll 1$ для всех значений времени.

В случае когерентного начального состояния поля при $n\alpha \gg 1$ и нижнем состоянии атома присутствует ярко выраженное явление осцилляций Раби как для средних значений, так и для дисперсий операторов числа фотонов поля. Явление коллапса и возрождения осцилляций Раби [25–29], присутствующее в МДК для рассмотренных начальных условий и УСС, в рамках квантовой МР полностью отсутствует.

Для малого числа фотонов когерентного состояния поля $n_\alpha \sim 1$ при УСС характер эволюции средних значений и дисперсий оператора числа фотонов поля качественно зависит от фазового угла когерентного начального состояния поля φ_α для любого начального состояния атома, регулярные осцилляции Раби и эффект коллапса и возрождения при этом отсутствуют.

6. Заключение. В данной работе нами проведено исследование эволюции во времени средних квантовомеханических значений (наблюдаемых) и дисперсий (квантовых флуктуаций) оператора числа фотонов ЭМ поля при взаимодействии поля с атомом. Рассмотрен и проанализирован случай ультрасильной связи атома и поля (УСС). Для расчетов использована квантовомеханическая МР. Рассмотрен случай квантовых микрополей со средним числом фотонов ~ 1. Проведено сравнение характера эволюции указанных величин, следующий из теории Раби и приближенной теории Джейнса–Каммингса (МДК), использующей приближение вращающейся волны (RWA) в условиях УСС.

Анализ проведен для различных начальных квантовых состояний поля и двухуровневого атома.

Процесс "генерации фотонов из вакуума" уже отмечался в нескольких теоретических работах. Так, в работе [9] обсуждалась "генерации фотонов из вакуума" в случае УСС при наличии фазовой диссипации атома. В работе [10] рассматривалась "генерации фотонов из вакуума" в случае временной модуляции параметра связи атома с полем, названная авторами "динамическим эффектом Казимира" для УСС.

В работах [11, 12] расчеты авторов показали наличие "генерации фотонов из вакуума" в условиях УСС при отсутствии каких-либо процессов диссипации для системы атом–одномодовое поле.

Детальное точное теоретическое исследование динамики среднего числа фотонов проведено нами в данной работе. Показана возможность как генерации, так и поглощения фотонов в замкнутой системе атом–поле в зависимости от отстройки частоты перехода атома от частоты моды поля для УСС. Наряду с "генерацией фотонов из вакуума" в рамках квантовой МР при определенных условиях имеет место также "поглощение фотонов вакуумом".

Если ЭМ поле в начальный момент времени находится в фоковском состоянии, результаты МР принципиально отличаются от результатов расчета эволюции средних и/или дисперсий оператора числа фотонов поля в условиях УСС. Нами показано, что в случае начального состояния атома в нижнем энергетическом состоянии дисперсии оператора числа фотонов в рамках МДК остаются неизменными во времени, тогда как МР предсказывает сложную зависимость от времени среднего и дисперсии оператора числа фотонов поля в резонаторе. Таким образом, показана неприменимость МДК (приближения вращающейся волны, RWA) для расчета эволюции операторов фазы в условия УСС для вакуумного начального состояния поля.

Если начальное состояние ЭМ поля является когерентным $|\alpha\rangle$ с малым числом фотонов $n_\alpha \sim 11$ то приближение RWA (МДК) оказывается неприменимым для расчета динамики средних и дисперсий операторов числа фотонов поля в условиях УСС для любого начального состояния атома, взаимодействующего с полем.

В данной работе показано, что эволюция рассматриваемых величин качественно зависит от фазового угла начального когерентного состояния микроскопического поля φ_α для любых начальных состояний атома.

Показано, что в случае начального когерентного состояния поля с числом фотонов $n_\alpha \gg 1$ и произвольном начальном состоянии атома, для эволюции во времени средних значений и дисперсии оператора числа фотонов поля не характерно явление коллапса и возрождения осцилляций Раби этих величин.

Проведенные исследования позволяют сделать вывод о том, что квантовомеханическая МР в общем случае является некорректной, поскольку ее результаты приводят к нарушению принципа сохранения энергии. Как следует из соотношения (18), в общем случае, оператор числа возбуждений система атом + поле не коммутирует с гамильтонианом МР системы для любых значений параметров. В рамках приближенной модели системы, получаемой из квантовой МР путем удаления из рассмотрения виртуальных процессов (приближение RWA), энергия системы в процессе взаимодействия атома с полем точно сохраняется, так как в этом случае оператор числа возбуждений и гамильтониан системы точно коммутируют для любого момента времени и любых значений остальных параметров. Расчеты показали, что для среднего значения фотонов поля различие между результатами квантовой МР и приближенными результатами в рамках RWA (квантовая модель ДК) пренебрежимо малы (но не равны 0) в случае выполнения соотношения $\tilde{g} \equiv |g|/\omega_f < 0.01$. В этих условиях среднее значение правой части выражения (18) для коммутатора (произведение коррелятора операторов атома и поля на параметр связи, см. (19)) становится пренебрежимо малой величиной.

Финансирование работы. Данная работа финансировалась за счет средств бюджета Физического института имени П. Н. Лебедева Российской академии наук. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

Конфликт интересов. Автор данной работы заявляет, что у него нет конфликта интересов.

1. P. Forn-Diaz, L. Lamata, E. Rico, J. Kono, and E. Solano, Rev. Mod. Phys. **91**(2), 25005 (2019).
2. T. Niemczyk, F. Deppe, H. Huebl, E. P. Menzel, F. Hocke, M. J. Schwarz, J. J. Garcia-Ripoll, D. Zueco, T. Hümmer, E. Solano, A. Marx, and R. Gross, Nature Phys. **6**, 772 (2010).
3. A. Le Boité, Advanced Quantum Technologies **3**(7), 1900140 (2020).
4. A. F. Kockum, A. Miranowicz, S. DelLiberato, S. Savesta, and F. Nori, Nat. Rev. Phys. **1**, 19 (2019).
5. Sh. Fu, Sh. Luo, and Y. Zhang, Quantum Information Processing **20**, 88 (2021).
6. J.-sh. Peng and G.-x. Li, Phys. Rev. A **45**(5), 3289 (1992).
7. F. Ilya, I. Alexey , V.-H. Le, and A. Ulyanenkov, Non-perturbative Description of Quantum Systems. Lecture Notes in Physics, Springer Cham Heidelberg New York Dordrecht London, Springer International Publishing Switzerland (2015), v. 894, p. 62; Library of Congress Control Number: 2014958312.
8. R. Graham and M. Hohnerbach, Z. Phys. B – Condensed Matter **57**, 233 (1984).
9. T. Werlang, A. V. Dodonov, E. I. Duzzioni, and C. J. Villas-Bôas, Phys. Rev A **78**, 053805 (2008); https://doi.org/10.1103/PhysRevA.78.053805.
10. A. V. Dodonov,J. Phys. Conf. Ser. **161**, 012029 (2009); https://doi.org/10.1088/1742-6596/161/1/01202912.
11. F. A. Wolf, M. K, and D. Braak, Phys. Rev. A **85**, 053817 (2012).
12. F. A. Wolf, F. Vallone, G. Romero, M. Kollar, E. Solano, and D. Braak, Phys. Rev. A **87**, 023835 (2013).
13. P. Meystre, *Quantum Optics. Taming the Quantum*, Springer (2021), 393 p.
14. Q.-H. Chen, T. Liu, Y.-Y. Zhang, and K.-L. Wang, EPL **96**, 14003 (2011); https://doi.org/10.1209/0295-5075/96/14003.
15. P. D. Nation, J. R. Johansson, M. P. Blencowe, and F. Nori, Rev. Mod. Phys. **84**, 1 (2012).
16. H. J. Kimble, Phil. Trans. R. Soc. Lond. A **355**, 2327 (1997.)
17. Q. Xie, H. Zhong, M. T. Batchelor, and Ch. Lee, J. Phys. A: Math. Theor. **50**, 113001 (2017).
18. A. Crespi, S. Longhi, and R. Osellame, Phys. Rev. Lett. **108**, 163601 (2012).
19. N. M. Sundaresan, Y. Liu, D. Sadri, L. J. Szocs, D. L. Underwood, M. Malekakhlagh, H. E. Tureci, and A. A. Houck, Phys. Rev. X **5**, 021035 (2015).
20. N. M. Sundaresan, Y. Liu, D. Sadri, L. J. Szocs, D. L. Underwood, M. Malekakhlagh, H. E. Tureci, and A. A. Houck, Phys. Rev. X **5**, 021035 (2015).
21. M. R. Wahiddin, R. Belkada, G. S. Mahmoud, and A. Messikh, Eur. Physical J. Plus **136**, 650 (2021).
22. M. Lednev , F. J. Garcia-Vidal, and J. Feist, Phys. Rev. Lett. **132**, 106902 (2024).
23. C. J. Sánchez Martínez, J. Feist, and F. J. Garcia-Vidal, Nanophotonics **13**(14), 2669 (2024).

24. А. В. Козловский, ЖЭТФ **165**(5), 618 (2024).
25. J. H. Eberly, N. B. Narozhny, and J. J. Sanchez-Mondragon, Phys. Rev. Lett. **44**, 1323 (1980).
26. N. B. Narozhny, J. J. Sanchez-Mondragon, and J. H. Eberly, Phys. Rev. A **23**, 236 (1981).
27. H. I. Yoo, J. J. Sanchez-Mondragon, J. H. Eberly, J. Phys. A **14**, 1383 (1981).
28. J. Eiselt and H. Risken, Phys. Rev. A **43**, 346 (1991).
29. A. V. Kozlovskii, Quantum Electronics **40**(3), 223 (2010); https://doi.org/10.1070/QE2010v040n03ABEH014270.