

## КОГЕРЕНТНОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ НА ВСТРЕЧНЫХ ПУЧКАХ

И.Ф.Гинзбург, Г.Л.Коткин<sup>\*)</sup>, С.И.Политыко<sup>□)</sup>, В.Г.Сергеев

*Институт математики Сибирского отделения РАН  
630090, Новосибирск*

<sup>\*)</sup>*Новосибирский государственный университет  
630090, Новосибирск*

<sup>□)</sup>*Иркутский государственный университет  
664003, Иркутск*

Поступила в редакцию 13 мая 1992 г.

Рассмотрен новый тип излучения на встречных пучках с короткими сгустками – когерентное тормозное излучение (КТИ), которое можно свести к излучению частиц одного сгустка в коллективном электромагнитном поле второго. Для КТИ число испущенных фотонов  $dN_\gamma$  пропорционально  $N_1 N_2^2$ , где  $N_j$  – число частиц в  $j$ -м сгустке, в то время как для обычного тормозного излучения  $dN_\gamma$  пропорционально лишь  $N_1 N_2$ . Так как  $N_2$  для типичного коллайдера больше чем  $10^{10}$ , то ожидается большое усиление излучения в области энергий  $E_\gamma < 4\gamma_e^2 \hbar c / l$ , где  $l$  – длина второго сгустка (мишени), а  $\gamma_e = E_e / m_e c^2$ . Необычные свойства этого излучения могут быть использованы для оперативного контроля за соударениями сгустков и для измерения параметров пучков.

1. В современных коллайдерах используются плотные сгустки заряженных частиц. Проходя через такой сгусток протонов или позитронов, электрон (или протон) отклоняется на угол  $\theta_d$  и излучает<sup>1)</sup>. Если энергия фотона достаточно мала, излучение, вызванное взаимодействием электрона с разными протонами, когерентно усиливается. Свойства этого излучения существенно различаются в зависимости от соотношения характерного угла излучения  $\sim 1/\gamma_e$  и  $\theta_d$ .

Если  $\theta_d \gg 1/\gamma_e$ , то излучение подобно обычному синхротронному излучению (СИ), и его обычно называют пучковым (beamstrahlung). Этот случай реализуется на встречных линейных  $e^+e^-$ -коллайдерах (см., например, <sup>1)</sup>).

Мы же рассматриваем случай, когда  $\theta_d \ll 1/\gamma_e$  (случай короткого сгустка). Такое излучение мы называем когерентным тормозным излучением (КТИ). Этот случай реализуется, например, на ускорителях SSC, LHC, SpP-S, TEVATRON, ВЭПП-2М, ВЭПП-4М, ВЕРС. Этот тип излучения на коллайдерах до сих пор не рассматривался. КТИ существенно отличается как от обычного (некогерентного) тормозного, так и от пучкового излучений:

а. Число КТИ фотонов  $dN_\gamma \propto N_e N_p^2$  в отличие от обычного тормозного излучения, для которого  $dN_\gamma \propto N_e N_p$ . Действительно, с понижением энергии фотона характерная длина когерентности  $\sim \gamma_e^2 \hbar c / E_\gamma$  сравнивается с длиной протонного сгустка  $l$ , и при  $E_\gamma < E_c$  излучение обуславливается уже взаимодействием электрона со всем протонным сгустком в целом, а не с каждым из протонов по отдельности. В этих условиях протонный сгусток подобен "частице" с зарядом  $N_p e$ , поэтому вероятность излучения пропорциональна  $N_p^2$ .

б. Полное число КТИ фотонов бесконечно (как и для обычного тормозного излучения) в отличие от пучкового излучения, для которого (как и для СИ) полное число излученных фотонов конечно.

<sup>1)</sup>Для определенности будем рассматривать КТИ при  $ep$ -соударениях и обозначим:  $N_e$  и  $N_p$  – число частиц в сгустках;  $l = \sigma_z$  – продольный,  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  – горизонтальный и вертикальный поперечные размеры протонного сгустка;  $\gamma_e = E_e / m_e c^2$  – лоренц-фактор электрона;  $E_c = 4\gamma_e^2 \hbar c / l$  – характерная (критическая) энергия КТИ фотонов.

В данной работе мы описываем метод расчета, даем как общую, так и удобную приближенную формулу и результаты расчета для ряда коллайдеров (более подробно см. <sup>2</sup>).

2. Сформулируем условия применимости нашего расчета. Длина протонно-го сгустка  $l$  должна быть мала по сравнению с длиной  $l_R \sim (\gamma_e m_e c^2 / eB) / \gamma_e \sim l_{\sigma_x} / r_e N_p$ , на которой электрон отклонился бы на угол  $\sim 1/\gamma_e$ :

$$\theta_d \gamma_e \sim \frac{l}{l_R} \sim \frac{r_e N_p}{\sigma_x} \ll 1 \quad \left( r_e = \frac{e^2}{m_e c^2} \right). \quad (1)$$

В этом случае движение электрона за время соударения можно считать прямолинейным. Это условие выполняется для всех  $\bar{p}p$ - или  $pp$ -коллайдеров (конечно, при этом в (1) надо заменить  $r_e$  на  $r_p$ ) и для ряда существующих  $e^+e^-$ -коллайдеров.

Предполагается также, что  $\chi = \gamma_e / B_s \ll 1$ , где  $B_s = 4,4 \cdot 10^9$  Тл – критическое поле. При этом мы можем пренебречь взаимодействием электрона с несколькими протонами одновременно, то есть можем использовать для амплитуды процесса борновское приближение КЭД. Это условие выполняется для большинства коллайдеров.

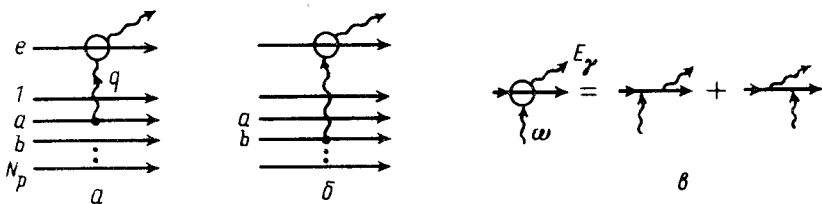


Рис.1.

3. Мы стартуем от формул КЭД для амплитуды процесса. Она представляет собой сумму борновских слагаемых вида рис.1а,б, соответствующих взаимодействию одного электрона с разными протонами. В обычном подходе, где сталкивающиеся частицы описываются плоскими волнами, эти слагаемые некогерентны и потому  $dN_\gamma \propto N_e N_p$ . Для нашей задачи существенно, что сталкивающиеся частицы описываются не плоскими волнами, а волновыми пакетами, локализованными внутри сгустков. При достаточно малых передачах ( $q_z \lesssim 1/l$ ) состояния протона до и после взаимодействия не ортогональны. Поэтому возникает интерференция диаграмм, в которых излучение электрона обусловлено взаимодействием с разными протонами (когерентность по протонам,  $dN_\gamma \propto N_e N_p^2$ ). Именно так в нашем рассмотрении появляются несвязные диаграммы Фейнмана. Этот механизм включается только для тех виртуальных фотонов, чья длина волны не меньше длины сгустка,  $c/\omega \approx 1/q_z > l$ . При столкновении со встречным электроном этот виртуальный фотон рассеивается назад и приобретает энергию в  $\gamma_e^2$  раз большую, то есть  $E_\gamma \sim \gamma_e^2 \hbar \omega < \gamma_e^2 \hbar c/l$ .

Техника расчета, используемая в работе, состоит в переходе от волновых пакетов к матрицам плотности сталкивающихся пучков или к квантовым функциям распределения  $n(\vec{r}, \vec{p}, t)$ . Для коллайдеров в хорошем приближении движение частиц можно считать классическим. В этом случае квантовые функции распределения переходят в классические. Так,  $n_p(\vec{r}, \vec{p}, t)$  – плотность числа протонов в фазовом пространстве, а  $dN_p(\vec{r}, \vec{p}, t) = n_p(\vec{r}, \vec{p}, t) d^3 r d^3 p$  – их число в элементе  $d^3 r d^3 p$ ,  $dN_e(\vec{r}, \vec{p}, t)$  – то же самое для электрона. В итоге число КТИ фотонов, излученных за время  $dt$ , равно:

$$dN_\gamma = \frac{M_{fi} M_{fi}^* d\Gamma_{\gamma e}}{4(E_e E_p E'_e E'_p)^{1/2}} dF \frac{d^3 q d^3 q'}{2[E_p(\vec{p} - \vec{q}/2) E_p(\vec{p}' - \vec{q}'/2)]^{1/2} (2\pi)^3 \sigma}, \quad (2)$$

$$dF = dN_e(\vec{r}_e, \vec{p}_e, t) dN_p(\vec{r}, \vec{p}, t) dN_p(\vec{r}', \vec{p}', t) \exp[i\vec{q}(\vec{r}_e - \vec{r}) - i\vec{q}'(\vec{r}_e - \vec{r}')] dt.$$

Здесь  $M_{fi}$  – амплитуда процесса  $ep \rightarrow ep\gamma$  с импульсами  $\vec{p}_e + (\vec{q}' - \vec{q})/2$  и  $\vec{p} + \vec{q}/2$  (энергиями  $E_0$  и  $E_p$ ) для начальных электрона и протона; амплитуда  $M_{f'i'}$  отличается от  $M_{fi}$  заменой  $\vec{p} \rightarrow \vec{p}'$ ,  $\vec{q} \leftrightarrow \vec{q}'$ ,  $E_e \rightarrow E'_e$ ,  $E_p \rightarrow E'_p$ ;  $d\Gamma_{\gamma e}$  – фазовый объем конечных фотона и электрона. Эта формула учитывает конечные размеры как электронного, так и протонного сгустков. В этом случае понятие сечения недостаточно для описания результата, так как ответ зависит не от  $|M_{fi}|^2$ , как в стандартном случае, а от произведения амплитуд  $M_{fi}$  и  $M_{f'i'}$  с различными начальными и конечными состояниями.

4. Поскольку рассматриваемый эффект определяется областью малых переданных импульсов, можно существенно упростить выражения матричных элементов. Пренебрегая также поперечным движением частиц в сгустках, удастся получить удобные расчетные формулы для числа КТИ фотонов, излученных за одно соударение сгустков:

$$dN_\gamma = \frac{\alpha}{\pi} \frac{d\omega}{\omega} J(\omega) d\sigma_{\gamma e}(\omega), \quad (3)$$

где  $d\sigma_{\gamma e}(\omega)$  – сечение комптоновского рассеяния на электроне эквивалентного фотона с энергией  $\hbar\omega$  (см. рис.1б), а функция  $J(\omega)$  определяется через формфакторы сгустков  $F_j(\vec{q})$  (как обычно,  $F_e(0) = N_e$ ,  $F_p(0) = N_p$ ):

$$J(\omega) = 4\pi \int \frac{\vec{q}_\perp \vec{q}'_\perp}{\vec{q}_\perp^2 \vec{q}'_\perp^2} F_p(\vec{q}) F_p^*(\vec{q}') F_e(\vec{q}' - \vec{q}) \frac{d^2 q_\perp d^2 q'_\perp}{(2\pi)^4}; \quad q_z = q'_z = \omega/c. \quad (4)$$

Энергия эквивалентного фотона  $\hbar\omega = E_\gamma [1 + (\gamma_e \theta)^2] / (4\gamma_e^2)$ , где  $E_\gamma$  – энергия, а  $\theta$  – угол вылета конечного фотона (учтено, что  $E_\gamma \ll E_e$ ).

5. Рассмотрим подробнее гауссовы пучки. В этом случае из (4) получаем следующий спектр КТИ фотонов:

$$dN_\gamma = N_0 \Phi(E_\gamma/E_c) dE_\gamma/E_\gamma, \quad \Phi(x) = \frac{3}{2} \int_0^\infty \frac{1+z^2}{(1+z)^4} \exp[-x^2(1+z)^2] dz, \\ N_0 = \frac{8}{3} \alpha r_e^2 J(0). \quad (5)$$

График функции  $\Phi(x)$  представлен на рис.2, она нормирована условием  $\Phi(0) = 1$ . Резкая зависимость энергетического распределения фотонов от длины встречного сгустка  $l$ , позволяет, в принципе, определять эту длину по спектру фотонов.

Значения  $E_c$  и  $N_0$  для некоторых коллайдеров даны в таблице, для ускорителя HERA рассмотрен вариант, когда излучают протоны.

	SSC	LHC	HERA	ВЭПП-2М	ВЭПП-4М	БЕРС
$E_1, \Gamma\text{ЭВ}$	20000	8000	820	0,5	6	2,8
$E_c, \text{эВ}$	6000	770	70	20	2000	500
$N_0$	50	$2 \cdot 10^4$	14	$1,6 \cdot 10^5$	$10^8$	$5 \cdot 10^7$

6. При сдвиге оси электронного пучка по вертикали на расстояние  $R_y^c$  от оси протонного пучка светимость  $ep$ -соударений  $L(R_y)$  (а вместе с нею и число событий для обычных реакций) убывает экспоненциально быстро. Напротив, число фотонов КТИ сначала возрастает, а потом начинает убывать, но очень медленно  $dN_\gamma(R_y) \propto 1/R_y^2$ . Для примера на рис.3 мы приводим соответствующие кривые для ускорителя ВЭПП-4М.

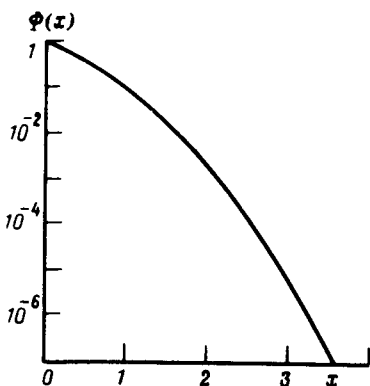


Рис.2.

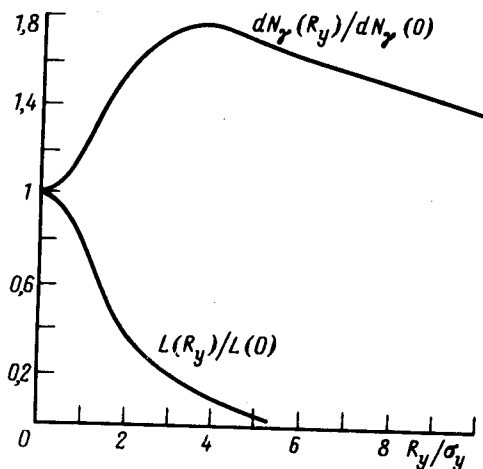


Рис.3.

Рис.3. Верхняя кривая – отношение числа КТИ фотонов  $dN_\gamma(R_y)$  при разведении пучков по вертикали на  $R_y$  к числу фотонов  $dN_\gamma(0)$  при  $R_y = 0$  в зависимости от  $R_y/\sigma_y$ , где  $\sigma_y$  – вертикальный размер сгустка; нижняя кривая – отношение светимостей  $L(R_y)/L(0)$  (ускоритель ВЭПП-4М)

При разведении пучков появляется также заметная азимутальная асимметрия КТИ фотонов (см. <sup>2</sup>).

Отмеченные в этом разделе свойства КТИ могут быть использованы для оперативного контроля за разведенными пучками и для определения поперечных размеров сгустков. (Для случая длинных сгустков подобный эксперимент был успешно осуществлен на SLC <sup>3</sup>).

Мы весьма благодарны А.Е.Бондарю, А.А.Жоленцу, В.М.Каткову, Г.Я.Кезерашвили, А.П.Онучину, В.В.Сербо, В.М.Страховенко, В.И.Тельнову, Ю.А.Тихонову, Г.М.Тумайкину и М.Г.Федотову за многочисленные полезные обсуждения.

1. P.Chen. An Introduction to Beamstrahlung and Disruption. Lectures Notes in Physics. Springer-Verlag, 1988.
2. I.F.Ginzburg, G.L.Kotkin, S.I.Polityko, V.G.Serbo, Preprints TP 28(192), 29(193) Inst. Math. Novosibirsk, 1991; Preprints TPI-MINN-91/50-T, 91/51-T Univ. Minnesota, 1991; Труды I Всесоюз. совещ. ""Физика на ВЛЭПП"". Протвино, 1991, т.II. С.151.
3. G.Bonvicini et al. Preprint SLAC-PUB-4856. Stanford, 1989.