Письма в ЖЭТФ, том 121, вып. 2, с. 153 – 159

Медленные осцилляции поперечного магнетосопротивления в $HoTe_3$[1)]

С. В. Зайцев-Зотов[a,b,c2)], П. Д. Григорьев[d], Д. Воропаев[a,c], А. А. Морочо[e], И. А. Кон[a,b], Е. Пашу[f 3)], А. Хадж-Аззем[f 3)], П. Монсо[f 3)]

[a] Институт радиотехники и электроники РАН, 125009 Москва, Россия

[b] Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики", 101000 Москва, Россия

[c] Московский физико-техничесиий институт, 141700 Долгопрудный, Россия

[d] Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау, 142432 Черноголовка, Россия

[e] Московский институт стали и сплавов, 119049 Москва, Россия

[f] Université Grenoble Alpes, CNRS, Grenoble INP, Institut NEEL, 38042 Grenoble, France

Поступила в редакцию 19 ноября 2024 г.
После переработки 2 декабря 2024 г.
Принята к публикации 3 декабря 2024 г.

В $HoTe_3$ обнаружены медленные осцилляции магнетосопротивления, периодические по обратному магнитному полю с частотой 3.4 Тл. Температурная зависимость амплитуды осцилляций близка к экспоненциальной даже при низкой температуре, что может являться следствием наличия мягких мод в системе и позволяет оценить скорость рассеяния электронов на них. В области магнитных полей больше 1 Тл осцилляции удается описать как интерференционные, связанные с наличием расщепления зонной структуры из-за бислойной структуры $HoTe_3$. Полученные данные позволили вычислить отношение интегралов перескока между слоями ($t_\perp$) и внутри бислоя (t_z), $t_\perp/t_z = 15.6$, и оценить их величины $t_\perp \sim 2$ мЭв и $t_z \sim 0.26$ мЭв.

DOI: 10.31857/S0370274X25010229, EDN: NLCELJ

Введение. Исследование магнитных квантовых осцилляций (МКО) является одним из старейших и широко используемых методов исследования электронной структуры металлов [1]. Частота осцилляций по обратному магнитному полю пропорциональна площади поперечного сечения поверхности Ферми (ПФ) и в обычных металлах составляет тысячи Тесла (Т). По мере расширения круга изучаемых веществ оказалось, что в некоторых из них возникают осцилляции с чрезвычайно низкими частотами порядка несколько десятков и даже единиц Тл. Попытки связать эти осцилляции с наличием малых карманов ПФ оказались неудачными в силу аномально малых размеров карманов и того обстоятельства, что температурная зависимость медленных осцилляций гораздо более слабая по сравнению с осцилляциями Шубникова–де Гааза.

В настоящее время существует несколько объяснений происхождения медленных осцилляций. Все они связаны с интерференцией двух близких частот быстрых осцилляций и определяются разностью их частот. Медленные осцилляции характерны для квазидвумерных слоистых систем и возникают из-за малого межслоевого перескока электронов, приводящего к возникновение двух близких по площади экстремальных сечений цилиндрической ПФ благодаря ее гофрировке [2–4].

Возникновение медленных или разностных осцилляций является общим в металлах, в зонной структуре которых имеется расщепление, приводящее к появлениям участков ПФ с близкими площадями поперечного сечения в направлении, перпендикулярном к направлению магнитного поля. Похожие осцилляции изучались ранее в гетероструктурах и назывались межподзонными [5, 6]. В многозонных проводниках также возникают разностные осцилляции [7]. Однако, из-за отличия циклотронных частот разных зон они часто приобретают температурное затухание [7], похожее на предсказание формулы Лифшица–Косевича [1], и этим отличаются от медленных осцилляций в слоистых системах.

[1)] См. дополнительный материал к данной статье на сайте нашего журнала www.jetpletters.ac.ru

[2)] e-mail: serzz@cplire.ru

[3)] E. Pachoud, A. Hadj-Azzem, P. Monceau.

Расщепление электронного спектра возникает также в бислойных квазидвумерных металлах, где на одну элементарную ячейку приходится два проводящих атомных слоя. Известным примером такого материала являются высокотемпературные сверхпроводники на основе купратов, где подобные медленные осцилляции, действительно, наблюдались [8–14]. Их происхождение до сих пор обсуждается, поскольку их частота слишком мала чтобы возникать напрямую из ПФ, рассчитанной или наблюдаемой в ARPES экспериментах. Происхождение этих малых частот связывают либо с перестройкой ПФ из-за волн зарядовой плотности (ВЗП) [13, 14], либо с бислойным расщеплением электронного спектра [15, 16]. Последняя версия подтверждается наблюдаемыми набором и угловой зависимостью частот этих осцилляций [12] и их слабой зависимостью от степени легирования [13].

В одночастичном приближении, когда термодинамический потенциал является линейным функционалом от электронной плотности состояний, медленные осцилляции термодинамических величин, таких как намагниченность, сильно подавлены по сравнению с медленными осцилляциями транспортных величин, таких как электронная проводимость [2, 3]. Однако учет электрон- электронного взаимодействия приводит к возникновению сильных медленных осцилляций также и термодинамических величин [17]. Это, вероятно, объясняет наблюдение медленных квантовых осцилляций в купратах не только в транспортных [8, 10–14], но и термодинамических величинах [9, 13, 14].

Похожая на купраты ситуация возникает в трителлуридах редкоземельных металлов RTe_3, где также имеются бислойная кристаллическая структура и ВЗП. В этих соединениях также наблюдаются низкочастотные МКО [18], и они также не могут быть объяснены в рамках исходной ПФ. Ниже мы покажем, что в трителлуридах работают оба механизма, обсуждаемые для купратов: и перестройка ПФ из-за ВЗП, и бислойное расщепление электронного спектра. Они дают разные частоты МКО, причем самая малая частота может не превышать 10 Тл.

$HoTe_3$ является представителем семейства трителлуридов металлов группы лантанидов ($R =$La, Ce, Pr, Nd, Sm, Gd, Tb, Dy, Ho, Er, Tm) [19]. Материалы этого семейства имеют ромбическую элементарную ячейку (группа симметрии Cmcm), которая состоит из двойных плоскостей Te, разделенных гофрированными плоскостями RTe; ось b перпендикулярна плоскостям Te, причем элементарная ячейка $HoTe_3$ состоит из двух четырехслойников Te-HoTe-HoTe-Te, которые как бы формируют бислой следующего уровня. Эти материалы имеют богатую фазовую диаграмму, связанную с наличием двух пайерсловских переходов, а также магнитных переходов при низких температурах [20].

В $HoTe_3$ наблюдается переход в состояние с ВЗП с несоизмеримым с решеткой волновым вектором $\mathbf{Q}_{CDW1} = (0, 0, 0.296)$ при температуре $T_{P1} = 283\,\mathrm{K}$, а при температуре $T_{P2} = 110\,\mathrm{K}$ происходит второй переход с образованием ВЗП с волновым вектором $\mathbf{Q}_{CDW2} = (0.32, 0, 0)$, перпендикулярным $\mathbf{Q}_{CDW1}$. Тем не менее при низких температурах в $HoTe_3$ сохраняется металлическая проводимость, свидетельствующая о сохранении карманов на ПФ после двух переходов с образованием ВЗП.

Магнетосопротивление $HoTe_3$ исследовалось в ряде работ [21, 22]. Было установлено, что при понижении температуры от комнатной до 40 К возникает постепенный переход от квадратичного к линейному по магнитному полю магнетосопротивлению, связываемый с зависимостью времени рассеяния электронов из-за "горячих точек" ПФ (hot spots) τ_{hs} от магнитного поля, $\tau_{hs} \propto 1/H$ [22]. Были также изучены осцилляции магнетосопротивления в магнитных полях до 65 Тл [21]. Обнаружено, что в этом соединении спектры осцилляций магнетосопротивления зависят от диапазона исследований. Так, в магнитных полях выше 40 Тл возникает магнитный пробой, сопровождающийся возникновением высокочастотных компонент осцилляций с частотами до 1700 Тл, в то время как в магнитных полях до 22 Тл частоты не превышают 100 Тл, причем спектры, наблюдающиеся в магнитных полях 3–16 и 6–22 Тл существенно отличаются. Характерные частоты осцилляций, наблюдавшихся в магнитных полях 3–22 Тл, связывались с наличием небольших карманов на ПФ в $HoTe_3$.

В настоящей работе сообщается о результатах изучения наиболее низкочастотной компоненты осцилляций в $HoTe_3$. Нам удалось проследить развитие низкочастотных осцилляций с частой 3.4 Тл, начиная от магнитных полей 0.5 Тл в диапазоне температур от 3 до 60 К. Показано, что зависимость амплитуды осцилляций от обратного магнитного поля описывается предсказаниями работы [16], рассматривающей влияние расщепления зонной структуры на квантовые осцилляции магнетосопротивления на примере сверхпроводящих купратов.

Методы. Исследовались кристаллические образцы $HoTe_3$, выращенные методом газового транспорта. Исследовавшиеся образцы представляли собой тонкие прямоугольные пластины с характерными размерами 1–2 мм в плоскости пластины и толщиной около 30 мкм. Высокое качество исследовавшихся образцов подтверждается большим значением отношения $R(300\ \text{K})/R(4.2\ \text{K}) \approx 40$. Контакты к образцам получались комбинированным методом с использованием индия и серебряной пасты и располагались на углах образца. Все измерения проводились на переменном токе при ориентации магнитного поля перпендикулярно плоскости протекания тока a-c.

Результаты. Температурные зависимости сопротивления образца $HoTe_3$ для двух, приблизительно взаимно ортогональных направлений, показаны на вставке к рис. 1. Переход с образованием высокотемпературной ВЗП при $T_{CDW1} = 285$ К более заметен вдоль одного из направлений, которое в дальнейшем будет называться направлением c, так как именно для этого направления влияние перехода на компоненту тензора проводимости максимально. Соответственно, другое направление будет считаться направлением a. Особенность температурной зависимости проводимости, связанная с переходом при $T_{CDW2} = 110$ К, при измерениях проводимости в плоскости ac практически не проявляется [23].

На рисунке 1 представлены зависимости магнетосопротивления вдоль оси c от магнитного поля при температурах 3–80 К. Все зависимости близки к линейным во всем диапазоне температур. Магнетосопротивление вдоль оси a как функция магнитного поля имеет слабо выраженный сублинейный вид (выгиб вверх примерно на 10 % в поле 4 Тл). При самых низких температурах на кривых становится видно слабое осциллирующее поведение. Тем не менее, осцилляции магнетосопротивления малы и без дополнительной обработки результатов практически не видны на исходных кривых.

Выделение осцилляций проходило в 2 этапа. На первом этапе из исходных зависимостей $R(B)$ вычитался полином второго порядка, что делало осцилляции более заметными. На рисунке 2 показаны типичные результаты вычитания для двух изучавшихся образцов. Видно, что осцилляции можно разделить как минимум на две группы – наблюдающиеся в малом магнитном поле ниже примерно 4 Тл и наблюдающиеся в бóльших полях. Осцилляции, наблюдающиеся в малых полях, представляют собой интересующие нас низкочастотные осцилляции, а наблюдающиеся в полях, начинающихся примерно 4 Тл, соответствуют частотам до 60 Тл (см. ниже), типичным для $HoTe_3$ и изучавшимся ранее [21]. Видно также, что низкочастотные осцилляции заметно больше на образце 2. Результаты, представленные ниже, получены на этом образце.

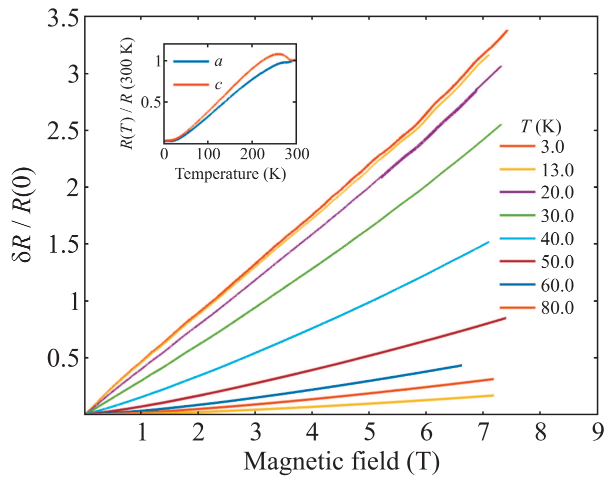

Рис. 1. (Цветной онлайн) Температурная зависимость магнетосопротивления $\delta R/R(0)$, где $\delta R = R(0) - R(B)$, вдоль оси c. На вставке показаны температурные зависимости сопротивления образца преимущественно вдоль направлений a и c

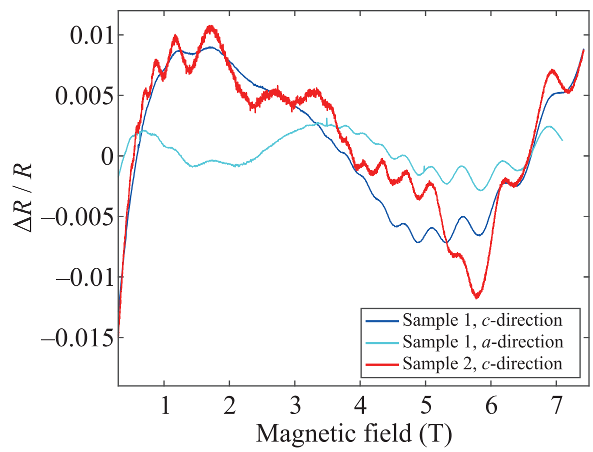

Рис. 2. (Цветной онлайн) Магнетосопротивление после удаления фона полиномом второго порядка. Температура измерений 3.0 К

На втором этапе данные перестраивались в осях $\delta R/R(B)$ от $1/B$ и из них вычиталась фоновая кривая, полученная с помощью скользящего сглаживания полиномом второго порядка в окне шириной 0.6 1/Тл. Такая методика вызывает небольшие искажения амплитуды осцилляций вблизи концов исследуемого диапазона, но зато позволяет практически полностью удалить медленные колебания фона, хорошо видимые на рис. 1, оставив осцилляции, изучаемые в настоящей работе. Результат такого вычитания показан на рис. 3. Форма осцилляций и их спектры при измерениях в направлениях a и c практически не отличались.

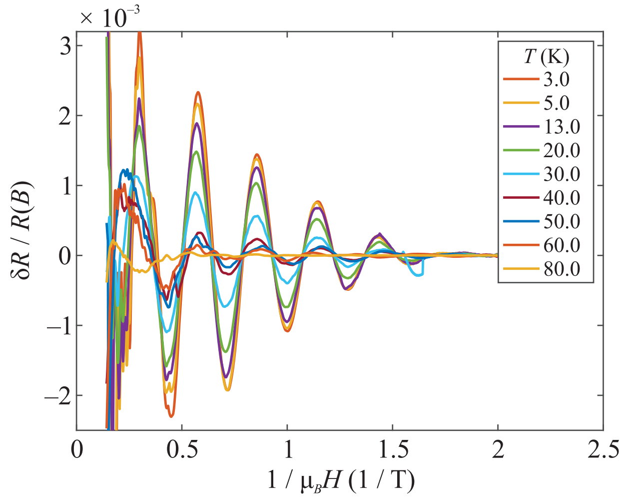

Рис. 3. (Цветной онлайн) Осциллирующая часть магнетосопротивления

На рисунке 4 показаны спектры осцилляций, измеренных при различных температурах. Хорошо видно, что осцилляции с частотой 3.4 Тл преобладают.

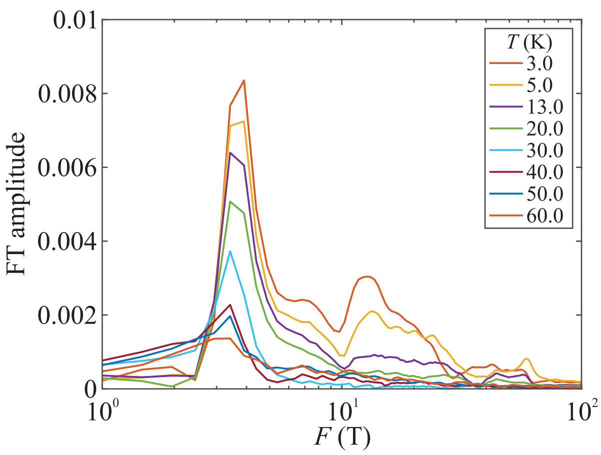

Рис. 4. (Цветной онлайн) Спектры осцилляций, полученные из данных, представленных на рис. 3, с помощью преобразования Фурье

На рисунке 5 показана температурная зависимость амплитуды осцилляций, полученная на основе данных, представленных на рис. 4. Разные значки соответствуют результатам, полученным при противоположных знаках скорости развертки магнитного поля. Виден гистерезис по магнитному полю – данные, измеренные при одном знаке развертки (кружки) практически всегда лежат выше данных, полученных при противоположном (кресты). Кроме того, налицо и гистерезис по температуре – данные в диапазоне 3–30 K снимались при последовательном увеличении температуры и лежат в основном выше желтой прямой, а в диапазоне 40–70 K – при уменьшении и лежат в основном ниже. При этом петля гистерезиса схлопывается на концах диапазона. В пределах погрешности, определяемой разбросом точек и гистерезисом, зависимость близка к экспоненциальной.

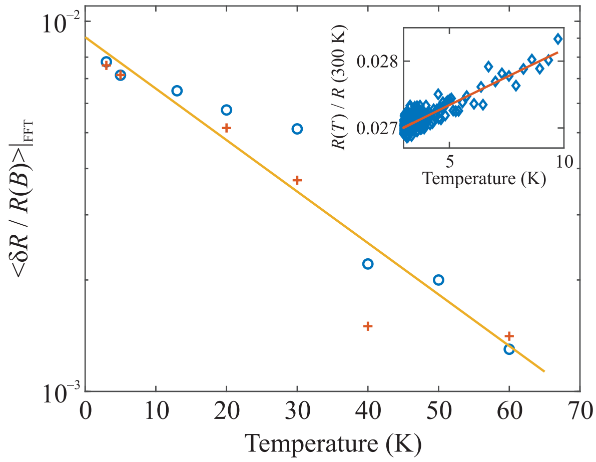

Рис. 5. (Цветной онлайн) Температурная зависимость амплитуды низкочастотных осцилляций, представленных на рис. 4. Разными значками показаны амплитуды, полученные из результатов измерения при противоположных знаках скорости развертки магнитного поля. На вставке показан участок зависимости $R_c(T)$ в области низких температур. Линия – аппроксимация данных полиномом второй степени

Обсуждение результатов. Как уже упоминалось во введении, ранее линейное магнетосопротивление наблюдалась в таких материалах с ВЗП, как квазиодномерный $NbSe_3$ [24], квазидвумерные дихалькогениды переходных металлов, а также в $TbTe_3$ и $HoTe_3$ при более высоких температурах [22] и связывалось с зависимостью времени рассеяния электронов из-за "горячих точек" ПФ (hot spots) τ_{hs} от магнитного поля, $\tau_{hs} \propto 1/H$ [22]. Полученные в настоящей работе результаты свидетельствуют о том, что в $HoTe_3$ близкая к линейной зависимость сохраняется и ниже 40 K. Обнаруженное 10 % отклонение от линейной зависимости в сильном поле для направления a (сублинейное магнетосопротивление) указывают на анизотропию поверхности Ферми в состоянии с ВЗП и на конкуренцию нескольких механизмов рассеяния электронов, включая "горячие точки", кристаллические дефекты, и т.д.

Частота обнаруженных осцилляций 3.4 Тл слишком низка для того, чтобы ее можно было приписать карманам ПФ, так как площадь такого кармана должна была бы составлять $1.5 \cdot 10^{-4}$ от площади зоны Бриллюэна (см. дополнительные материалы материалы).

Наличие бислоев в $HoTe_3$ неизбежно приводит к расщеплению энергетической структуры, что подтверждается результатами первопринципных расчетов [25, 26]. Именно наличие такого расщепления по нашему мнению и приводит к появлению низкочастотных осцилляций.

Закон дисперсии электронов вдоль межслоевого направления z для бислойных металлов приближенно описывается формулой [27]

$$\epsilon_{\pm}\left(k_z, \boldsymbol{k}_{\|}\right) = \epsilon_{\|}\left(\boldsymbol{k}_{\|}\right) \pm \sqrt{t_z^2 + t_{\perp}^2 + 2t_z t_{\perp}\cos\left[k_z d\right]}, \quad (1)$$

где $t_{\perp}$ и t_z – это интегралы электронного перескока между слоями внутри бислоя и между ближайшими бислоями соответственно, d – постоянная решетки вдоль z, равная расстоянию между двумя одинаковыми слоями соседних бислоев. Часто $t_z \ll t_{\perp}$, и такой закон дисперсии упрощается:

$$\epsilon_{\pm}\left(k_z, \boldsymbol{k}_{\|}\right) \approx \epsilon_{\|}\left(\boldsymbol{k}_{\|}\right) \pm t_{\perp}\left(\boldsymbol{k}_{\|}\right) \pm t_z\left(\boldsymbol{k}_{\|}\right)\cos\left[k_z d\right]. \quad (2)$$

Ожидаемые в случае небольшого расщепления ПФ осцилляции описываются выражением [16]

$$\sigma_2(\mu) \propto J_0^2\left(\frac{2\pi t_z}{\hbar\omega_c}\right)\cos\left(\frac{4\pi t_{\perp}}{\hbar\omega_c}\right)R_D^2, \quad (3)$$

где $J_0(x)$ – функция Бесселя, а $\omega_c = eB/m^* c\hbar$ – циклотронная частота, m^* – эффективная масса носителей, e – элементарный заряд.

Согласно теории [2, 3, 16], в ур. (3) нет явного температурного затухания медленных осцилляций, которое для обычных квантовых осцилляций выражено множителем

$$R_T = R_T(T, B) = \frac{\lambda}{\sinh(\lambda)}, \ \lambda \equiv \frac{2\pi k_B T}{\hbar\omega_c}. \quad (4)$$

Тем не менее, при достаточно высоких температурах амплитуда медленных осцилляций падает (см. рис. 5). Мы считаем, что это температурное затухание возникает из-за температурной зависимости фактора Дингла $R_D = \exp(-\pi/\omega_c\tau)$, куда входит время τ рассеяния электронов на фононах, электронах, и других возможных возбуждениях. Если эти возбуждения достаточно мягкие, с энергией $\lesssim k_B T$, то их число растет линейно с температурой и дает линейную температурную зависимость скорости рассеяния $1/\tau$. Наличие таких возбуждений подтверждается близкой к линейной зависимостью $R(T)$ в области остаточного сопротивления (см. вставку на рис. 5). Это приводит также к близкой к экспоненциальной температурной зависимости амплитуды медленных осцилляций, изображенной оранжевой прямой на рис. 5, причем $\tau \sim 10^{-11}$ с при $T = 3$ К. Гистерезис в температурной зависимости амплитуды МКО связан температурным гистерезисом эффекта Холла, известным для $HoTe_3$ [28]. Гистерезис этой зависимости от магнитного поля может иметь ту же природу.

Известно, что в низшем порядке электрон-фононного взаимодействия и для экспоненциально слабых МКО оно оставляет фактор Дингла R_D и эффективную массу m^* неизменными в затухании МКО, заданным уравнением (4) [29, 30]. Это происходит из-за специального сокращения двух членов в собственной энергии электрона при $T \gg \hbar\omega_c$, которая входит как в R_D, так и в R_T. Позже это сокращение было подтверждено для двумерных электронных систем и для $e{-}e$ взаимодействия [31–33] и названо первым правилом частоты Мацубары [33]. Вышеуказанное сокращение выведено для зависимости амплитуды МКО от T [29–33] которая содержит произведение R_T и R_D. Само τ или фактор Дингла R_D в отдельности не имеют этого сокращения и зависят от температуры.

Мягкие моды в RTe_3, приводящие к температурному затуханию медленных осцилляций даже при $T < 30$ К, могут возникнуть из-за ВЗП с неидеальным нестингом, когда даже при низкой температуре имеются бесщелевые электронные состояния на уровне Ферми. Подобные флуктуации ВЗП приводят к электронному рассеянию в "горячих точках" ПФ на волновой вектор ВЗП и обсуждались в связи с линейной зависимостью магнетосопротивления в RTe_3 [22, 34]. Мягкие моды в RTe_3 могут также появиться из-за конкуренции ВЗП и пересечения зон на уровне Ферми, приводящей к гистерезису коэффициента Холла [28]. Более резкое падение амплитуды медленных осцилляций в интервале $T = 30{-}40$ К может быть связано с включением обычных фононных мод, и соответственно более быстрой температурной зависимостью скорости электрон-фононного рассеяния $\tau^{-1} \sim T^3$ при T много меньшей дебаевской температуры [1].

На рисунке 6 показана аппроксимация результатов измерений уравнением (3). При этом теоретические данные были подвергнуты той же процедуре обработки, описанной выше, что и экспериментальные данные. Видно очень хорошее согласие экспериментальных данных и предсказаний теории.

Используя уравнение (3), из полученных результатов можно вычислить отношение интегралов пере-

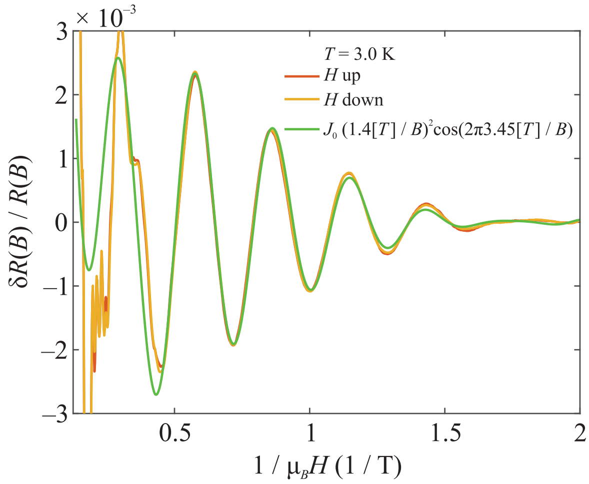

Рис. 6. (Цветной онлайн) Сопоставление экспериментальных данных с предсказаниями работы [16]. $T = 3.0\,\text{К}$

скока, $t_\perp/t_z = 15.5$, и оценить их величины из соотношения $t_\perp = \frac{m_e}{m*}\mu_B F$, где $F = 3.4\,\text{Тл}$ – частота медленных осцилляций. Для оценки самих величин интегралов перескока нужно знать эффективную массу носителей тока. Для соединений семейства RTe_3 с двумя ВЗП, к которым относится и $HoTe_3$, работы [21, 35] дают значение эффективной массы носителей $m^*/m_e = 0.033 - 0.18$. Взяв в качестве типичного значение $m^*/m_e = 0.1$, получаем оценки интегралов перескока $t_\perp \sim 2$ мЭв и $t_z \sim 0.26$ мЭв. Столь малые значения интегралов перескока, вероятно, соответствуют не наличию бислоев HoTe-HoTe, а гораздо более тонкому расщеплению зонной структуры, возникающему благодаря особенностям кристаллической структуры $HoTe_3$ – наличием в элементарной ячейке двух четырехслойников Te-HoTe-HoTe-Te.

Заключение. В настоящей работе мы продемонстрировали существование медленных осцилляций проводимости в магнитном поле в $HoTe_3$, подчиняющихся предсказаниям работы [16]. Происхождение этих осцилляций мы связываем с бислойной структурой $HoTe_3$. Эти осцилляции практически полностью сосредоточены в области малых магнитных полей ($B \lesssim 4\,\text{Тл}$ в случае $HoTe_3$), которая обычно отбрасывается при анализе квантовых осцилляций проводимости. Таким образом, исследование осцилляций в области малых магнитных полей позволят изучать тонкое расщепление энергетических зон.

Финансирование работы. Работа выполнена при финансовой поддержке совместного гранта Российского научного фонда и Agence nationale de la recherche (грант РНФ 22-42-09018 и грант ANR 21-CE30-0055).

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. A. A. Abrikosov, *Fundamentals of the theory of metals*, North-Holland, Amsterdam, N.Y., NY, USA (1988).
2. M.V. Kartsovnik, P.D. Grigoriev, W. Biberacher, N.D. Kushch, and P. Wyder, Phys. Rev. Lett. **89**, 126802 (2002).
3. P.D. Grigoriev, Phys. Rev. B **67**, 144401 (2003).
4. T.I. Mogilyuk and P.D. Grigoriev, Phys. Rev. B **98**, 045118 (2018).
5. M.E. Raikh and T.V. Shahbazyan, Phys. Rev. B **49**, 5531 (1994).
6. N.S. Averkiev, L.E. Golub, S.A. Tarasenko, and M. Willander, J. Phys. Condens. Matter **13**, 2517 (2001).
7. V. Leeb and J. Knolle, Phys. Rev. B **108**, 054202 (2023).
8. N. Doiron-Leyraud, C. Proust, D. LeBoeuf, J. Levallois, J.-B. Bonnemaison, R. Liang, D.A. Bonn, W.N. Hardy, and L. Taillefer, Nature **447**, 565 (2007).
9. S.E. Sebastian, N. Harrison, E. Palm, T.P. Murphy, C.H. Mielke, R. Liang, D.A. Bonn, W.N. Hardy, and G.G. Lonzarich, Nature **454**, 200 (2008).
10. A.F. Bangura, J.D. Fletcher, A. Carrington, J. Levallois, M. Nardone, B. Vignolle, P.J. Heard, N. Doiron-Leyraud, D. LeBoeuf, L. Taillefer, S. Adachi, C. Proust, and N.E. Hussey, Phys. Rev. Lett. **100**, 047004 (2008).
11. J. Singleton, C. la Cruz de, R. McDonald, S. Li, M. Altarawneh, P. Goddard, I. Franke, D. Rickel, C. Mielke, X. Yao, and P. Dai, Phys. Rev. Lett. **104**, 086403 (2010).
12. S.E. Sebastian, N. Harrison, P.A. Goddard, M.M. Altarawneh, C.H. Mielke, R. Liang, D.A. Bonn, W.N. Hardy, O.K. Andersen, and G.G. Lonzarich, Phys. Rev. B **81**, 214524 (2010).
13. S.E. Sebastian, N. Harrison, and G.G. Lonzarich, Rep. Prog. Phys. **75**, 102501 (2012).
14. S.E. Sebastian and C. Proust, Annu. Rev. Condens. Matter Phys. **6**(1), 411 (2015).
15. P.D. Grigoriev and T. Ziman, JETP Lett. **106**, 371 (2017).
16. P.D. Grigoriev and T. Ziman, Phys. Rev. B **96**, 165110 (2017).
17. A.A. Allocca and N.R. Cooper, Phys. Rev. Res. **3**, L042009 (2021).
18. A. Sinchenko, P. Grigoriev, P. Monceau, P. Lejay, and V. Zverev, J. Low Temp. Phys. **185**(5), 657 (2016).
19. E. DiMasi, M.C. Aronson, J.F. Mansfield, B. Foran, and S. Lee, Phys. Rev. B **52**, 14516 (1995).
20. N. Ru, J.-H. Chu, and I.R. Fisher, Phys. Rev. B **78**, 012410 (2008).

21. P. Walmsley, S. Aeschlimann, J. A. W. Straquadine, P. Giraldo-Gallo, S. C. Riggs, M. K. Chan, R. D. McDonald, and I. R. Fisher, Phys. Rev. B **102**, 045150 (2020).
22. A. A. Sinchenko, P. D. Grigoriev, P. Lejay, and P. Monceau, Phys. Rev. B **96**, 245129 (2017).
23. F. Pfuner, P. Lerch, J.-H. Chu, H.-H. Kuo, I. R. Fisher, and L. Degiorgi, Phys. Rev. B **81**, 195110 (2010).
24. J. Richard, P. Monceau, and M. Renard, Phys. Rev. B **35**, 4533 (1987).
25. V. Brouet, W. L. Yang, X. J. Zhou, Z. Hussain, R. G. Moore, R. He, D. H. Lu, Z. X. Shen, J. Laverock, S. B. Dugdale, N. Ru, and I. R. Fisher, Phys. Rev. B **77**, 235104 (2008).
26. N. Ru, C. L. Condron, G. Y. Margulis, K. Y. Shin, J. Laverock, S. B. Dugdale, M. F. Toney, and I. R. Fisher, Phys. Rev. B **77**, 035114 (2008).
27. D. Garcia-Aldea and S. Chakravarty, New J. Phys. **12**, 105005 (2010).
28. P. D. Grigoriev, A. A. Sinchenko, P. A. Vorobyev, A. Hadj-Azzem, P. Lejay, A. Bosak, and P. Monceau, Phys. Rev. B **100**, 081109 (2019).
29. M. Fowler and R. E. Prange, Physics Physique Fizika **1**, 315 (1965).
30. S. Engelsberg and G. Simpson, Phys. Rev. B **2**, 1657 (1970).
31. G. W. Martin, D. L. Maslov, and M. Y. Reizer, Phys. Rev. B **68**, 241309 (2003).
32. Y. Adamov, I. V. Gornyi, and A. D. Mirlin, Phys. Rev. B **73**, 045426(2006).
33. A. V. Chubukov and D. L. Maslov, Phys. Rev. B **86**, 155136 (2012).
34. A. V. Frolov, A. P. Orlov, P. D. Grigoriev, V. N. Zverev, A. A. Sinchenko, and P. Monceau, JETP Lett. **107**, 488 (2018).
35. A. Sinchenko, P. Grigoriev, A. Frolov, A. Orlov, V. Zverev, A. Hadj-Azzem, E. Pachoud, and P. Monceau, Phys. Rev. B **110**(16), L161108 (2024).