Письма в ЖЭТФ, том 121, вып. 6, с. 421 – 430 © 2025 г. 25 марта

Каскадная релаксация гравитирующего вакуума как генератор эволюционирующей Вселенной

В. Н. Лукаш[1)], *Е. В. Михеева*[1)]

Астрокосмический центр Физического института им. П. Н. Лебедева РАН, 117997 Москва, Россия

Поступила в редакцию 18 ноября 2024 г.
После переработки 13 января 2025 г.
Принята к публикации 4 февраля 2025 г.

Каскадная релаксация поляризованного вакуума в расширяющейся Вселенной есть цепь эволюционных эпох уменьшения его плотности с выходом доминирующих полей (каждое в свое время) из начальных нулевых состояний к ненулевым значениям, от доминирующего скалярного поля в ранней Вселенной к последующим, включая Λ-член в современной Вселенной. Каскадная релаксация вакуума создает всю наблюдаемую космологию – от фридмановской модели с малыми возмущениями метрики с нестепенными спектрами мощности, из которых могли возникнуть первичные черные дыры, и гравитационными волнами в широком диапазоне частот до образования темной материи и энергии, ранних галактик и сверхмассивных черных дыр и крупномасштабной структуры Вселенной. Построена наблюдательная модель каскадной релаксации вакуума в ранней Вселенной, содержащая две константы, определяемые наблюдательными данными и не требующая информации о потенциале полей. Получено решение гравитационно-вакуумного аттрактора общей теории относительности, включающее, помимо двух ранее упомянутых констант, и третью (пока не ограниченную наблюдениями), которая приводит к дополнительной мощности возмущений плотности в малых масштабах ($k > 10\,\text{Мпк}^{-1}$) в виде “бампа”, двухстепенного спектра и др.

DOI: 10.31857/S0370274X25030137, EDN: IWKDHF

1. Введение. С момента открытия ускоренного расширения Вселенной [1] прошло немало лет, но до сих пор физическая природа этого явления остается неясной, что проявляется в наличии множества гипотез, касающихся природы космологической постоянной. Общетеоретический принцип – объяснять явления наименьшим количество причин – в данном случае не работает, и Вселенная не обязана соответствовать нашим ожиданиям. Тот факт, что некий вакуум начал оказывать динамическое влияние именно в современную эпоху, “тянет” в сторону антропного принципа.

Уравнение состояния среды ($E + P \simeq 0$), ответственное за ускоренное расширение Вселенной, близко как к вакуумному ($E + P = 0$), так и к уравнению состояния скалярного поля с доминирующим потенциальным членом ($|E + P| \ll E$). Это позволяет не только перевести обсуждение природы Λ-члена от классической космологической постоянной Эйнштейна к квинтэссенции [2], но и к принятию концепции многих полей, которую логично связать с представлением о большом количестве степеней свободы (фундаментаньных полей материи), ответственных за поляризацию вакуума во Вселенной[2)] [3–8]. Отталкиваясь от первых недостаточно точных данных наблюдений и заменяя их различными потенциалами взаимодействий полей, исследования приводили к разным ответам для ожидаемых будущих экспериментальных проверок. После 2021 года (см.[9]) улучшенная точность данных оказалась достаточной для построения наблюдательной модели ранней Вселенной без решения уравнений Фридмана и без информации о потенциале полей, что сделано в нашей работе.

Ввиду высокой точности наблюдательных данных уже сегодня мы можем построить наблюдательную модель релаксации вакуума, полагая, что поля поляризации изначально находились в нулевых состояниях ($\varphi^{(i)} \simeq 0$). В некоторый момент одно из них (имеющее наибольшую массу среди других) оказывается доминирующим полем и начинает эво-

1)e-mail: lukash@asc.rssi.ru; helen@asc.rssi.ru

2)Под поляризацией вакуума мы понимаем обратную реакцию вакуума (основного или нулевого состояния всех полей) на внешнюю силу, роль которой играет нестационарный гравитационный потенциал материи во Вселенной. В результате чего вакуум деформируется и поляризуется с появлением ненулевой плотности. При отсутствии внешней силы плотность вакуума равна нулю. Поскольку внешняя сила имеется (гравитация), под плотностью вакуума понимается его поляризация.

люционировать от нулевого к некоторому ненулевому значению, заканчивая свое движение в новом состоянии вакуума (с значением плотности, меньше предыдущего). Этот процесс мог повториться с другими полями в другое время. По сути, идущий во времени гравитационный процесс *каскадной релаксации вакуума* (КРВ) и дает всю наблюдаемую космологию. В нее входят космологические возмущения плотности и гравитационные волны, темная материя, темная энергия и гало галактик, крупномаштабная структура Вселенной и др. При возникновении пиков в спектрах мощности (бампы) во Вселенной появляются ПЧД. При двухстепенном спектре возмущений плотности (с растущей амплитудой с $k > 10\,\text{Мпк}^{-1}$) во Вселенной реализуются условия для появления СМЧД [10] и ранних галактик [11], наблюдаемых на космическом телескопе им. Дж. Вэбба при $z > 10$ до образования крупномасштабной структуры Вселенной.

В разделе 2 построена *наблюдательная модель релаксации вакуума* (НМРВ) с акцентом на спектры возмущений плотности, сгенерированные на первом этапе КРВ с доминирующим скалярным полем. В разделе 3 дано теоретическое решение *вакуумного аттрактора* ОТО (ВА), соответствующего наблюдательным данным и имеющее дополнительную константу. Раздел 4 посвящен нестепенным спектрам мощности. В разделе 5 рассмотрены условия вхождения решения в ВА и выход из него. В заключении представлены выводы.

2. Наблюдательная Модель КРВ. В ОТО плотность лагранжиана состоит из двух членов: в первый входят метрический тензор и его производные, $\frac{R}{16\pi G}$ (где $R = R^{\mu}_{\mu}$, $R_{\mu\nu}$ – тензор Риччи, $G = \text{const}$), а во второй – фундамендальные степени свободы полей материи и их производные,

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}\left(w^{(1)}, w^{(2)}, ..., \varphi^{(1)}, \varphi^{(2)}, ...\right), \tag{1}$$

где $w^{(1)2} = \varphi^{(1)}_{,\mu}\varphi^{(1),\mu}$, и т.д.[3] Дальнейшее разложение лагранжиана с выделением отдельных кинетических членов полей происходит эволюционно с уменьшением энергии. Гравитационное поле, описываемое метрическим тензором $g^{\mu\nu}$, входит в функцию (1), однако его производные содержатся только в скаляре R. Выделение этого кинетического скаляра и есть обособление гравитационного поля, что означает появление ОТО.

В плотность энергии входят энтропия, частицы и поляризация вакуума. Температура и плотность частиц уменьшаются в ходе гравитационного расширения Вселенной, в результате чего начинает доминировать поляризация вакуума. Падение плотности вакуума происходит через КРВ – цепь эпох, в каждой из которых доминирует одно поле, тогда как другие остаются гравитационно "замороженными" в симметричном вакуумном состоянии:

$$\mathcal{L} \to \mathcal{L}\left(w, \varphi, ...\right) \to \frac{w^2}{2} - V\left(\varphi, ...\right), \tag{2}$$

где $w^2 = \varphi_{,\mu}\varphi^{,\mu}$ – кинетический скаляр поля $\varphi = \varphi^{(1)}$, $V = V(\varphi, ...)$ – потенциал всех полей. На первом этапе доминирует φ с одновременным отделением его кинетического члена от других полей. В начальном (симметричном или основном) состоянии все поля равны нулю. Первым полем, начинающим движение от нуля, является то, которое доминирует в потенциале (имея максимальное значение параметра массы). Кинетические скаляры остальных полей равны нулю, поскольку они не эволюционируют в силу уравнений движения.

Мы рассматриваем процесс релаксации вакуума как переход полей во времени из симметричного состояния $V_0 = V(0, 0, ...)$ в энергетически более выгодные состояния: сначала в $V_1 = V(\varphi_1, 0, ...) < V_0$ по полю φ (там, где не указано иначе, полагаем $\varphi > 0$), далее из V_1 в $V_2 = V(\varphi_1, \varphi_2, 0, ...) < V_1$ по полю $\varphi^{(2)}$, и т.д.[4]. Мы исходим из того, что состояние V_0 создано всеми полями поляризации вакуума, в соответствии с чем процесс гравитацинного расширения идет ускоренно по всем трем пространственным направлениям (что часто называется эволюционной инфляцией), что приближает любую пространственно-временную симметрию к фридмановской.

На первом этапе КРВ (выход из V_0) поле $\varphi = \varphi(x^{\mu})$ движется из начального состояния ($|\varphi| \ll \varphi_1$), являясь гравитационным источником эволюционирующей пространственно-плоской модели Фридмана с малыми (линейными) флуктуациями метрики, которые описываются полями возмущений плотности $q = q(x^{\mu})$ и гравитационных волн $\tilde{q}_{ij} = \tilde{q}_{ij}(x^{\mu})$ всех координат $x^{\mu} = (t, x^i)$. Решение представимо в виде ряда по q и $\tilde{q}_{ij}$:

$$\varphi = \varphi\left(N\right) + \alpha\Delta + O\left(\Delta^2\right), \tag{3}$$

$$ds^2 = \left(1 + 2\Phi\right)dt^2 - a^2\left(1 - 2\Phi\right)\left(\delta_{ij} + 2\tilde{q}_{ij}\right)dx^i dx^j,$$

[3] Выражение (1) включает в себя все поля всех спинов. Для упрощения записи мы опускаем пространственно-временные индексы материальных полей и их кинетических членов.

[4] Все состояния потенциала положительны, поскольку они больше Λ-члена, а он положителен из наблюдений ($V_0 > V_1 > V_2 > ... > \Lambda > 0$).

где $\Delta = q - \Phi$ — потенциал скорости материи, $\Phi = \frac{H}{a}\int \gamma q a\, dt$ — гравитационный потенциал, $\tilde{q}^i_i = \tilde{q}^j_{i,j} = 0$, $N = N(t) \equiv \ln(a)$, $\alpha = \alpha(N) \equiv \varphi_{,N}$, $H \equiv \dot{N}$ и $\gamma \equiv -\frac{\dot{H}}{H^2}$ — функции времени, $X_{,x} = \frac{\dot{X}}{\dot{x}}$ (для функций времени), точка над переменной означает производную по времени t, пространственные индексы i и j поднимаются и опускаются с помощью единичного тензора $\delta_{ij} = \mathrm{diag}(1,1,1)$.

Поле $\varphi(N)$ является источником однородной вакуумной подложки, удовлетворяющей уравнениям Фридмана. Решение (3) возникает спонтанно в ходе гравитационного расширения области пространства–времени от начального масштаба однородности $\sim 1/H_i$ с последующим ускоренным расширением границ $\sim a/(a_i H_i)$, что ограничивает функцию γ: $\ddot{a} > 0 \rightarrow \gamma < 1$.

Из всех флуктуаций подложки есть два гравитационных поля q и $\tilde{q}_{ij}$ — скалярная (S) и тензорная (T) моды линейных возмущения метрики соответственно. Это пробные безмассовые поля фридмановской модели с действиями, полученными путем прямого разложения общего действия до второго порядка малости по q и $\tilde{q}_{ij}$ [6, 12, 13] (см. Приложение):

$$\delta^{(2)} S = \int \left(L + \tilde{L}\right)\sqrt{-g}\, d^4x, \tag{4}$$

$$L = \frac{\gamma q_{,\mu} q^{,\mu}}{8\pi G} = \frac{\alpha^2 q_{,\mu} q^{,\mu}}{2}, \quad \tilde{L} = \frac{\tilde{q}_{ij,\mu}\tilde{q}^{ij,\mu}}{16\pi G} = \frac{m_P^2 \tilde{q}_{ij,\mu}\tilde{q}^{ij,\mu}}{4},$$

где $m_P = \frac{M_P}{2\sqrt{\pi}}$, $M_P = \frac{1}{\sqrt{G}}$. Заметим, что поле q входит в потенциал скорости и имеет ньютоновский предел, поле $\tilde{q}_{ij}$ имеет две поляризации, при выполнении (2) скорость S-моды стремится к единице ($c_S^{-2} = \frac{w\mathcal{L}_{,w,w}}{\mathcal{L}_{,w}} \rightarrow 1$), а функции α и γ связаны между собой, $\gamma = 4\pi G \alpha^2$. Помимо этого, удобно ввести следующие обозначения производных H и установить полезные в дальнейшем связи между ними:

$$\gamma = \beta^2 = -\frac{H_{,N}}{H}, \quad \beta = \frac{\alpha}{m_P} = \phi_{,N} = -\frac{H_{,\phi}}{H}, \quad \varepsilon = \beta_{,\phi}, \tag{5}$$

где $\phi \equiv \frac{\varphi}{m_P}$ – безразмерное поле φ.

Ожидания полей равны нулю, но имеются неравные нулю дисперсии:

$$\langle q^2 \rangle = \int_0^\infty q_k^2 \frac{dk}{k}, \quad \langle \tilde{q}_{ij}\tilde{q}^{ij} \rangle = \int_0^\infty \tilde{q}_k^2 \frac{dk}{k}, \tag{6}$$

где скобки $\langle ... \rangle$ означают усреднение по вакуумным состояниям полей, функции q_k и $\tilde{q}_k$ являются спектрами космологических возмущений, k – пространственная частота. Там, где масштаб возмущений больше космологического горизонта ($k < aH$), поля q и $\tilde{q}_{ij}$ заморожены и спектры не зависят от времени. Наклоны (индексы) спектров, их зависимость от масштаба и отношение спектров мощности определяются следующими выражениями:

$$n_k = \frac{d\ln q_k}{d\ln k}, \quad \tilde{n}_k = \frac{d\ln \tilde{q}_k}{d\ln k}, \quad A_k = \frac{d\ln |n_k|}{d\ln k}, \quad r_k = \frac{\tilde{q}_k^2}{q_k^2},$$

где r_k по определению в четыре раза меньше, чем в [14].

Данные космологических наблюдений [9, 15] дают следующие величины в диапазоне частот $k \in (2\cdot 10^{-4}, 10)$ Мпк$^{-1}$:

$$q_k \simeq 10^{-5}\left(\frac{k_c}{k}\right)^{n_c}, \quad n_c = 0.0175 \pm 0.0025, \quad r_c < 10^{-2}, \tag{7}$$

где c относится к "центральной" частоте $k_c = 0.05$ [5)].

Космологические масштабы соответствовали горизонтам событий $k = aH$ в эпоху генерации S и T мод возмущений в силу причинно-следственной эволюции. Фоновая модель ранней Вселенной описывалась в то время доминирующим полем ϕ, которое определяло функцию $H = H(\phi)$ и ее производные γ, ε и $\varepsilon_{,N}$. Полагая три последних функции малыми ($\ll 1$, что подтверждается наблюдениями) и оставляя только главные члены по γ, получаем следующие спектры линейных возмущений и индексы в масштабах $k = He^N$ (см. Приложение и (A.2)):

$$q_k = \frac{H}{2\pi|\alpha|}, \quad \tilde{q}_k = \frac{H}{\pi m_P}, \quad n_k = -\frac{\varepsilon + \gamma}{1-\gamma} \simeq -\varepsilon - \gamma, \tag{8}$$

где индекс k у функций модели опущен, $(\ln k)_{,N} = 1 - \gamma \simeq 1$, отношение спектров мощности $r_k = 4\gamma \simeq -4\tilde{n}_k$. Сравнение (8) с (7) показывает, что функции γ, ε и $\varepsilon_{,N}$, действительно, были малы, и значение γ не превышало ошибки наблюдений: $\gamma < 0.0025$, $\varepsilon + \gamma = 0.0175 \pm 0.0025$ (γ и ε берутся при k_c). Тогда поле ϕ находилось вблизи нуля и двигалось в сторону бóльших значений, что позволяет построить *наблюдательную модель релаксации вакуума* (НМРВ) в виде ряда по $\xi \equiv n_0\phi^2 \ll 1$:

$$H = H_0\left(1 - \frac{\xi}{2} + O\left(\xi^2\right)\right), \tag{9}$$

$$N = \ln\left(\frac{k}{H}\right) = \ln\left(\frac{k}{k_c}\right) - N_c,$$

$$\gamma = n_0\xi\left(1 + O(\xi)\right),$$

[5)] Границы диапазона частот соответствуют современному горизонту событий и масштабу карликовых галактик, соответственно. Пространственная частота k измеряется в единицах Мпк$^{-1}$ для хаббловской константы 67 км с$^{-1}$ Мпк$^{-1}$.

$$\varepsilon = n_0\left(1 + O\left(\xi\right)\right), \quad \varepsilon_{,N} = n_0 O\left(\gamma\right),$$

$$q_k = \frac{\mathrm{H}_0\left(1 + O\left(\xi\right)\right)}{2\pi n_0 \phi} \simeq \frac{\mathrm{H}_0}{2\pi\beta_c}\left(\frac{k_c}{k}\right)^{n_0},$$

$$n_k = -\epsilon\left(1 + \xi\left(1 + n_0\right) + O\left(\xi^2\right)\right) = -n_0\left(1 + O\left(\xi\right)\right),$$

$$A_k = O\left(\gamma\right), \quad r_k = 4n_0^2\phi^2\left(1 + O\left(\xi\right)\right), \quad \tilde{n}_k \simeq -n_0^2\phi^2,$$

$$\phi \simeq \phi_c e^{n_0(N+N_c)} \simeq \phi_c\left(\frac{k}{k_c}\right)^{n_0},$$

где H_0 и n_0 – константы, $\mathrm{H}_{(0)} \equiv \frac{H_{(0)}}{m_P}$, $\beta_c = n_0\phi_c$, $N_c \simeq \ln(\frac{H_0}{k_c})$. НМРВ обеспечивает степенной красный спектр в масштабах $k \in (2 \cdot 10^{-4}, 10)$ Мпк$^{-1}$, не требует информации о потенциале и построена на текущих данных наблюдений:

$$\mathrm{H}_0 \simeq 10^{-6}\phi_c,\ N_c \simeq 120 + \ln\phi_c,\ n_0 \simeq 0.017,\ \phi_c < 3 \tag{10}$$

и $\beta_c < 0.05$. Функция H и ее производные определяются из текущих данных наблюдений и не требуют решения уравнений Фридмана. Они содержат две константы (H_0 и n_0) и относятся к периоду времени, когда $\varphi < 0.8\, M_P$, $\alpha < 0.014\, M_P$ и $\xi \simeq \frac{\gamma}{\varepsilon} < 0.17$.

НМРВ описывает начало первого этапа релаксации вакуума, где поле находилась вблизи нуля и двигалась в сторону бóльших значений (оставаясь меньше планковской массы), что в диапазоне частот $k = (10^{-4}, 10)$ Мпк$^{-1}$ обеспечивает постоянство индекса спектра мощности и малость γ-функции[6)]. Построенная НМРВ следует из современных данных и не требует дальнейшей проверки. Для продолжения НМРВ в малые масштабы ($k > 10$) нужны новые данные и информация о потенциале (контрчлены, связанные с третьей константой, находятся в ошибках наблюдений).

3. Решение ВА. Поскольку поля двигаются из нуля, представим потенциал в виде ряда по степеням полей, полагая существенными первые три члена, а остальные малыми:

$$V = V_0 - \frac{m^2\varphi^2}{2} + \frac{\lambda\varphi^4}{4} + ... \to$$

$$\to V_1 + m^2\left(\frac{\varphi^2 - \varphi_1^2}{2\varphi_1}\right)^2, \tag{11}$$

где $V_{0,1}$ и $\varphi_1 = \frac{m}{\sqrt{\lambda}}$ – положительные константы (постоянные коэффициенты ряда определяются всеми полями). В силу симметрии V относительно знака φ, поле эволюционирует из симметричного состояния $V_0 = V(0)$ в сторону положительных (или отрицательных) φ в энергетически более выгодное состояние $V_1 = V(\pm\varphi_1)$ (см. рис. 1):

$$V_0 = V_1 + \frac{m^4}{4\lambda} > V_1 > 0. \tag{12}$$

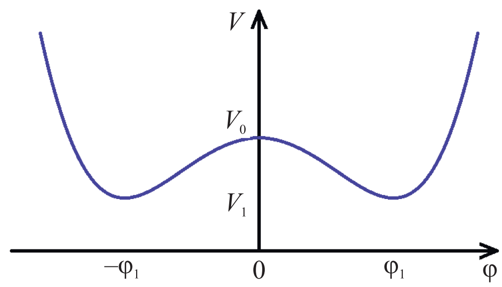

Рис. 1. (Цветной онлайн) Зависимость V от поля φ. Потенциал равен минимальному значению V_1 при $\varphi = \pm\varphi_1$

При скатывании поля по потенциалу высота вакуумной ступеньки $V_{01} = V_0 - V_1$ зависит от двух фундаментальных констант, $V_{01} = \frac{m^4}{4\lambda} = \frac{m^2\varphi_1^2}{4}$. Поскольку в (11) имелось три константы, в качестве третьей (независимой) возьмем величину остаточного вакуума в единицах высоты ступеньки, $v_1 = \frac{V_1}{V_{01}}$, или амплитуды начального вакуума, $\mathrm{v}_1 = \frac{V_1}{V_0} \in (0, 1)$:

$$v = v_1 + y^2,\ \ \mathrm{v} = \mathrm{v}_1 + \frac{y^2}{v_0} = 1 - \frac{\mathrm{n}_0\left(1 + y\right)\phi^2}{2}, \tag{13}$$

где $v = \frac{V}{V_{01}}$, $\mathrm{v} = \frac{v}{v_0}$, $y = 1 - x^2$ и $x = \frac{\varphi}{\varphi_1} = \frac{\phi}{\phi_1}$ – безразмерные переменные, $v_0 = 1 + v_1 = (1 - \mathrm{v}_1)^{-1}$, $\mathrm{n}_0 = \frac{m_P^2 m^2}{2V_0}$, $\phi_1 = \frac{\varphi_1}{m_P} = \sqrt{\frac{2}{v_0 \mathrm{n}_0}}$. При $v_1 > 1$, $\mathrm{v} \simeq 1$ в диапазоне $x \in (0, 1)$. При $v_1 < 1$, функция v изменяется от $\mathrm{v} \simeq 1$ при $y \in (1, \frac{1}{\sqrt{2}})$ до $\mathrm{v} \simeq \mathrm{v}_1$ при $|y| < \sqrt{\frac{\mathrm{v}_1}{1+\mathrm{v}_1}}$, уменьшаясь на участке $y^2 \in (\frac{1}{2}, \frac{\mathrm{v}_1}{1+\mathrm{v}_1})$.

Уравнения движения следуют из вариаций действия по $g^{\mu\nu}$, φ:

$$\phi_{,\mu}\phi^{,\nu} + \left(\mathrm{V} - \frac{\mathrm{w}^2}{2}\right)\delta_\mu^\nu = \frac{1}{2}G_\mu^\nu, \quad x_{;\mu}^{;\mu} + m^2 x\left(x^2 - 1\right) = 0,$$

где $\mathrm{V}_{(0,1)} = \frac{V_{(0,1)}}{m_P^2}$, $\mathrm{w}^2 = \phi_{,\mu}\phi^{,\mu}$, $G_\mu^\nu = R_\mu^\nu - \frac{1}{2}R\delta_\mu^\nu$, уравнение для φ содержится в уравнениях гравитации в силу тождеств Бианки ($G_{\mu;\nu}^\nu = 0$).

Уравнения Фридмана для однородного поля имеют следующий вид:

$$H^2 = \frac{\dot{\phi}^2 + 2\mathrm{V}}{3} = \frac{2\mathrm{V}}{3 - \gamma}, \quad \dot{H} = -\dot{\phi}^2, \tag{14}$$

6) Другие траектории поля (например, модели с движением поля от больших значений к малым) связывают индекс спектра с величиной γ и не соответствуют данным наблюдений.

откуда получаем уравнения движения для $\phi = \phi_1 x$ и/или $\dot\phi = H\beta$:

$$\ddot{x}+3H\dot{x}+m^2x\left(x^2-1\right)=0,\ \frac{\beta\beta_{,\phi}}{3-\beta^2}+\beta=\frac{\mathrm{n}_0 y\phi}{\mathrm{v}},\quad (15)$$

$$H=H_0\sqrt{\frac{\mathrm{v}}{1-\frac{\gamma}{3}}}=\frac{2\mathrm{m}}{3}\sqrt{\frac{\mathbf{v}}{1-\frac{\gamma}{3}}},$$

$$\gamma=\frac{6\dot{x}^2}{2\dot{x}^2+m^2v}\in(0,3)\,,$$

где $H_0=\sqrt{\frac{2\mathrm{V}_0}{3}}=\frac{m}{\sqrt{3\mathrm{n}_0}}$, $\mathrm{m}=\sqrt{2}m$, $\mathbf{v}_{(1)}=\frac{3\mathrm{v}_{(1)}}{8\mathrm{n}_0}$, $H_1= =\sqrt{\frac{2\mathrm{V}_1}{3}}=H_0\sqrt{\mathrm{v}_1}=\frac{2\mathrm{m}}{3}\sqrt{\mathbf{v}_1}$. Уравнение для x можно переписать относительно переменной $\mathrm{x}=1-x$, которой удобно воспользоваться для описания решений остаточного вакуума:

$$\ddot{\mathrm{x}}+3H\dot{\mathrm{x}}+m^2\mathrm{x}\,(1-\mathrm{x})\,(2-\mathrm{x})=0. \quad (16)$$

Представим ур. (15) для $X=xe^{\frac{3}{2}N}$ и $\mathrm{X}=\mathrm{x}e^{\frac{3}{2}N}$:

$$\ddot{X}-\mathrm{m}^2\mathbf{v}_+X=0,\quad \ddot{\mathrm{X}}+\mathrm{m}^2\mathbf{v}_-\mathrm{X}=0,\quad (17)$$

где $\mathbf{v}_+=\frac{y}{2}+\bar{\mathbf{v}}$, $\mathbf{v}_-=\frac{x(1+x)}{2}-\bar{\mathbf{v}}$, $\bar{\mathbf{v}}=\mathbf{v}(\frac{3-2\gamma}{3-\gamma})$. При переходе от t к mt параметр массы из уравнений уходит (m определяет время/энергию), и эволюция зависит от двух констант n_0 и v_1.

Решения уравнения для ϕ являются траекториями на фазовой плоскости $(\phi,\dot\phi)$, среди которых имеются три точки (полюса́): центральная $\phi=\dot\phi=0$ и боковые $\phi\pm\phi_1=\dot\phi=0$, в которых $\gamma=\beta=\varepsilon_{,N}=0$, $H=H_{0,1}$ и $\varepsilon=\varepsilon_{0,1}$ соответственно. В центральном полюсе заданы два параметра H_0 и n_0, тогда как третий v_1 не входит в производные (5). В боковых полюсах востребованы все три параметра H_1, v_1 и $\mathrm{n}_1=\frac{2\mathrm{n}_0}{\mathrm{v}_1}=\frac{3}{4\mathbf{v}_1}$. Константы $\varepsilon_{0,1}$ связаны с вакуумными постоянными $\mathrm{n}_{0,1}$ с помощью двух независимых биномов (см. ур. (15)):

$$\varepsilon_0^2+3\varepsilon_0-3\mathrm{n}_0=0,\quad \varepsilon_1^2+3\varepsilon_1+3\mathrm{n}_1=0. \quad (18)$$

При $\varepsilon_0>0$ уравнение имеет единственное решение

$$\varepsilon_{0+}\equiv n_0=\frac{3\mathrm{n}_0}{|\varepsilon_{0-}|}=\frac{2\mathrm{n}_0}{1+\sqrt{1+\frac{4\mathrm{n}_0}{3}}},$$

где $\varepsilon_{0\pm}=\frac{3}{2}(-1\pm\sqrt{1+\frac{4\mathrm{n}_0}{3}})$. Второй корень ε_{0-} отрицателен, поскольку бином инвариантен относительно преобразования $\varepsilon_0\to-3-\varepsilon_0$. При $\mathbf{v}_1>1$ ($\mathrm{n}_1<\frac{3}{4}$) оба корня $\varepsilon_{1\pm}=\frac{3}{2}(-1\pm\sqrt{1-\mathbf{v}_1^{-1}})$ отрицательны, что понадобится для построения решения ВА [7)].

[7)] В/из центрального полюса входит/выходит две траектории по осям $\dot\phi=-(3+n_0)H_0\phi$ и $\dot\phi=n_0H_0\phi$ соответственно. Остальные траектории, подходя к точке $\dot x=x=0$, поворачивают, не входя в полюс (что говорит о нестабильности). Все траектории, кроме центральной точки, попадают в боковые (стабильные) полюсы.

Решение уравнений ищем в интегральной форме:

$$\phi=C\exp\left(\int ndN\right),\quad \beta=n\phi,\quad \varepsilon=(nx)_{,x}\,,\quad (19)$$

где $C=\mathrm{const}$. Уравнение для $n=n(x)$ имеет вид

$$n_{,N}=nn_{,x}x=(3-\gamma)\,(\mathrm{n}-n)-n^2=(n_+-n)\,(n-n_-)\,,$$

где $\mathrm{n}=\frac{\mathrm{n}_0 y}{\mathrm{v}}$, $n_\pm=\frac{3-\gamma}{2}\left(-1\pm\sqrt{1+\frac{4\mathrm{n}}{3-\gamma}}\right)$. Функции n и n связаны алгебраически через функцию ϵ,

$$n=\frac{\mathrm{n}}{1+\frac{\epsilon}{3}},\qquad \epsilon=\frac{\varepsilon}{1-\frac{\gamma}{3}},\quad (20)$$

удовлетворяющую своему уравнению ($\epsilon_{,N}=n\epsilon_{,x}x$):

$$\epsilon_{,N}=3\mathbf{n}+(\gamma-3)\left(\epsilon+\frac{\epsilon^2}{3}\right)=\left(1-\frac{\gamma}{3}\right)(\epsilon_+-\epsilon)\,(\epsilon-\epsilon_-)\,,$$

где $\mathbf{n}=(\mathrm{n}x)_{,x}=\frac{\mathrm{n}_0\mathrm{y}}{\mathrm{v}}$, $\epsilon_\pm=\frac{\varepsilon_\pm}{1-\frac{\gamma}{3}}=\frac{3}{2}(-1\pm\sqrt{1+\frac{4\mathbf{n}}{3-\gamma}})$, $\mathrm{y}=\mathrm{v}(\frac{xy}{\mathrm{v}})_{,x}=1+\frac{x^2(\mathrm{v}-4\mathrm{v}_1)}{\mathrm{v}}$.

На участке $x\in(0,1)$ функция y изменяется от единицы до минус двух, проходя через ноль ($\mathrm{y}_*=0$) в точке $x_*^2=\frac{ly_*}{2}=\frac{l}{l+2}\in(\frac{1}{3},1)$:

$$\mathrm{y}=\frac{\hat{y}\left(c_0c_1+(l-1)\,\tilde{y}-\tilde{y}^2\right)}{(l+2)\,(c_1+2\tilde{y}+\tilde{y}^2)}=c\hat{y}+O\left(\hat{y}^2\right),$$

где $\tilde{y}=\frac{y-y_*}{y_*}$ и $\hat{y}=2\tilde{y}$ – переменные, $c=\frac{c_0}{l+2}\in(0.7,1)$, константы связаны между собой параметром $l>1$,

$$c_0=l+1+l^{-1},\ c_1=\frac{2l}{l-1},$$

$$\mathrm{v}_1=\frac{\mathrm{v}_*\,(l+1)}{2l}=\frac{4\,(l+1)}{l\ell},\ v_1=\frac{y_*^2\,(l+1)}{l-1},$$

$$\ell=l^2+3l+4=(l_++2)\,(l_-+2)\,,\ l_\pm=l\pm\sqrt{l}.$$

Аппроксимация общего решения имеет вид:

$$n=\frac{n_0y}{u\mathrm{v}},\ \beta=\frac{\beta_1xy}{u\mathrm{v}},\quad (21)$$

$$\epsilon=3\,(u-1)+n_0u=\frac{n_0\left(\mathrm{y}-\frac{u_{,x}xy}{u}\right)}{u\mathrm{v}\left(1-\frac{\gamma}{3}\right)},$$

где $u=\frac{3+\epsilon}{3+n_0}$, $\beta_1=\sqrt{\gamma_1}=n_0\phi_1=\sqrt{\frac{2\mathbf{n_0}}{v_0}}$, $\mathbf{n}_0=\frac{3n_0}{3+n_0}$.

Вакуумный аттрактор (ВА) это частное решение уравнений Фридмана, состоящее из последовательности эпапов: движение идет от квантовой границы к центральному полюсу, приближается к нему по оси $\dot\phi=-(3+n_0)H_0\phi$ и выходит вдоль $\dot\phi=n_0H_0\phi$, где $n=\epsilon=\varepsilon=n_\pm=\epsilon_\pm=(n_0,-3-n_0)$ вблизи $\phi=\dot\phi=0$. Выход ВА из центра в область $\phi>0$ соответствует наблюдательной модели (9) с $\xi=\frac{6x^2}{v_0(3+n_0)}$, где константы H_0 и n_0 тождественны описанным в (9). Пользуясь малостью n_0, построим функции $x \in (0,1)$ в виде ряда по $\zeta = x\bar{\zeta} = \frac{\mathbf{n}_0 x^2}{\mathrm{v}}$ [8)] с $\gamma < 1$:

$$u = 1 + \mathrm{u}\zeta + \frac{\mathbf{u}\bar{\zeta}^2}{3} + O\left(\frac{n_0^3 x^2}{\mathrm{v}^3}\right), \quad \gamma = \frac{2\zeta y^2}{u^2\left(y^2 + v_1\right)},$$

$$\epsilon = \frac{n_0}{\mathrm{v}}\left(\mathrm{y} + \mathbf{u}\zeta + O\left(\bar{\zeta}^2\right)\right), \quad \phi \simeq \bar{\phi}_0 y^{\mathrm{v}_1/2}\left(\frac{k\, e^{\phi^2/2}}{k_0\sqrt{\mathrm{v}}}\right)^{n_0}, \tag{22}$$

$$N + N_0 \simeq \frac{1}{n_0}\left(\ln|x| - \frac{\mathrm{v}_1}{2}\ln|y| + \frac{2y - 1 + \ln 2}{2v_0}\right) = \\ = \ln\left(\frac{k}{k_0\sqrt{\mathrm{v}}}\right),$$

где функции u и $\mathbf{u}$ ограничены [9)], $|\mathrm{u}| < 1$, $|\mathbf{u}| < 1$, условие $k = \frac{k_0\sqrt{1+3\mathrm{v}_1}}{2}$ $(N = -N_0)$ выполняется в точке $y = x^2 = \frac{1}{2}$ $(\phi = \phi_0)$, константы связаны между собой: $\bar{\phi}_0 = \phi_1(\sqrt{2e})^{\mathrm{v}_1 - 1}$, $N_0 = \ln(\frac{H_0}{k_0})$, $\phi_0 = \frac{\phi_1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{v_0 n_0}} \simeq 7\sqrt{1 - \mathrm{v}_1}$, $\phi_1 \simeq 10\sqrt{1 - \mathrm{v}_1}$. Ряды ВА справедливы при $x < \frac{8}{9}$, $y > \frac{2}{9}$. При меньших y, когда решение ВА входило в окрестность полюса $x - 1 = \dot{x} = 0$, необходимо обратиться к ур. (16).

ВА имеет три константы: H_0, n_0 и v_1 [10)]. Первые две определены из наблюдений (см. (10)), а третья свободна – она не влияет на начало ВА и проявляется позже, при $k > 10$, где решение изменяется. Функции n и ε сначала близки ($\phi < 3$), а далее (при движении к ϕ_1) расходятся в зависимости от соотношения параметров v_1 и $\mathrm{v}_{cr} = \frac{8\mathrm{n}_0}{3} \simeq 0.05$, $\mathbf{v}_1 = \frac{\mathrm{v}_1}{\mathrm{v}_{cr}} \simeq 20\mathrm{v}_1$ (см. рис. 2).

[8)]Константы n_0, n_0 и $\mathbf{n}_0$ известны из наблюдений, $\sqrt{\mathrm{n}_0\mathbf{n}_0} = n_0$, $\sqrt{\mathrm{n}_0/\mathbf{n}_0} = 1 + \frac{n_0}{3}$. Квадраты переменных ζ и $\bar{\zeta}$ меньше каждой: $\zeta^2 < \zeta\bar{\zeta} < \bar{\zeta}^2 < \zeta < \bar{\zeta} < 1$.

[9)]Выражения для этих функций имеют вид:

$$u = 1 + \frac{\epsilon - n_0}{3 + n_0}, \quad \mathrm{u} = \frac{\mathrm{y} - \mathrm{v}}{3x^2} = 1 - \frac{2\mathrm{v}_1\left(\mathrm{v} + 2\right)}{3\mathrm{v}} - \frac{\mathrm{n}_0\phi^2}{6},$$

$$\mathbf{u} = \mathrm{y}\bar{\mathrm{u}} + \frac{2\mathrm{y}_{,y}y}{3}, \quad \bar{\mathrm{u}} = \frac{1}{3}\left(-5 + \frac{2\mathrm{v}_1\left(\mathrm{v} + 3\right)}{\mathrm{v}} + \frac{\mathrm{n}_0\phi^2}{2}\right).$$

[10)]Потенциал всех полей, ответственных за поляризацию вакуума, получен в виде ряда по полям вблизи нуля. На первом этапе КРВ взяты три первых члена ряда доминирующего поля, не увеличивая число констант потенциала (высшие члены предполагали ничтожными). Три коэффициента трех членов ряда (11) и дают три константы ВА. Темой нашей работы не есть способ редукции космологической постоянной с помощью введения “специфического” потенциала взаимодействий. Так, потенциал модели [16] содержит бóльшее количество констант и высшие производные поля (в виде косинуса поля), при этом движение от больших к малым полям не соответствует нашему подходу (см. сноску 5). Под вакуумом (основным или нулевым состояние всех полей) мы понимаем его поляризацию во внешнем гравитационном поле с последующей релаксацией вакуума во времени как генератора эволюционирующей Вселенной.

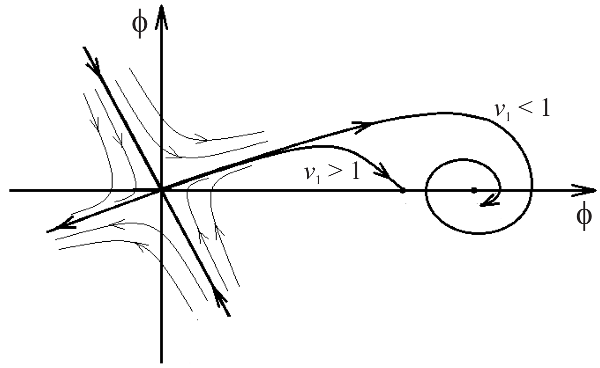

Рис. 2. Траектории решения ур. (15) на фазовой плоскости $(\phi, \dot{\phi})$. Жирные линии соответствуют ВА, тонкие линии – общему решению, стрелки обозначают направление времени

3.1. Случай $\mathbf{v}_1 < 1$ *(*$\mathrm{v}_1 < 0.05$*).* Функция γ монотонно растет по времени, подходя к $\gamma \sim 1$ при $t \simeq \mathrm{m}^{-1}$ ($x \simeq 0.87$, $y \simeq \sqrt{\mathrm{v}_{cr}} \simeq 0.2$, $H \simeq \frac{2\mathrm{m}}{3}$). При $t > \mathrm{m}^{-1}$ ($y < 0,2$), траектория ВА обходит полюс по часовой стрелке, пересекая ось $x = 1$ в момент t_1, а ось $\dot{x} = 0$ в $t_b > t_1$, перемещаясь из верхней в нижнюю часть фазовой плоскости. Далее поле продолжает осциллировать вокруг точки $y = \dot{y} = 0$, приближаясь к ней: $y \simeq 0.2\frac{\cos(\mathrm{m}t)}{\mathrm{m}t}$ $(H \simeq \frac{2}{3t})$ при $t \in (\mathrm{m}^{-1}, t_{\mathrm{v}})$, и $y \sim e^{-t/t_{\mathrm{v}}}\cos(\mathrm{m}_{\mathrm{v}}t)$ $(H \simeq \frac{2}{3t_{\mathrm{v}}})$ при $t > t_{\mathrm{v}}$, где $t_{\mathrm{v}} = \frac{1}{\mathrm{m}\sqrt{\mathbf{v}_1}}$, $\mathrm{m}_{\mathrm{v}} = \mathrm{m}\sqrt{1 - \mathbf{v}_1}$, фазы ~ 1 у косинусов опускаем. На этом заканчивается первый этап каскада, и задача сводится к предыдущей – начинается второй этап КРВ с новым вакуумом $V = V_1$ и новым доминирующим полем.

3.2. Случай $\mathbf{v}_1 \in (1, 20)$ *(*$\mathrm{v}_1 = \frac{4(l+1)}{l\ell} \in (\frac{1}{20}, 1)$, $l \in (1, 8)$, $v_1 = \frac{4(l+1)}{(l+2)^2(l-1)} > \frac{1}{20}$, $\sqrt{\mathrm{v}_1} \in (\frac{2}{9}, 1)$*).* Функция γ растет вместе с полем, достигает максимума $\gamma_r = \beta_r^2 \simeq \frac{n_0(l-1)(l+2)}{9} \simeq \frac{0.007}{v_1}$ в $x_r \simeq \sqrt{\frac{l}{l+2}} \in (0.6, 0.9)$ и возращается обратно в ноль при $x \to 1$, оставаясь малой на участке $x \in (0,1)$. При $x \in (0, \frac{8}{9})$, $y \in (1, \frac{2}{9})$ имеем $\beta \simeq \frac{2xy}{\phi_1 v} \leq \beta_r \simeq \frac{0.08}{\sqrt{v_1}} \in (0, 0.4)$, $\dot{x} \simeq \frac{\mathrm{m}xy}{\sqrt{3v}}$. В области $\mathrm{x} \in (\frac{1}{9}, \frac{1}{2}\sqrt{\mathrm{v}_1})$ имеем $\beta \simeq \frac{4\mathrm{x}}{\phi_1 v_1}$ и $\dot{x} \simeq \frac{2\mathrm{mx}}{\sqrt{3v_1}}$. При $|\mathrm{x}| < \frac{1}{2}\sqrt{\mathrm{v}_1}$ решение (16) имеет следующий вид:

$$\mathrm{x} = \mathrm{x}_\times\left(\mathrm{c}_+ e^{-\bar{t}_+} + \mathrm{c}_- e^{-\bar{t}_-}\right) = \\ = \mathrm{x}_\times e^{-\bar{t}}\left(\mathrm{ch}\left(\omega\bar{t}\right) - \frac{\mathrm{c}\cdot\mathrm{sh}\left(\omega\bar{t}\right)}{\omega}\right), \tag{23}$$

$$\frac{\dot{x}}{\mathrm{m}\sqrt{\mathbf{v}_1}\mathrm{x}} = 1 + \omega + \frac{2\omega}{\mathbf{c}e^{-2\omega\bar{t}} - 1} = 1 + \mathrm{c} + \frac{\left(\mathrm{c}^2 - \omega^2\right)\mathrm{th}\left(\omega\bar{t}\right)}{\omega - \mathrm{c}\cdot\mathrm{th}\left(\omega\bar{t}\right)},$$

где $\bar{t} = \mathrm{m}\sqrt{\mathbf{v}_1}(t - t_\times) \geq 0$ и $\bar{t}_\pm = (1 \pm \omega)\bar{t}$ — переменные, $\mathrm{x}_\times$, $\omega = \sqrt{1 - \mathbf{v}_1^{-1}}$, $\mathrm{c}_\pm = \frac{\omega \pm \mathrm{c}}{2\omega}$, $\mathbf{c} = \frac{\mathrm{c}+\omega}{\mathrm{c}-\omega}$

и с — постоянные. Величины $x_\times \in (\frac{1}{9}, \frac{1}{2}\sqrt{v_1})$ и $c \simeq \simeq \frac{2}{\sqrt{3v_1\mathbf{v}_1}} - 1 \in (4.2, -1)$ находятся из условий сшивки с ВА при $\bar{t} = 0$ ($x = x_\times$, $\dot{x} \simeq \frac{2m}{\sqrt{3v_1}} x_\times$).

Рассмотрим два случая.

При $t > t_\times$ и $c > \omega$ ($v_1 < \frac{1}{7}$, $v_1 < \frac{1}{8}$, $\mathbf{v}_1 \in (1, 2.7)$, $\omega \in (0, 0.8)$, $l \in (4.5, 8)$)[11], траектория ВА обходит полюс $x = \dot{x} = 0$ по часовой стрелке, проходя при $\bar{t}_1 = \frac{\ln \mathbf{c}}{2\omega}$ через ось $x = 1$ в верхней части фазовой плоскости и при $\bar{t}_b$ через ось $\dot{x} = 0$ в нижнюю часть плоскости, а затем при $\bar{t} > \bar{t}_2$ движется к полюсу справа от него ($\phi > \phi_1$) радиально по оси $\dot{\phi} = \frac{m(\phi_1 - \phi)}{\sqrt{\mathbf{v}_1} + \sqrt{\mathbf{v}_1 - 1}}$, где $\bar{t}_{1,2} = \bar{t}_b \pm \Delta_b$, $\Delta_b = \frac{\ln(\frac{1+\omega}{1-\omega})}{2\omega} = = \frac{\ln(\sqrt{\mathbf{v}_1} + \sqrt{\mathbf{v}_1 - 1})}{\omega}$. На этом участке функция n движется к нулю, а ε конечна: $\varepsilon \simeq (\ln |\dot{x}|)_{,N}$. Она постоянна при $\bar{t} < \bar{t}_1$ ($\varepsilon \simeq -n_1$) и $\bar{t} > \bar{t}_2$ ($\varepsilon \simeq -n_2$, где $n_2 = \frac{2n_1}{1+\omega}$)[12], однако в период $\bar{t} \in (\bar{t}_1, \bar{t}_2)$ расходится, будучи индексом (производной логарифма) функции $H_1^2/\dot{\phi}$ в форме высокого пика (δ-функции): $\varepsilon \simeq (\ln |\dot{x}|)_{,N}$, что дает локальную деталь (бамп) в спектре q_k при $k_b = H_1 a(t_b)$.

При $c < \omega$ ($v_1 > \frac{1}{7}$, $\mathbf{v}_1 > e$, $l \in (1, 4.5)$), траектория ВА движется к полюсу $x = 1$ слева ($\phi < \phi_1$), приближаясь к нему радиально по $\dot{\phi} \simeq \frac{m(\phi_1 - \phi)}{\sqrt{\mathbf{v}_1} + \sqrt{\mathbf{v}_1 - 1}}$ формально бесконечно долго.

4. Нестепенные спектры мощности. При $k \ll k_0$, спектр мощности имеет степенной (красный) вид в соответствием с наблюдениями (см. (22)):

$$q_k = \bar{q}_0 \left(\frac{k_0}{k}\right)^{n_0}, \; r_k = \bar{r}_0 \left(\frac{k}{k_0}\right)^{2n_0}, \; \phi = \bar{\phi}_0 \left(\frac{k}{k_0}\right)^{n_0}, \tag{24}$$

где $\bar{q}_0 = \frac{H_0}{2\pi n_0 \bar{\phi}_0} \simeq 10^{-5} (\frac{k_c}{k_0})^{n_0}$, $\bar{r}_0 = 4n_0^2 \bar{\phi}_0^2$, $\bar{\phi}_0 = \phi_c (\frac{k_0}{k_c})^{n_0}$. Продолжение спектра в масштабы сотен килопарсек и менее зависит от значения третьей константы $\mathbf{v}_1$, приводящей к дополнительной мощности в виде "бампа" и/или голубого спектра возмущений плотности.

При $\mathbf{v}_1 < 1$, отношение спектров r_k продолжает расти с ростом k и становится большим (~ 1) при $k = k_r \sim k_1$. Вскоре, при $k = k_p > k_1$, в q_k появляется мощный пик, приводящий к рождению ПЧД. На бóльших частотах $k > k_p$ спектры падают из-за осцилляций поля ϕ вблизи бокового полюса. При $\mathbf{v}_1 \ll 1$ осцилляции ведут к нестабильности: рождению частиц поля с массой m и их дальнейшему распаду с переходом к гидродинамике радиоционно-доминированной плазмы. Это, конечно, относится к распаду осцилляционной части поля φ, но все поля, входящие в поляризации вакуума, остаются стабильными (в частности, состояние V_1 сохраняется).

При $\mathbf{v}_1 > 1$ и $x \in (0, 0.9)$ спектры двухстепенные:

$$q_k = \frac{q_0 v^{\frac{3}{2}}}{xy}, \; r_k = r_0 \left(\frac{xy}{v}\right)^2, \; \hat{x}^{\frac{1}{n_0}} \hat{y}^{-\frac{1}{n_1}} = \frac{k\, e^{\frac{\phi^2 - \phi_{01}^2}{2}}}{k_0 \sqrt{v}}, \tag{25}$$

$$n_k \simeq -\frac{n_0}{v}\left(1 + 3x^2\left(1 - 2\frac{v_1}{v}\right)\right) \in (-n_0, n_1), \; n_1 = \frac{2n_0}{v_1},$$

где $q_0 = \bar{q_0}(\sqrt{2e})^{v_1 - 1}$, $r_0 = \bar{r_0}(2e)^{1 - v_1}$, $\hat{x} = \frac{\phi}{\phi_{01}} = \sqrt{2}x$, $\hat{y} = 2y$, $n_1 \in (0.04, 0.7)$. При $k < k_0$ ($x < 0.6$), формулы (25) соответствуют асимптотике (24). При $k > k_0 > k_1$ ($y \in (0.2, \sqrt{\frac{v_1}{1+v_1}})$), спектры голубые:

$$q_k = q_1 \left(\frac{k}{k_1}\right)^{n_1}, \; r_k = r_1 \left(\frac{k_1}{k}\right)^{2n_1}, \; x^2 = 1 - \left(\frac{k_1}{k}\right)^{n_1}, \tag{26}$$

где $q_1 = q_0 v_1^{3/2}$, $r_1 = \frac{r_0}{v_1^2}$, $k_1 = k_0 \sqrt{v_1} (\sqrt{\frac{2}{e}})^{\phi_{01}^2}$. Формулы (25) арифметически просты и не требуют аппроксимации.

Дальнейший рост q_k зависит от величины остаточного вакуума. При $|x| < \frac{1}{2}$ уравнение поля имеет вид

$$\ddot{\delta} + m\sqrt{4V_1 + 3\delta^2}\,\dot{\delta} + m^2 \delta = 0,$$

где $\delta = \phi - \phi_1 = -\phi_1 x$. При $\mathbf{v}_1 \in (1, e)$, в спектре на частоте k_b появляется выброс (бамп), имеющий форму единичного пика с амплитудой $q_b \lesssim 1$[13]. При $\mathbf{v}_1 \in (e, e^3)$ бамп в q_k отсутстует, и спектр имеет 3-степенную форму с индексами $n_k = (-n_0, n_1, n_2)$, где $n_2 \simeq n_1$. Заканчивая первый этап КРВ, поле замерзает на полюсе V_1 за формально неограниченное время, $\phi \to \phi_1$. Из этого состояния V_1 начнется второй этап КРВ с новым полем (и т.д. на каскаде ступенек потенциана V).

Эти изменения спектра при $k > 10\,\text{Мпк}^{-1}$ приводят как к раннему звездообразованию (на которое указывают данные, полученные на космическом телескопе им. Дж. Вэбба), так и к рождению ПЧД и

[11] Условие $c^2 = \omega^2$ приводит к уравнению $\frac{4}{3v_1} + 1 = \phi_1 \simeq \simeq \frac{10.7}{\sqrt{v_0}}$, откуда получаем $v_1 \simeq \frac{1}{7}$, $\omega \simeq \frac{4}{5}$ (второй корень $v_1 \simeq 100$ отбрасываем).

[12] Из (23) имеем

$$x \propto \left(\mathbf{c} e^{-\tilde{t}} - 1\right) e^{-\bar{t}_-}, \; \dot{x} \propto \left(e^{\tilde{t}_b - \tilde{t}} - 1\right) e^{-\bar{t}_-},$$

$$\ddot{x} \propto \left(1 - e^{\tilde{t}_2 - \tilde{t}}\right) e^{-\bar{t}_-},$$

где $\tilde{t} = 2\omega\bar{t}$, $\tilde{t}_b = \ln(\mathbf{c}) + 2\ln(\sqrt{\mathbf{v}_1} + \sqrt{\mathbf{v}_1 - 1})$, $\tilde{t}_{1,2} = \tilde{t}_b \pm \pm 2\ln(\sqrt{\mathbf{v}_1} + \sqrt{\mathbf{v}_1 - 1})$.

[13] Пик аппроксимируется гауссианой (ср. [17]), при $k > k_b$ спектр возвращается к степенной эволюции. Таким образом, выброс мощности при $k \simeq k_b$ и есть бамп на растущей части трехстепенного спектра q_k с индексами $n_k = (-n_0, n_1, n_2)$.

раннему возникновению СМЧД (на которые указывают данные LIGO и [10], соответственно). Продолжение спектра в малые масштабы может быть реконструировано, если подтвердятся выводы из наблюдений телескопа им. Дж. Вэбба и исследования функции масс гало темной материи и судьбы субгало в больших галактиках (см. [17–19] и ссылки там же). Последующие более точные данные наблюдения зафиксируют характеристики спектра мощности в малых масштабах.

5. Вхождение в ВА в V_0 и выход из него в V_1. В окрестности центрального полюса $|\phi| < \phi_0$ и $|\dot{\phi}| < H_0$, решение ур. (15) является суммой растущей и падающей экспонент по времени:

$$\phi = C_0 a^{n_0} + \bar{C}_0 a^{-\bar{n}_0}, \quad a = \frac{k}{H_0} \propto e^{H_0 t}, \tag{27}$$

где $\bar{n}_0 = 3 + n_0$. Константы C_0 и $\bar{C}_0$ пропорциональны C, а их отношение входит в масштаб равенства экспонент $k_i = H_0 a_i$ (начало/граница/вхождение в ВА):

$$\phi = \phi_i \kappa^{n_0} \left(1 \pm \nu^2 \kappa^{-n_*}\right), \tag{28}$$

$$n = n_0 \frac{1 \mp \nu\kappa^{-n_*}}{1 \pm \nu^2\kappa^{-n_*}}, \quad \varepsilon = n_0 \frac{1 \pm \kappa^{-n_*}}{1 \mp \nu\kappa^{-n_*}},$$

где $\kappa = \frac{k}{k_i} = e^{H_0(t-t_i)}$, $n_* = n_0 + \bar{n}_0 = \sqrt{3(3+4\mathrm{n}_0)}$, $\nu = \frac{n_0}{\bar{n}_0} \simeq 0.005$. Верхный знак относится к правому ($\phi_i > 0$) или левому ($\phi_i < 0$) квадрантам фазовой плоскости, ограниченными ВА, а нижний знак — к верхнему или нижнему квадрантам.

Попадая в окрестность центральной точки, траектории поля оказываются под гравитационном влиянием гиганской воронки полюса, затягивающей траектории к частному автомодельному решению ВА при $\kappa \sim 1$. Приходя к полюсу со стороны $|\beta| \sim 1$, траектории двигаются вдоль ВА, приближаясь к ВА при $\kappa > 1$, и поворачивают около центра, уходя от него вместе с ВА в сторону $|\phi| \sim \phi_1/2$:

$$n = n_0 \left(1 \mp \frac{\nu\,(1+\nu)}{\kappa^{n_*}} + O\left(\frac{\nu^3}{\kappa^{2n_*}}\right)\right), \tag{29}$$

$$\varepsilon = n_0 \left(1 \pm \frac{1+\nu}{\kappa^{n_*}} + O\left(\frac{\nu}{\kappa^{2n_*}}\right)\right).$$

В эволюционной траектории решения остается только растущая экспонента, так как падающая быстро становится незначительной. Это означает вхождение решения в ВА вблизи V_0 в начальный период с $\phi \in (\phi_i, \phi_0)$, $\kappa \in (1, e^{N_{0i}})$ и постояными индексами $n \simeq \varepsilon \simeq n_0$ (ср. ур. (22)):

$$H = H_0 \left(1 - \frac{n_0 \phi^2}{2}\right), \quad \phi = \phi_i \kappa^{n_0} \simeq \phi_0 e^{n_0(N+N_0)},$$

где $N_{0i} \simeq 57 \ln(\frac{\phi_0}{\phi_i})$. Индекс спектра мощности слабо зависит от ϕ ($q_k \propto H^2/\phi$, $n_k \simeq -n_0$) и хорошо согласуется с наблюдательной моделью (9) с $\phi_c \in (\phi_i, \phi_0)$, $k_0 \simeq 0.05 \exp(N_{0c})\,\text{Мрк}^{-1}$, $N_{0c} \simeq 57 \ln(\frac{5\sqrt{1-\mathrm{v}_1}}{\phi_c})$. Продолжение ВА в окрестность V_1 зависит от единственного свободного параметра v_1, который пока не ограничен современными данными.

Вблизи бокового полюса, при $|\mathrm{x}| < 0.5$, $|\dot{\phi}| < H_1$ и $\mathbf{v}_1 > 1$, решение ур. (16) является суммой двух падающих экспонент:

$$\phi = C_1 a^{-\bar{n}_1} + C_2 a^{-\bar{n}_2}, \quad a = \frac{k}{H_1} \propto e^{H_1 t}, \tag{30}$$

где $\bar{n}_{1,2} = -\varepsilon_{1\pm} = \frac{3}{2}(1 \mp \omega)$. Как мы видим, первый этап ВА приводит поле в один из боковых полюсов с $\phi = \pm\phi_1$ и $\dot{\phi} = 0$, где поле оказывается в тепловой бане, образуемой квантовыми флуктуациями всех полей, т.е. в термостате с температурой $T = \frac{H_1}{2\pi}$, в течение формально неограниченнного времени [20–22]. Эта ситуация отличается от пространства-времени Де-Ситтера, поскольку ландшафт V не есть константа (состояние V_1 стабильно для ϕ, но не для всех полей). Поэтому всегда найдется такое поле (не ϕ), которое продолжит КРВ из V_1 в более низкое состояние $V_2 < V_1$. Сама КРВ и есть ВА: в него можно попасть один раз, как в V_0 для нашей траектории Вселенной, КРВ (как и ВА) завершается, когда заканчивается ландшафт.

6. Заключение. Построенное нами решение подсказано данными наблюдений последних лет и может быть названо "элегантным", поскольку развязывает три известных параметра, независимых друг от друга (индекс спектра, отношение спектров мощности и число N-эпох эволюции). Обсуждаемая эпоха нарастания поля ϕ из нуля характеризовалась малым отношением спектров мощности ($r_k < 0.01$) и постоянным индексом спектра возмущений плотности ($n_k \simeq -0.02$). Пока неизвестно r_c, масштабы наблюдений могут относиться к любому моменту времени с $\varphi_c < 0.8\,M_P$. НМРВ построена на текущих данных и обеспечивает степенной красный спектр при $k < 10$, не требуя информации о потенциале. Теоретическая модель вакуумного аттрактора имеет две известные константы, а третья ($\mathbf{v}_1$) нужна для продолжения ВА в $k > 10$. Сравнение ВА с НМРВ приводит к концепции КРВ как генератору эволюционирующей Вселенной, которая и решает проблему наблюдаемой космологии.

Приложение. Квантово-гравитационное рождение S и T мод возмущений метрики в модели Фридмана. Разложение действия $S = \int (-\frac{m_P^2}{4} R + \mathcal{L})\sqrt{-g}\, d^4x$ по линейным возмущениям приводит к $S = S^{(0)} + \delta^{(1)}S + \delta^{(2)}S$, где $S^{(0)} = \int(-\frac{3}{2}m_P^2H^2 + \mathcal{L}^{(0)})a^3dtd\mathbf{x}$, $\delta^{(1)}S$ обращается в ноль на уравнениях Фридмана, $\delta^{(2)}S = \int(L + \tilde{L})a^3dtd\mathbf{x}$, плотность лагранжиана S-моды зависит от двух функций $\alpha^2 = m_P^2\gamma$ и $c_S^{-2} = \frac{w\mathcal{L}_{,w,w}}{\mathcal{L}_{,w}}$, $L = \frac{1}{2}\alpha^2(c_S^{-2}\dot{q}^2 - q_{,i}q^{,i})$ (см. [12, 13], [6]). При выполнения условия (2), $c_S = 1$.

Квантовые поля 4-координат $x^\mu = (t, x^i)$, q и $\tilde{q}_{ij}$, и 4-импульсов $k_\mu = (\frac{k}{a}, k_i)$, $q_\mathbf{k}$ и $q_{\mathbf{k}\xi}$, в эвклидовых 3-пространствах фридмановской модели $\mathbf{x} = (x^i)$ и $\mathbf{k} = (k_i)$, соответстенно, связаны друг с другом преобразованием Фурье:

$$q = \int\limits_{-\infty}^{\infty} q_\mathbf{k} e^{i\mathbf{kx}} \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}}, \quad q_\mathbf{k} = \nu_k a_\mathbf{k} + \nu_k^* a_{-\mathbf{k}}^\dagger, \quad \text{(A.1)}$$

$$\tilde{q}_{ij} = \sum_\sigma \int\limits_{-\infty}^{\infty} p_{ij\sigma} q_{\mathbf{k}\sigma} e^{i\mathbf{kx}} \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}},\ q_{\mathbf{k}\sigma} = \tilde{\nu}_k a_{\mathbf{k}\sigma} + \tilde{\nu}_k^* a_{-\mathbf{k}\sigma}^\dagger,$$

где $p_{ij\sigma} = p_{ij\sigma}(\mathbf{k})$ – постоянные поляризационные нормированные тензоры $\mathbf{k}$-волн ($p_{i\sigma}^i = p_{i\sigma}^j k_j = 0$, $p_{ij\sigma}^* p_{\sigma'}^{ij} = \delta_{\sigma\sigma'} = \mathrm{diag}(1,1)$, $\sigma = \oplus, \otimes$). Коммутационные соотношения канонически сопряженных скаляров q и $p = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = \alpha^2\dot{q}$ в позиционном пространстве переносятся на коммутаторы постоянных операторов уничтожения, $a_\mathbf{k}$, и рождения, $a_\mathbf{k}^\dagger$, частиц (фононов) в импульсном пространстве:

$$[q(t,\mathbf{x})\, p(t,\mathbf{x}')] = qp - pq = i\frac{\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')}{a^3},$$

$$\left[a_\mathbf{k} a_{\mathbf{k}'}^\dagger\right] = \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}'),$$

где $\delta = \delta(\mathbf{x})$ – функция Дирака. Эволюция $q_\mathbf{k}$-осцилляторов описывается классической нормированной функцией $\nu_k = \bar{\nu}_k/(\alpha a)$, зависящей от времени $\eta = \int \frac{dt}{a} = \int \frac{dN}{aH}$ и частоты $k = |\mathbf{k}|$:

$$\bar{\nu}_k'' + \left(k^2 - U\right)\bar{\nu}_k = 0, \quad U = \frac{(\alpha a)''}{\alpha a}, \quad \bar{\nu}_k\bar{\nu}_k^{*\prime} - \bar{\nu}_k^*\bar{\nu}_k' = i.$$

Аналогичные соотношения выполняются для операторов уничтожения, $a_{\mathbf{k}\sigma}$, и рождения, $a_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger$, гравитонов и функции эволюции $q_{\mathbf{k}\sigma}$-осцилляторов, $\tilde{\nu}_k = \sqrt{2}\bar{\tilde{\nu}}_k/(m_P a)$:

$$[a_{\mathbf{k}\sigma} a_{\mathbf{k}'\sigma'}^\dagger] = \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}')\,\delta_{\sigma\sigma'}, \quad [a_{\mathbf{k}\sigma} a_{\mathbf{k}'\sigma'}] = 0,$$

$$\bar{\tilde{\nu}}_k'' + \left(k^2 - \tilde{U}\right)\bar{\tilde{\nu}}_k = 0, \quad \tilde{U} = \frac{a''}{a}, \quad \bar{\tilde{\nu}}_k\bar{\tilde{\nu}}_k^{*\prime} - \bar{\tilde{\nu}}_k^*\bar{\tilde{\nu}}_k' = i.$$

Космологические S и T моды нулевых осцилляций фридмановской модели определяются вакуумным $|0\rangle$-состоянием всех линейных полей:

$$a_{\mathbf{k}(\sigma)}|0\rangle = \langle 0|a_{\mathbf{k}(\sigma)}^\dagger = 0, \quad \langle a_\mathbf{k} a_{\mathbf{k}'}^\dagger\rangle = \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}'),$$

$\langle a_{\mathbf{k}\sigma} a_{\mathbf{k}'\sigma'}^\dagger\rangle = \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}')\delta_{\sigma\sigma'}$. Билинейные формы (6) имеют следующий вид (см. (A.1)):

$$q_k = \frac{k^{3/2}|\nu_k|}{\sqrt{2}\pi}, \quad \tilde{q}_k = \frac{k^{3/2}|\tilde{\nu}_k|}{\pi}, \quad r_k = \frac{\tilde{q}_k^2}{q_k^2} = \frac{2|\tilde{\nu}_k|^2}{|\nu_k|^2}.$$

Параметрические потенциалы элементарных осцилляторов имеют следующий вид:

$$U = a^2H^2\left((2 - \gamma + \varepsilon)(1 + \varepsilon) + \varepsilon_{,N}\right), \quad \tilde{U} = a^2H^2(2 - \gamma).$$

Потенциалы совпадают при выполнении ограничений

$$\gamma \ll 1,\ |\varepsilon| \ll 1,\ |\varepsilon_{,N}| \ll 1: \quad U = \tilde{U} = \frac{2}{\eta^2},\ \eta = -\frac{1}{aH},$$

что решает проблему космологических возмущений в модели Фридмана:

$$\bar{\nu}_k = \bar{\tilde{\nu}}_k = \frac{e^{-ik\eta}}{\sqrt{2k}}\left(1 + \frac{1}{ik\eta}\right), \quad r_k = 4\gamma, \quad \text{(A.2)}$$

$$q_k = \frac{\sqrt{H^2 + \frac{k^2}{a^2}}}{2\pi|\alpha|} \to \frac{\mathrm{H}}{2\pi|\beta|}, \quad \tilde{q}_k = \frac{\sqrt{H^2 + \frac{k^2}{a^2}}}{\pi m_P} \to \frac{\mathrm{H}}{\pi}.$$

Предельный переход означает замороженые во времени спектры мощности в длинах волн $k \ll aH$, где функции $H = m_P\mathrm{H}$ и $\alpha = m_P\beta$ вычисляются в момент $\eta = -1/k$.

Авторы благодарны рецензентам, замечания которых позволили сделать текст более ясным.

Финансирование работы. Работа была поддержана грантом Российского научного фонда # 23-22-00259.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. S. Perlmutter, S. Gabi, G. Goldhaber et al. (Collaboration), Astrophys. J. **483**, 565 (1997).
2. P. J. Steinhardt and R. R. Caldwell, in *Cosmic Microwave Background and Large Scale Structure of the Universe*, ASP Conference Series, ed. by Y. I. Byun and K. W. Ng (1998), v. 151.
3. V. N. Lukash and E. V. Mikheeva, Int. J. Mod. Phys. A **15**, 3783 (2000).
4. V. N. Lukash, E. V. Mikheeva, V. Müler, and A. M. Malinovsky, MNRAS **317**, 795 (2000).
5. A. O. Barvinsky, A. Yu. Kamenshchik, and A. A. Starobinsky, JCAP **11**, 021 (2008); arXiv: 0809.2104 [hep-ph].
6. В. Н. Лукаш, Е. В. Михеева *Физическая космология*, Физматлит, М. (2010).
7. Д. С. Горбунов, В. А. Рубаков, *Введение в теорию ранней Вселенной*, Красанд, М. (2010).

8. V. A. Filippov, R. M. Lakhibbaev, D.I. Kazakov, and D. M. Tolkachev, arXiv:2405.18818 [hep-th].
9. P. A. R Ade, Z. Ahmed, M. Amiri et al. (BICEP/Keck Collaboration), Phys. Rev. Lett. **127**, 151301 (2021).
10. R. L. Larson, S. L. Finkelstein, D. D. Kocevski et al. (Collaboration), Astrophysical Journal Letters **953**, L29 (2023); arXiv: 2303.08918 [astro-ph.GA].
11. Y. Harikane, M. Ouchi, M. Oguri, Y. Ono, K. Nakajima, Y. Isobe, H. Umeda, K. Mawatari, and Y. Zhang, Astrophysical Journal Supplement Series **265**, 5 (2023); arXiv: 2208.01612 [astro-ph].
12. В. Н. Лукаш, Письма в ЖЭТФ **31**, 631 (1980) [V. N. Lukash, JETP Lett. **31**, 596 (1980)].
13. В. Н. Лукаш, ЖЭТФ **79**, 1601 (1980) [V. N. Lukash, JETP **52**, 807 (1980)].
14. P. A. R. Ade, N. Aghanim, C. Armitage-Caplan et al. (Planck Collaboration), Astron. Astrophys. **571**, A22 (2014); arXiv:1303.5082 [astro-ph.CO].
15. N. Aghanim, Y. Akrami, M. Ashdown et al. (Planck Collaboration), Astron. Astroph. **641**, A6 (2020); arXiv: 1807.06209 [astro-ph.CO].
16. L. F. Abbott, Phys. Lett. B **150**, 427 (1985).
17. M. V. Tkachev, S. V. Pilipenko, E. V. Mikheeva, and V. N. Lukash, MNRAS **527**, 1381 (2024).
18. M. V. Tkachev, S. V. Pilipenko, E. V. Mikheeva, and V. N. Lukash, Phys. Rev. D **110**, 083530 (2024).
19. Ю. Н. Ерошенко, В. Н. Лукаш, Е. В. Михеева, С. В. Пилипенко, М. В. Ткачев, Письма в ЖЭТФ **120**, 83 (2024) [Yu. N. Eroshenko, V. N. Lukash, E. V. Mikheeva, S. V. Pilipenko, and M. V. Tkachev, JETP Lett. **120**, 83 (2024)].
20. G. W. Gibbons and S. W. Hawking, Phys. Rev. D **15**, 2738 (1977).
21. A. A. Starobinsky and J. Yokoyama, Phys. Rev. D **50**, 6357 (1994).
22. G. E. Volovik, Письма в ЖЭТФ **119**, 560 (2024) [G. E. Volovik, JETP Lett. **31**, 564 (1980)].