Письма в ЖЭТФ, том 121, вып. 6, с. 496 – 502

Дробные частоты магнитного пробоя в полупроводниковых решетках с одномерной модуляцией

О. А. Ткаченко[+ 1)], *В. А. Ткаченко*[+*], *Д. Г. Бакшеев*[*], *З. Е. Крикс*[× 2)], *О. П. Сушков*[×]

[+]*Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия*

[*]*Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия*

[×]*School of Physics, University of New South Wales, 2052 Sydney, Australia*

Поступила в редакцию 14 ноября 2024 г.
После переработки 17 февраля 2025 г.
Принята к публикации 18 февраля 2025 г.

В рамках одночастичной квантовой механики промоделированы четырехтерминальные устройства с полупроводниковыми решетками, созданными на основе двумерного электронного газа. Расчеты выполнены при разных энергиях Ферми и амплитудах одномерной модуляции электростатического потенциала с учетом беспорядка или в его отсутствие. Четырехтерминальные сопротивления определялись по коэффициентам прохождения в рамках формализма Ландауэра–Бьюттикера. Фурье анализ плотности состояний или сопротивления решетки R_{xx} в зависимости от обратного магнитного поля $1/B$ дает частоты магнитных осцилляций, возникающих в результате магнитного пробоя. Показано, что частоты осцилляций соизмеримости, наблюдаемые в экспериментах, отсутствуют в фурье преобразовании плотности состояний, но есть для сопротивления $R_{xx}(1/B)$. С ростом амплитуды модуляции в сопротивлении появляются осцилляции с дробными комбинациями частот магнитного пробоя, но их нет в плотности состояний.

DOI: 10.31857/S0370274X25030224, EDN: MZVHKO

В недавних экспериментах с полупроводниковыми треугольными решетками антиточек на основе двумерного электронного газа зарегистрированы новые магнитополевые осцилляции сопротивления решетки, периодические по обратному магнитному полю B [1]. Измерения выполнялись в режиме, когда амплитуда модуляции периодического потенциала решетки была меньше химпотенциала при периоде решетки $L = 80$ нм. Осцилляции сопротивления возникали за счет магнитного пробоя (МП), т.е. квантового туннелирования электрона между состояниями в разных минизонах решетки, разделенных тонким потенциальным барьером. Подобные осцилляции сопротивления или намагниченности хорошо изучены в металлах [2, 3], однако наблюдаются они при гораздо более сильных магнитных полях, чем в полупроводниковых решетках, поскольку период двумерных решеток примерно в тысячу раз больше, чем расстояние между атомами металла. Кроме того, концентрацией носителей заряда и амплитудой периодической модуляции в решетках можно управлять с помощью напряжения на затворах, а это значит эффекты МП можно изучать в новых условиях. В работе [1] сообщалось о наблюдении ранее неизвестных осцилляций МП с половинными частотами. Мы предположили, что новые осцилляции могут появляться либо при повышенной амплитуде периодической модуляции, либо в результате рассеяния на примесях [4]. Механизм полуцелых частот в работе [4] отдаленно напоминает эффект Альтшулера–Аронова–Спивака [5], в котором сильный беспорядок приводит к уменьшению периода осцилляций Ааронова–Бома в два раза. При таких допущениях половинные частоты могли бы наблюдаться в других двумерных решетках. Целью нашего моделирования был поиск таких половинных частот в решетках с одномерной модуляцией.

Физика магнитополевых осцилляций в двумерных решетках рассматривалась во многих работах [6–12]. Движение электрона под действием магнитного поля в слабом двумерном периодическом потенциале описывается квазиклассически. Частоты осцилляций магнитного пробоя (ОМП) находятся из условия квантования Лифшица–Онзагера $f = 1/\Delta(1/B) = (\hbar/2\pi e)A$, где A – площадь сечения поверхности Ферми плоскостями, нормальными к магнитному полю, e – заряд электрона, $\hbar$ – по-

[1)]e-mail: otkach@list.ru
[2)]Z. E. Krix.

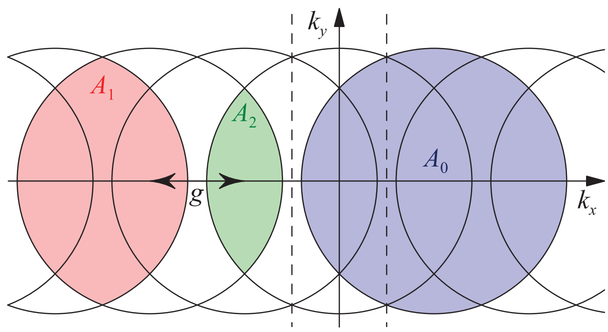

Рис. 1. (Цветной онлайн) Синим, красным и зеленым цветом отмечены площади основных орбит электрона в импульсном пространстве A_0, A_1 и A_2, возникающие в результате магнитного пробоя в решетке с одномерной модуляцией. Вертикальными штриховыми линиями обозначены границы зоны Бриллюэна

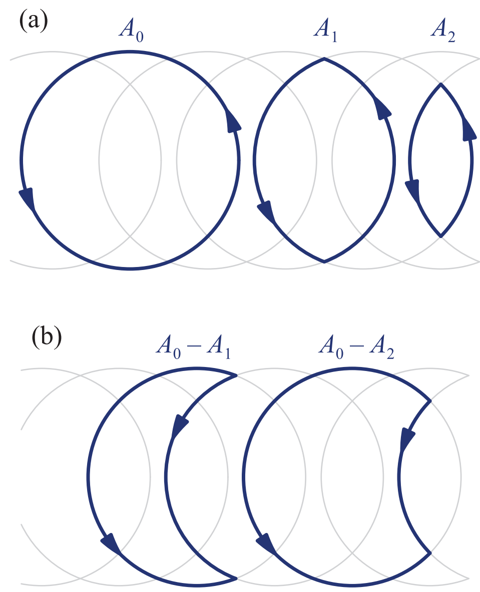

Рис. 2. (Цветной онлайн) Орбиты электрона в импульсном пространстве: (a) онзагеровские A_2, A_1 и A_0, (b) неонзагеровские $A_0 - A_1$, $A_0 - A_2$

стоянная Планка. На рисунке 1 буквами A_0, A_1 и A_2 обозначены площади основных замкнутых орбит электрона в импульсном пространстве для решетки с одномерной модуляцией. Радиусы кругов равны квазиимпульсу k_F, расстояние между центрами кругов $g = 2\pi/L$ – это постоянная обратной решетки. В данном примере для периода 80 нм отношение $k_F/g = 1.4$ соответствует энергии Ферми примерно 7 мэВ или концентрации двумерного электронного газа $n = 2 \cdot 10^{11}$ см$^{-2}$. Отношение концентрации n к энергии Ферми E_F близко к двумерной плотности состояний в однородном двумерном электронном газе. Площадь круга A_0 отвечает частоте осцилляций Шубникова–де Гааза. Траектории, охватывающие площади A_1 и A_2, образуются благодаря туннелированию через минизонные щели, которые возникают в точках пересечения окружностей при $k_x = 0$, $\pm\pi/L$, $\pm2\pi/L$, ... (на границах зоны Бриллюэна). Туннелирование происходит только в ненулевом магнитном поле. Заметим, что траектории A_1 и A_2 появляются, начиная с некоторых концентраций: A_1 возникает, когда $k_F > g/2$, A_2 при $k_F > g$. Для площадей A_0, A_1 и A_2 легко выписать тригонометрические формулы и по заданной концентрации n вычислить значения соответствующих частот. В магнитном поле электрон может обойти площади A_0, A_1 и A_2 и их комбинации типа $A_0 + A_1$, $A_0 + A_2$, $A_1 + A_2$, $2A_0 - A_1$, не меняя своего направления. Мы будем называть такие траектории онзагеровскими. На рисунке 2a показаны только основные онзагеровские орбиты. Их комбинации легко представить. Например, траектория $2A_0 - A_1$ имеет вид восьмерки (объединение двух соседних пересекающихся окружностей). Онзагеровские частоты наблюдаются в магнитном пробое термодинамических величин. В то же время для кинетических характеристик, таких как сопротивления, в МП обнаруживают дополнительные частоты, которые пропорциональны разности площадей. Например, частоты $f(A_0 - A_1)$ или $f(A_0 - A_2)$. Траектории, которые охватывают площади $A_0 - A_1$ и $A_0 - A_2$, состоят из двух участков с противоположным направлением движения электрона. Подобные траектории или частоты мы будем называть неонзагеровскими (рис. 2b). Сравнение термодинамических и кинетических характеристик позволяет выявить различия в периодах ОМП. Об этих различиях писали в своих работах М. И. Каганов и А. А. Слуцкин [10].

Интересно, что частоты, пропорциональные площадям A_0, A_1, A_2, $A_0 - A_1$, $A_0 - A_2$, $2A_0 - A_1$, $A_0 + A_1$, $2A_0$, $3A_0 - A_1$, экспериментально наблюдались в магнитосопротивлении полупроводниковой решетки с одномерной модуляцией и периодом $L = 100$ нм [11].

Квантово-механические расчеты эффектов МП проводились более двадцати лет назад для бесконечных периодических решеток, тензор проводимости вычислялся в линейном отклике по формуле Кубо [12]. Расчеты были выполнены для двумерных решеток с однонаправленной модуляцией $U(x, y) = V_0 \cos(gx)$ и периодом 100 нм при малой амплитуде модуляции: $V_0 < E_F$. В расчетах магнитосопротивления в дополнение к $f(A_0)$ была обнаружена только частота МП $f(A_1)$. Казалось бы в решетках с одномерной модуляцией все возможные частоты МП предсказываются из простой геометрии. Однако наше моделирование показывает, что при повышенной амплитуде модуляции в ОМП сопротивлений появляются не только новые неонзагеровские частоты (например, $f(A_1 - A_2)$), но и половинные частоты $f((A_0 - A_1)/2)$ или $f((A_0 + A_1)/2)$.

Мы моделируем решетки, созданные на основе GaAs/AlGaAs гетероструктур [1]. В режиме малой модуляции $V_0 \ll E_F$ электронная система представляет собой слабо неидеальный двумерный газ с практически однородной концентрацией. Электрон-электронным взаимодействием в этом случае можно пренебречь. Схема модельного устройства показана на рис. 3. Потенциал решетки задается в обла-

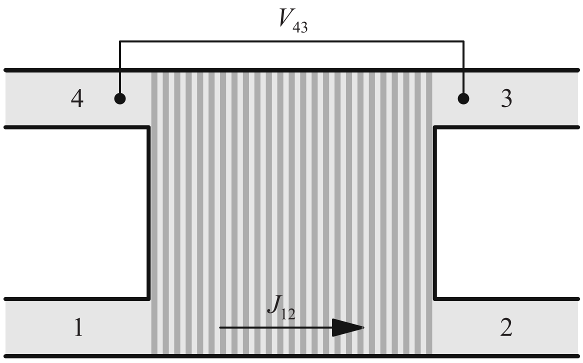

Рис. 3. Схема модельного четырехтерминального устройства. Вертикальные полоски в центральном квадрате означают периодическую модуляцию потенциала вдоль горизонтальной оси. Через горизонтальные подводящие каналы электроны могут влетать в решетку, отражаться от нее и рассеиваться в три других канала. Входные каналы и квадратный образец ограничены бесконечно высокими стенками

сти центрального квадрата, с двух сторон которого подходят четыре горизонтальных канала. На схеме вертикальные полоски показывают одномерную модуляцию потенциала по x, ток между контактами 1 и 2 направлен перпендикулярно к рядам решетки. Нелокальное сопротивление R_{xx} определяется как отношение напряжения между контактами 4 и 3 к току, пропускаемому между контактами 1 и 2: $R_{xx} = V_{43}/J_{12}$.

Для расчетов использовался пакет программ KWANT [13], который позволяет моделировать квантовый транспорт через двумерную область с рассеивателями, к которой подведены несколько контактов. Потенциал решетки задавался на дискретной квадратной сетке с шагом $h_x = h_y = h$ по формуле $U(x,y) = V_0 \cos(gx + \pi)$ в области $0 < x < NL$, $0 < y < NL$, где N – целое число периодов. Амплитуда перескока определяется через шаг этой сетки и эффективную массу в GaAs ($0.067m_e$, здесь m_e – масса электрона). Размеры решеток варьировались от 2.4 до 4 мкм, $30 \div 50$ периодов достаточно для моделирования дифракционных эффектов. Потенциал в подводящих каналах полагался равным $U(x \leq 0, y) = U(x \geq NL, y) = -V_0$, ширины каналов были равны 560 нм при периоде $L = 80$ нм. Для подавления интерференционных осцилляций от границ, к потенциалу $U(x,y)$ прибавлялся случайный беспорядок $-V_r/2 < V < V_r/2$ в каждом сайте решетки [14, 15]. Отметим, что сильный беспорядок нарушает периодичность потенциала, а высокая модуляция увеличивает ширину запрещенных минизон. И то, и другое ведет к подавлению эффектов МП.

Мы вычисляли плотность состояний и четырехтерминальные коэффициенты прохождения для заданных значений энергии E_F и магнитного поля B при разных амплитудах периодической модуляции. Четырехтерминальные сопротивления определялись по найденным коэффициентам прохождения по формулам из работы [16] в рамках формализма Ландауэра–Бьюттикера. Для вычисленных DoS$(1/B)$ и $R_{xx}(1/B)$ выполнялось преобразование Фурье. В решетках конечного размера линии частот превращаются в уширенные пики разной высоты, и соотношение высот пиков меняется в зависимости от амплитуды модуляции. При анализе Фурье-спектров мы сравнивали положение пиков со значениями частот, полученными по формулам площадей для заданной концентрации электронов в решетке. Концентрацию n нетрудно уточнить подгонкой значений A_0 и A_1, найденных по формулам, к соответствующим частотам в численном моделировании. При низкой модуляции значения частот, найденные по формулам, почти совпадают с численным моделированием. При повышенных амплитудах отклонения становятся больше. Подобное моделирование МП в решетках ограниченного размера ранее не проводилось.

Ниже представлены результаты расчетов частот ОМП для решеток с одномерной модуляцией и периодом $L = 80$ нм при нулевой температуре. Отметим, что на графиках и при их обсуждении мы используем для частот те же обозначения, что и для площадей, которыми они определяются. При модуляции $V_0 = 1.5$ мэВ и энергии Ферми $E_F = 13$ мэВ в плотности состояний есть только осцилляции с частотами A_0, A_1, $2A_0 - A_1$, $2A_1$, $A_0 + A_1$ (рис. 4). Пики этих частот возвышаются над фоном интерференционного шума, уровень которого подавляется беспорядком. Расчет выполнен для решетки, заданной на квадрате 4 мкм с шагом сетки $h = 8$ нм. В сопротивлении для тех же параметров (рис. 5) появляется сильный пик частоты $A_0 - A_1$ и дополнительные слабые пики

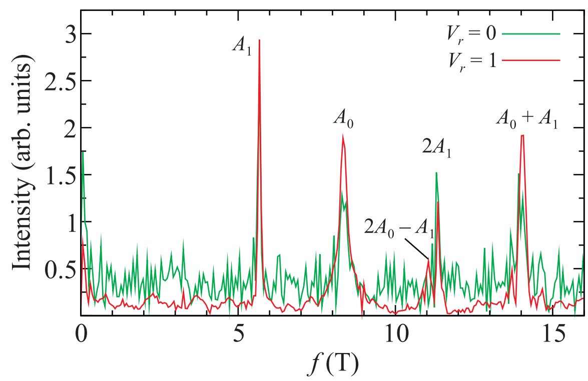

Рис. 4. (Цветной онлайн) Фурье преобразование DoS$(1/B)$ для решетки с модуляцией $V_0 = 1.5$ мэВ при $E_F = 13$ мэВ ($g/k_F = 0.495$, $n = 4 \cdot 10^{11}$ см$^{-2}$), $L = 80$ нм. Амплитуда беспорядка $V_r = 1$ мэВ для красной кривой и $V_r = 0$ – для зеленой

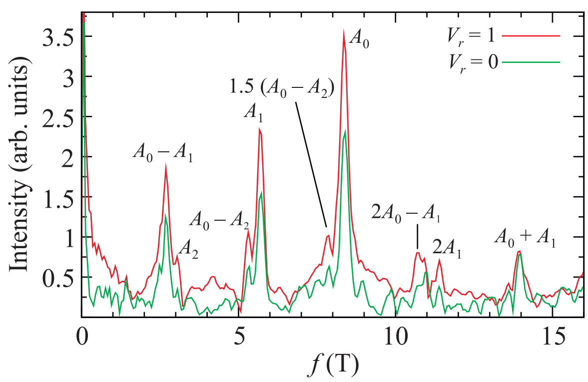

Рис. 5. (Цветной онлайн) Фурье преобразование $R_{xx}(1/B)$ для одномерной решетки с $V_0 = 1.5$ мэВ при $E_F = 13$ мэВ ($g/k_F = 0.495$, $n = 4 \cdot 10^{11}$ см$^{-2}$), $L = 80$ нм. Амплитуда беспорядка $V_r = 1$ мэВ для красной кривой и $V_r = 0$ для зеленой

A_2, $A_0 - A_2$ и $3(A_0 - A_2)/2$. Интересно, что соотношения высот пиков частот оказываются различными для сопротивления и плотности состояний: для сопротивления интенсивность A_0 выше интенсивности A_1, а для плотности состояний наоборот. Заметим, что беспорядок $V_r = 1$ мэВ является слабым, но достаточным, чтобы подавить интерференционные флуктуации DoS, вызванные переотражениями от стенок, ограничивающих решетку, при этом влияние беспорядка на Фурье-спектр DoS$(1/B)$ оказывается сильнее, чем на спектр сопротивления.

Усреднение вычисляемых зависимостей DoS$(1/B)$ и $R_{xx}(1/B)$ по разным конфигурациям примесей не производилось, но расчеты показывают, что при изменении размеров решетки и конфигурации примесей частоты ОМП сохраняют свое положение. Слабая чувствительность частот МП к деталям потенциала обусловлена самоусреднением процессов рассеяния в решетке, подобно тому, как это происходит в макроскопических системах. Далее, поскольку мы моделируем двумерные решетки, в которых беспорядок сильно подавлен [1], мы ограничиваемся вариантами умеренного беспорядка, который не разрушает периодичность потенциала. Мы проверили, что при амплитуде беспорядка $V_r = 10$ мэВ решеточные эффекты в спектре подавляются, и остаются только шубниковские осцилляции, как в двумерном газе низкой подвижности.

При модуляции $V_0 = 3$ мэВ и той же энергии Ферми $E_F = 13$ мэВ в плотности состояний (рис. 6) появ-

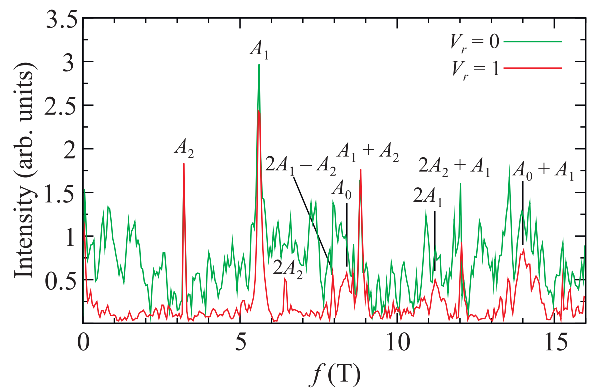

Рис. 6. (Цветной онлайн) Фурье преобразование DoS$(1/B)$ для решетки с модуляцией $V_0 = 3$ мэВ при $E_F = 13$ мэВ ($g/k_F = 0.495$, $n = 4 \cdot 10^{11}$ см$^{-2}$), $L = 80$ нм. Амплитуда беспорядка $V_r = 1$ мэВ для красной кривой и $V_r = 0$ для зеленой

ляются новые частоты: A_2, $2A_2$, $A_1 + A_2$, $2A_1 - A_2$, $2A_2 + A_1$. В то же время пик A_0 сильно подавляется. В сопротивлении при тех же параметрах (рис. 7), кроме $A_0 - A_1$ и $A_0 - A_2$, появляются дробные частоты: $(A_0 - A_1)/2$, $3(A_0 - A_1)/2$ и $(A_0 + A_1)/2$, причем эти частоты достаточно хорошо выражены и в отсутствие беспорядка. Заметим, что указанные дробные частоты должны наблюдаться также в квадратной и треугольной решетках, поскольку в них есть те же базовые частоты A_0 и A_1, что и в решетке с одномерной модуляцией.

При уменьшении размера квадрата, на котором определена решетка, от 4 до 2.4 мкм положение всех частот воспроизводится. Из этого можно сделать вывод, что влияние краевых состояний мало. Достаточно слабый беспорядок также не оказывает существенного влияния на Фурье-спектры DoS$(1/B)$ и $R_{xx}(1/B)$. Дробные частоты возникают только для

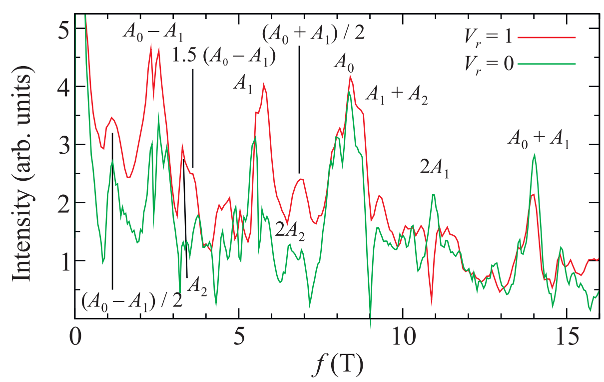

Рис. 7. (Цветной онлайн) Фурье преобразование $R_{xx}(1/B)$ для решетки с модуляцией $V_0 = 3$ мэВ при $E_F = 13$ мэВ ($g/k_F = 0.495$, $n = 4 \cdot 10^{11}$ см$^{-2}$), $L = 80$ нм. Амплитуда беспорядка $V_r = 1$ мэВ для красной кривой и $V_r = 0$ для зеленой

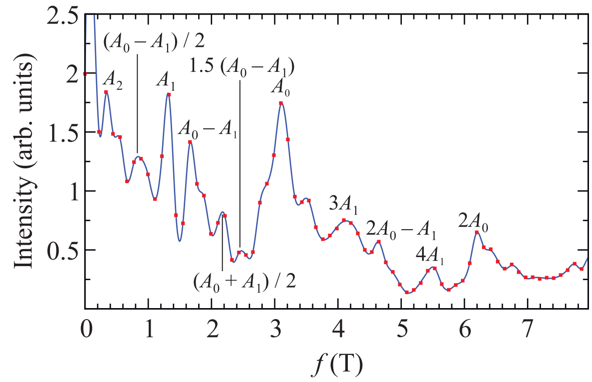

Рис. 8. (Цветной онлайн) Фурье преобразование $R_{xx}(1/B)$ для решетки с модуляцией $V_0 = 1.5$ мэВ при $E_F = 5$ мэВ ($g/k_F = 0.81$, $n = 1.5 \cdot 10^{11}$ см$^{-2}$). Синяя кривая получена в результате интерполяции по вычисленным точкам, отмеченным красным цветом

сопротивления $R_{xx}(1/B)$ при повышенной модуляции независимо от того, учтен беспорядок или нет.

Интервал по обратному магнитному полю, на котором были насчитаны зависимости DoS$(1/B)$ и $R_{xx}(1/B)$, слегка менялся для разных энергий Ферми в пределах от 1 Тл$^{-1}$ до 20 Тл$^{-1}$, так что квазиклассическое приближение $\hbar\omega_c \ll E_F$ всегда применимо, здесь ω_c – циклотронная частота. Осцилляции магнитного пробоя довольно быстро затухают с уменьшением магнитного поля, причем осцилляции сопротивления затухают гораздо быстрее, чем осцилляции плотности состояний. Чем больше беспорядок, тем становится короче интервал по обратному магнитному полю, на котором заметны осцилляции. При беспорядке $V_r = 1$ мэВ осцилляции в $R_{xx}(1/B)$ практически отсутствуют в магнитных полях, меньших $B < 0.1$ Тл, что согласуется с экспериментом [1]. Положения пиков разных частот МП могут совпадать, при этом пики могут либо сливаться в один пик, либо расщепляться на два-три пика, либо подавляться. Для правильной идентификации частот важно проследить ход частот с изменением концентрации. Мы выполнили расчеты в широком интервале энергий (от 5 до 13.5 мэВ). В итоге мы можем уверенно утверждать, что в сопротивлении решетки с одномерной модуляцией достаточно большой амплитуды существуют дробные частоты ($(A_0 - A_1)/2$, $3(A_0 - A_1)/2$ и $(A_0 + A_1)/2$), а также частоты $(A_0 - A_2)/2$, $A_0 - A_2$, $A_1 - A_2$. В плотности состояний таких частот нет. Этот факт говорит о кинетическом механизме возникновения дробных частот.

В дополнение мы показываем Фурье-спектры $R_{xx}(1/B)$ для двух других энергий Ферми. Рисунок 8 показывает частоты ОМП для $E_F = 5$ мэВ. Этой энергии соответствует концентрация $n = 1.5 \times \times 10^{11}$ см$^{-2}$, при которой площади A_1 и $A_0 - A_1$ должны совпадать. Но на рисунке 8 эти пики не сливаются, между ними сохраняется глубокий провал. Расчет частот для плотности состояний помогает установить положение пика A_1: $A_1 < A_0 - A_1$. Модуляция, при которой половинные частоты имеют хорошо выраженные пики, зависит от энергии Ферми. При $E_F = 5$ мэВ модуляция $V_0 = 1.5$ мэВ оказывается уже достаточно большой, чтобы появились дробные частоты. На рисунке 9 для $E_F = 9$ мэВ и

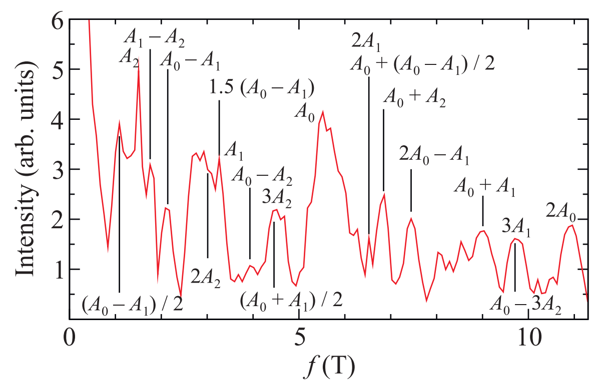

Рис. 9. (Цветной онлайн) Фурье преобразование $R_{xx}(1/B)$ для решетки с модуляцией $V_0 = 3$ мэВ при $E_F = 9$ мэВ ($g/k_F = 0.61$, $n = 2.6 \cdot 10^{11}$ см$^{-2}$)

$V_0 = 3$ мэВ близкие значения имеют следующие пары частот: A_1 и $1.5(A_0 - A_1)$, $2A_1$ и $A_0 + 0.5(A_0 - A_1)$, $3A_2$ и $(A_0 + A_1)/2$. В отдельный пик выделяется частота $A_1 - A_2$. Наше моделирование показывает, что для плотности состояний есть только онзагеровские целые частоты, а для сопротивления, кроме онзагеровских, есть неонзагеровские и половинные частоты (при повышенной модуляции). Отметим, что при учете взаимодействия [4] неонзагеровские частоты появляются в плотности состояний, и, следовательно, в термодинамических характеристиках.

Ниже мы показываем, как смещаются значения частот магнитного пробоя с изменением концентрации. Для простоты построения картинок частоты определялись по формулам, которые хорошо предсказывают значения всех возможных частот и их комбинаций. На рисунке 10 приведена частота соизмеримости CO [6, 8], вычисленная из условия $2R_c = (n-1/4)L$, где n – целые числа, R_c – циклотронный радиус, а L – период решетки. Эта частота почти совпадает с $A_0 - A_1$ при периодах, больше 100 нм, отклонения становятся заметными при малых концентрациях и малых периодах решетки. Это означает, что формула $2R_c = (n - 1/4)L$ дает приближенное значение частоты $A_0 - A_1$, а так называемые осцилляции соизмеримости (или вейссовские, в честь первооткрывателя этих осцилляций) возникают в результате магнитного пробоя. Отметим, что с увеличением концентрации появляется другая "частота соизмеримости" $A_0 - A_2$, которая близка по значению к $2(A_0 - A_1)$, а частота $(A_0 - A_1)$ близка к $(A_0 - A_2)/2$. Кроме того, появляются пики, отвечающие частотам $(A_1 - A_2)$ и $2(A_1 - A_2)$. Для периода 80 нм эти тройки частот идут почти параллельно друг другу (рис. 10). В моделировании это дает пики частот с макушкой,

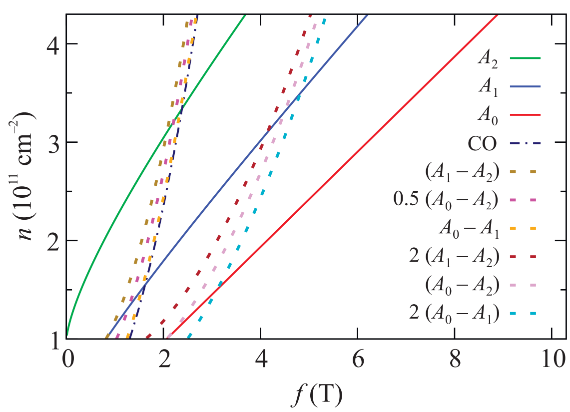

Рис. 10. (Цветной онлайн) Найденные в численном моделировании сопротивления "частоты соизмеримости" на фоне основных частот A_2, A_1 и A_0. Неонзагеровские частоты отмечены штриховыми линиями. Частота осцилляций соизмеримости [6, 8], вычисленная из формулы $2R_c = (n - 1/4)L$ и обозначенная как CO, отмечена штрих-пунктирной линией

разделенной на две или три части. Для больших периодов решетки (200÷300 нм) частоты A_0, A_1, A_2, A_3 идут практически эквидистантно, и расстояние между соседними пиками равно $A_0 - A_1$, что с хорошей точностью совпадает с частотой соизмеримости.

На рисунке 10 видно, что неонзагеровские частоты, показанные штриховыми линиями, идут круче основных онзагеровских частот A_0, A_1, A_2, и их зависимость от энергии слабее, поэтому они меньше будут размываться температурой, чем более пологие основные частоты. Температурная зависимость квантовых неонзагеровских частот, которая объясняет, почему они наблюдаются в эксперименте при достаточно высоких температурах, была вычислена в недавней работе авторов [4].

Рисунок 11 иллюстрирует ход линий половинных частот, обнаруженных в расчетах сопротивления при

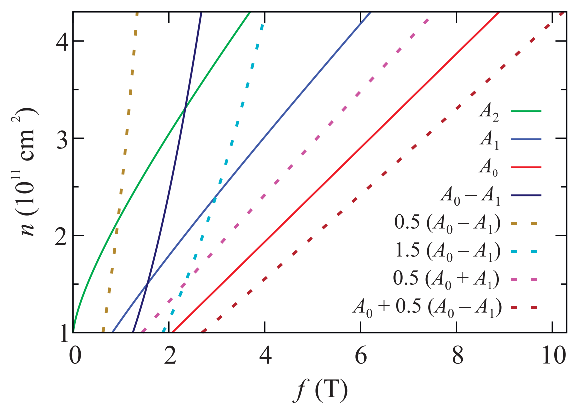

Рис. 11. (Цветной онлайн) Найденные в численном расчете сопротивления дробные частоты ОМП (показаны штриховыми линиями) на фоне уже известных основных частот A_0, A_1, A_2 и $A_0 - A_1$ (показаны сплошными линиями)

повышенной модуляции: $(A_0 - A_1)/2$, $3(A_0 - A_1)/2$, $(A_0 + A_1)/2$, $A_0 + (A_0 - A_1)/2$. Аналогичные частоты ОМП наблюдались в эксперименте с треугольной решеткой антиточек с тем же периодом и в том же диапазоне концентраций двумерного электронного газа [1]. Там должны быть немного другие A_1 и A_2, поскольку вектора обратной решетки g различаются для одномерной и треугольной решетки.

К сожалению, мы не можем предложить наглядную интерпретацию половинных частот или таких неонзагеровских, как $f(A_0 - A_2)$ и $f(A_1 - A_2)$. Авторы работы [11] пытались объяснить природу осцилляций $A_0 - A_1$ и $A_0 - A_2$ квантовой интерференцией. Они проводили аналогию с интерферометром Ааронова–Бома с тем важным отличием, что площадь, которую охватывают интерферирующие пути, в реальном пространстве скалируется как B^{-2}, поэтому осцилляции МП периодичны по $1/B$, а не по B, как в интерферометре Ааронова–Бома. При этом отмечалось, что сопротивление осциллирует, когда набег фазы при прохождении траектории в импульсном пространстве кратен 2π: $l_B^2 A_D = 2\pi m$ $(m = 1, 2, \ldots)$, здесь $l_B = \sqrt{(\hbar/eB)}$ – магнитная длина, а площадь A_D равна либо $A_0 - A_1$, либо $A_0 - A_2$. Вейссовские осцилляции рассматривались в работе [11] как частный случай такой интерференции. В то же время найденные в наших расчетах половинные частоты типа $(A_0 - A_1)/2$ и $(A_0 + A_1)/2$ соответствуют набегу фазы, кратному π, что характерно для открытых траекторий.

В заключение, мы выполнили квантово-механические расчеты плотности состояний и четырехтерминальных сопротивлений для двумерных решеток конечных размеров с одномерной модуляцией потенциала. В пренебрежении взаимодействием показано, что для плотности состояний есть только онзагеровские целые частоты магнитного пробоя, а для сопротивления, кроме онзагеровских, есть неонзагеровские и половинные частоты (при повышенной модуляции). Эти расчеты могут объяснять наблюдение дробных частот магнитного пробоя в треугольных решетках антиточек [1].

Российские участники благодарят Межведомственный суперкомпьютерный центр Российской академии наук за предоставленный доступ к вычислительным ресурсам по проекту “Моделирование полупроводниковых квантовых наноустройств”.

Финансирование работы. Работа российских и австралийских участников поддержана, соответственно, Российским научным фондом, грант 19-72-30023 и Австралийский исследовательским центром передового опыта в области будущих технологий низкоэнергетической электроники, грант CE170100039 (the Australian Research Council Centre of Excellence in Future Low-Energy Electronics Technology, FLEET) (Grant # CE170100039).

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. D. Q. Wang, Z. E. Krix, O. P. Sushkov, I. Farrer, D. A. Ritchie, A. R. Hamilton, and O. Klochan, Nano Lett. **23**(5), 1705 (2023); https://doi.org/10.1021/acs.nanolett.2c04358.
2. А. Крэкнелл, К. Уонг, *Поверхность Ферми*, Атомиздат, М. (1978) [A. P. Cracknell and K. C. Wong, Clarendon press, Oxford (1973)].
3. Д. Шенберг, *Магнитные осцилляции в металлах*, Мир, М. (1986) [D. Shoenberg, *Magnetic oscillations in metals*, Cambridge university press, Cambridge (1984)].
4. Z. E. Krix, O. A. Tkachenko, V. A. Tkachenko, D. Q. Wang, O. Klochan, A. R. Hamilton, and O. P. Sushkov (2024); https://arxiv.org/abs/2404.04592.
5. B. L. Al'tshuler, A. G. Aronov, and B. Z. Spivak, JETP Lett. **33**, 101 (1981).
6. R. R. Gerhardts, D. Weiss, and K. von Klitzing, Phys. Rev. Lett. **62**, 1173 (1989).
7. R. W. Winkler, J. P. Kotthaus, and K. Ploog, Phys. Rev. Lett. **62**, 1177 (1989).
8. W. J. Beenakker, Phys. Rev. Lett. **62**, 2020 (1989).
9. C. Albrecht, J. H. Smet, D. Weiss, K. von Klitzing, R. Hennig, M. Langenbuch, M. Suhrke, U. Rössler, V. Umansky, and H. Schweizer, Phys. Rev. Lett. **83**, 2234 (1999).
10. M. I. Kaganov and A. Slutskin, Phys. Rep. **98**, 189 (1983).
11. R. A. Deutschmann, W. Wegscheider, M. Rother, M. Bichler, G. Abstreiter, C. Albrecht, and J. H. Smet, Phys. Rev. Lett. **86**, 1857 (2001).
12. M. Langenbuch, M. Suhrke, and U. Rössler, Europhysics Letters **61**, 520 (2003).
13. C. W. Groth, M. Wimmer, A. R. Akhmerov, and X. Waintal, New J. Phys. **16**, 063065 (2014).
14. O. A. Tkachenko, V. A. Tkachenko, D. G. Baksheev, and O. P. Sushkov, JETP Lett. **116**, 638 (2022).
15. O. A. Tkachenko, V. A. Tkachenko, D. G. Baksheev, and O. P. Sushkov, JETP Lett. **117**, 222 (2023).
16. M. Büttiker, Phys. Rev. Lett. **57**, 1761 (1986).