Письма в ЖЭТФ, том 121, вып. 6, с. 447 – 454

Резонансная флуоресценция в сверхпроводниковой трехуровневой системе с резонансной бихроматической накачкой переходов

С. А. Гунин[+1)], *А. В. Васенин*[+*×], *В. В. Воскресенский*[+], *А. Ю. Дмитриев*[+*], *Д. А. Калачева*[+×], *Я. Т. Шнейдман*[+], *Т. Р. Сабиров*[+×], *Г. П. Федоров*[+*], *О. В. Астафьев*[+×]

[+]*Лаборатория искусственных квантовых систем, Московский физико-технический институт, 141701 Долгопрудный, Россия*

[*]*Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, 125009 Москва, Россия*

[×]*Сколковский институт науки и технологий, 121205 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 26 января 2025 г.
После переработки 26 января 2025 г.
Принята к публикации 28 января 2025 г.

В настоящем письме экспериментально исследуется неупругое рассеяние бихроматических волн на трехуровневой сверхпроводниковой системе с последовательной релаксацией уровней, сильно связанной с открытым пространством – волноводом. Получены корреляционные функции первого порядка рассеянного электромагнитного поля с разрешением во времени. Показано, что рассеянное поле обладает оптической когерентностью, и картина распределения спектральной плотности мощности неупруго рассеянных фотонов имеет мультиплетную структуру с зависимостью от амплитуды возбуждающего поля. Полученные зависимости успешно описываются при помощи стандартных методов теории открытых квантовых систем.

DOI: 10.31857/S0370274X25030167, EDN: CSIRVX

Стремительное развитие экспериментальных методов, наряду с прогрессом в области создания телекоммуникационного оборудования, позволило в течение последних двух десятилетий достичь высокой точности постановки квантово-оптических экспериментов в установках полостной и волноводной КЭД [1, 2] на основе сверхпроводников. Помимо практических результатов в рамках приложений в области вычислительной квантовой информатики [3] и машинного обучения [4–6], продемонстрирован и ряд фундаментальных экспериментов: достижение режима сильной [7] и сверхсильной [8, 9] связи, реализация "гигантских" атомов [10–12], квантового волнового смешения [13, 14], реализация взаимодействия излучения и вещества в многофотонном режиме накачки [15, 16] и др.

Одно из центральных мест в этом контексте занимает явление резонансной флуоресценции атомных систем. Существенные усилия [17–20] были направлены также на изучение связанных с ним явлений. В частности, была продемонстрирована флуоресценция отдельной двухуровневой системы [21]. Использование естественных атомов в прошлом позволило наблюдать флуоресценцию Λ- и V-систем [22], однако малость постоянной тонкой структуры и ненаправленность излучения естественных систем на практике приводит к ряду проблем. Так, наблюдение временных корреляций в спектре атомной флуоресценции Ξ-системы до сих пор не было продемонстрировано в полной мере. Альтернативой к использованию естественных атомов является создание искусственных квантовых систем на основе сверхпроводников. Существенным отличием квантовой оптики, или, вернее, квантовой радиофизики, со сверхпроводниковыми квантовыми системами в СВЧ-диапазоне является возможность прямого измерения временной динамики рассеянных полей, их корреляционных функций [23], а также вычисление спектров рассеивающей системы.

В настоящем письме исследуется резонансная флуоресценция сверхпроводниковой трехуровневой Ξ-системы (ТУС[2)]) под действием бихроматической накачки, находящейся в резонансе с каждым из двух переходов. Мы экспериментально получаем первые моменты корреляции [24] электромагнитных полей в неупругом процессе рассеяния на искусственном атоме с разрешением во времени, показываем, что исследуемое излучение является результатом стационарного процесса и обладает оптической когерентно-

[1)]e-mail: gunin.sa@phystech.su

[1)]В литературе часто употребляется термин кубит для обозначения ДУС и кутрит для обозначения ТУС.

стью [24] для различных излучательных переходов. Экспериментально восстановленный из полученных корреляций спектр резонасной флуоресценции имеет эквидистантную мультиплетную структуру и корректно описывается аналитически при помощи уравнений теории открытых квантовых систем [25, 26].

В данной работе в качестве ТУС используются системы на основе туннельных джозефсоновских СИС-контактов, шунтированных емкостью (сверхпроводник–изолятор–сверхпроводник; Al–AlOx–Al). Микроструктура изготавливается на подложке из высокоомного кремния для обеспечения высокой внутренней добротности получаемых квантовых систем. Известно, что в такой конфигурации искусственный атом может быть сильно связан с внешним электромагнитным полем и обладает дискретным спектром энергий в гигагерцовом диапазоне [7, 27].

Возможность физически осуществлять сильную связь [21], наряду с ангармоничностью спектра описанной структуры, позволяет селективно возбуждать различные дипольные переходы. Для возбуждения переходов на верхние энергетические состояния ТУС в данной работе используется бихроматическая схема подачи сигналов: "зонд"–"накачка", см. рис. 1a. Фотография экспериментальной реализации ТУС на основе трансмона [27] представлена на рис. 1b: трехуровневая система асимметрично связана с двумя открытыми одномерными полупространствами – копланарными волноводами, – сверху и снизу на рис. 1b, которые в дальнейшем мы будем называть слабо и сильно связанным соответственно. Возбуждение подается и впоследствии считывается при помощи гетеродинной схемы с квадратурными смесителями СВЧ-диапазона, частота перехода – $\omega_{01}/2\pi = 4.90$ ГГц, второго – $\omega_{12}/2\pi = 4.56$ ГГц. Возбуждающий сигнал является результатом амплитудной модуляции гармоническим сигналом с промежуточной частотой $\omega_{\mathrm{IF}}/2\pi = 120$ МГц сигнала с несущей частотой $\omega_{01} - \omega_{\mathrm{IF}}$ и $\omega_{12} - \omega_{\mathrm{IF}}$ для возбуждения каждого из двух переходов Ξ-системы соответственно. Образец устанавливается на нижнюю ступень рефрижератора растворения, охлаждаемую до 16 мК. Подведение сигналов к образцу осуществляется с помощью коаксиальных линий, имеющих ряд аттенюаторов на разных ступенях криостата, что позволяет подавить поступающее тепловое излучение. Далее сигнал поступает на образец, где через слабо связанную линию накачивает искусственную квантовую систему.

Рассеянные на ТУС поля детектируются через сильно связанную линию, проходя каскад усилителей

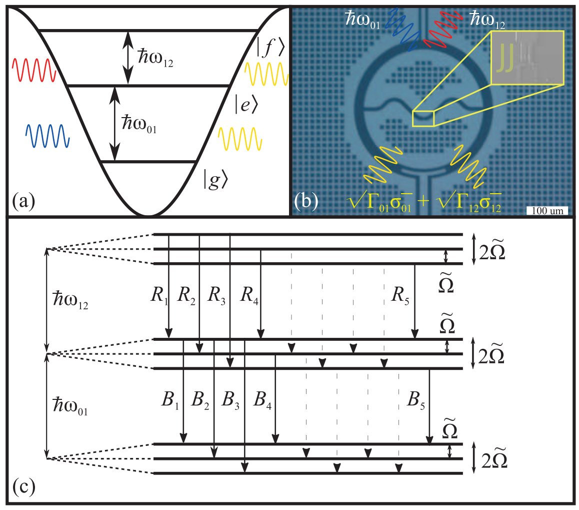

Рис. 1. (Цветной онлайн) (a) – Схема бихроматической накачки ТУС. Возмующающие монохроматические тоны подаются на частотах ω_{01} и ω_{12} соответствующих резонансных переходов $g-e$ и $e-f$ соответственно. (b) – Оптическое изображение искусственной ТУС, реализованной при помощи шунтированных джозефсоновских контактов (см. изображение – вставку). Возмущающие тоны "накачка" – частоты ω_{01} (синий) и "зонд" ω_{12} (красный) подаются через слабо-связанную линию. (c) – Структура оптических переходов при взаимодействии ТУС с двумя резонасными модами электромагнитного поля

с шумовой температурой первого усилителя $\propto 4.5$ К, что задает высокие требования к отношению сигнал/шум при детектировании высших порядков поля. Тем не менее, возможно разрешить высшие порядки поля при помощи быстрого усреднения матрицы интенсивностей на графическом процессоре. Реализованный алгоритм усреднений позволяет совершить перемножение и последующее усреднение (2^{28} операций) менее, чем за час.

Взаимодействие изолированной ТУС с данным внешним полем, находящимся в когерентном состоянии $|\alpha\rangle$, можно трактовать как квазиклассическое возбуждение. Полагая дипольный канал взаимодействия в качестве основного, в рамках модели Джейнса–Каммингса усредненное действие каждой накачки на пару уровней ТУС можно описать как $\langle\alpha e^{-i\omega_{ij}t}|\hat{a} + \hat{a}^{+}|\alpha e^{-i\omega_{ij}t}\rangle(\hat{\sigma}_{ij} + \hat{\sigma}_{ji}) = e^{i\omega_{ij}t}\langle\alpha|\hat{a}^{+}|\alpha\rangle + e^{-i\omega_{ij}t}\langle\alpha|\hat{a}|\alpha\rangle \sim (\hat{\sigma}_{ij} + \hat{\sigma}_{ji})\cos(\omega_{ij}t)$. Здесь возбуждающее поле с частотой ω_{ij} находится в когерентном состоянии и взаимодействует с квантованной системой, понижающий оператор для которой определен как $\hat{\sigma}_{ij} \equiv |i\rangle\langle j|$, где $0 \le i < j$ – собственные состояния ТУС, а $\hat{\sigma}_{ji} \equiv |j\rangle\langle i|$ – повышающий. Гамильтониан ТУС под действием бихроматической накачки задается как:

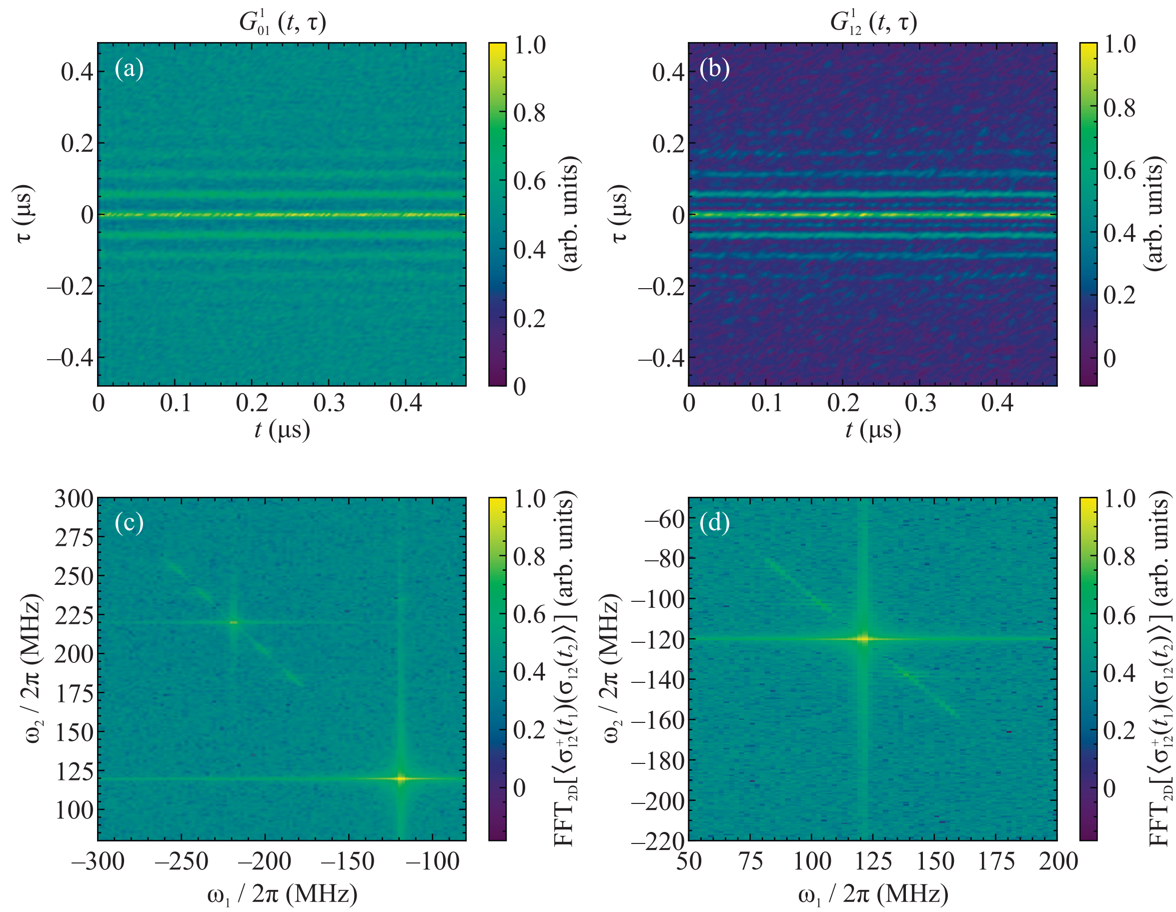

Рис. 2. (Цветной онлайн) Верхний ряд: экспериментально полученная корреляционная функция электромагнитного поля, считанного на центральной частоте перехода ω_{01} (a) и перехода ω_{12} (b) в зависимости от времени измерения t_1 и задержки $\tau = t_2 - t_1$. Параметры эксперимента: $\Gamma_{01}/2\pi = 2$ МГц, $\Gamma_{12}/2\pi = 4$ МГц, $\Omega_{01}/2\pi = 25$ МГц, $\Omega_{12}/2\pi = 24$ МГц. Нижний ряд: двумерное преобразование Фурье от корреляционных функций из верхнего ряда для излучения на центральной частоте ω_{01} (c) и ω_{12} (d)

$$\mathcal{H} = \sum_{i\le 2}\omega_i|i\rangle\langle i| + \sum_{\substack{j=i+1\\ i<2}}\Omega_{ij}\cos(\omega_{ij}t)\Big(|i\rangle\langle j| + |j\rangle\langle i|\Big). \tag{1}$$

Учет связи с открытым пространством–волноводом позволяет записать уравнение движения через матрицу плотности в форме Линдблада – ГКСЛ (Горини, Коссаковски, Сударшан, Линдблад) управляющее уравнение [28–30]:

$$\partial_t\hat\rho = -i[\hat{\mathcal{H}}, \hat\rho] + \hat{\mathscr{L}}_{01}\hat\rho\hat{\mathscr{L}}^+_{01} - \frac{1}{2}\{\hat{\mathscr{L}}^+_{01}\hat{\mathscr{L}}_{01}, \hat\rho\} + \\ + \hat{\mathscr{L}}_{12}\hat\rho\hat{\mathscr{L}}^+_{12} - \frac{1}{2}\{\hat{\mathscr{L}}^+_{12}\hat{\mathscr{L}}_{12}, \hat\rho\}, \tag{2}$$

где $\hat{\mathscr{L}}_{ij} = \hat\sigma_{ij}\sqrt{\Gamma_{ij}}$, а Γ_{ij} – скорость излучательного распада в линию за счет квантовых флуктуаций поля. Поле, рассеянное на ТУС, детектируется в сильно связанной с ней линии (см. рис. 1b) и полностью определяется динамикой понижающих атомных операторов $\hat\sigma_{ij}$ [31, 32]. Оператор рассеянного поля $\hat V_{\text{out}}$ в сильно-связанной линии можно определить как [31, 33]:

$$\hat V_{\text{out}} = \frac{\Gamma_{01}\hat\sigma_{01}}{\mu_{01}} + \frac{\Gamma_{12}\hat\sigma_{12}}{\mu_{12}}, \tag{3}$$

где μ_{ij} – матричный элемент дипольного момента. Таким образом, эволюция рассеянных полей во времени полностью определяется уравнением связи ур. (3) и динамикой наблюдаемых согласно ур. (1), (2). Стоит, однако, отметить, что частотные характеристики данного излучения могут быть предсказаны при рассмотрении изолированной модели ур. (1). Путем перехода в "дважды вращающуюся" на частотах первого и второго возбуждающих тонов, возможно определить квазистационарные уровни энергии ТУС:

$$E_1 = \tilde\Omega,\ E_2 = 0,\ E_3 = -\tilde\Omega, \tag{4}$$

где $\tilde{\Omega} = \sqrt{\Omega_{01}^2 + \Omega_{12}^2}/2$. Полный спектр наблюдаемых неупругих и упругих оптических переходов может быть получен путем рассмотрения эквивалентной оптической картины резонансного взаимодействия двухмодового [34] квантованного электромагнитного поля и ТУС, см. рис. 1c, где каждый из уровней ТУС расщепляется на три квазистационарных уровня.

Всего в получающейся энергетической диаграмме можно выделить девять переходов, из которых лишь пять отличаются друг от друга по частоте, что позволяет ожидать пять спектральных компонент и в спектре неупруго-рассеянного излучения. Частота неупругих процессов ($(R_1 - R_5,\ B_1 - B_5)$, рис. 1c) имеет корневую зависимость от суммы квадратов амплитуд внешнего бихроматического возмущения, см. ур. (4), в соответствии с решением стационарного уравнения Шредингера.

Пользуясь выражением для рассеянного поля, см. ур. (3), определим измеряемую матрицу интенсивностей рассеянных на ТУС полей как:

$$\langle \hat{V}_{\mathrm{out}}^{+}(t_1)\hat{V}_{\mathrm{out}}(t_2)\rangle = \frac{\Gamma_{01}^2}{\mu_{01}^2}\langle\hat{\sigma}_{10}(t_1)\hat{\sigma}_{01}(t_2)\rangle + \\ + \frac{\Gamma_{01}\Gamma_{12}}{\mu_{01}\mu_{12}}\langle\hat{\sigma}_{21}(t_1)\hat{\sigma}_{01}(t_2)\rangle + \frac{\Gamma_{01}\Gamma_{12}}{\mu_{01}\mu_{12}}\langle\hat{\sigma}_{10}(t_1)\hat{\sigma}_{12}(t_2)\rangle + \\ + \frac{\Gamma_{12}^2}{\mu_{12}^2}\langle\hat{\sigma}_{21}(t_1)\hat{\sigma}_{12}(t_2)\rangle, \quad (5)$$

где мы введем обозначение $\langle\hat{\sigma}_{10}(t_1)\hat{\sigma}_{01}(t_2)\rangle \equiv \equiv G_{01}^1(t_1, t_2)$, $\langle\hat{\sigma}_{21}(t_1)\hat{\sigma}_{12}(t_2)\rangle \equiv G_{12}^1(t_1, t_2)$. Поскольку полное рассеянное поле содержит вклады от процессов релаксации со всех возбужденных уровней, то и детектируемые моменты рассеянного поля будут содержать все возможные варианты композиции авто-корреляционных и кросс-корреляционных функций.

Данная матрица значений, см. ур. (5), является результатом перемножения экспериментально полученных зависимостей рассеянного поля во времени. Корреляционные функции, определенные в ур. (5), частотно разнесены и могут быть селективно обработаны впоследствии при помощи цифровых фильтров с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтров).

Рассеянное поле детектируется на выходе из гетеродинной схемы при помощи быстрых АЦП с достаточно широкой полосой (300 МГц). Подстройкой промежуточной частоты ω_{IF} возможно разрешить одновременно процессы, разнесенные на разность частот $\omega_{01} - \omega_{12}$ при помощи лишь измерений во времени и без использования физических фильтров, интерференционных схем и/или монохроматоров. С использованием последующей пост-обработки на ПК возможно селективно выделять интересующие процессы при помощи КИХ-фильтров. На рисунке 2 представлены экспериментальные данные корреляционных функций первого порядка: $G_{01}^1(t,\tau)$ и $G_{12}^1(t,\tau)$. Изначально экспериментально полученная матрица интенсивностей, см. ур. (5), зависит от двух времен t_1 и t_2. При помощи пост-обработки на ПК рассматриваемая матрица сворачивается с КИХ-фильтрами на разных частотах и преобразуется к виду, когда данные зависят от времени измерения t_1 и задержки $\tau = t_2 - t_1$.

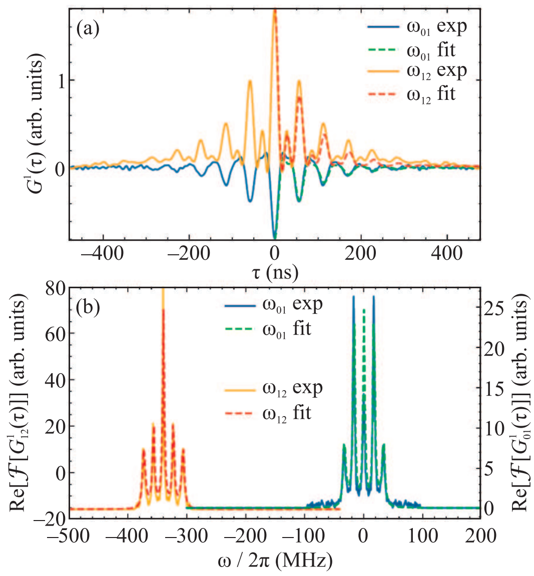

Рис. 3. (Цветной онлайн) (a) – Экспериментально полученные автокорреляционные функции излучения из переходов 0–1, – сплошная синяя кривая и 1–2, – сплошная оранжевая кривая, в зависимости от задержки между сигналами. Прерывистые линии – численный расчет для излучения из перехода 0–1, – зеленая кривая и 1–2, – красная кривая. Физические параметры: $\Gamma_{01}/2\pi = 2$ МГц, $\Gamma_{12}/2\pi = 4$ МГц, $\Omega_{01}/2\pi = 25$ МГц, $\Omega_{12}/2\pi = 24$ МГц. (b) – Фурье-преобразование от данных, представленных на панели (a). Шкала оси ординат слева – для левого спектра, шкала справа – для правого

На рисунке 2a и b представлены корреляции [24] излучения в переходах ω_{01} и ω_{12}. Представленные данные – результат прямого измерения сигнала от времен t_1 и t_2 после усреднения и вычитания фона от собственного шума криогенного усилителя. Отсутствие зависимости от оси времени t_1 позволяет судить о стационарности процесса излучения, несмотря на то, что возбуждение ТУС бихроматическое. При нулевой задержке полученные данные отражают мощность постоянного потока фотонов. Гармони-

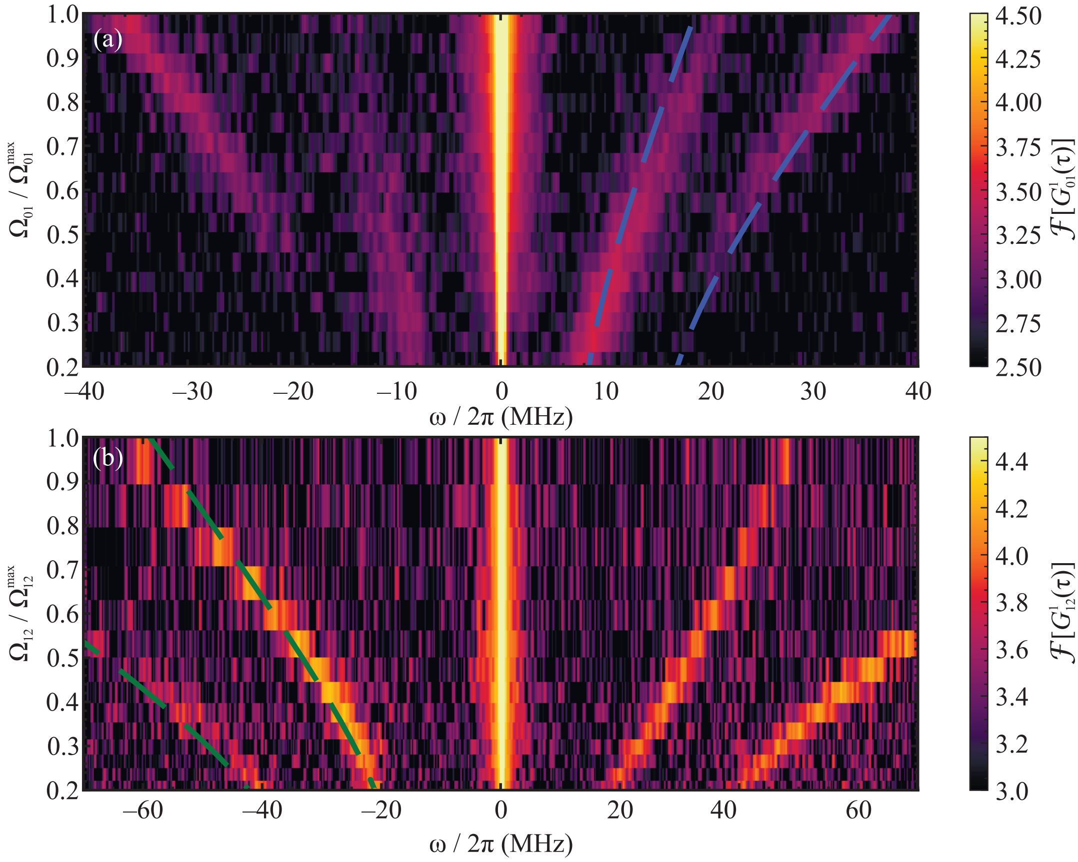

Рис. 4. (Цветной онлайн) (a) – Спектр резонасной флуоресценции под действием бихроматического возбуждения на ТУС, восстановленный из автокорелляционных функций излучения из перехода ω_{01} с разверткой по амплитуде накачки, $\Omega_{01}^{\max}/2\pi = 34.0$ МГц, амплитуда $\Omega_{12}/2\pi$ фиксирована и равна 15.5 МГц. Синяя и зеленая пунктирные кривые – спектры изолированной ТУС под действием бихроматической накачки: $\tilde{\Omega}$ и $2\tilde{\Omega}$ соответственно. (b) – То же для перехода ω_{12}; $\Omega_{12}^{\max}/2\pi = 112.1$ МГц, амплитуда $\Omega_{01}/2\pi$ фиксирована и равна 35.75 МГц

ческая зависимость от эквивалентной оптической задержки τ связана с оптической когерентностью процесса неупругого рассеяния на масштабе $\sim 1/\Gamma$.

На рисунке 2c, d показано двумерное преобразование Фурье исходной матрицы интенсивностей. Полностью когерентные процессы, связанные с монохроматическими возбуждениями на частотах ω_{01} и ω_{12} проявляются квазиперекрестиями на соответствующих частотах ω_{IF} и $\omega_{\mathrm{IF}} - (\omega_{01} - \omega_{12})$. Неупругое же излучение от ТУС выражается мультиплетной структурой вдоль побочной диагонали.

Поскольку экспериментальные данные позволяют судить о стационарности излучения, возможно получить усредненную по t_1 автокорреляционную функцию стационарного процесса для каждого возбужденного перехода; возможно перейти от двумерного распределения на рис. 2a, b к одномерной картине, рис. 3a. Для осуществления процедуры аппроксимации к экспериментальным данным применено линейное преобразование. Для анализа полученной экспериментально автокорреляции с помощью квантовой регрессионной теоремы Онзагера–Лакса [35, 36] численно решаются уравнения движения на высшие моменты атомных операторов. Полученные аппроксимационные кривые нанесены штрихованной линией на автокорреляционные функции процессов излучения с энергиями перехода ω_{01} (синяя кривая) и ω_{12} (зеленая кривая). Функциональное поведение данных кривых от времени задержки отражает картину излучения в каскаде возбужденных уровней; между элементарными процессами спонтанной эмиссии, переводящими состояние между подпространствами с разным количеством возбуждений (n, m), происходят процессы эмиссии и поглощения фотонов. Согласно теореме Винера–Хинчина из представленных данных на рис. 3a возможно восстановить спектр неупруго рассеянного излучения, который представлен на рис. 3b.

Помимо автокорреляционных функций процесса излучения, пользуясь результатами регрессионной теоремы [35, 36], возможно получить также спектры неупруго рассеянного излучения [26] и предсказать ширины ожидаемых процессов. Управляющим уравнением ур. (2) задается замкнутая система автономных дифференциальных уравнений, что позволяет получить явный вид динамического отображения матрицы плотности, собственные значения которого задают фундаментальную систему решений. Хотя собственные значения и получаются комплексными, а вектора из фундаментальной системы не являются ортогональными, для каждого процесса с рис. 1c возможно корректно предсказать ширины линий B_1-B_5 (R_1-R_5) и их положение в частотной области.

На рисунке 4 представлены восстановленные из измеренных корреляционных функций картины спектров резонасной флуоресценции на частотах переходов ω_{01} (панель (a)) при постоянной амплитуде "зонда" и развертке амплитуды "накачки", а также ω_{12} (панель (b)) при постоянной "накачке" и меняющейся амплитуде "зонда". Эквидистантная структура мультиплета, описываемая корневой зависимостью ур. (4) (синяя и зеленая кривые на панелях рис. 4a и b) отражает структуру квазистационарных уровней энергии. Стоит, однако, отметить, что на больших амплитудах возбуждения наблюдается отклонение от корневой зависимости от амплитуды внешнего возбуждающего тона, что объясняется влиянием третьего возбужденного состояния искусственного атома. Оценить данное влияние можно на уровне $\Omega_{12}/\alpha_{23} \approx 15\,\%$, где α_{23} – ангармоничность перехода 2–3, выходящего за рамки модели ТУС.

В настоящей работе исследовано неупругое рассеяние бихроматической резонансной накачки на искусственной трехуровневой системе. При помощи прямого измерения автокорреляционных функций излученного электромагнитного поля показано, что рассеянное поле обладает оптической когерентностью, спектральная плотность мощности имеет эквидистантную мультиплетную структуру и корректно описывается при помощи теории открытых квантовых систем. Описанные эффекты являются общими для любой физической природы трехуровневой системы и подразумевают масштабирование на большее количество возбуждающих тонов.

Коллектив соавторов благодарит Центр Коллективного Пользования МФТИ за помощь в изготовлении экспериментальных образцов, в частности Коростылева Е. В.

Финансирование работы. Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда # 24-72-00050.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. D. Roy, C. M. Wilson, and O. Firstenberg, Rev. Mod. Phys. **89**, 021001 (2017); DOI: 10.1103/RevModPhys.89.021001; URL: http://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.89.021001.
2. A. Blais, A. L. Grimsmo, S. M. Girvin, and A. Wallraff, Rev. Mod. Phys. **93**(2), 025005 (2021); DOI: 10.1103/RevModPhys.93.025005; URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.93.025005.
3. M. Amico, Z. H. Saleem, and M. Kumph, Phys. Rev. A **100**(1), 012305 (2019); DOI: 10.1103/PhysRevA.100.012305; URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.100.012305.
4. K. Mitarai, M. Negoro, M. Kitagawa, and K. Fujii, Phys. Rev. A **98**(3), 032309 (2018); DOI: 10.1103/PhysRevA.98.032309; URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.98.032309.
5. A. Tolstobrov, G. Fedorov, Sh. Sanduleanu, Sh. Kadyrmetov, A. Vasenin, A. Bolgar, D. Kalacheva, V. Lubsanov, A. Dorogov, J. Zotova, P. Shlykov, A. Dmitriev, K. Tikhonov, and O. V. Astafiev, Phys. Rev. A **109**(1), 012411 (2024); DOI: 10.1103/PhysRevA.109.012411; URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.109.012411.
6. А. Е. Толстобров, Ш. В. Кадырметов, Г. П. Федоров, Ш. В. Сандуляну, В. Б. Лубсанов, Д. А. Калачева, А. Н. Болгар, А. Ю. Дмитриев, Е. В. Коростылев, К. С. Тихонов, О. В. Астафьев, Известия Вузов. Радиофизика **66**(11), 1002 (2023).
7. A. Wallraff, D. I. Schuster, A. Blais, L. Frunzio, R.-S. Huang, J. Majer, S. Kumar, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, Nature **431**(7005), 162 (2004); DOI: 10.1038/nature02851; URL: https://www.nature.com/articles/nature02851.
8. P. Forn-Díaz, L. Lamata, E. Rico, J. Kono, and E. Solano, Rev. Mod. Phys. **91**(2), 025005 (2019); DOI: 10.1103/RevModPhys.91.025005; URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.91.025005.
9. A. F. Kockum, A. Miranowicz, S. De Liberato, S. Savasta, and F. Nori, Nat. Rev. Phys. **1**(1), 19 (2019); DOI: 10.1038/s42254-018-0006-2; URL: https://www.nature.com/articles/s42254-018-0006-2.
10. B. Kannan, M. J. Ruckriegel, D. L. Campbell et al. (Collaboration), Nature **583**(7818), 775 (2020); DOI: 10.1038/s41586-020-2529-9;

URL: https://www.nature.com/articles/s41586-020-2529-9.

11. G. Andersson, B. Suri, L. Guo, Th. Aref, and P. Delsing, Nat. Phys. **15**(11), 1123 (2019); DOI: 10.1038/s41567-019-0605-6; URL: https://www.nature.com/articles/s41567-019-0605-6.
12. Y.-T. Chen, L. Du, L. Guo, Zh. Wang, Y. Zhang, Y. Li, and J.-H. Wu, Commun. Phys. **5**(1), 215 (2022)l; DOI: 10.1038 /s42005-022-00991-3; URL: https://www.nature.com/articles/s42005-022-00991-3.
13. A. Yu. Dmitriev, R. Shaikhaidarov, V. N. Antonov, T. Hönigl-Decrinis, and O. V. Astafiev, Nat. Commun. **8**(1), 1352 (2017); DOI: 10.1038/s41467-017-01471-x; URL: https://www.nature.com/articles/s41467-017-01471-x.
14. A. Yu. Dmitriev, R. Shaikhaidarov, T. Hönigl-Decrinis, S. E. de Graaf, V. N. Antonov, and O. V. Astafiev, Phys. Rev. A **100**(1), 013808 (2019); DOI: 10.1103/PhysRevA.100.013808; URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.100.013808.
15. G. P. Fedorov, V. B. Yursa, A. E. Efimov, K. I. Shiianov, A. Yu. Dmitriev, I. A. Rodionov, A. A. Dobronosova, D. O. Moskalev, A. A. Pishchimova, E. I. Malevannaya, and O. V. Astafiev, Phys. Rev. A **102**(1), 013707 (2020).
16. G. P. Fedorov, S. V. Remizov, D. S. Shapiro, W. V. Pogosov, E. Egorova, I. Tsitsilin, M. Andronik, A. A. Dobronosova, I. A. Rodionov, O. V. Astafiev, and and A. V. Ustinov, Phys. Rev. Lett. **126**(18), 180503 (2021).
17. P. A. Apanasevich and S. Ja. Kilin, Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics **12**(3), L83 (1979); DOI: 10.1088/0022-3700/12/3/003; URL: https://dx.doi.org/10.1088/0022-3700/12/3/003.
18. Ch.-R. Fu, Y.-M. Zhang, and Ch.-de Gong, Phys. Rev. A **45**(1), 505 (1992); DOI: 10.1103/PhysRevA.45.505; URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.45.505.
19. B. Sobolewska, Opt. Commun. Î9(2), 185 (1976); DOI: 10.1016/0030-4018(76)90338-2; URL: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0030401876903382.
20. M. R. Ferguson, Z. Ficek, and B. J. Dalton, Phys. Rev. A **54**(3), 2379 (1996); DOI: 10.1103/PhysRevA.54.2379; URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.54.2379.
21. O. Astafiev, A. M. Zagoskin, A. A. Abdumalikov, Yu. A. Pashkin, T. Yamamoto, K. Inomata, Y. Nakamura, and J. S. Tsai, Science **327**(5967), 840 (2010); DOI: 10.1126/science.1181918; URL: https://www.science.org/doi/10.1126/science.1181918.
22. F.-L. Li and Sh.-Y. Zhu, Phys. Rev. A **59**(3), 2330 (1999); DOI: 10.1103/PhysRevA.59.2330; URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.59.2330.
23. В. В. Воскресенский, А. В. Васенин, А. Ю. Дмитриев, А. Н. Болгар, О. В. Астафьев, Memoirs of the Faculty of Physics **4**, 2442001 (2024).
24. R. J. Glauber, Phys. Rev. **130**(6), 2529 (1963); DOI: 10.1103/PhysRev.130.2529; URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.130.2529.
25. H.-P. Breuer and F. Petruccione, *The Theory of Open Quantum Systems*, Oxford University Press, Oxford (2007), ISBN: 0199213909; DOI: 10.1093/acprof:oso/9780199213900.001.0001; URL: https://academic.oup.com/book/27757.
26. H. Carmichael, *An Open Systems Approach to Quantum Optics, v. 18. Lecture Notes in Physics Monographs*, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg (1993); ISBN: 978-3-540-56634-2; DOI: 10.1007/978-3-540-47620-7; URL: http://link.springer.com/10.1007/978-3-540-47620-7.
27. J. Koch, T. M. Yu, J. Gambetta, A. A. Houck, D. I. Schuster, J. Majer, A. Blais, M. H. Devoret, S. M. Girvin, R. J. Schoelkopf, Phys. Rev. A **76**(4), 042319 (2007); DOI: 10.1103/PhysRevA.76.042319; URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.76.042319.
28. V. Gorini, A. Kossakowski, and E. C. G. Sudarshan, J. Math. Phys. **17**(5), 821 (1976); DOI: 10.1063/1.522979; URL: https://pubs.aip.org/jmp/article/17/5/821/225427/ Completely – positive – dynamical-semigroups-of-N.
29. A. Kossakowski, Rep. Math. Phys. **3**(4), 247 (1972); DOI: 10.1016/0034-4877(72)90010-9; URL: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0034487772900109.
30. G. Lindblad, Commun. Math. Phys. **48**(2), 119 (1976); DOI: 10.1007/BF01608499; URL: http://link.springer.com/10.1007/BF01608499.
31. C. W. Gardiner and M. J. Collett, Phys. Rev. A **31**(6), 3761 (1985); DOI: 10.1103/PhysRevA.31.3761; URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.31.3761.
32. C. W. Gardiner and A. S. Parkins, Phys. Rev. A **50**(2), 1792 (1994); DOI: 10.1103/PhysRevA.50.1792; URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.50.1792.
33. B Yurke and J. S. Denker, Phys. Rev. A **29**(3), 1419 (1984); DOI: 10.1103/PhysRevA.29.1419; URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.29.1419.

34. C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg, *Atom–Photon Interactions*, John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey (1998); ISBN: 9783527414468; DOI: 10.1002/9783527617197;
URL: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/book/10.1002/9783527617197.
35. L. Onsager, Phys. Rev. **37**(4), 405 (1931); DOI: 10.1103/PhysRev.37.405;
URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.37.405.
36. M. Lax, Phys. Rev. **129**(5), 2342 (1963); DOI: 10.1103/PhysRev.129.2342;
URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.129.2342.