Письма в ЖЭТФ, том 121, вып. 6, с. 441 – 446

Альтермагнитные и нецентросимметричные металлы

В. П. Минеев[1)]

Институт теоретической физики им. Л. В. Ландау, 142432 Черноголовка, Россия

Поступила в редакцию 8 декабря 2024 г.
После переработки 24 января 2025 г.
Принята к публикации 29 января 2025 г.

В работе представлено теоретическое описание пьезомагнитных металлов или, как их нынче принято называть, альтермагнетиков в нормальном и сверхпроводящем состоянии. Прослежена аналогия с соответствующим теоретическим описанием для металлов, не обладающих пространственной инверсией. Особое внимание уделено проблеме аномального эффекта Холла и продемонстрировано его отсутствие как в альтермагнитных, так и в нецентросимметричных металлах. Показано, что сверхпроводящее состояние в альтермагнетиках обусловлено спариванием электронов из зон, расщепленных спин-орбитальным взаимодействием, что делает маловероятным существование таких сверхпроводников.

DOI: 10.31857/S0370274X25030159, EDN: CHEKFT

I. Введение. Возможность существования веществ с магнитной кристаллической структурой, группа симметрии которых: (i) не содержит операцию обращения времени R или содержит ее только в сочетании с поворотами или отражениями; (ii) не содержит операцию R и пространственную инверсию I по отдельности, а содержит их произведение IR, была отмечена в известной работе Б. А. Тавгера и В. М. Зайцева [1]. В первом случае это приводит к эффекту пьезомагнетизма, т.е. возникновению намагниченности при приложении к кристаллу механического напряжения, а также к появлению деформации, линейной относительно приложенного к кристаллу магнитного поля [2]. Во втором случае мы имеем дело с явлением магнитоэлектричества, т.е. возникновению магнитного момента при приложении к кристаллу электрического поля и, наоборот, возникновению электрической поляризации при приложении магнитного поля [2]. Первые примеры веществ, обладающих пьезомагнитными или магнитоэлектрическими свойствами, указал И. Е. Дзялошинский [3, 4]. Вскоре после этого был открыт пьезомагнетизм в антиферромагнитных фторидах кобальта CoF_2 и марганца MnF_2 [5], а магнитоэлектрический эффект был обнаружен [6] в антиферромагнетике Cr_2O_3.

Антиферроманитные кристаллы CoF_2 и MnF_2 относятся к магнитному классу

$$\mathbf{D}_{4h}(\mathbf{D}_{2h}) = (E, C_{2z}, \sigma_h, 2\sigma_v, 2U_2, I, 2C_{4z}R, 2U_2'R, 2\sigma_v'R, 2C_{4z}\sigma_h R). \tag{1}$$

Добавка к термодинамическому потенциалу, инвариантная относительно всех преобразований, перечисленных в выражении (1), суть

$$\Phi_{pm} = -\lambda_1(\sigma_{xz}H_y + \sigma_{yz}H_x) - \lambda_2\sigma_{xy}H_z. \tag{2}$$

Соответственно, при приложении сдвигового напряжения σ_{xz} возникает намагниченность

$$M_y = -\frac{\partial \Phi_{pm}}{\partial H_y} = \lambda_1\sigma_{xz}. \tag{3}$$

Как CoF_2, так и MnF_2 – диэлектрики. Их магнитная структура изображена на рис. 1.

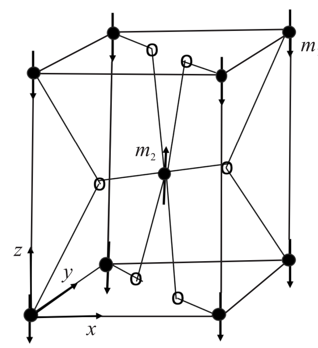

Рис. 1. Магнитная структура MnF_2. Стрелками показана ориентация магнитных моментов ионов марганца. Маленькими кружками отмечены положения атомов фтора

Представим теперь, что некое металлическое соединение (RuO_2 –??) имеет структуру с той же симметрией. Вблизи Γ-точки в обратном пространстве электронный спектр этого металла, инвариантный относительно всех операций $\mathbf{D}_{4h}(\mathbf{D}_{2h})$, имеет вид

[1)]e-mail: mineev@itp.ac.ru

$$\hat{\varepsilon}(\mathbf{k}) = \varepsilon_{\mathbf{k}}\sigma_0 + \gamma_1(k_x k_z \sigma_y + k_y k_z \sigma_x) + \gamma_2 k_x k_y \sigma_z, \quad (4)$$

где $\varepsilon_{\mathbf{k}}$ – скалярная часть спектра, σ_0 – единичная матрица 2×2 в спиновом пространстве, и $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ – матрицы Паули. В общем случае электронный спектр металла, группа симметрии которого G (магнитный класс) содержит операцию обращения времени только в сочетании с вращениями или отражениями, имеет вид

$$\varepsilon_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = \varepsilon_{\mathbf{k}}\delta_{\alpha\beta} + \boldsymbol{\gamma}_{\mathbf{k}}\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta}, \quad (5)$$

инвариантный относительно всех операций группы G. Существует подкласс металлов этого типа, такой, что среднее по углам

$$\int \frac{d\Omega_{\mathbf{k}}}{4\pi}\boldsymbol{\gamma}_{\mathbf{k}} = 0. \quad (6)$$

Этот тип металлов, выглядящих как антиферромагнетики в обратном пространстве, называется *альтермагнетиками.* Упорядочение спинов электронов в альтермагнетиках, определяемое спин-орбитальной связью, в общем случае неколлинеарно.

Мы будем рассматривать свойства металлов, относящихся к определенному выше классу. Существует обширная литература, посвященная описанию веществ, называемых альтермагнетиками, с магнитным упорядочением в координатном и в то же время в импульсном пространстве, с коллинеарным и неколлинеарным спиновым порядком, в терминах конкретных микроскопических моделей. См., например, [7].

Группа точечной симметрии магнитоэлектрического материала Cr_2O_3

$$\mathbf{D}_{3d}(\mathbf{D}_3) = (E, C_3, C_3^2, 3u_2, 3\sigma_d R, 2S_6 R, IR) \quad (7)$$

содержит произведение инверсии времени и пространства, но не включает эти операции по отдельности. Соответствующий термодинамический потенциал, инвариантный относительно этих операций, равен

$$\Phi_{em} = -\alpha_\perp(E_x H_x + E_y H_y) - \alpha_\parallel E_z H_z. \quad (8)$$

Таким образом, этот материал во внешнем электрическом поле приобретает намагниченность

$$M_y = -\frac{\partial \Phi_{em}}{\partial H_y} = \alpha_\perp E_y. \quad (9)$$

Cr_2O_3 – антиферромагнитный диэлектрик. Металл с такой же симметрией, как у Cr_2O_3, также обладает магнитоэлектрическими свойствами. Его электронный спектр, инвариантный относительно всех операций группы $\mathbf{D}_{3d}(\mathbf{D}_3)$

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} = \varepsilon^e_{\mathbf{k}} + \varepsilon^o_{\mathbf{k}}, \quad \varepsilon^e_{\mathbf{k}} = f(k_x^2 + k_y^2, k_z^2), \quad (10)$$

$$\varepsilon^o_{\mathbf{k}} = \gamma(3k_y^2 k_x - k_x^3) \quad (11)$$

состоит из двух частей, четной и нечетной по своему аргументу $\mathbf{k}$. Это общее свойство металлов с группой симметрии, не включающей операции инверсии времени R и инверсии пространства I по отдельности, но содержащей произведение IR. Такие металлы называются *металлами с тороидальным порядком* или просто *тороидами.* Нормальные свойства и сверхпроводящие состояния в тороидах обсуждались в статье [8].

Данная работа посвящена описанию свойств альтермагнетиков в нормальном и сверхпроводящем состояниях, проделанному в сравнении со свойствами металлов без центра инверсии. Мы начнем с вывода электронных состояний в альтермагнетиках. Затем, используя кинетическое уравнение, обсудим проблему аномального эффекта Холла в отсутствие внешнего магнитного поля. Работу завершает описание сверхпроводимости в альтермагнитных металлах.

II. Электронные состояния и магнитный момент. Электронный спектр в альтермагнетиках (5) имеет тот же вид, что и в металлах без центра инверсии

$$\hat{\varepsilon}(\mathbf{k}) = \varepsilon_{\mathbf{k}}\sigma_0 + \boldsymbol{\gamma}_{\mathbf{k}}\boldsymbol{\sigma}. \quad (12)$$

Смотри, например, работу [9] и ссылки в ней. Таким образом, все вычисления для этих двух разных типов металлов выглядят идентично. Однако, надо иметь в виду, что в альтермагнетиках вектор $\boldsymbol{\gamma}_{-\mathbf{k}} = \boldsymbol{\gamma}_{\mathbf{k}}$ – четная функция импульса $\mathbf{k}$, тогда как в металлах без центра инверсии $\boldsymbol{\gamma}_{-\mathbf{k}} = -\boldsymbol{\gamma}_{\mathbf{k}}$ – нечетная функция $\mathbf{k}$. Скалярная часть спектра $\varepsilon_{\mathbf{k}} = \varepsilon_{-\mathbf{k}}$ - четна в обоих случаях.

Собственные значения матрицы (12) имеют вид

$$\varepsilon_+(\mathbf{k}) = \varepsilon + \gamma, \qquad \varepsilon_-(\mathbf{k}) = \varepsilon - \gamma, \quad (13)$$

здесь $\gamma = |\boldsymbol{\gamma}_{\mathbf{k}}|$. Соответствующие собственные функции даются выражениями

$$\Psi^+_\alpha(\mathbf{k}) = \frac{1}{\sqrt{2\gamma(\gamma+\gamma_z)}}\begin{pmatrix} \gamma + \gamma_z \\ \gamma_+ \end{pmatrix},$$

$$\Psi^-_\alpha(\mathbf{k}) = \frac{t^\star_+}{\sqrt{2\gamma(\gamma+\gamma_z)}}\begin{pmatrix} -\gamma_- \\ \gamma + \gamma_z \end{pmatrix}, \quad (14)$$

где $\gamma_\pm = \gamma_x \pm i\gamma_y$ и $t^\star_+ = -\frac{\gamma_+}{\sqrt{\gamma_+\gamma_-}}$. Собственные функции удовлетворяют соотношениям ортогональности

$$\Psi^{\lambda_1\star}_\alpha(\mathbf{k})\Psi^{\lambda_2}_\alpha(\mathbf{k}) = \delta_{\lambda_1\lambda_2}, \quad \Psi^\lambda_\alpha(\mathbf{k})\Psi^{\lambda\star}_\beta(\mathbf{k}) = \delta_{\alpha\beta}. \quad (15)$$

Здесь, и всюду далее, подразумевается суммирование по повторяющимся спиновым $\alpha =\uparrow,\downarrow$ или зонным $\lambda = +, -$ индексам.

В альтермагнетиках, как и в металлах без центра инверсии, собственные функции преобразуются друг в друга под действием операции обращения времени $-i(\sigma_y)K_0$, где K_0 – операция комплексного сопряжения,

$$-i(\sigma_y)_{\alpha\beta}K_0\Psi^{+}_{\beta}(\mathbf{k}) \propto \Psi^{-}_{\alpha}(\mathbf{k}).$$

Таким образом, крамерсовское вырождение отсутствует.

Две Ферми поверхности для двух энергетических зон определяются уравнениями

$$\varepsilon_+(\mathbf{k}) = \mu, \quad \varepsilon_-(\mathbf{k}) = \mu, \tag{16}$$

а соответствующие скорости Ферми суть производные

$$\mathbf{v}_+ = \frac{\partial\varepsilon_+(\mathbf{k})}{\partial\mathbf{k}}, \quad \mathbf{v}_- = \frac{\partial\varepsilon_-(\mathbf{k})}{\partial\mathbf{k}}. \tag{17}$$

Ось квантования спина направлена вдоль единичного вектора $\hat{\boldsymbol{\gamma}} = \boldsymbol{\gamma}/|\boldsymbol{\gamma}|$. Проекции спина в двух зонах на это направление имеют противоположные ориентации

$$(\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{\mathbf{k}}\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta})\Psi^{\pm}_{\beta}(\mathbf{k}) = \pm\Psi^{\pm}_{\alpha}(\mathbf{k}). \tag{18}$$

Во внешнем магнитном поле матрица энергии имеет вид

$$\hat{\varepsilon}(\mathbf{k}) = \varepsilon_{\mathbf{k}}\sigma_0 + \boldsymbol{\gamma}_{\mathbf{k}}\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{h}\boldsymbol{\sigma}. \tag{19}$$

Поле здесь записано, как $\mathbf{h} = \mu_B\mathbf{H}$. Зонные энергии теперь равны

$$\varepsilon_{\lambda,\mathbf{h}}(\mathbf{k}) = \varepsilon_{\mathbf{k}} + \lambda|\boldsymbol{\gamma}_{\mathbf{k}} - \mathbf{h}|, \quad \lambda = \pm. \tag{20}$$

В то же время, направления оси квантования спина также отклоняются от своего направления в отсутствие поля

$$\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{\mathbf{k}} \quad \to \quad \hat{\boldsymbol{\gamma}}_{\mathbf{h}}(\mathbf{k}) = \frac{\boldsymbol{\gamma}_{\mathbf{k}} - \mathbf{h}}{|\boldsymbol{\gamma}_{\mathbf{k}} - \mathbf{h}|}. \tag{21}$$

Магнитный момент записывается, как

$$\mathbf{M} = \mu_B \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3}\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{\mathbf{h}}(\mathbf{k})\left[n(\varepsilon_{+,\mathbf{h}}(\mathbf{k})) - n(\varepsilon_{-,\mathbf{h}}(\mathbf{k}))\right], \tag{22}$$

где $n(\varepsilon_\lambda) = \left(e^{\frac{\varepsilon_\lambda-\mu}{T}} + 1\right)^{-1}$ – фермиевские функции распределения. Вычисляя момент в линейном приближении по величине магнитного поля, получим выражение для магнитной восприимчивости

$$\chi_{ij} = -\mu_B^2 \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3}\left\{\hat{\gamma}_i\hat{\gamma}_j\left[\frac{\partial n(\varepsilon_+)}{\partial\varepsilon_+} + \frac{\partial n(\varepsilon_-)}{\partial\varepsilon_-}\right] + \right.$$
$$\left. +(\delta_{ij} - \hat{\gamma}_i\hat{\gamma}_j)\frac{n(\varepsilon_+) - n(\varepsilon_-)}{|\boldsymbol{\gamma}|}\right\}. \tag{23}$$

Здесь первый член под знаком интеграла содержит производные от скачков Ферми распределений на Ферми поверхностях $\partial n(\varepsilon_\pm)/\partial\varepsilon_\pm = -\delta(\varepsilon_\pm - \mu)$. Второй член возникает из-за отклонения оси квантования спина электронов, заполняющих состояния между Ферми поверхностями двух зон. Таким образом, спиновая восприимчивость альтермагнетиков определяется тем же выражением, что и у металлов без центра инверсии [10].

Альтермагнетики инвариантны по отношению к пространственной инверсии и не приобретают намагниченности при помещении их во внешнее электрическое поле. В отличие от альтермагнетиков в металлах без центра инверсии имеет место магнитоэлектрический эффект – возникновение намагниченности $M_i = A_{ij}E_j = A_{ij}\rho_{jk}j_k$ при пропускании электрического тока $\mathbf{j}$ [11].

III. Кинетическое уравнение и эффект Холла. В термодинамическом равновесии матрица распределения электронов по импульсам равна

$$\hat{n} = \frac{n(\varepsilon_+) + n(\varepsilon_-)}{2}\sigma_0 + \frac{n(\varepsilon_+) - n(\varepsilon_-)}{2\gamma}\boldsymbol{\gamma}\cdot\boldsymbol{\sigma}. \tag{24}$$

При переходе к зонному представлению равновесная матрица распределения приобретает диагональный вид

$$n_{\lambda_1\lambda_2} = \Psi^{\lambda_1\star}_{\alpha}(\mathbf{k})n_{\alpha\beta}\Psi^{\lambda_2}_{\beta}(\mathbf{k}) = \begin{pmatrix} n(\varepsilon_+) & 0 \\ 0 & n(\varepsilon_-) \end{pmatrix}_{\lambda_1\lambda_2}. \tag{25}$$

Соответствующие эрмитовы матрицы неравновесных распределений в зонном и спиновом представлениях связаны соотношением

$$f_{\lambda_1\lambda_2}(\mathbf{k}) = \Psi^{\lambda_1\star}_{\alpha}(\mathbf{k})f_{\alpha\beta}\Psi^{\lambda_2}_{\beta}(\mathbf{k}). \tag{26}$$

Кинетическое уравнение для функции распределения электронов в нецентросимметричных металлах получено в [12] из общего матричного квазиклассического кинетического уравнения, выведенного В. П. Силиным [13]. В присутствии зависящего от времени электрического поля $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_\omega e^{-i\omega t}$ линеаризованное матричное кинетическое уравнение для зависящих от частоты амплитуд Фурье отклонения функции распределения от равновесия $g_{\lambda_1\lambda_2}(\mathbf{k},\omega)$ имеет вид

$$-i\omega\begin{pmatrix} g_+ & g_\pm \\ g_\mp & g_- \end{pmatrix} +$$
$$+\, e\begin{pmatrix} (\mathbf{v}_+\mathbf{E})\frac{\partial n_+}{\partial\varepsilon_+} & (\mathbf{w}_\pm\mathbf{E})(n_- - n_+) \\ (\mathbf{w}_\mp\mathbf{E})(n_+ - n_-)) & (\mathbf{v}_-\mathbf{E})\frac{\partial n_-}{\partial\varepsilon_-} \end{pmatrix} +$$
$$+\begin{pmatrix} 0 & i(\varepsilon_- - \varepsilon_+)g_\pm(\mathbf{k}) \\ i(\varepsilon_+ - \varepsilon_-)g_\mp(\mathbf{k}) & 0 \end{pmatrix} = \hat{I}. \tag{27}$$

Здесь введены обозначения $n(\varepsilon_+) = n_+,\ n(\varepsilon_-) = n_-$. Векторы

$$\mathbf{w}_{\pm}(\mathbf{k}) = \Psi^{+\star}_{\alpha}(\mathbf{k})\frac{\partial\Psi^{-}_{\alpha}(\mathbf{k})}{\partial\mathbf{k}} =$$
$$= \frac{t^{\star}_{+}}{2\gamma}\left(-\frac{\partial\gamma_{-}}{\partial\mathbf{k}} + \frac{\gamma_{-}}{\gamma+\gamma_z}\frac{\partial(\gamma+\gamma_z)}{\partial\mathbf{k}}\right), \qquad (28)$$

представляют *межзонные* связности Берри

$$\mathbf{w}_{\mp} = -\mathbf{w}^{\star}_{\pm}.$$

В отличие от размерности групповых скоростей $\mathbf{v}_{+}$, $\mathbf{v}_{-}$, размерность связностей Берри $\mathbf{w}_{\pm}$ и $\mathbf{w}_{\mp}$ есть $1/k$. Матрица интеграла столкновений $\hat{I}$ в правой части уравнения (27), выведенная в работе [12] для борновского рассеяния на примесях, имеет весьма сложный вид.

Мы будем обсуждать бесстолкновительный режим, т.е. положим $\hat{I} = 0$. В таком случае, решение уравнения (27) имеет вид

$$g_{+} = \frac{e}{i\omega}(\mathbf{v}_{+}\mathbf{E})\frac{\partial n_{+}}{\partial\varepsilon_{+}}, \qquad (29)$$

$$g_{-} = \frac{e}{i\omega}(\mathbf{v}_{-}\mathbf{E})\frac{\partial n_{-}}{\partial\varepsilon_{-}}, \qquad (30)$$

$$g_{\pm} = \frac{e(\mathbf{w}_{\pm}\mathbf{E})(n_{-}-n_{+})}{i(\omega-\varepsilon_{-}+\varepsilon_{+})}, \qquad (31)$$

$$g_{\mp} = \frac{e(\mathbf{w}_{\mp}\mathbf{E})(n_{+}-n_{-})}{i(\omega-\varepsilon_{+}+\varepsilon_{-})}. \qquad (32)$$

Электрический ток определяется выражением

$$\mathbf{j} = e\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}\frac{\partial\varepsilon_{\alpha\beta}(\mathbf{k})}{\partial\mathbf{k}}g_{\beta\alpha}(\mathbf{k},\omega). \qquad (33)$$

Переходя к зонному представлению, получим

$$\mathbf{j} = e\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}\Psi^{\lambda_1\star}_{\alpha}(\mathbf{k})\frac{\partial\varepsilon_{\alpha\beta}(\mathbf{k})}{\partial\mathbf{k}}\times \qquad (34)$$
$$\times\,\Psi^{\lambda_2}_{\beta}(\mathbf{k})\Psi^{\lambda_2\star}_{\gamma}(\mathbf{k})g_{\gamma\delta}(\mathbf{k},\omega)\Psi^{\lambda_1}_{\delta}(\mathbf{k}) =$$
$$= e\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}\left\{\frac{\partial\varepsilon_{\lambda_1\lambda_2}(\mathbf{k})}{\partial\mathbf{k}} + [\mathbf{w}_{\lambda_1\lambda_3}, \varepsilon_{\lambda_3\lambda_2}]\right\}g_{\lambda_2\lambda_1}(\mathbf{k}),$$

где выражение в квадратных скобках $[\ldots,\ldots]$ означает коммутатор. Выполняя матричное умножение, получим

$$\mathbf{j} = e\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}\times$$
$$\times\left[\mathbf{v}_{+}g_{+} + \mathbf{v}_{-}g_{-} + (\mathbf{w}_{\pm}g_{\mp} - \mathbf{w}_{\mp}g_{\pm})(\varepsilon_{-}-\varepsilon_{+})\right]. \qquad (35)$$

Подстановка выражений (29)–(32) в уравнение (35) дает

$$\mathbf{j} = e^2\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}\left\{\frac{\mathbf{v}_{+}(\mathbf{v}_{+}\mathbf{E})}{i\omega}\frac{\partial n_{+}}{\partial\varepsilon_{+}} + \frac{\mathbf{v}_{-}(\mathbf{v}_{-}\mathbf{E})}{i\omega}\frac{\partial n_{-}}{\partial\varepsilon_{-}} + \right.$$
$$+ \frac{(n_{+}-n_{-})(\varepsilon_{-}-\varepsilon_{+})}{\omega^2-(\varepsilon_{+}-\varepsilon_{-})^2}\left[2i\omega\mathrm{Re}(\mathbf{w}_{\pm}(\mathbf{w}^{\star}_{\pm}\mathbf{E})) + \right.$$
$$\left.\left. + (\varepsilon_{-}-\varepsilon_{+})]2Im(\mathbf{w}_{\pm}(\mathbf{w}^{\star}_{\pm}\mathbf{E}))\right]\right\}. \qquad (36)$$

Последний член в этой формуле содержит комбинацию

$$2\mathrm{Im}\left((w_{\pm})_i(w^{\star}_{\pm})_jE_j\right) = \frac{\gamma}{\gamma^3}\left(\frac{\partial\gamma}{\partial k_i}\times\frac{\partial\gamma}{\partial k_j}\right)E_j = \Omega_{ij}(\mathbf{k})E_j, \qquad (37)$$

включающую антисимметричный тензор

$$\Omega_{ij}(\mathbf{k}) = -\Omega_{ji}(\mathbf{k}). \qquad (38)$$

Таким образом, создается впечатление, что ток, протекающий через образец, будет порождать электрическое поле, направленное перпендекулярно направлению тока, т.е. эффект Холла в отсутствие внешнего магнитного поля.

Заметим, однако, что в металлах без центра инверсии $\boldsymbol{\gamma}_{-\mathbf{k}} = -\boldsymbol{\gamma}_{\mathbf{k}}$ и $\Omega_{ij}(-\mathbf{k}) = -\Omega_{ij}(\mathbf{k})$. Следовательно, последний член в уравнении (36) обращается в ноль. В альтермагнетиках $\boldsymbol{\gamma}_{-\mathbf{k}} = \boldsymbol{\gamma}_{\mathbf{k}}$, а $\Omega_{ij}(\mathbf{k})$ – четная, но знакопеременная функция. Следовательно, последний член в уравнении (36) также обращается в ноль. Это легко проверить в случае альтермагнетика с симметрией $\mathbf{D}_{4h}(\mathbf{D}_{2h})$ и вектором $\boldsymbol{\gamma}_{\mathbf{k}}$, определенным выражением ур. (4). Таким образом, в альтермагнетиках аномальный эффект Холла в отсутствие магнитного поля отсутствует. Этот вывод верен для металлов, не обладающих спонтанным магнитным моментом, т.е. при условии выполнения соотношения (6). С помощью более громоздких вычислений можно показать, что сделанный вывод остается верным и при учете столкновительного члена в кинетическом уравнении.

В отсутствие ограничения (6), например, в случае металла с группой симметрии $\mathbf{D}_{2h}(\mathbf{C}_2) = (E, C_{2z}, RC_{2x}, RC_{2y})$ вектор

$$\boldsymbol{\gamma}_{\mathbf{k}} = \gamma_x k_x k_z\hat{x} + \gamma_y k_y k_z\hat{y} + \gamma_z k_z^2\hat{z} \qquad (39)$$

и тензор

$$\Omega_{xy}(\mathbf{k}) = \frac{\gamma_x\gamma_y\gamma_z k_z^4}{[(\gamma_x k_x k_z)^2 + (\gamma_y k_y k_z)^2 + (\gamma_z k_z^2)^2)^{3/2}}. \qquad (40)$$

Таким образом, последний член в уравнении (36) имеет конечную величину. Следовательно, аномальный эффект Холла в отсутствие внешнего магнитного поля имеет место. Это, однако, не вызывает удивления, поскольку, если $\int\frac{d\Omega_{\mathbf{k}}}{4\pi}\boldsymbol{\gamma}_{\mathbf{k}} \neq 0$, то металл обладает спонтанной намагниченностью.

Следует отметить, что $\mathbf{D}_{2h}(\mathbf{C}_2)$ – это группа симметрии орторомбического ферромагнитного металла URhGe, обладающего пьезомагнитными свойствами [14, 15]. z-компонента вектора $\boldsymbol{\gamma}_{\mathbf{k}}$ в этом ферромагнетике смещена относительно своего значения (39) за счет обменной энергии $\gamma_z k_z^2 \hat{z} \ \to \ (\gamma_z k_z^2 - h)\hat{z}$. Причиной аномального эффекта Холла в отсутствие внешнего магнитного поля в таком металле будет его собственная спонтанная намагниченность.

IV. Сверхпроводящие состояния. Гамильтониан БКШ для синглетного спаривания в спинорном базисе имеет следующий вид

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{k}\alpha\beta} (\varepsilon_{\mathbf{k}}\delta_{\alpha\beta} + \boldsymbol{\gamma}_{\mathbf{k}}\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta} - \mu\delta_{\alpha\beta}) a^{\dagger}_{\mathbf{k}\alpha} a_{\mathbf{k}\beta} + \tag{41}$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} V(\mathbf{k},\mathbf{k}')(i\sigma_y)_{\alpha\beta}(\sigma_y)^{\dagger}_{\gamma\delta} a^{\dagger}_{-\mathbf{k}\alpha} a^{\dagger}_{\mathbf{k}\beta} a_{\mathbf{k}'\gamma} a_{-\mathbf{k}'\delta}.$$

Здесь

$$V(\mathbf{k},\mathbf{k}') = -V_0 \varphi_i^{\Gamma}(\mathbf{k}) \varphi_i^{\Gamma\star}(\mathbf{k}'), \tag{42}$$

– потенциал, спаривающего взаимодействия, разложенный по базису четных $\varphi_i^{\Gamma}(\mathbf{k}) = \varphi_i^{\Gamma}(-\mathbf{k})$ функций данного неприводимого представления Γ группы симметрии кристалла. Например, для альтермагнетика с группой симметрии $\mathbf{D}_{4h}(\mathbf{D}_{2h})$, состоящей из операций, перечисленных в уравнении (1), функция, преобразующая по одномерному единичному представлению, есть

$$\varphi(\mathbf{k}) \propto \ i(\hat{k}_x^2 - \hat{k}_y^2). \tag{43}$$

Здесь $\hat{k}_x, \hat{k}_y$ – компоненты единичного вектора $\mathbf{k}/k_F$. Переходя в зонное представление

$$a_{\mathbf{k}\alpha} = \Psi^{\lambda}_{\alpha}(\mathbf{k}) c_{\mathbf{k}\lambda}, \tag{44}$$

получим

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{k}\lambda} (\varepsilon_{\lambda}(\mathbf{k}) - \mu) c^{\dagger}_{\mathbf{k}\lambda} c_{\mathbf{k}\lambda} + \tag{45}$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \sum_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4} V_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}(\mathbf{k},\mathbf{k}') c^{\dagger}_{-\mathbf{k}\lambda_1} c^{\dagger}_{\mathbf{k}\lambda_2} c_{\mathbf{k}'\lambda_3} c_{-\mathbf{k}'\lambda_4},$$

$$V_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}(\mathbf{k},\mathbf{k}') = V(\mathbf{k},\mathbf{k}') t_{\lambda_2}(\mathbf{k}) t^{\star}_{\lambda_4}(\mathbf{k}') \sigma^x_{\lambda_1\lambda_2} \sigma^x_{\lambda_3\lambda_4}, \tag{46}$$

где $t_{\lambda}(\mathbf{k}) = -\lambda \frac{\gamma_-}{\sqrt{\gamma_+\gamma_-}}$ – фазовый множитель. Из данного выражения видно, что спаривание в альтермагнетиках – это спаривание электронов из разных зон, что отличает их от металлов без центра пространственной инверсии, где спаривание в основном происходит между электронами из одной зоны [9]. Ситуация в альтермагнетиках напоминает спаривание в обычных сверхпроводниках с синглетным спариванием в магнитном поле, которое расщепляет поверхности Ферми с противоположными спинами, что приводит к парамагнитному подавлению сверхпроводимости. В альтермагнетиках тот же эффект, имеющий место в отсутствие поля, приводит к эффективному снижению температуры перехода в сверхпроводящее состояние или даже к полному подавлению сверхпроводимости. Таким образом, возможность существования сверхпроводящих альтермагнетиков вызывает сомнение. Тем не менее, для полноты картины мы приведем здесь теоретическое описание сверхпроводимости в альтермагнетиках.

Уравнения Горькова имеют вид

$$\begin{pmatrix} i\omega\delta_{\lambda_1\lambda_2} - H_{\lambda_1\lambda_2} & -\tilde{\Delta}_{\lambda_1\lambda_2} \\ -\tilde{\Delta}^{\dagger}_{\lambda_1\lambda_2} & i\omega\delta_{\lambda_1\lambda_2} + H_{\lambda_1\lambda_2} \end{pmatrix} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} G_{\lambda_2\lambda_3} & -\tilde{F}_{\lambda_2\lambda_3} \\ -\tilde{F}^{\dagger}_{\lambda_2\lambda_3} & -G_{\lambda_2\Lambda_3} \end{pmatrix} = \delta_{\lambda_1\lambda_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{47}$$

здесь

$$i\omega\delta_{\lambda_1\lambda_2} - H_{\lambda_1\lambda_2} = \begin{pmatrix} i\omega - \varepsilon_+ + \mu & 0 \\ 0 & i\omega + \varepsilon_- - \mu \end{pmatrix}. \tag{48}$$

Фазовый фактор включен в выражения для параметра порядка и аномальных гриновских функций Горькова:

$$\Delta_{\lambda_1\lambda_2}(\mathbf{k}) = t_{\lambda_2}(\mathbf{k}) \tilde{\Delta}_{\lambda_1\lambda_2}(\mathbf{k}), \tag{49}$$

$$\tilde{\Delta}_{\lambda_1\lambda_2}(\mathbf{k}) = (\sigma_x)_{\lambda_1\lambda_2} \Delta(\mathbf{k}), \tag{50}$$

$$F_{\lambda_1\lambda_2}(\mathbf{k},\omega_n) = t_{\lambda_2}(\mathbf{k}) \tilde{F}_{\lambda_1\lambda_2}(\mathbf{k},\omega_n). \tag{51}$$

Здесь $\omega_n = \pi T(2n+1)$ – мацубаровские частоты.

Уравнение самосогласования имеет вид

$$\tilde{\Delta}_{\lambda_1\lambda_2}(\mathbf{k}) = -\frac{T}{2} \times \tag{52}$$

$$\times \sum_n \sum_{\mathbf{k}'} V(\mathbf{k},\mathbf{k}') (\sigma_x)_{\lambda_2\lambda_1} (\sigma_x)_{\lambda_3\lambda_4} \tilde{F}_{\lambda_3\lambda_4}(\mathbf{k}',\omega_n),$$

где

$$\tilde{F}_{\lambda_1\lambda_2}(\mathbf{k},\omega_n) = \tag{53}$$

$$= \Delta \begin{pmatrix} 0 & G^n_+(\mathbf{k},\omega_n) G_-(\mathbf{k},-\omega_n) \\ G^n_-(\mathbf{k},\omega_n) G_+(\mathbf{k},-\omega_n) & 0 \end{pmatrix}$$

– матричная функция Горькова,

$$G_{\pm}(\mathbf{k},\omega_n) = -\frac{i\omega_n + \varepsilon_{\pm} - \mu}{\omega_n^2 + (\varepsilon_{\pm} - \mu)^2 + \Delta^2}, \tag{54}$$

$$G^n_{\pm}(\mathbf{k},\omega_n) = \frac{1}{i\omega_n - \varepsilon_{\pm} + \mu} \tag{55}$$

– зонные гриновские функции в сверхпроводящем и нормальном состоянии, соответственно. Параметры порядка в спиновом и зонном представлениях связаны друг с другом равенством

$$\Delta_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = (i\sigma_y)_{\alpha\beta} \Delta(\mathbf{k}). \tag{56}$$

V. Заключение. В статье представлен общий теоретический подход к описанию нормального и сверхпроводящего состояний пьезомагнитных металлических альтермагнетиков. Будучи неинвариантными относительно инверсии времени или обладая симметрией обращения времени только в сочетании с вращениями или отражениями, эти материалы имеют электронные состояния, расщепленные на две зоны, что делает их математическое описание похожим на соответствующее описание металлов, не обладающих пространственной инверсией. Рассмотрена проблема аномального эффекта Холла и показано, что при отсутствии спонтанной намагниченности эффект отсутствует как в альтермагнетиках, так и в нецентросимметричных металлах. Показано, что сверхпроводящие состояния в альтермагнетиках неизбежно строятся путем межзонного спаривания электронов из зон, расщепленных спин-орбитальной связью. Поэтому перспектива существования сверхпроводящих альтермагнетиков не вызывает оптимизма.

Финансирование работы. Данная работа финансировалась за счет средств бюджета института. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

Конфликт интересов. Автор данной работы заявляет, что у него нет конфликта интересов.

1. B. A. Tavger and V. M. Zaitsev, ZhETF **30**, 564 (1956) [Soviet Phys. JETP **3**, 430 (1956)].
2. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Electrodynamics of continuous media*, Pergamon Press, Oxford (1984).
3. I. E. Dzyaloshinskii, ZhETF **33**, 807 (1957) [Soviet Phys. JETP **6**, 621 (1958)].
4. I. E. Dzyaloshinskii, JETP **37**, 881 (1959) [Soviet Phys. JETP **10**, 628 (1960)].
5. A.S.Borovik-Romanov, ZhETF **36**, 1954 (1959) [Soviet Phys. JETP **11**, 786 (1960)].
6. D. N. Astrov, ZhETF **40**,1035 (1961)1 [Sov. Phys. JETP **13**, 729 (1961)].
7. L. Smejkal, J. Sinova, and T. Jungwirth, Phys. Rev. X **12**, 040501 (2022).
8. V. P. Mineev, Pis'ma v ZhETF **120**, 247 (2024) [JETP Lett. **120**, 241 (2024)].
9. K. V. Samokhin and V. P. Mineev, Phys. Rev. B **77**, 104520 (2008).
10. V. P. Mineev, J. Low Temp. Phys. **158**, 615 (2010).
11. V. P. Mineev, J. Low Temp. Phys. **217**, 223 (2024).
12. V. P. Mineev, ZhETF **156**, 750 (2019); Erratum: ZhETF **157**, 1131 (2020) [JETP **129**, 700 (2019); Erratum: JETP **130**, 955 (2020)].
13. V. P. Silin, ZhETF **33**, 1227 (1957) [Sov. Phys. JETP **6**, 945 (1958)].
14. V. P. Mineev, ZhETF **159**, 653 (2021) [JETP **132**, 556 (2021)].
15. M. Tomikawa, R. Araki, A. Ikeda, A. Nakamura, D. Aoki, K. Ishida, and S. Yonezawa, Phys. Rev. B **110**, L100408 (2024).