

СТОХАСТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА ДВУМЕРНЫХ ЭЛЕКТРОНОВ В ПЕРИОДИЧЕСКОЙ РЕШЕТКЕ АНТИТОЧЕК

Э.М.Баскин, Г.М.Гусев, З.Д.Квон, А.Г.Погосов, М.В.Энтин

Институт физики полупроводников Сибирского отделения РАН
630090, Новосибирск

Поступила в редакцию 21 апреля 1992 г.

Изучается движение электронов в двумерной периодической решетке антиточек и классически сильном магнитном поле в духе теории динамического хаоса. Доказано существование устойчивых траекторий, "скачущих" вдоль рядов решетки. С помощью компьютерного моделирования рассчитан коэффициент диффузии. На основе полученных результатов объяснены наблюдаемые в эксперименте осцилляции магнетосопротивления.

В последние два года созданы и интенсивно исследуются системы, представляющие собой двумерный электронный газ в решетке из "антиточек" ¹⁻⁵, то есть областей с сильным отталкивающим потенциалом. В них наблюдаются новый тип осцилляций Шубникова – де Гааза, геометрические резонансы, связанные с соизмеримостью ларморовского радиуса с периодом решетки, осцилляции Ааронова – Бома. Исчерпывающее объяснение перечисленных эффектов в настоящее время отсутствует.

Данная статья посвящена изучению системы из периодически расположенных антиточек круглой формы в классически сильном магнитном поле. Подобная задача с беспорядочным расположением рассеивателей ранее рассматривалась в ⁶. Было показано, что при некотором значении магнитного поля, в системе происходит перколяционный переход между диффузионным и локализованным движением электронов. В рассматриваемой задаче это имеет место, когда циклотронный радиус r_c , концентрация n и размер рассеивателей a , удовлетворяют соотношению $\pi n(r_c + a)^2 = 0,68$. В докритической области магнитных полей $1/(4\pi na) \gg r_c > (0,68/\pi n)^{1/2} - a$ возникает классическое отрицательное магнетосопротивление. Однако здесь будет показано, что при периодическом расположении рассеивателей, в отличие от неупорядоченного, полной эргодизации электронов при диффузии не происходит и движение остается частично упорядоченным. На самом деле рассматриваемая система является одним из вариантов билиардов Синая ⁷, который следует анализировать на основе методов нелинейной динамики.

Мы будем считать антиточки идеальными зеркально рассеивающими кругами, что, как можно показать, оправдано в реальном эксперименте. Кроме того, будем пренебрегать объемным рассеянием на примесях. Решение динамической задачи сводится к последовательным нелинейным отображениям двумерного тора, циклические переменные на котором φ и ψ есть направление скорости электрона после соударения с антиточкой и угловая координата точки вылета с поверхности:

$$ia e^{i\psi'} - r_c e^{-i(\varphi' - 2\psi')} = ia e^{i\psi} + r_c e^{i\varphi} - d_{n',-n,m'-m}. \quad (1)$$

Здесь $d_{n,m} = d(n + im)$, d – период решетки, считающейся квадратной, (n, m) – номер антиточки, переменные со штрихами и без относятся к двум последовательным соударениям. На рис.1 приведены типичные траектории, полученные в результате компьютерного моделирования движения электронов. Из всех траекторий можно выделить следующие: f, g, h – траектории электронов, не сталкивающихся с антиточками, траектории типа b – розетки вокруг одной

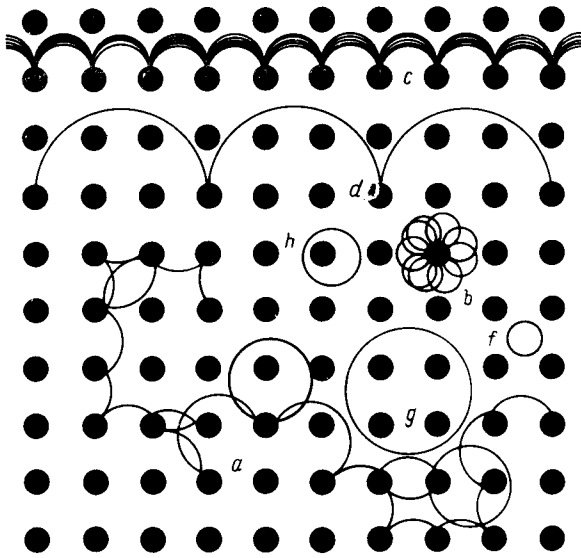


Рис.1. Типичные траектории электрона в магнитном поле в периодической решетке рассеивающих антиточек

антиточки с радиусом $r + r_c$, где r – расстояние до центра орбиты, постоянное при вращении, $-a < r - r_c < a$. Траектория a – обычная диффузия. Траекториям c и d соответствует частично хаотизированное, но направленное движение, "убегающие" траектории. Делокализованные траектории a , c и d появляются только если $2(r_c + a) > d$.

При выполнении условия $(2r_c - d) \ll a$ вблизи углов $\varphi = \psi = 0$, соответствующих траекториям типа c , отображение (1) упрощается:

$$\psi' = \psi - (2r_c - d)/a + r_c/a\varphi^2, \quad \varphi' = \varphi + 2\psi' - a/2r_c(\psi^2 - \psi'^2). \quad (2)$$

На рис.2 приведен фазовый портрет этих траекторий при $a/d = 0,25$, $(2r_c - d)/d = 0,02$. Белым цветом обозначены те начальные углы, при которых после 127 соударений частица оставалась в своем ряду, а градациями серого – траектории, уходящие за соответственно K шагов, где $2^N < K < 2^{N+1}$ ($N < 7$). Черный соответствует траекториям, уходящим из данного ряда менее чем за 8 соударений. Площадь белого цвета, определяющая долю убегающих траекторий в квадранте фазового пространства $|\varphi| < \pi/4$, $|\psi| < \pi/4$, равна $S = 0,05845$. Структура области устойчивых траекторий – типичная фракталь, что видно, в частности, из увеличенной в 5 раз детали (вставка к рис.2). Устойчивые траектории возможны при изменении r_c в диапазоне $0 < \frac{2r_c - d}{a} < 0,5$. На краях диапазона граница области становится менее фрактальной.

Проводимость σ_{xx} определяется коэффициентом диффузии электронов, сталкивающихся с антиточками. Он вычислялся для неубегающих траекторий путем компьютерного моделирования по формуле: $D_{xx} = \langle \bar{z}^2(t) \rangle / 2t$, где $\bar{z}(t)$ – смещение электрона в процессе диффузии за время t . Начальная точка и угол вылета электрона были фиксированы в области неустойчивых (диффузионных) траекторий. Усреднение по начальным условиям происходит автоматически из-за эргодичности движения по этим траекториям. Результаты приведены на

рис.3б. Максимумы D_{xx} соответствуют областям возникновения убегающих траекторий, которые возможны не только в направлении $(1,0)$, но и в других сингулярных направлениях, если этому не мешает затенение антиточками из других рядов. Это является следом появления почти убегающих траекторий при соответствующих магнитных полях. Результирующая проводимость есть сумма обоих вкладов, умноженная на долю f_s электронов, сталкивающихся с антиточками (рис.3б).

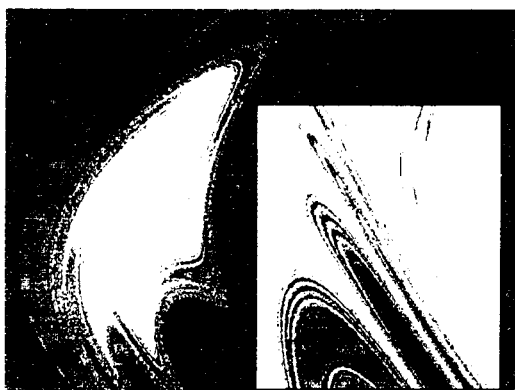


Рис.2

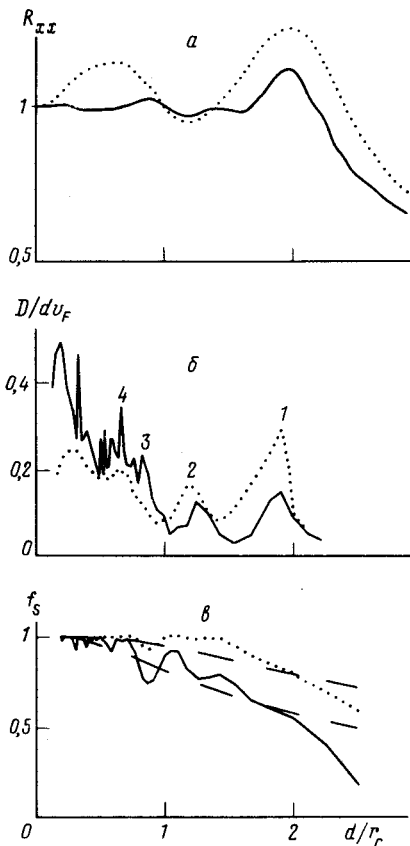


Рис.3

Рис.2. Фазовый портрет устойчивых убегающих траекторий (обозначены белым цветом) и близких к ним (обозначены градиентами серого) в координатах (ψ, φ) . $-25^\circ \leq \psi \leq 35^\circ$, $-12,5^\circ \leq \varphi \leq 32,5^\circ$, $a/d = 0,25$, $r_c/d = 0,51$. На вставке - фрагмент рисунка, увеличенный в 5 раз

Рис.3. Зависимости от обратного лармовского радиуса, приведенного к d : a - экспериментально измеренного сопротивления; $б$ - коэффициента диффузии, рассчитанного компьютерным моделированием; $в$ - доли диффузионных траекторий. Максимумы 1, 2, 3, 4 в $б$ соответствуют траекториям типа $в$, убегающим вдоль направлений $(1,0)$, $(1,1)$, $(1,2)$, $(1,3)$. Сплошные кривые соответствуют образцу с $a/d = 0,1346$, точки - образцу с $a/d = 0,25$. Пунктир в $в$ - аппроксимация доли диффузионных траекторий по формуле $f_s = 1 - \exp(-4\pi r_c a/d^2)$

Последняя определяется условиями для положений центров циклотронных орбит $\rho = x + iy$: $d - (r_c + a) < |\rho - d_{n,m}| < r_c + a$ при $r_c + a < d - |r_c - a|$ и $|r_c - a| < |\rho - d_{n,m}| < r_c + a$ при $r_c + a > d - |r_c - a|$. f_s является отношением площади объединения этих колец к общей площади. Согласно рисунку

Зв, f_s осциллирует как функция r_c . Среднее от нее совпадает с функцией $1 - \exp(-4\pi r_c a/d^2)$, соответствующей доле электронов, сталкивающихся со случайно расположенными антиточками. Амплитуда осцилляций не превышает 20% и значительно меньше осцилляций D_{xx} .

Нетрудно понять, что включение в начальные условия областей убегающих электронов c и d привело бы к расходимости коэффициента диффузии, так как для таких электронов $\bar{z}(t) \propto t$. В ограниченных образцах вклад этих областей в σ_{xx} конечен и не слишком велик из-за малости фазового объема областей c и d . Его можно найти с помощью теории сопротивления микроконтактов, считая таковым весь образец. Кондактанс G образца $L \times L$ состоит из параллельно соединенных вкладов диффузионных и убегающих траекторий. Второй вклад равен произведению кванта кондактанса $2e^2/h$ на полное число каналов в образце $L/d(d-2a)/\pi\hbar p_f$ и на долю фазового пространства, занятого убегающими траекториями: $G = 2e^2/hL/d(d-2a)/\pi\hbar p_f 2S/\pi^2$.

Развитые выше представления позволяют объяснить осцилляции магнетосопротивления, обусловленные соизмеримостью ларморовского радиуса и периода решетки и наблюдавшиеся в целом ряде работ ¹⁻⁴. На рис.3в приведены результаты измерения диагональной компоненты тензора сопротивления в зависимости от обратного ларморовского радиуса, приведенного к d . Сравнение рис.3а и 3в показывает удовлетворительное согласие расчетных положений особенностей с экспериментальными. Не все особенности, предсказанные теорией, видны в эксперименте. Этот факт не удивителен, так как в расчете пренебрегалось диффузностью поверхности антиточек и конечностью длины свободного пробега в объеме. Следует отметить, что ранее подобные осцилляции объяснялись особенностями f_s ². Однако, во-первых, как уже указывалось, эти особенности существенно меньше осцилляций D_{xx} , а, во-вторых, положение некоторых из них вообще не совпадает с экспериментом (аналогичное разногласие имеется и в ²).

В заключение отметим, что двумерный электронный газ в решетке антиточек является хорошей моделью для изучения стохастической динамики электронов. Более того, возможности современной технологии позволяют создавать целое разнообразие биллиардов на основе двумерных баллистических электронов. Это открывает перспективу широкого экспериментального исследования классического и квантового динамического хаоса в твердотельных электронных системах.

-
1. K.Ensslin, and P.M.Petroff, Phys. Rev. B **41**, 12307 (1990).
 2. D.Weiss, M.L.Roukes, A.Menschig et al., Phys. Rev. Lett. **66**, 2790 (1991).
 3. Г.М.Гусев, В.Т.Долгополов, З.Д.Квон и др., Письма в ЖЭТФ **54**, 369 (1991).
 4. G.M.Gusev, Z.D.Kvon, L.V.Litvin et al., J. Phys. Cond. Matter, to be published.
 5. Г.М.Гусев, З.Д.Квон, Л.В.Литвин и др., Письма в ЖЭТФ **55**, 129 (1992).
 6. Э.М.Баскин, Л.И.Магарилл, М.В.Энтин, ЖЭТФ **75**, 723 (1978).
 7. Я.Г.Синай, УМН **25**, 141 (1970).