Письма в ЖЭТФ, том 121, вып. 7, с. 544 – 561

Динамические решетки разности населенностей и микрорезонаторы, создаваемые предельно короткими импульсами в среде: последние результаты и перспективы (Миниобзор)

*Р. М. Архипов[+1)], О. О. Дьячкова[+*1)], М. В. Архипов[+1)], А. В. Пахомов[*1)], Н. Н. Розанов[+1)]*

[+]*Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе, 194021 С.-Петербург, Россия*

[*]*Санкт-Петербургский государственный университет, 199034 С.-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 24 февраля 2025 г.
После переработки 24 февраля 2025 г.
Принята к публикации 27 февраля 2025 г.

Приводится обзор последних исследований в области создания решеток атомных населенностей ультракороткими многоцикловыми и предельно короткими световыми импульсами в среде. Обсуждается применение таких структур в спектроскопии переходных решеток (*transient grating spectroscopy*). Рассматриваются последние результаты в области создания предсказанных недавно авторами структур нового типа – высокодобротных динамических микрорезонаторов, наводимых столкновениями предельно коротких полуцикловых импульсов в среде. Полученные результаты показывают возможность аттосекундного оптического переключения состояний вещества с петагерцовыми частотами на экстремальных временных интервалах в полцикла колебаний поля, что представляет интерес в современной сверхбыстрой оптике.

DOI: 10.31857/S0370274X25040049, EDN: MICTRT

Введение. Решетки атомных населенностей уже много лет находят применение в спектроскопии, изучении динамики электронов, передачи тепла и транспорта зарядов в газах, жидкостях и твердых телах [1–6]. Данная область исследований в современной физике имеет название – "спектроскопия переходных решеток" (*transient grating spectroscopy*, TGS), см. [7–9] и цитируемую литературу. В типичной схеме данного метода пара лазерных многоцикловых импульсов перекрывается в среде, где за счет их интерференции происходит модуляция возбуждения и девозбуждения в среде. Как следствие, возникает периодическая решетка населенностей с периодом $\lambda_{\text{exc}}/\sin 2\theta$, где λ_{exc} – центральная длина волны возбуждающих импульсов, 2θ – угол между направлениями их распространения. Динамика этой решетки населенностей может быть изучена с помощью третьего, пробного импульса; анализируя его сигнал после рассеяния на наведенной решетке можно получить информацию о протекании различных процессов в веществе.

Метод TGS обладает рядом преимуществ по сравнению с прочими: спектроскопии переходного поглощения (*transient absorption spectroscopy*) и отражения (*transient reflectivity spectroscopy*). TGS также позволяет изучать нелинейные процессы в веществе, но при этом в рассеянном сигнале содержится и информация о динамике показателей поглощения и преломления среды, вызванной движением электронов в результате воздействия возбуждающих импульсов [7–10]. В последние годы TGS активно используется для изучения спиновой динамики и динамики различных возбуждений в твердых телах [10–12].

Одновременно стоит отметить методику генерации массива двулучепреломляющих нанорешеток в объемных диэлектриках под действием ультракоротких лазерных импульсов, предложенную в работе [13]. Она основана на интерференции падающих и отраженных световых волн в фокусной области лазерного пучка, создающей стоячую электромагнитную волну и, следственно, волну ионизации материала, проявляющуюся в виде стопки плазменных листов. Возбуждение и интерференция встречных поверхностных плазмонов на границе слоев плазмы и неионизированного диэлектрика ведет к периодическим субволновым изменениям показателя прелом-

[1)]arkhipovrostislav@gmail.com; o.o.dyachkova@gmail.com; mikhail.v.arkhipov@gmail.com; antpakhom@gmail.com; nnrosanov@mail.ru

ления в материале вдоль поляризации лазера, что и приводит к появлению наноструктур двойного лучепреломления. Метод универсален для ряда диэлектриков, поскольку он включает только возникновение и эволюцию электронно-дырочной плазмы. В отличие от методов, обсуждавшихся выше, возникающие объемные структуры перманентны в материале. Они имеют разные периоды для продольных и поперечных направлений; в работах используются лазерные импульсы фемтосекундной длительности, параметры которых (длина, интенсивность, частота повторения, условия фокусировки на материал) варьируются в каждом отдельном эксперименте для достижения оптимальных результатов.

В рамках краткого обзора, отметим только последние экспериментальные работы в некоторых материалах: подробное исследование метода в флюорите [14], в чистом [15] и допированным оксидом магния (MgOLN) [16] ниобате лития, плавленом кварце [17, 18] и полиметилметакрилате (ПММА) [19]. Более детальное рассмотрение механизма динамики плазменных листов (квазипериодических плазменных нанорешеток) и их влияния на показатель преломления в объеме прозрачных диэлектриков режиме накопления при многоимпульсном лазерном воздействии приведено за счет численного моделирования на примере ниобата лития [16] и плавленого кварца [20, 21]. Эти структуры представляют интерес для создания ячеек памяти [22], оптических волноводов [23], поляризационных оптических элементов и различных устройств [24–26].

Во всех представленных выше исследованиях запись таких структур производится с помощью многоцикловых фемтосекундных импульсов лазерного излучения. В последние десятилетия активно развиваются способы получения импульсов аттосекундной длительности в оптическом, экстремальном ультрафиолетовом и рентгеновском диапазонах [27–30]. Появление таких импульсов сделало возможным изучение динамики электронов в атомах, молекулах и твердых телах с более высоким временным разрешением, чем это позволяют фемтосекундные импульсы [31–33]. Работы в этой области привели к присуждению Нобелевской премии по физике в 2023 г., что подчеркивает актуальность исследований, проводимых в этих направлениях [34]. Несмотря на большое количество работ в данной области, применение аттосекундных импульсов в TGS для изучения динамики электронов в твердотельной пленке экспериментально было реализовано лишь совсем недавно [10]. В этой схеме решетки создавались парой скрещенных фемтосекундных импульсов, а аттосекундный импульс использовался лишь в качестве считывающего пробного пучка.

Несмотря на отсутствие экспериментов по созданию решеток с помощью субцикловых аттосекундных импульсов, такая возможность изучалась теоретически в литературе, см., например, [35–42]; результаты резюмированы в обзорах [39–40, 43]. Использование аттосекундных импульсов позволяет более быстро, чем это может быть достигнуто с применением длинных многоцикловых импульсов, создавать такие решетки и управлять ими на субфемтосекундных временных масштабах. Использование более коротких импульсов приводит к выявлению ряда новых особенностей их взаимодействия с веществом и предсказанию ряда явлений, проявляющихся при использовании длинных импульсов.

В последнее время намечается тенденция к переходу к более коротким импульсам не за счет увеличения их частоты, а за счет уменьшения числа циклов колебаний, вплоть до одной половины цикла. Получаемые в этом случае импульсы состоят из всего одной полуволны поля и называются униполярными [44]. Для них важной величиной является их электрическая площадь, которая определяется как интеграл от напряженности электрического поля по времени $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ в данной точке пространства [45–47]:

$$\mathbf{S}_E = \int \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) dt. \tag{1}$$

Эта величина играет решающую роль в понимании взаимодействия униполярных импульсов с веществом, поскольку она определяет величину переданного механического импульса заряженным частицам и влияет на результирующую динамику среды [48–52]. Оптика униполярных импульсов является развивающейся областью современной физики, последние результаты которой резюмированы в обзорах [48–51] и главе монографии [52]. Методы получения таких импульсов в нелинейных средах продемонстрированы в последних работах [53–57]. Проведены первые эксперименты, показывающие наличие униполярности в различных импульсных источниках [50–52, 58, 59]. Такие импульсы способны быстро передавать механический импульс электрону, что делает их привлекательным инструментом для сверхбыстрого возбуждения и управления свойствами квантовых систем на временах порядка менее периода оборота электрона по боровской орбите в атоме [48–52, 60–62].

Поскольку полуцикловые импульсы состоят всего из половины периода поля, очевидно, что их прямая интерференция невозможна, и традиционная схема использования метода TGS также является нереализуемой. Изучение взаимодействия одноцикловых и полуцикловых импульсов с веществом привело к открытию ряда новых явлений, которые не реализуемы с помощью длинных многоцикловых импульсов [48–52]. Одним из них является возможность наведения высокодобротных динамических микрорезонаторов (ДМ) на основе решеток атомных населенностей [63–67], которые имеют много интересных приложений в современной физике. Созданию решеток населенностей на основе TGS, а также с помощью предельно коротких импульсов посвящено множество обзоров, см., например [5, 68].

В данной работе приводится краткий обзор последних результатов в области создания и применения динамических решеток и высокодобротных ДМ с помощью как длинных, так и предельно коротких импульсов. Минимальное обсуждение ранее разобранных результатов приведено в случаях, где это необходимо. Фокус сделан на недавние работы, в которых изучается динамика ДМ при столкновении полуцикловых аттосекундных импульсов в среде. Обсуждаются новые возможности в управлении поведения структур, которые не разбирались ранее – несимметричное столкновение импульсов в среде и так далее.

Спектроскопия переходной дифракционной решетки. Спектроскопия переходной дифракционной решетки (*Transient Grating Spectroscopy*, TGS) стала преобразующим инструментом для изучения ультрабыстрой динамики в материалах, предоставляя информацию о взаимодействиях носителей заряда, решетки и спина на временных шкалах от фемтосекунд до наносекунд. В последние годы значительные достижения расширили возможности TGS в различных спектральных диапазонах и экспериментальных конфигурациях, открывая путь к новым приложениям в материаловедении, фотонике и квантовых технологиях. В этом обзоре мы кратко обсудим ключевые исследования в этой области, акцентируя внимание на методологических инновациях и их влиянии.

В работе [11] была представлена многодетекторная схема, сочетающая TGS с временным магнитным поляриметром. Этот гибридный подход позволяет одновременно исследовать акустическую и магнитную динамику, демонстрируя универсальность TGS в изучении сложных связанных систем на широких временных шкалах.

Фемтосекундные XUV-импульсы в TGS были использованы в работе [69], где были исследованы поверхностные акустические волны (*Surface Acoustic Waves*, SAWs) в ферромагнитных сплавах тонких пленок ($DyCo_5$). Работа демонстрирует, как TGS может исследовать связи между SAWs, спиновыми волнами и орбитальной динамикой, предоставляя новые возможности для изучения спинтронных материалов и магнито-упругих взаимодействий.

Автоматизация и масштабируемость TGS были усовершенствованы авторами [9], которые разработали высокопроизводительную систему для крупномасштабного картирования материалов. Эта инновация интегрирует точные линейные этапы и самокорректирующиеся механизмы управления, что позволяет проводить неразрушающую автоматизированную характеристику градиентных пластин и других неоднородных образцов. Это развитие является значительным шагом к тому, чтобы сделать TGS более доступной для промышленных применений.

Одним из самых революционных достижений стало расширение аттосекундной спектроскопии переходной дифракционной решетки в диапазон экстремального ультрафиолетового (*Extreme Ultraviolet*, XUV) и рентгеновского (X-Ray) излучения. Предложенное в работе [70] использование эффекта Тальбота для создания уменьшенной копии решетки (с меньшим периодом модуляции) предлагает упрощенный экспериментальный подход для рентгеновской TGS, расширяя ее осуществимость для широкого применения на установках с рентгеновскими лазерами на свободных электронах (ЛСЭ). Так, плоская волна, распространяющаяся через дифракционную решетку, дифрагирует на несколько порядков, и суперпозиция этих дифрагированных лучей создает копии дифракционной решетки на равноудаленных расстояниях, которые называются плоскостями Тальбота. Если же использовать сходящийся пучок, плоскости Тальбота все больше и больше сближаются, и реплики решетки имеют меньший интервал между полосами, чем оригинал. Если поместить в одну из плоскостей образец, на нем наводится копия решетки; при увеличении интенсивности излучения, возможна перманентная запись копии на образец. Методика была апробирована для длин волн $\lambda \sim 4\,\text{Å}$, решетка была уменьшена на 5.5 % (период начальной решетки $\Lambda = 200$ нм; период уменьшенной: $\Lambda' = 189$ нм).

Методика была расширена в работе [71]. Используя рентгеновские лазеры на свободных электронах, авторы исследовали динамику фононов в кристаллах оксида германата висмута ($Bi_4Ge_3O_{12}$, BGO), утвердив TGS как мощный инструмент для изучения ультрабыстрых явлений в оптически непрозрачных материалах с глубокой степенью проникновения.

Временное разрешение описанных выше работ ограничено в пределах 40–70 фс из-за длительности импульса источника в ЛСЭ. TGS также были продемонстрированы в настольных системах с использованием лазеров в XUV-диапазоне, однако они были ограничены разрешениям порядка нескольких сотен фемтосекунд [72]. Авторы [10] продемонстрировали способность TGS достигать аттосекундного разрешения (ATGS) в тонких пленках (были использованы поликристаллические пленки Sb). Решетки были сгенерированы с помощью малоцикловых импульсов ближнего инфракрасного (NIR) ($\lambda \sim 500-1000$ нм) диапазона длительностью менее 5 фс; в качестве пробного импульса выступал аттосекундный XUV-импульс; TGS, состоящая из амплитудных и фазовых членов, генерируется на образце, что создает внеосевую дифракцию зондирующего XUV-импульса.

Эти дифрагированные лучи и являются детектируемыми сигналами, которые после спектрального рассеивания с помощью XUV-дифракционной решетки собираются с помощью ПЗС-камеры. Так как в этом методе возможно одновременное обнаружение и сигнальных, и зондирующих лучей, реализуется одновременный сбор данных аттосекундной и переходной (ATGS), и абсорбционной спектроскопии (ATAS), что обеспечивает более полную картину динамики фотовозбуждения. С помощью этой техники возможно разрешить термализацию носителей (~ 20 фс) и охлаждение горячих носителей (~ 50 фс), что было бы недоступно для методов TGS на фемтосекундных частотах. Наблюдалась рекомбинация электронов и дырок (~ 2 пс), взаимодействие носителей и фононов и динамика более долгоживущих фононов.

В совокупности эти работы иллюстрируют быстрое развитие спектроскопии переходной дифракционной решетки. Расширяя границы временного разрешения, спектрального диапазона и экспериментальной доступности, эти исследования коллективно утверждают TGS как универсальную и незаменимую технику для углубленного изучения ультрабыстрых явлений в материалах; однако стоит отметить, что для большинства современных работ существует временное ограничение разрешения (~ 40 фс).

ДМ, создаваемые униполярными импульсами необычной формы, сталкивающимися в среде. В последние десятилетия оптические микрорезонаторы являются предметом активного изучения из-за возможности генерации в них частотных оптических гребенок (*optical frequency combs*, OFC). OFC имеют множество различных приложений в областях, таких как метрология, радиочастотная фотоника, квантовые технологии и др. [73–75]. В микрорезонаторах за счет оптической нелинейности третьего порядка χ^3 или рамановской нелинейности происходит формирование либо последовательности керровских диссипативных солитонов [76–77], либо рамановских солитонов [78–83].

Наиболее распространенные на сегодняшний день микрорезонаторы на чипе реализуются в кварцевых микросферах, имеющих моды шепчущей галереи [84]. Такие сферы довольно просты в изготовлении [85]. Изменение диаметра сферы позволяет варьировать длину волны, соответствующую точке нулевой дисперсии, что позволяет управлять параметрами генерируемых OFC.

Свойства получаемых описанными выше способами микрорезонаторов являются "стационарными" – для их изменения требуется изготовление нового микрорезонатора (например, сферы с другим диаметром). Для различных задач сверхбыстрой оптики требуется быстрое изменение параметров этих структур – создание "ДМ". Это может быть реализовано, когда предельно короткие импульсы сталкиваются в резонансной среде с дискретными уровнями энергии (атомы, молекулы, наноразмерные структуры) [42, 63–67, 86–88], см. также обзор [43]. В этом случае необходимо когерентное взаимодействие предельно коротких импульсов со средой (задержки между импульсами и их длины должны быть меньше времени релаксации поляризации среды T_2).

Распространение полуцикловых импульсов в среде быстро меняет населенности атомных уровней; однако в области перекрытия импульсов разность населенности на каждом переходе имеет постоянное значение. Слева и справа от нее возможны 2 сценария. Первый: разность населенностей меняется скачком на другое значение, постоянное в этих областях [86, 87]. Такой сценарий чаще всего реализуется при распространении 2π-подобных импульсов самоиндуцированной прозрачности (СИП) [67]. Второй: в этих областях формируется периодическая брэгговская решетка разности населенностей. Это приводит к формированию высокодобротных ДМ в среде [63, 67].

Термин "динамический" показывает, что свойствами таких структур можно управлять, если снова столкнуть импульсы в среде. Такие ДМ были впервые предсказаны и активно изучаются в работах авторов [42, 63–67, 86–88]. Ранние результаты в этой области резюмированы в обзоре [43]. Ниже мы рассмотрим последние результаты, не вошедшие в упомянутые обзоры. Основной фокус сделан на создании и управлении такими структурами с помощью униполярных импульсов необычной формы (прямоугольной).

Отметим, что достоинством таких структур по сравнению с рассмотренными выше стационарными микрорезонаторами является возможность управления их свойствами при каждом последующем столкновении импульсов. Недостатком таких структур является их конечное время жизни – порядка времени фазовой памяти среды T_2. Но значение данного времени может легко варьироваться при охлаждении твердых тел. В кристаллах редкоземельных ионов оно может составлять несколько секунд и даже часов. Заметим, что на сегодняшний день оптические свойства и применения таких структур пока еще недостаточно изучены. Поэтому задачей этого раздела является детальное описание последних результатов в области создания и управления ДМ, которое стимулирует активные исследования в данном направлении.

В работе [67] представлена аналитическая теория формирования таких структур, основанная на решении временного уравнения Шредингера в приближении слабого поля в первом порядке теории возмущений. Такой подход предсказывает формирование ДМ на каждом резонансном переходе многоуровневой среды при столкновении в ней полуцикловых импульсов. Он также показывает возможность управления такими структурами при последующем столкновении импульсов. Физический механизм формирования таких резонаторов в слабом поле основан на интерференции электрических площадей импульсов. Для изучения динамики ДМ в сильных полях проводились численные расчеты с использованием системы уравнений Максвелла–Блоха для двухуровневой среды. В случае, когда полуцикловые импульсы гауссовой формы действовали подобно СИП, результаты расчетов демонстрируют зависимость формы таких структур от начальной полярности импульсов и локализацию ДМ преимущественно в области их столкновения. Численные оценки показали высокую добротность таких структур, порядка 10^4.

В работе [89] изучалось поведение ДМ при столкновении гауссовых полуцикловых импульсов аттосекундной длительности в трехуровневой среде. Численные расчеты показали качественное согласие формы ДМ с ранее изученным в двухуровневой среде и возможность реализации аттосекундного переключения состояний среды.

Влияние полярности полуцикловых импульсов на форму наводимых ДМ в трехуровневой среде было показано в работе [90]. Динамика и форма наводимых ДМ имела большие сходства с результатами для двухуровневой среды, что говорит в пользу применения двухуровневых моделей в данных задачах. Подробное обсуждение данного вопроса можно найти в [43].

Другими важными факторами, влияющими на форму и свойства наводимых ДМ, являются наличие заднего фронта противоположной полярности у полуцикловых импульсов и величина концентрации рабочих атомов среды. В большинстве ранних исследований пренебрегалось наличием этого фронта. Это допущение применимо, если длительность заднего фронта гораздо больше периодов резонансных переходов в системе, а амплитуда гораздо слабее, чем у положительного переднего фронта. Однако в общем случае наличие фронта может влиять на форму ДМ, но эффект формирования ДМ сохраняется [91].

Субцикловые импульсы с задними фронтами получаются экспериментально [92]. Показана возможность управления величиной населенностей связанных состояний квантовой системы за счет интерференции электрической площади основной полуволны и площади, огибающей заднего фронта [93, 94]. Термин “интерференция площадей” предельно коротких импульсов впервые введен в работах [93, 94].

В работе [95] было рассмотрено влияние концентрации трехуровневых атомов и изменения формы 2π-подобных импульсов СИП при распространении в трехуровневой среде на форму ДМ. Изучалось поведение ДМ при столкновении униполярных импульсов гауссовой формы и формы гиперболического секанса (без заднего фронта противоположной полярности) в трехуровневой плотной среде, когда менялась концентрация частиц. Динамика системы существенно зависит от формы импульса. Так, в случае столкновения 2π-подобных СИП в форме секанса, многократное столкновение импульсов не привело к изменению формы ДМ, лишь к уменьшению глубины модуляции разности населенностей, так как из-за наличия релаксации в среде при многократном прохождении среды уменьшались амплитуды импульсов.

При столкновении 4π-подобных импульсов СИП они расщепляются на пару 2π-подобных полуцикловых импульсов СИП, распространяющихся с разными скоростями [95, 96]. Импульсы на левой границе показаны черной кривой на рис. 1. Расщепленные импульсы на краях среды нарисованы пунктирной красной кривой на рис. 1. Численные расчеты продемонстрировали формирование ДМ с размытыми границами. Форма такого ДМ на основном переходе

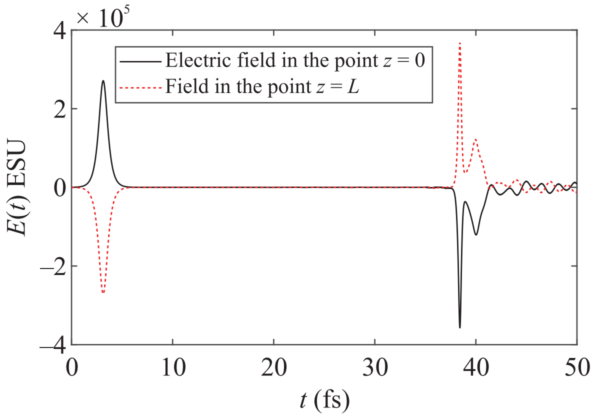

Рис. 1. (Цветной онлайн) Временная зависимость электрического поля $E(t)$ на входе в среду, $z = 0$ (черная линия) и на выходе из нее, $z = L$ (красный пунктир)

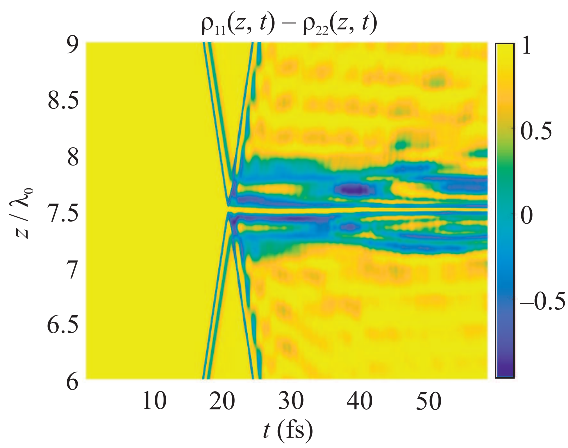

Рис. 2. (Цветной онлайн) Пространственно-временная динамика разности населенностей $\rho_{11} - \rho_{22}$ трехуровневой среды. Импульсы сталкиваются в точке $z_c = 7.5\lambda_0$, $\lambda_0 = 700$ нм – длина волны основного перехода среды 1–2

в зависимости от времени и пространственной координаты представлена на рис. 2.

Результаты исследований, резюмированных выше, наглядно показали, что на форму наводимых ДМ влияют следующие параметры: концентрация частиц среды, начальная полярность импульсов, наличие и тип заднего фронта, форма импульсов. Задача получения униполярных импульсов также привела к проблеме управления их временной формой. Для эффективного управления свойствами квантовых систем, очевидно, необходимо менять временную форму импульсов. Это привело к появлению работ, в которых показана возможность получения униполярных импульсов необычной временной формы – прямоугольной и треугольной, см. работы [54, 97–106] и обзоры [50–51].

Прямоугольные импульсы известны в радиофизике, они используются в задачах широкополосной радиолокации [107]. В оптическом и смежных диапазонах задача получения таких импульсов не ставилась вплоть до появления упомянутых работ. Импульсы прямоугольной формы могут быть использованы для управления свойствами сверхпроводящих кубитов [108, 109] в квантовых вычислениях и атомов [110], детектирования микрообъектов по аналогии с радиолокацией и т.п.

Интересно применение импульсов необычной формы для формирования ДМ. Такая возможность рассматривалась в ранних исследованиях [65, 86, 87]. Ниже приводится обзор последних исследований.

Основы теории формирования ДМ под действием импульсов необычной формы в среде. На сегодняшний день взаимодействие униполярных импульсов необычной формы практически не изучено. В том числе это связано с тем, что задача получения таких импульсов в оптическом и ТГц диапазонах не ставилась ранее. Впервые, по нашим сведениям, такая задача была поставлена в работах [97, 98] и развита в [99–101]. В этих работах теоретически показана возможность получения импульсов необычной формы за счет сверхизлучения остановленной поляризации в однородной и пространственно-неоднородной среде [53, 54, 99–101]. Возможно также получение таких импульсов при ускорении электронов в плазме [104]. Существование прямоугольных импульсов в виде солитонов было показано в статье [105].

Экспериментально прямоугольные импульсы в ТГц диапазоне были получены совсем недавно в ближней зоне на выходе полупроводникового кристалла за счет ускорения свободных электронов, вызванного фемтосекундным лазерным импульсом [106]. В работе [102] показана возможность преобразования импульсов необычной формы за счет интегрирования и дифференцирования напряженности поля по времени в тонких металлических пленках. Все эти работы ставят задачи об изучении применений таких импульсов необычной формы для управления свойствами сред.

В плане импульсов необычной формы с веществом на сегодняшний день изучалось взаимодействие прямоугольных импульсов. Аналитические решения удается получить лишь в ряде упрощающих приближений, но они имеют ограниченную область применимости [65, 110]. Для выяснения детальной картины взаимодействия и распространения таких импульсов необходимо проведение численных расчетов с использованием системы уравнений

Максвелла–Блоха, содержащей волновое уравнение для напряженности поля совместно с материальными уравнениями для среды.

Наиболее простое аналитическое решение данной системы уравнений, описывающие поведение со временем поляризации $P(t)$ и разности населенностей $n(t)$ под действием прямоугольного импульса уравнений, получается в случае двухуровневой среды без релаксации [111].

Зададим напряженность поля прямоугольного импульса в виде:

$$E_{\rm rect}(t) = \begin{cases} E_0, & 0 < t < \tau, \\ 0, & \text{else}. \end{cases} \tag{2}$$

Система уравнений Блоха, описывающая поведение поляризации P и разности заселенностей n двухуровневой среды, имеет вид [112, 113]:

$$\ddot{P} + \omega_0^2 P = \frac{2\omega_0 d_{12}^2}{\hbar} E(t) n(t), \tag{3}$$

$$\dot{n} = -\frac{2}{\hbar\omega_0} E(t) \dot{P}(t).$$

Здесь ω_0 – частота резонансного перехода, d_{12} – матричный элемент дипольного момента перехода. Решение системы (3) за время действия импульса, при $0 \leq t \leq \tau$ записывается в виде [111]:

$$\begin{aligned} n(t) &= \frac{4\Omega_R^2 \cos(\Omega t) + \omega_0^2}{\omega_0^2 + 4\Omega_R^2}, \\ P(t) &= \frac{2\omega_0 d_{12}^2 E_0}{\hbar(\omega_0^2 + 4\Omega_R^2)} [1 - \cos(\Omega t)]. \end{aligned} \tag{4}$$

В нем $\Omega_R = d_{12} E_0/\hbar$ – частота Раби, а частота $\Omega \equiv \sqrt{\omega_0^2 + 4\Omega_R^2}$. Это выражение явно показывает, что в двухуровневой среде поляризация и разность населенностей осциллирует гармоническим образом на частоте Ω, зависящей от частоты перехода среды ω_0 и частоты Раби. В случае воздействия резонансного многоциклового импульса на среду поляризация и разность населенностей осциллирует на частоте Раби [113].

Это решение также показывает, что при выборе длительности прямоугольного импульса и его амплитуды можно получить наперед заданное значение разности населенности n после окончания действия прямоугольного импульса. Отметим, что данный импульс не содержит несущей частоты, поэтому, в отличие резонансного многоциклового импульса, его воздействие на систему является нерезонансным. В случае резонансного воздействия импульса требуется много циклов колебаний поля для значительного возбуждения какого-либо перехода среды. Униполярные импульсы могут быстро и эффективно возбуждать резонансные переходы в среде.

Также это выражение говорит о возможности достижения распространения прямоугольного импульса в режиме 2π-импульсов СИП. Чтобы среда вернулась в основное состояние с $n = 1$ (режим СИП), нужно, чтобы косинус в выражении выше равнялся единице. Нетрудно видеть, что длительность импульса тогда должна удовлетворять следующему условию:

$$\tau = \frac{\pi m}{\Omega} = \frac{\pi m}{\sqrt{\omega_0^2 + 4\Omega_R^2}}, \tag{5}$$

где $m = 2, 3, \ldots$ Если $m = 1$, то после импульса инверсия $n(t) = \frac{\omega_0^2 - 4\Omega_R^2}{\omega_0^2 + 4\Omega_R^2}$. Значение разности населенностей можно сделать сколь угодно близким к 1, если частота Раби существенно меньше частоты перехода, при $\Omega_R \ll \omega_0$. Это также позволяет осуществить режим СИП подобного распространения импульсов при $m = 1$.

Но эти утверждения справедливы в двухуровневом приближении и имеют ограниченную область применимости. В случае многоуровневой среды простые аналитические соотношения для населенностей энергетического уровня с номером k, w_{1k}, удается получить на основе приближенного решения уравнения Шредингера в первом порядке теории возмущений [114].

$$w_{1k} = \frac{d_{1k}^2}{\hbar^2} \left| \int E(t) e^{i\omega_{1k} t} dt \right|^2. \tag{6}$$

Здесь, d_{1k} – дипольный момент этого перехода, ω_{1k} – частота перехода среды из основного состояния 1 на уровень k. w_{1k} имеет смысл населенности k-го уровня после прохождения импульса, когда в начальный момент было заселено только основное состояние с номером 1. Используя данное соотношение, получим для населенности после прохождения прямоугольного импульса [110]:

$$w_{1k} = 2 \frac{d_{1k}^2 E_0^2}{\omega_{1k}^2 \hbar^2} (1 - \cos \omega_{1k} \tau). \tag{7}$$

Это соотношение показывает ряд интересных возможностей управления населенностями квантовых состояний среды, не характерных для гармонических многоцикловых импульсов и униполярных импульсов иной формы. Во-первых, слагаемое $\cos \omega_{1k} \tau$ дает возможность селективного заселения квантовых переходов среды [110]. Этим заселением можно управлять путем изменения длительности импульса.

Далее, в знаменателе стоит квадрат частоты перехода, ω_{1k}^2. Для коротких импульсов, короче периодов перехода, $\omega_{1k}\tau \ll 1$, раскладывая косинус в скобках в ряд Тейлора, учитывая лишь первые два члена, $\cos\omega_{1k}\tau \approx 1 - \tau^2\omega_{1k}^2/2$, получим, что $w_{1k} \sim \frac{d_{1k}^2 E_0^2 \tau^2}{\hbar^2} \sim \frac{d_{1k}^2 S_E^2}{\hbar^2}$, т.е. населенность определяется квадратом электрической площади импульса.

Для высокочастотных переходов, $\omega_{1k}\tau \gg 1$, знаменатель выражения (7) может быть очень большим и такие переходы практически не будут возбуждаться. Данное обстоятельство важно для квантовых систем с дискретными уровнями энергии (атомы, молекулы, наноразмерные структуры на основе квантовых ям). В них преимущественно будут возбуждаться низкие возбужденные состояния.

Рассмотрим теперь воздействие пары прямоугольных импульсов. Для них выражение для напряженности электрического поля импульсов можно записать в виде

$$E_1(t) = \begin{cases} E_{01}, & 0 < t < \tau_1, \\ 0, & \text{else}, \end{cases} \tag{8}$$

$$E_2(t) = \begin{cases} E_{02}, & \tau_1 + \Delta < t < \Delta + \tau_1 + \tau_2, \\ 0, & \text{else}. \end{cases} \tag{9}$$

Введем электрическую площадь прямоугольных импульсов, $S_i = E_{0i}\tau_i$, и рассмотрим случай равных по длительности импульсов, $\tau_1 = \tau_2 = \tau$. В этом случае для населенностей получаем в первом порядке теории возмущений [65, 115]:

$$w_{1k} = \tag{10}$$

$$= 2\frac{d_{1k}^2}{\omega_{1k}^2\hbar^2}(1-\cos\omega_{1k}\tau)(S_1^2+S_2^2+2S_1S_2\cos\omega_{1k}(\tau+\Delta)).$$

Здесь населенность определяется суммой квадратов электрических площадей прямоугольных импульсов и содержит интерференционный член, $\cos\omega_{1k}(\tau + \Delta)$, показывающий периодическую зависимость от задержки между импульсами. Видно, что (10) аналогично выражению для интенсивности при интерференции двух монохроматических световых волн; в этом смысле принято говорить об интерференции электрических площадей импульсов [40, 93, 94].

В грубом приближении, соотношение справедливо при воздействии пары импульсов распространяющихся навстречу друг другу, на протяженную разреженную среду с дискретными уровнями энергии (обоснование использования данного приближения и его область применимости подробно описана ранее в [37–39]). В этом случае задержка между импульсами пропорциональна пространственной координате, $\Delta \sim z/c$, т.е. моменту времени прихода прямоугольных импульсов в точку среды с продольной координатой z (c – скорость света) [39]. В области перекрытия импульсов и вблизи нее можно положить $\Delta = 0$, что дает:

$$w_{1k} = 2\frac{d_{1k}^2 E_0^2}{\omega_{1k}^2\hbar^2}(1 - \cos 2\omega_{1k}\tau). \tag{11}$$

Таким образом, в области перекрытия импульсов населенность почти постоянна и определяется квадратами амплитуды импульсов и их длительностью. Вне этой области возникают гармонические брэгговские решетки разности населенностей, так как слева и справа от области перекрытия населенность удовлетворяет формуле (10). Таким образом, если пара прямоугольных импульсов перекрывается в среде, на каждом резонансном переходе среды возникает ДМ с брэгговскими зеркалами гармонической формы. Аналитическая теория для ДМ, возникающих под воздействием импульсов гауссовой формы, представлена в [66, 67]. Для импульсов необычной формы аналитически ДМ были изучены в статье [65]. Эти соотношения справедливы в случае слабого поля и разреженной среды.

В плотной среде, когда возбуждение среды сильное, вопрос о динамике ДМ под действием импульсов необычной формы практически не изучался [65]. Результаты численных расчетов для модельной трехуровневой среды показали сложную форму наводимых ДМ [65]. Встает вопрос и о динамике прямоугольных импульсов в режиме СИП в многоуровневой среде. В работе [116] производилось сравнение пространственно-временного поведения населенностей и формы ДМ при столкновении импульсов СИП в двухуровневой и трехуровневой среде, имеющей параметры, как в атоме водорода. Результаты численных расчетов показали, во-первых, исчезновение режима СИП при включении третьего уровня среды; во-вторых, существенное изменение формы наводимых ДМ при добавлении третьего уровня. Ниже мы приводим оригинальные результаты численных расчетов, иллюстрирующие зависимость формы ДМ от начальной полярности прямоугольных импульсов в трехуровневой среде.

Результаты численных расчетов. Приведенные выше аналитические результаты получены с использованием различных приближений, не позволяющих дать полную картину динамики поляризации и разности населенностей в реальной многоуровневой среде. Для получения полной картины необходимо проведение численных расчетов с использование системы материальных уравнений для матрицы плотности многоуровневой среды совместно с волновым уравнением для напряженности электрического поля. Учет большого числа уровней является довольно сложной задачей. Численные расчеты,проведенные в [117], показали сохранение решеток населенностей при учете ионизации среды, что оправдывает применение малоуровневых моделей среды в подобных задачах.

Также с практической точки зрения для создания высокодобротных резонаторов требуются плотные среды [67]. Однако в плотной среде происходит заметное изменение формы импульсов при распространении, что приводит к размытию ДМ. Выходом из данной ситуации может быть использование импульсов, которые действуют подобно 2π СИП [118]: такие импульсы на переднем фронте опустошают основное состояние среды, а на заднем фронте возвращают ее в основное состояние. Такие импульсы не будут являться солитонами при распространении, однако, как показывают результаты численных расчетов, они могут не сильно менять свою форму при распространении, на временах, меньших времен релаксации в среде. Поэтому ниже мы рассмотрим столкновительную динамику прямоугольных импульсов в трехуровневой среде, которые действуют подобно 2π импульсам СИП.

В случае трехуровневой среды система уравнений для матрицы плотности совместно с волновым уравнением записывается в виде [119]:

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho_{21} = -\rho_{21}/T_{21} - i\omega_{12}\rho_{21} - \\ - i\frac{d_{12}}{\hbar}E(\rho_{22}-\rho_{11}) - i\frac{d_{13}}{\hbar}E\rho_{23} + i\frac{d_{23}}{\hbar}E\rho_{31}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho_{32} = -\rho_{32}/T_{32} - i\omega_{32}\rho_{32} - \\ - i\frac{d_{23}}{\hbar}E(\rho_{33}-\rho_{22}) - i\frac{d_{12}}{\hbar}E\rho_{31} + i\frac{d_{13}}{\hbar}E\rho_{21}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho_{31} = -\rho_{31}/T_{31} - i\omega_{31}\rho_{31} - \\ - i\frac{d_{13}}{\hbar}E(\rho_{33}-\rho_{11}) - i\frac{d_{12}}{\hbar}E\rho_{32} + i\frac{d_{23}}{\hbar}E\rho_{21}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho_{11} = \frac{\rho_{22}}{T_{22}} + \frac{\rho_{33}}{T_{33}} + i\frac{d_{12}}{\hbar}E(\rho_{21}-\rho_{21}^*) - i\frac{d_{13}}{\hbar}E(\rho_{13}-\rho_{13}^*), \quad (15)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho_{22} = -\rho_{22}/T_{22} - i\frac{d_{12}}{\hbar}E(\rho_{21}-\rho_{21}^*) - i\frac{d_{23}}{\hbar}E(\rho_{23}-\rho_{23}^*), \quad (16)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho_{33} = -\frac{\rho_{33}}{T_{33}} + i\frac{d_{13}}{\hbar}E(\rho_{13}-\rho_{13}^*) + i\frac{d_{23}}{\hbar}E(\rho_{23}-\rho_{23}^*), \quad (17)$$

$$P(z,t) = 2N_0 d_{12}\mathrm{Re}\rho_{12}(z,t) + \\ + 2N_0 d_{13}\mathrm{Re}\rho_{13}(z,t) + 2N_0 d_{23}\mathrm{Re}\rho_{23}(z,t), \quad (18)$$

$$\frac{\partial^2 E(z,t)}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E(z,t)}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 P(z,t)}{\partial t^2}. \quad (19)$$

В этой системе уравнений ρ_{11}, ρ_{22}, ρ_{33} – населенности 1-го, 2-го и 3-го состояний среды соответственно, ρ_{21}, ρ_{32}, ρ_{31} – недиагональные элементы матрицы плотности, определяющие динамику поляризации среды P, ω_{12}, ω_{32}, ω_{31} – частоты резонансных переходов, d_{12}, d_{13}, d_{23} – матричные элементы дипольных моментов переходов, T_{ik} – времена релаксации. Численные значения параметров среды соответствуют атомарному водороду; соответствующие матричные элементы дипольных моментов переходов и частоты резонансных переходов взяты нами из таблиц, приведенных в книге [120]. Атомарный водород взят нами для простоты, в качестве параметров модели могут выступать параметры для любой среды с большими значениями времени фазовой памяти.

В качестве начальных условий в среду из вакуума запускалась пара встречных импульсов прямоугольной формы, которые моделировались гипергауссовой функцией:

$$E(z=0,t) = E_0 e^{-\frac{(t-\Delta_1)^{20}}{\tau^{20}}}, \quad (20)$$

$$E(z=L,t) = E_0 e^{-\frac{(t-\Delta_2)^{20}}{\tau^{20}}}. \quad (21)$$

Полная длина расчетной области имела длину $L = 12\lambda_0$. Среда размещалась от точки $z_1 = 2\lambda_0$ до $z_2 = 10\lambda_0$. В остальной области был вакуум. Задание идеальных зеркал на границах области интегрирования приводило к отражение вышедших из среды импульсов назад в среду. Они возвращались в среду и сталкивались в точке $z_{\mathrm{col}} = 6\lambda_0$. Уравнения для матрицы плотности трехуровневой среды решались методом Рунге–Кутта 4-го порядка. Волновое уравнение для напряженности поля решалось методом конечных разностей с пространственным шагом $\Delta z = \lambda_0/100$, при этом выполнялось условие Куранта, шаг по времени $\Delta t = \Delta z/c$, которое обеспечивало

Таблица 1. Параметры, использованные в численных расчетах

Частота (длина волны λ_0) перехода $1 \to 2$	$\omega_{12} = 1.55 \cdot 10^{16}$ рад/с ($\lambda_{12} = \lambda_0 = 121.6$ нм)
Дипольный момент перехода $1 \to 2$	$d_{12} = 3.27$ Д
Частота (длина волны) перехода $1 \to 3$	$\omega_{13} = 1.84 \cdot 10^{16}$ рад/с ($\lambda_{13} = 102.6$ нм)
Дипольный момент перехода $1 \to 3$	$d_{13} = 1.31$ Д
Частота (длина волны) перехода $2 \to 3$	$\omega_{23} = 2.87 \cdot 10^{15}$ рад/с ($\lambda_{23} = 656.6$ нм)
Дипольный момент перехода $2 \to 3$	$d_{23} = 12.6$ Д
Концентрация атомов	$N_0 = 2 \cdot 10^{20}$ см$^{-3}$
Амплитуда поля	$E_0 = 2.1 \cdot 10^6$ ед. СГСЭ
Параметр τ	$\tau = 200$ ас
Задержки	$\Delta_1 = \Delta_2 = 2.5\tau$

стабильность данного метода [121]. Параметры среды и импульсов приведены в табл. 1.

Результаты численных расчетов, показывающие пространственно-временную динамику поляризации, разности населенностей на каждом резонансном переходе среды, в результате четырех последовательных столкновений между импульсами, представлены на рис. 3–6. Столкновения между импульсами происходят в моменты времени $t_{c1} = 2.9$ фс, $t_{c2} = 7.7$ фс, $t_{c3} = 12.6$ фс, $t_{c4} = 17.4$ фс.

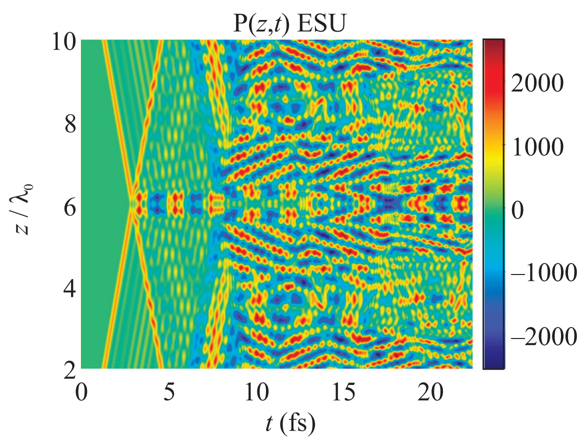

Рис. 3. (Цветной онлайн) Пространственно-временная динамика поляризации трехуровневой среды $P(z,t)$

Из рисунка 4 видно, что в результате первого столкновения в среде в области перекрытия импульсов разность населенностей меняется незначительно, брэгговской решетки населенностей слева и справа от этой области не возникает. В этих областях среда находится в невозбужденном состоянии. Эта динамика аналогична имеющей место в двухуровневой среде, которая рассматривалась в [86]. Однако форма

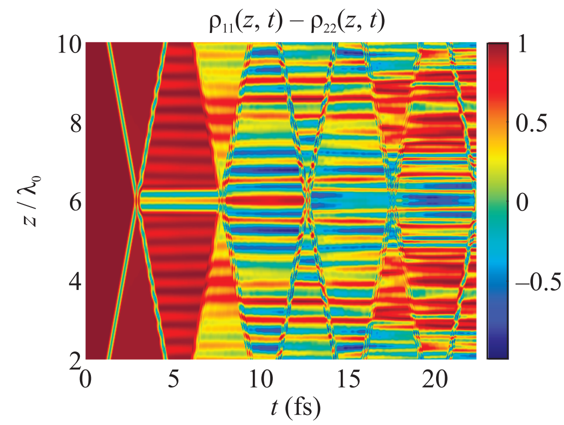

Рис. 4. (Цветной онлайн) Пространственно-временная динамика разности населенностей $\rho_{11} - \rho_{22}$ трехуровневой среды

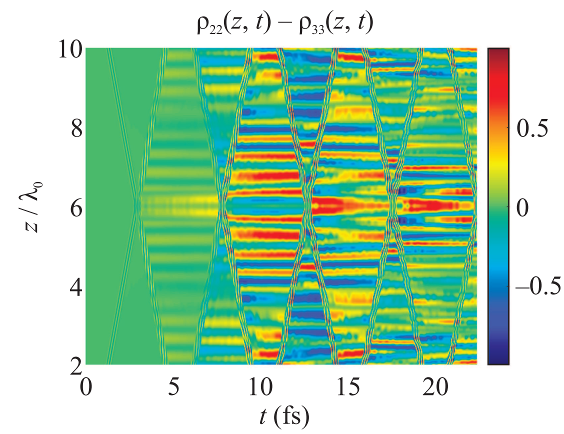

Рис. 5. (Цветной онлайн) Пространственно-временная динамика разности населенностей $\rho_{22} - \rho_{33}$ трехуровневой среды

ДМ меняется после третьего столкновения и последующих, см. рис. 4–6.

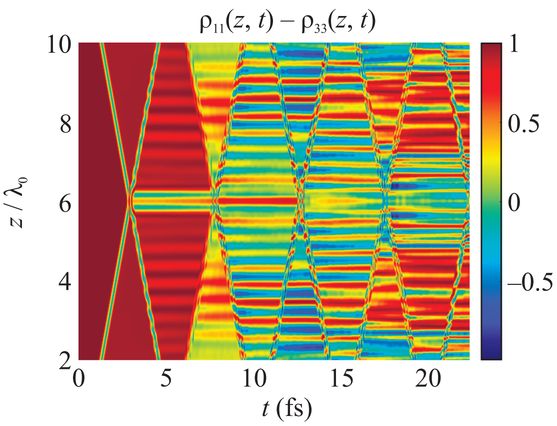

Рис. 6. (Цветной онлайн) Пространственно-временная динамика разности населенностей $\rho_{11} - \rho_{33}$ трехуровневой среды

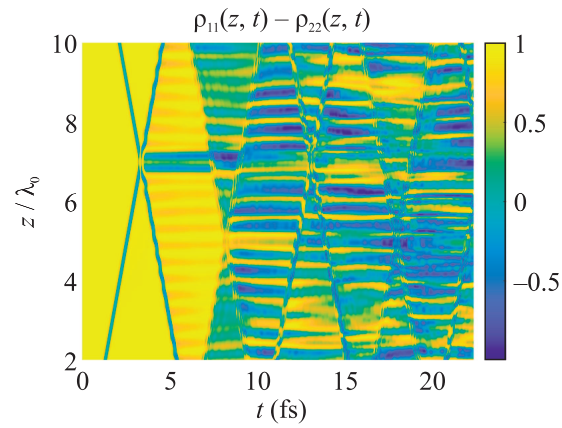

Рис. 7. (Цветной онлайн) Пространственно-временная динамика разности населенностей $\rho_{11} - \rho_{22}$ трехуровневой среды

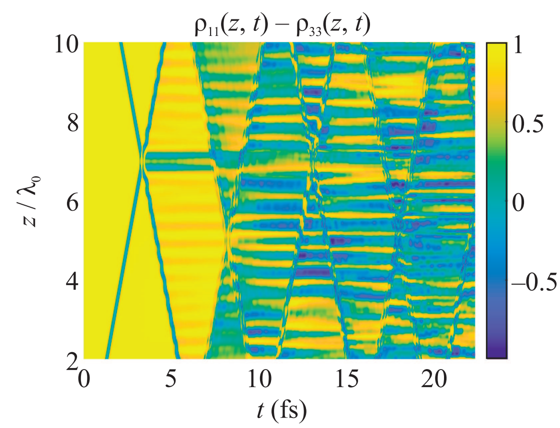

Рис. 8. (Цветной онлайн) Пространственно-временная динамика разности населенностей $\rho_{11} - \rho_{33}$ трехуровневой среды

В этих случаях по краям от области перекрытия импульсов возникает брэгговская решетка населенностей, форма которой меняется от столкновения к столкновениям между импульсами. Это находится в качественном согласии с результатами, полученными в рамках теории возмущений, см. выше. Эти отличия от случая двухуровневой среды обусловлены более сложными осцилляциями когерентности среды (поляризации): учет дополнительных уровней среды приводит в появлении в осцилляциях поляризации дополнительных частот.

Отметим, что рассмотренные здесь примеры относятся к случаю так называемых симметричных столкновений импульсов в среде, когда импульсы проходят одинаковое время до столкновения и сталкиваются в центре среды. Однако возможен и иной случай, несимметричного столкновения. При этом импульсы проходят разное время до столкновения и сталкиваются не в центре среды. Это может быть реализовано при введении в систему дополнительной задержки между приходом импульсов. Дополнительная задержка может быть вызвана также движением импульсов СИП с разной скоростью в разных участках среды. Случай несимметричного столкновения прямоугольных импульсов был разобран в работе [122].

Для реализации такого несимметричного столкновения достаточно поменять величину задержек в выражениях (20)–(21) задержку Δ_2. Ниже приводятся результаты численных расчетов, показывающих поведение разности населенностей на переходах 1–2 и 1–3. Они представлены на рис. 7–8 при $\Delta_2 = 6.5\tau$. Остальные параметры такие же, как в табл. 1. Видно, что наличие дополнительных задержек приводит к тому, что каждое столкновение импульсов СИП происходит в разных участках среды. Это приводит к появлению ДМ различной несимметричной формы – разное число периодов структуры слева и справа в области перекрытия импульсов и др. особенности. Использование несимметричного столкновения дает, таким образом, дополнительные возможности в управлении формой и параметрами наводимых ДМ.

Связь наводимых ДМ с другими областями современной оптики. Выше мы видели, что при столкновении субцикловых импульсов происходит быстрое изменение свойств среды (населенностей атомных уровней и, следовательно, показателя преломления) в пространстве и во времени. В последние годы активно изучаются пространственно-временные фотонные кристаллы – так принято называть среды, показатель преломления которых меняется периодически в пространстве и во времени [123–125]. Такие среды представляют интерес для контроля распространения света; уместно будет упомянуть свежий обзор [126].

Похожие ситуации рассмотрены выше, где показаны возможности применения предельно коротких импульсов для сверхбыстрого управления свойствами среды, как в пространстве, так и во времени. Это открывает новые возможности в сверхбыстрой оптике. Пространственные и временные брэгговские решетки, наводимые многоцикловыми импульсами в дисперсионной среде, также изучались в работах [127, 128].

Отметим также, что для реализации ДМ не обязательно использовать пару встречных импульсов. Одноцикловый импульс, распространяясь в режиме СИП, в результате нелинейного самовоздействия может сам навести в ней "квазирезонатор". Это приводит к самозапиранию импульса в такой среде, т.е. его полной остановке [129].

Добротность наведенных в среде микрорезонаторов. Перейдем к рассмотрению характерных параметров полученных микрорезонаторов. Так как возникающие периодические решетки разности населенностей создают периодическое распределение показателя преломления в резонансной среде, они могут представлять интерес для их применения в задачах, связанных с управлением пропусканием света через среду. Определим сначала величину коэффициента отражения наводимой в среде периодической решетки разности населенностей. Будем считать, что имеется пространственная модуляция показателя преломления вида:

$$n = n_0 + \Delta n \cos \frac{2\pi}{\Lambda} z,$$

где n_0 – средняя величина показателя преломления, Δn – амплитуда модуляции показателя преломления, Λ – период решетки показателя преломления. Тогда коэффициент отражения R такой решетки выражается через параметры структуры следующим образом [130, 131]:

$$R(L, \lambda) = \frac{\Omega^2 (\sinh sL)^2}{\Delta k^2 (\sinh sL)^2 + s^2 (\cosh sL)^2},$$

где L – длина структуры, λ – длина волны пробного импульса, $s = \sqrt{\Omega^2 - \Delta k^2}$, $\Omega \cong \pi \Delta n / \lambda$, $\Delta k = k - \pi/\Lambda$ – расстройка волновых чисел, $k = 2\pi n_0/\lambda$ – волновое число пробного импульса.

Определим теперь величину модуляции показателя преломления Δn в случае слоя двухуровневой резонансной среды. Тогда частотную зависимость величины Δn можно выразить через параметры среды [132]:

$$\Delta n(\omega) = \frac{1}{\hbar} \frac{4\pi\omega_{12} d_{12}^2 N_0 (\omega_{12}^2 - \omega^2)}{(\omega_{12}^2 - \omega^2)^2 + \frac{4\omega^2}{T_2^2}} \Delta\rho,$$

где N_0 – концентрация атомов двухуровневой среды, ω_{12} – частота резонансного перехода, d_{12} – дипольный момент резонансного перехода, T_2 – время фазовой релаксации среды, $\Delta\rho$ – глубина модуляции разности населенностей уровней.

Если две периодические решетки показателя преломления расположены на небольшом удалении друг от друга, как получено в расчетах выше, то такая структура будет выступать уже в качестве микрорезонатора, в котором может наблюдаться эффективная локализация световых полей. Если периодические решетки показателя преломления, выступающие в качестве зеркал микрорезонатора, имеют коэффициенты отражения R_1 и R_2, то добротность полученного резонатора можно определить как:

$$Q = \frac{\pi}{\ln\left(\frac{1}{R_1 R_2}\right)} = -\frac{\pi}{2 \ln R},$$

где для определенности взят симметричный случай $R_1 = R_2 = R$.

На рисунке 9 показан пример зависимости от длины волны добротности микрорезонатора, образованного парой периодических решеток показателя преломления с периодом $\Lambda = \lambda_{12}/4$, наведенных на

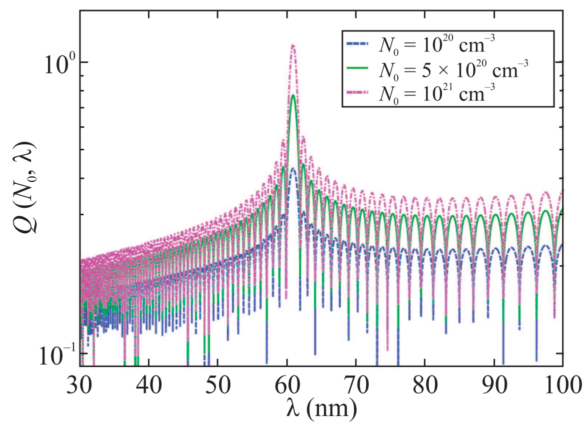

Рис. 9. (Цветной онлайн) Зависимости добротности микрорезонатора, наведенного на резонансном переходе $(1 \to 2)$ среды с параметрами из табл. 1, от длины волны падающего излучения при нескольких значениях концентрации атомов в среде N_0; периодические решетки по краям микрорезонатора имеют по 15 периодов, период самих решеток $\Lambda = \lambda_{12}/4$, остальные параметры взяты из табл. 1

основном резонансном переходе ($1 \to 2$) среды с параметрами из табл. 1. Кривые на рис. 7 соответствуют разным значениям концентрации атомов в среде, при этом длина решеток для всех случаев равна 15 периодам. Как видно из рис. 7, максимальное значение добротности достигается на брэгговской длине волны $2\Lambda = \lambda_{12}/2$, которая соответствует центру запрещенной фотонной зоны периодических решеток и, следовательно, максимальной величине коэффициента отражения таких решеток. В то же время полученные значения добротности микрорезонаторов в данном случае оказываются сравнительно небольшими, прежде всего из-за небольшой глубины модуляции коэффициента преломления в наведенной в среде решетке. При этом простое увеличение концентрации атомов в среде оказывается затруднено вследствие существенных искажений падающих импульсов при их распространении в среде с большей плотностью атомов. В таком случае вместо периодических пространственных решеток возникают нерегулярные пространственные структуры более сложной формы, отражательная способность которых существенно хуже.

Для сравнения на рис. 10 показана похожая зависимость от длины волны для добротности микрорезонатора, образованного парой периодических решеток показателя преломления на другом резонансном переходе ($2 \to 3$) между парой нижних возбужденных уровней той же среды. Аналогичным образом были рассмотрены периодические решетки с пространственным периодом $\Lambda = \lambda_{23}/4$ и общим числом периодов решетки, равным 15. В то же время были взяты меньшие значения концентрации атомов N_0 по сравнению со случаем на рис. 1, так как соответствующий переход среды ($2 \to 3$) не включает в себя основной уровень и потому, вообще говоря, лишь некоторая часть атомов может быть переведена на один из рассматриваемых возбужденных уровней. В то же время стоит отметить, что вследствие большой разницы частот переходов ($1 \to 2$) и ($2 \to 3$) основные спектральные особенности периодических решеток, наводимых на этих резонансных переходах, лежат в разных диапазонах спектра и потому не оказывают влияния друг на друга. Данный факт позволяет отдельно рассмотреть периодические решетки на этих переходах в среде независимо друг от друга.

Значения добротности микрорезонаторов на рис. 8 на несколько порядков превышают добротности на рис. 9 для решеток на основном резонансном переходе среды. Основной причиной наблюдаемых отличий является существенно большее значение дипольного момента для перехода ($2 \to 3$) по сравнению с основным переходом ($1 \to 2$) среды из табл. 1. В результате, несмотря на меньшее значение концентрации атомов для примера из рис. 10, глубина модуляции периодических решеток показателя преломления и соответствующий коэффициент отражения для этих решеток оказываются гораздо больше, что, в свою очередь, и приводит к росту добротности микрорезонаторов. Так, для параметров рис. 10 максимальные полученные значения добротности достигают величины порядка 10^3, что может считаться удовлетворительным для многих приложений в лазерной физике и спектроскопии различных сред.

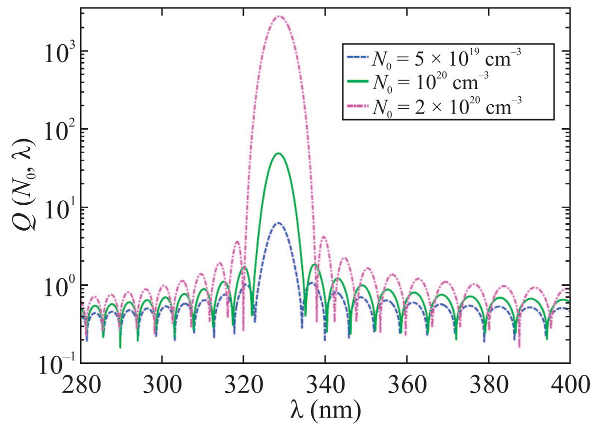

Рис. 10. (Цветной онлайн) Зависимости добротности микрорезонатора, наведенного на резонансном переходе ($2 \to 3$) среды с параметрами из табл. 1, от длины волны падающего излучения при нескольких значениях концентрации атомов в среде N_0; периодические решетки по краям микрорезонатора имеют по 15 периодов, период самих решеток $\Lambda = \lambda_{23}/4$, остальные параметры взяты из табл. 1

Заключение. В обзоре представлены последние результаты в области спектроскопии переходных решеток (TGS), создаваемых за счет интерференции фемтосекундных лазерных импульсов, перекрывающихся в среде. Рассеяние пробного пучка на таких структурах позволяет изучать динамику носителей в газах, жидкостях и твердых телах. Данный метод имеет большие преимущества по сравнению со спектроскопией аттосекундного поглощения.

Применения аттосекундных импульсов и предельно коротких импульсов в полцикла колебаний поля (униполярных, полуцикловых импульсов) стали изучаться активно только в последнее время. В случае полуцикловых импульсов их прямая интерференция в обычном смысле невозможна; традиционный метод создания решеток TGS не реализуется. В случае полуцикловых импульсов, сталкивающихся в среде, в ней возникают структуры иного и нового типа, предсказанные совсем недавно – высокодобротные ДМ.

Преимуществом подобных структур является то, что их параметрами можно управлять с помощью многократного столкновения между импульсами. Использование предельно коротких импульсов позволяет управлять ими на временах порядка половины цикла колебаний поля. Это отличает предложенные структуры от общепринятых, записываемых за счет интерференции многоцикловых импульсов в среде. Другим преимуществом ДМ является возможность их создания на каждом резонансном переходе в среде с большими значениями времен фазовой памяти T_2. Поскольку разные резонансные переходы обладают разными параметрами (длины волн переходов, дипольные моменты, времена когерентности и пр.), это позволяет создавать ДМ с разными свойствами и добротностью в одной среде. Все это открывает широкую область применения подобных структур.

Рассмотрена возможность формирования ДМ с помощью униполярных импульсов необычной формы – прямоугольной, действующих подобно импульсам СИП. Показаны отличия в форме ДМ при столкновении прямоугольных импульсов СИП в двухуровневой и трехуровневой среде. Эти отличия связаны со сложными колебаниями когерентности среды в трехуровневой или многоуровневой среде. Рассмотрена динамика ДМ при несимметричном столкновении импульсов. Это открывает большие возможности управления их свойствами в отличие от общепринятых стационарных брэгговских структур. Проведены оценки добротности таких микрорезонаторов. Они могут достигать различных значений на разных резонансных переходах среды и варьироваться от 10 до 1000.

На сегодняшний день только начинается изучение свойств ДМ, наводимых при столкновении полуцикловых импульсов в среде. Некоторые свойства таких структур и их применения еще предстоит раскрыть. Данный миниобзор был написан с целью показать современное состояние исследований в данной области исследований, которая быстро развивается в последние годы. За рамки данного обзора выходит разбор таких вопросов, как распространение пробного излучения в таких структурах, вопросы локализации света в них и т.п. На сегодняшний день такие вопросы не изучены. Проведенные исследования также ставят вопросы о применении таких структур в современной оптике. На сегодняшний день пока осознан факт преимущества таких ДМ (их динамический характер, создание на каждом переходе среды и широкий спектр возможностей управления их свойствами, который достигается с помощью предельно коротких импульсов) по сравнению с традиционными стационарными брэгговскими структурами, о чем уже упоминалось выше.

Подобные структуры в виде ДМ возможно найдут приложения для создания кратковременных ячеек памяти на атомной когерентности, параметры которых можно быстро менять с помощью полуцикловых импульсов, в отличие от традиционных подходов, в которых используется фотонное эхо и многоцикловые импульсы [133–135]. Они представляют несомненный интерес в аттосекундной физике, для создания аттосекундных переключателей [136], что позволяет переключать состояния вещества на петагерцовых частотах, недостижимых в современных полупроводниковых электронных устройствах [137]. Данное обстоятельство имеет значение в физике пространственно-временных фотонных кристаллов [124], сверхбыстрых систем контроля и распространения света, а также в других областях современной физики и нелинейной оптики.

Финансирование работы. Исследования выполнены при финансовой поддержке Российского научного фонда в рамках научного проекта 23-12-00012 (численное моделирование свойств динамических микрорезонаторов и обзор последних результатов в этой области) и Государственного задания Физико-технического института им. А. Ф. Иоффе, 0040-2019-0017 (раздел по оценке добротности микрорезонаторов).

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. H. J. Eichler, P. Günter, and D. W. Pohl, *Laser-Induced Dynamic Gratings*, Springer, Berlin (1986), v. 50.
2. J.R. Salcedo, A.E. Siegman, D.D. Dlott, and M. D. Fayer, Phys. Rev. Lett. **41**, 131 (1978).
3. D.H. Arias, D.T. Moore, J. van De Lagemaat, and J.C. Johnson, J. Phys. Chem. Lett. **9**, 5710 (2018).
4. M. D. Fayer, Annu. Rev. Phys. Chem. **33**, 63 (1982).
5. F. Bencivenga, F. Capotondi, L. Foglia, R. Mincigrucci, and C. Masciovecchio, Advances in Physics: X **8**, 2220363 (2023).
6. D. Ksenzov, A. A. Maznev, V. Unikandanunni et al. (Collaboration), Nano Lett. **21**, 2905 (2021).
7. H. J. B. Marroux, S. Polishchuk, O. Cannelli et al. (Collaboration), J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **57**, 115401 (2024).
8. L. Rieland, J. Wagner, R. Bernhardt, T. Wang, O. Abdul-Aziz, P. Stein, E. A. A. Pogna, S. Dal Conte,

G. Cerullo, H. Hedayat, and P. H. M. van Loosdrecht, Nano Lett. **24**, 9824 (2024).
9. C. Weaver, M. Stapelberg, M. P. Short, A. Wylie, and E. B. Artalejo, Rev. Sci. Instrum. **95**, 074902 (2024).
10. R. Quintero-Bermudez, L. Drescher, V. Eggers, K. Xiong, and S. Leone, doi:10.48550/arXiv.2407.19609.
11. M. Brioschi, P. Carrara, V. Polewczyk, D. Dagur, G. Vinai, P. Parisse, S. D. Zilio, G. Panaccione, G. Rossi, and R. Cucini, Opt. Lett. **48**, 167 (2023).
12. P. R. Miedaner, N. Berndt, J. Deschamps et al. (Collaboration), Sci. Adv. **10**, eadp6015 (2024).
13. С. И. Кудряшов, П. А. Данилов, М. П. Смаев, А. Е. Рупасов, А. С. Золотько, А. А. Ионин, Р. А. Заколдаев, Письма в ЖЭТФ **113**, 495 (2021) [S. I. Kudryashov, P. A. Danilov, M. P. Smaev, A. E. Rupasov, A. S. Zolot'ko, A. A. Ionin, and R. A. Zakoldaev, JETP Lett. **113**, 493 (2021)].
14. S. Kudryashov, A. Rupasov, M. Smayev, P. Danilov, E. Kuzmin, I. Mushkarina, A. Gorevoy, A. Bogatskaya, and A. Zolot'ko, Nanomaterials **13**, 1133 (2023).
15. S. Kudryashov, A. Rupasov, M. Kosobokov, A. Akhmatkhanov, G. Krasin, P. Danilov, B. Lisjikh, A. Abramov, E. Greshnyakov, E. Kuzmin, M. Kovalev, and V. Shur, Nanomaterials **12**, 4303 (2022).
16. B. Lisjikh, M. Kosobokov, A. Turygin, A. Efimov, and V. Shur, Photonics **10**, 1211 (2023).
17. A. V. Bogatskaya, E. A. Volkova, and A. M. Popov, EPL **147**, 35001 (2024).
18. А. Е. Рупасов, И. В. Гриценко, Н. И. Буслеев, Г. К. Красин, Ю. С. Гулина, А. В. Богацкая, С. И. Кудряшов, Оптика и спектроскопия **132**, 83 (2024) [A. E. Rupasov, I. V. Gritsenko, N. I. Busleev, G. K. Krasin, Y. S. Gulina, A. V. Bogatskaya, and S. I. Kudryashov, Opt. Spectr. **132**, 75 (2024)].
19. S. Kudryashov, Y. Gulina, P. Danilov, N. Smirnov, E. Rimskaya, G. Krasin, I. Saraeva, S. Shelygina, A. Rupasov, K. Pershin, A. Tsygankov, and A. Gorevoy, Opt. Lett. **50**, 129 (2025).
20. A. V. Bogatskaya, E. A. Volkova, and A. M. Popov, Phys. Plasmas **31**, 073901 (2024).
21. A. V. Bogatskaya, E. A. Volkova, and A. M. Popov, Appl. Phys. A **131**, 79 (2025).
22. H. Wang, Y. Lei, L. Wang, M. Sakakura, Y. Yu, G. Shayeganrad, and P. G. Kazansky, Laser & Photonics Rev. **16**, 2100563 (2022).
23. K. M. Davis, K. Miura, N. Sugimoto, and K. Hirao, Opt. Lett. **21**, 1729 (1996).
24. M. Sakakura, Y. Lei, L. Wang, Y.-H. Yu, and P. G. Kazansky, Light Sci. Appl. **9**, 15 (2020).
25. S. Xu, H. Fan, Z.-Z. Li, J.-G. Hua, Y.-H. Yu, L. Wang, Q.-D. Chen, and H.-B. Sun, Opt. Lett. **46**, 536 (2021).
26. S. I. Kudryashov, P. A. Danilov, A. E. Rupasov, M. P. Smayev, N. A. Smirnov, V. V. Kesaev, A. N. Putilin, M. S. Kovalev, R. A. Zakoldaev, and S. A. Gonchukov, Laser Phys. Lett. **19**, 065602 (2022).
27. М. Ю. Рябикин, М. Ю. Емелин, В. В. Стрелков, УФН **193**, 382 (2023) [M. Yu. Ryabikin, M. Yu. Emelin, and V. V. Strelkov, Phys.-Uspekhi **66**, 360 (2023)].
28. K. Midorikawa, Nature Photon. **16**, 267 (2022).
29. H. Y. Kim, M. Garg, S. Mandal, L. Seiffert, T. Fennel, and E. Goulielmakis, Nature **613**, 662 (2023).
30. S. Severino, K. Ziems, M. Reduzzi, A. Summers, H. W. Sun, Y.-H. Chien, S. Grafe, and J. Biegert, Nature Photon. **18**, 731 (2024).
31. L'Huillie, Rev. Mod. Phys. **96**, 030503 (2024).
32. F. Krausz, Rev. Mod. Phys. **96**, 030502 (2024).
33. P. Agostini, Rev. Mod. Phys. **96**, 030501 (2024).
34. The Nobel Prize in Physics 2023. NobelPrize.org. https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2023/summary.
35. N. N. Rosanov, V. E. Semenov, and N. V. Vyssotina, Laser Phys. **17**, 1311 (2007).
36. D. V. Novitsky, Phys. Rev. A **84**, 013817 (2011).
37. R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, and N. N. Rosanov, Opt. Lett. **41**, 4983 (2016).
38. R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, and N. N. Rosanov, Sci. Rep. **7**, 12467 (2017).
39. Р. М. Архипов, Письма в ЖЭТФ **113**, 636 (2021) [R. M. Arkhipov, JETP Lett. **113**, 611 (2021)].
40. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, А. В. Пахомов, О. О. Дьячкова, Н. Н. Розанов, Известия Вузов. Радиофизика **66**, 317 (2023) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, A. V. Pakhomov, O. O. Diachkova, and N. N. Rosanov, Radiophysics and Quantum Electronics **66**, 286 (2024)].
41. R. Arkhipov, Laser Phys. **34**(6), 065301 (2024).
42. R. Arkhipov, M. Arkhipov, A. Pakhomov, O. Diachkova, and N. Rosanov, Phys. Rev. A **109**, 063113 (2024).
43. Р. М. Архипов, О. О. Дьячкова, М. В. Архипов, А. В.А Пахомов, Н. Н. Розанов, Оптика и спектроскопия **132**, 918 (2024).
44. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, Н. Н. Розанов, Квантовая электроника **50**, 801 (2020) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, and N. N. Rosanov, Quantum Electronics **50**, 801 (2020)].
45. Дж. Джексон, *Классическая электродинамика*, Мир, М. (1965) [J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics,* John Wiley & Sons, NY (1962)].
46. Е. Г. Бессонов, ЖЭТФ **80**, 852 (1981) [E. G. Bessonov, Sov. Phys. JETP **53**, 433 (1981)].
47. Н. Н. Розанов, Оптика и спектроскопия **107**, 761 (2009) [N. N. Rosanov, Opt. Spectrosc. **107**, 721 (2009)].

48. Н. Н. Розанов, УФН **193**, 1127 (2023) [N. N. Rosanov, Phys.-Uspekhi **66**, 1059 (2023)].
49. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, А. В. Пахомов, П. А. Образцов, Н. Н. Розанов, Письма в ЖЭТФ **117**, 10 (2023) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, A. V. Pakhomov, and N. N. Rosanov, JETP Lett. **117**(1), 8 (2023)].
50. N. N. Rosanov, M. V. Arkhipov, R. M. Arkhipov, and A. V. Pakhomov, Contemp. Phys. **64**, 224 (2023).
51. Н. Н. Розанов, М. В. Архипов, Р. М. Архипов, УФН **194**, 1196 (2024) [N. N. Rosanov, M. V. Arkhipov, and R. M. Arkhipov, Phys.-Uspekhi **67**, 1129 (2024)].
52. Н. Н. Розанов, М. В. Архипов, Р. М. Архипов, *Терагерцовая фотоника*, под ред. В. Я. Панченко, А. П. Шкуринова, РАН, М. (2023), с. 360.
53. A. Pakhomov, M. Arkhipov, N. Rosanov, and R. Arkhipov, Phys. Rev. A **106**, 053506 (2022).
54. A. Pakhomov, N. Rosanov, M. Arkhipov, and R. Arkhipov, Opt. Lett. **48**, 6504 (2023).
55. M. Arkhipov, A. Pakhomov, R. Arkhipov, and N. Rosanov, Opt. Lett. **48**, 4637 (2023).
56. M. M. Glazov and N. N. Rosanov, Phys. Rev. A **109**, 053523 (2024).
57. N. N. Rosanov, Opt. Lett. **49**, 1493 (2024).
58. М. В. Архипов, А. Н. Цыпкин, М. О. Жукова, А. О. Исмагилов, А. В. Пахомов, Н. Н. Розанов, Р. М. Архипов, Письма в ЖЭТФ **115**, 3 (2022) [M. V. Arkhipov, A. N. Tsypkin, M. O. Zhukova, A. O. Ismagilov, A. V. Pakhomov, N. N. Rosanov, and R. M. Arkhipov, JETP Lett. **115**, 1 (2022)].
59. S. D. Gorelov, A. L. Novokovskaya, S. B. Bodrov, M. V. Sarafanova, and M. I. Bakunov, Appl. Phys. Lett. **126**, 011104 (2025).
60. N. Rosanov, D. Tumakov, M. Arkhipov, and R. Arkhipov, Phys. Rev. A **104**, 063101 (2021).
61. A. Pakhomov, M. Arkhipov, N. Rosanov, and R. Arkhipov, Phys. Rev. A **105**, 043103 (2022).
62. R. Arkhipov, P. Belov, A. Pakhomov, M. Arkhipov, and N. Rosanov, JOSA B **41**, 285 (2024).
63. O. Diachkova, R. Arkhipov, A. Pakhomov, and N. Rosanov, Opt. Commun. **565**, 130666 (2024).
64. R. Arkhipov, A. Pakhomov, O. Diachkova, M. Arkhipov, and N. Rosanov, Opt. Lett. **49**, 2549 (2024).
65. Р. Архипов, Квантовая электроника **54**, 77 (2024) [R. M. Arkhipov, Bull. Lebedev Phys. Inst. **51**, S366 (2024)].
66. Р. М. Архипов, Н. Н. Розанов, Оптика и спектроскопия **132**, 532 (2024).
67. R. Arkhipov, A. Pakhomov, O. Diachkova, M. Arkhipov, and N. Rosanov, JOSA B **41**, 1721 (2024).
68. F. Hofmann, M. P. Short, and C. A. Dennett, MRS Bull. **44**, 392 (2019).
69. V. Ukleev, L. Leroy, R. Mincigrucci, D. De Angelis, D. Fainozzi, N. N. Khatu, E. Paltanin, L. Foglia, F. Bencivenga, C. Luo, F. Ruske, F. Radu, C. Svetina, and U. Staub, Structural Dynamics **11**, 025101 (2024).
70. C. Svetina, R. Mankowsky, G.Knopp et al. (Collaboration), Opt. Lett. **44**, 574 (2019).
71. J. R. Rouxel, D. Fainozzi, R. Mankowsky et al. (Collaboration), Nature Photon. **15**, 499 (2021).
72. E. Sistrunk, J. Grilj, J. Jeong, M. G. Samant, A. X. Gray, H. A. Durr, S. S. P. Parkin, and M. Guhr, Opt. Express **23**, 4340 (2015).
73. A. Pasquazi, M. Peccianti, L. Razzari, D. J. Moss, S. Coen, M. Erkintalo, Y. K. Chembo, T. Hansson, S. Wabnitz, P. Del'Haye, X. Xue, A. M. Weiner, and R. Morandotti, Phys. Rep. **729**, 1 (2018).
74. Y. Sun, J. Wu, M. Tan, X. Xu, Y. Li, R. Morandotti, A. Mitchell, and D. J. Moss, Adv. Opt. Photonics **15**, 86 (2023).
75. D. Kazakov, T. P. Letsou, M. Beiser, Y. Zhi, N. Opačak, M. Piccardo, B. Schwarz, and F. Capasso, Nat. Commun. **15**, 607 (2024).
76. T. Herr, V. Brasch, J. D. Jost, C. Y. Wang, N. M. Kondratiev, M. L. Gorodetsky, and T. J. Kippenberg, Nature Photon. **8**, 145 (2014).
77. A. Kovach, D. Chen, J. He, H. Choi, A. H. Dogan, M. Ghasemkhani, H. Taheri, and A. M. Armani, Adv. Opt. Photonics **12**, 135 (2020).
78. Q.-F. Yang, X. Yi, K. Y. Yang, and K. Vahala, Nature Phys. **13**, 53 (2017).
79. E. A. Anashkina, M. P. Marisova, and A. V. Andrianov, Micromachines **13**, 1616 (2022).
80. I. H. Do, D. Suk, D. Jeong, S. Go, K. Ko, H.-G. Hong, D.-H. Yu, J. H. Lee, and H. Lee, Opt. Express **31**, 29321 (2023).
81. Z. Li, Y. Xu, S. Shamailov, X. Wen, W. Wang, X. Wei, Z. Yang, S. Coen, S. G. Murdoch, and M. Erkintalo, Nature Photon. **18**, 46 (2024).
82. E. A. Anashkina, M. P. Marisova, A. N. Osipov, A. V. Yulin, and A. V. Andrianov, IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron. **30**, 1 (2024).
83. A. N. Osipov, E. A. Anashkina, and A. V. Yulin, Opt. Lett. **49**, 5743 (2024).
84. A. Chiasera, Y. Dumeige, P. Féron, M. Ferrari, Y. Jestin, G. Nunzi Conti, S. Pelli, S. Soria, and G. C. Righini, Laser & Photonics Rev. **4**, 457 (2010).
85. S. Spolitis, R. Murnieks, L. Skladova, T. Salgals, A. V. Andrianov, M. P. Marisova, G. Leuchs, E. A. Anashkina, and V. Bobrovs, IEEE Access **9**, 66335 (2021).
86. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, А. В. Пахомов, О. О. Дьячкова, Н. Н. Розанов, Оптика и спектроскопия **130**, 1707 (2022) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, A. V. Pakhomov, O. O. Dyachkova, and N. N. Rosanov, Opt. Spectrosc. **130**, 1443 (2022)].

87. O. O. Diachkova, R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, A. V. Pakhomov, and N. N. Rosanov, Opt. Commun. **538**, 129475 (2023).
88. R. M. Arkhipov, O. O. Diachkova, M. V. Arkhipov, A. V. Pakhomov, and N. N. Rosanov, Appl. Phys. B **130**, 52 (2024).
89. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, А. В. Пахомов, О. О. Дьячкова, Н. Н. Розанов, Оптика и спектроскопия **132**, 933 (2024).
90. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, Н. Н. Розанов, Оптика и спектроскопия **132**, 938 (2024).
91. R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, A. V. Pakhomov, O. O. Diachkova, and N. N. Rosanov, Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics **89**(1), 63 (2025).
92. M. T. Hassan, T. T. Luu, A. Moulet, O. Raskazovskaya, P. Zhokhov, M. Garg, N. Karpowicz, A. M. Zheltikov, V. Pervak, F. Krausz, and E. Goulielmakis, Nature **530**, 66 (2016).
93. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, И. Бабушкин, А. В. Пахомов, Н. Н. Розанов, Письма в ЖЭТФ **114**, 298 (2021) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, I. Babushkin, A. V. Pakhomov, and N. N. Rosanov, JETP Lett. **114**, 250 (2021)].
94. R. Arkhipov, M. Arkhipov, A. Pakhomov, and N. Rosanov, Laser Phys. **32**, 066002 (2022).
95. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, Н. Н. Розанов, Оптика и спектроскопия **132**, 1196 (2024).
96. Р. М. Архипов, А. В. Пахомов, М. В. Архипов, Н. Н. Розанов, ЖЭТФ **166**, 174 (2024).
97. Р. М. Архипов, Оптика и спектроскопия **120**, 802 (2016) [R. M. Arkhipov, Opt. Spectrosc. **120**, 756 (2016)].
98. R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, I. Babushkin, P. A. Belov, and Yu. A. Tolmachev, Laser Phys. Lett. **13**, 046001 (2016).
99. A. V. Pakhomov, R. M. Arkhipov, I. V. Babushkin, M. V. Arkhipov, Y. A. Tolmachev, and N. N. Rosanov, Phys. Rev. A **95**, 013804 (2017).
100. A. V. Pakhomov, R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, A. Demircan, U. Morgner, N. N. Rosanov, and I. Babushkin, Sci. Rep. **9**, 7444 (2019).
101. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, А. В. Пахомов, О. О. Дьячкова, Н. Н. Розанов, Письма в ЖЭТФ **117**, 580 (2023) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, A. V. Pakhomov, O. Diachkova, and N. N. Rosanov, JETP Lett. **117**, 574 (2023)].
102. А. В. Пахомов, Р. М. Архипов, М. В. Архипов, Н. Н. Розанов, Квантовая электроника **51**, 1000 (2021) [A. V. Pakhomov, R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, and N. N. Rosanov, Quantum Electronics **51**, 1000 (2021)].
103. А. В. Пахомов, Н. Н. Розанов, М. В. Архипов, Р. М. Архипов, Оптика и спектроскопия **132**, 146 (2024) [A. V. Pakhomov, N. N. Rosanov, M. V. Arkhipov,and R. M. Arkhipov, Opt. Spectrosc. **132**, 131 (2024)].
104. A. S. Kuratov, A. V. Brantov, V. F. Kovalev, and V. Yu. Bychenkov, Phys. Rev. E **106**, 035201 (2022).
105. S. V. Sazonov and N. V. Ustinov, Phys. Rev. A **98**, 063803 (2018).
106. E. Ilyakov, B. V. Shishkin, E. S. Efimenko, S. B. Bodrov, and M. I. Bakunov, Opt. Express **30**, 14978 (2022).
107. Х. Ф. Хармут, *Несинусоидальные волны в радиолокации и радиосвязи*, Радио и связь, М. (1985) [H. F. Harmuth, *Nonsinusoidal Waves for Radar and Radio Communication*, Academic Press, NY (1981)].
108. M. V. Bastrakova, N. V. Klenov, and A. M. Satanin, Phys. Solid State **61**, 1515 (2019).
109. М. В. Бастракова, Н. В. Кленов, А. М. Сатанин, ЖЭТФ **158**, 579 (2020) [M. V. Bastrakova, N. V. Klenov, and A. M. Satanin, JETP **131**, 507 (2020)].
110. R. Arkhipov, A. Pakhomov, M. Arkhipov, A. Demircan, U. Morgner, N. Rosanov, and I. Babushkin, Opt. Express **28**, 17020 (2022).
111. Р. М. Архипов, Н. Н. Розанов, Оптика и спектроскопия **128**(5), 638 (2020) [R. M. Arkhipov and N. N. Rosanov, Opt. Spectrosc. **128**, 630 (2020)].
112. С. А. Ахманов, С. Ю. Никитин, *Физическая оптика*, Наука, М. (2004).
113. L. Allen and J. H. Eberly, *Optical resonance and two-level atoms*, Wiley, NY (1975).
114. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика. Нерелятивистская теория*, Наука, М. (1989) [L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Quantum mechanics: non-relativistic theory*, Pergamn Press Ltd., Oxford (1977)].
115. O. O. Diachkova, R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, A. V. Pakhomov, and N. N. Rosanov, Laser Phys. **33**, 045301 (2023).
116. R. Arkhipov, M. Arkhipov, and N. Rosanov, arXiv:2503.08243.
117. Р. М. Архипов, О. О. Дьячкова, П. А. Белов, М. В. Архипов, А. В. Пахомов, Н. Н. Розанов, ЖЭТФ **166**, 162 (2024).
118. S. L. McCall and E. L. Hahn, Phys. Rev. **183**, 457 (1969).
119. А. Ярив, *Квантовая электроника*, Сов. радио, М. (1980) [A. Yariv, *Quantum Electronics*, John Wiley and Sons, N.Y., London, Toronto (1975)].
120. С. Э. Фриш, *Оптические спектры атомов*, Государственное издательство физико-математической литературы, М.-Л. (1963).
121. A. Taflove and S. C. Hagness, *Computational electrodynamics; The Finite-Difference Time-Domain Method*, Artech House, London (2005).

122. Р. М. Архипов, О. О. Дьячкова, А. В. Пахомов, М. В. Архипов, Оптика и спектроскопия **133**(2), 184 (2025).
123. F. Biancalana, A. Amann, and E. P. O'Reilly, Phys. Rev. A **77**, 011801 (2008).
124. Y. Sharabi, A. Dikopoltsev, E. Lustig, Y. Lumer, and M. Segev, Optica **9**, 585 (2022).
125. H. Ding and K. Ding, Phys. Rev. Res. **6**, 033167 (2024).
126. J. T. Mendonca, Symmetry **16**, 1548 (2024).
127. S. Fr. Koufidis, T. T. Koutserimpas, and M. W. McCall, Opt. Lett. **48**, 4500 (2023).
128. J. Zhang, W. R. Donaldson, and G. P.Agrawal, Opt. Lett. **49**, 5854 (2024).
129. M. Arkhipov, R. Arkhipov, I. Babushkin, and N. Rosanov, Phys. Rev. Lett. **128**, 203901 (2022).
130. R. Kashyap, *Fiber Bragg Gratings*, Acad. Press, Amsterdam, Boston, Heidelberg (2009).
131. R. Rohan, K. Venkadeshwaran, and P. Ranjan, J. Optics **53**, 282 (2024).
132. R. W. Boyd and B. R. Masters, *Nonlinear Optics*, 3rd ed., Academic, NY (2008).
133. S. A. Moiseev, K. I. Gerasimov, M. M. Minnegaliev, E. S. Moiseev, A. D. Deev, and Yu. Yu. Balega, Front. Phys. **20**, 23301 (2025).
134. S. A. Moiseev, K. I. Gerasimov, M. M. Minnegaliev, E. S. Moiseev, arXiv preprint arXiv:2408.09991 (2024).
135. С. А. Моисеев, М. М. Миннегалиев, К. И. Герасимов, Е. С. Моисеев, А. Д. Деев, Ю. Ю. Балега, УФН, DOI: 10.3367/UFNr.2024.06.039694 [S. A. Moiseev, M. M. Minnegaliev, K. I. Gerasimov, E. S. Moiseev, A. D. Deev, and Yu. Yu. Balega, Phys.-Uspekhi, accepted; DOI: 10.3367/UFNe.2024.06.039694].
136. M. T. Hassan, ACS Photonics **11**, 334 (2024).
137. C. Heide, P. D. Keathley, and M. F. Kling, Nat. Rev. Phys. **6**, 648 (2024).