

# К ТЕОРИИ ДВУМЕРНОЙ ЖИДКОСТИ ЛАТТИНЖЕРА

*Ф.В.Кусмарцев<sup>\*+#</sup>, А.Лютер<sup>+</sup>, А.Нерсесян<sup>+□</sup>*

<sup>\*</sup>*Department of Theoretical Physics University of Oulu,  
Linnanmaa, SF-90570 Oulu, Finland*

<sup>+</sup>*NORDITA,  
DK-2100 Copenhagen, Denmark*

<sup>#</sup>*L.D.Landau Institute,  
Moscow, Russia*

<sup>□</sup>*Institute of Physics,  
380077, Tbilisi, Georgia*

Поступила в редакцию 28 апреля 1992 г.

Мы показываем, что в жидкости Латтинжера на двух цепочках возникают композитные частицы, как и в Черн-Саймон теории дробного эффекта Холла. Конфайнмент Андерсена, отвечающий образованию одномерной жидкости Латтинжера, связан со спариванием композитных частиц, которое возникает с фазовым переходом типа Березинского-Костлерлица-Таулесса. Спектр возбуждений в областях с конфайнментом состоит из спектра одномерной жидкости Латтинжера и дополнительных двухчастичных возбуждений с целью в спектре, отвечающих фазово-когерентным двухчастичным перескокам с цепочки на цепочку.

Новые свойства конденсированной материи, отвечающие квантовому эффекту Холла и высокотемпературной сверхпроводимости, уже не могут быть описаны в рамках теории ферми-жидкости. Недавно было показано что в сильнокоррелированных фермионных системах могут образовываться анионы, отвечающие дробной статистике и жидкости Лафлина и Латтинжера. Жидкость Латтинжера была хорошо изучена в одномерных системах, главным образом, благодаря методам бозоионизации, открытых Лютером<sup>1</sup>.

В недавних работах Андерсен выдвинул идеи, связывающие высокотемпературную сверхпроводимость с двумерной жидкостью Латтинжера. В работе<sup>2</sup> (см., также<sup>3,4</sup>) он показал, что на двух цепочках возможен конфайнмент, приводящий к локализации фермионов на одной из цепочек с образованием жидкости Латтинжера. Андерсен аргументировал, что конфайнмент связан с разделением спиновых и зарядовых степеней свободы. В настоящей работе мы показываем, что вообще говоря, конфайнмент возникает даже без учета спиновых степеней свободы. При этом образуются композитные солитоны, подобно образованию композитных бозонов (фермион-бозон + нечетное число вихрей) в дробном квантовом эффекте Холла (см., например,<sup>5</sup>).

Итак, рассмотрим гамильтониан, описывающий взаимодействующие фермионы, локализованные на двух цепочках (будем для определенности говорить о верхней и нижней цепочках):

$$H_0 = \sum_{\mu} \int dx [-iv_F(\Psi_{1\mu}^+ \partial_x \Psi_{1\mu} - \Psi_{2\mu}^+ \partial_x \Psi_{2\mu}) + \pi v_F g \rho_{1\mu} \rho_{2\mu}] + \\ + \pi v_F g' \sum_{\mu} \int dx \rho_{1\mu} \rho_{2,-\mu} + t_{\perp} \sum_{\mu} \int dx (\Psi_{1\mu}^+ \Psi_{1,-\mu} + \Psi_{2\mu}^+ \Psi_{2,-\mu}), \quad (1)$$

где  $\Psi_{1(2)\mu}(x)$  – операторы левых (правых) фермионов, а оператор плотности определяется как:  $\rho_{j\mu}(x) =: \Psi_{j\mu}^+(x) \Psi_{j\mu}(x) :$ ,  $v_F$  – скорость Ферми,  $g, g'$  – константы взаимодействия, а  $t$  – амплитуда межцепочечного перескока; индекс  $\mu = +1(-1)$  относится к верхней (нижней) цепочке.

Используя методы бозонизации<sup>1</sup> сведем задачу к теории поля с действием  $S$ :

$$S = \int dt dx \left[ \frac{u}{2} ((\partial_t \Phi)^2) + (\partial_x \Phi)^2 + \frac{2t_\perp}{\pi \alpha} \cos \frac{1}{2} \gamma \Phi \cos \frac{1}{2} \tilde{\gamma} \tilde{\Phi} \right],$$

где  $\Phi(x, \tau)$  является бозонным полем, отвечающим исходным фермионным степеням свободы, а  $\tilde{\Phi}(x, \tau)$  – поле дуальное к  $\Phi(x, \tau)$ :  $d_\mu \tilde{\Phi} = \epsilon_{\mu\nu} d^\nu \Phi$ , где  $\epsilon_{\mu\nu}$  – антисимметричный тензор ( $\epsilon_{12} = -\epsilon_{21} = 1$ ,  $\epsilon_{11} = \epsilon_{22} = 0$ ),  $\gamma = 8\pi\gamma$ , а  $\gamma = [64\pi^2(1-g/2+g'/2)/(1+g/2-g'/2)]^{1/4}$  и  $u = v_F[1-(g-g')^2/4]^{1/2}$ . Статистическая сумма  $Z$  исходной задачи определяется через континуальный интеграл по полю  $\Phi(x, \tau)$ .

Разделим действие на две части: квадратичную по  $\Phi(x, \tau)$  и вторую часть, отвечающую межцепочечному туннелированию. Статистическая сумма, отвечающая первой части действия вычисляется сразу. Последнюю часть будем использовать в качестве возмущения. Усреднение по полю  $\Phi(x, \tau)$ , отвечающую квадратичному действию, сводит вычисление  $Z$  к нахождению статистической суммы классического двумерного кулоновского газа (см., например, <sup>6,9</sup>):

$$Z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\tau_1^{2n}}{(2n)!} \int \frac{d^2 \vec{x}_1}{\alpha^2} \int \frac{d^2 \vec{x}_{2n}}{\alpha^2} \sum_{\sigma} \sum_{\tilde{\sigma}} \exp(-K \sum_{i < j} \sigma_i \sigma_j l_{ij} - \tilde{K} \sum_{i < j} \tilde{\sigma}_i \tilde{\sigma}_j l_{ij} - i \sum_{i \neq j} \sigma_i \tilde{\sigma}_j \phi_{ij}), \quad (2)$$

где  $l_{ij} = \ln[|\vec{r}_i - \vec{r}_j|/\alpha]$  – коррелятор поля  $\Phi(x, t)$ ,  $\vec{r}_i = (x_i, t_i)$  – вектор положения частицы в двумерном пространстве-времени,  $\tau_1$  – эффективная амплитуда перескока с цепочки на цепочку,  $\alpha$  – обрезка, связанная с введением бозонного представления; константа  $\tilde{K} = 1/K = \gamma^2/8\pi$ , а  $\phi_{ij}$  – фаза Ааронова–Бома, играющая ту же самую роль, что и член Черна–Саймона в теории Гинзбурга–Ландау квантового эффекта Холла <sup>5</sup>

$$\phi_{ij} = \tan^{-1}[(x_i - x_j)/u(\tau_i - \tau_j)].$$

При этом каждая частица обладает электрическим  $\sigma_i$  и магнитным  $\tilde{\sigma}_i$  зарядами. Полное число положительных электрических (магнитных) зарядов, равно полному числу отрицательных электрических (магнитных) зарядов:

$$\sum_{i=1}^{2n} \sigma_i = \sum_{i=1}^{2n} \tilde{\sigma}_i = 0. \quad (3)$$

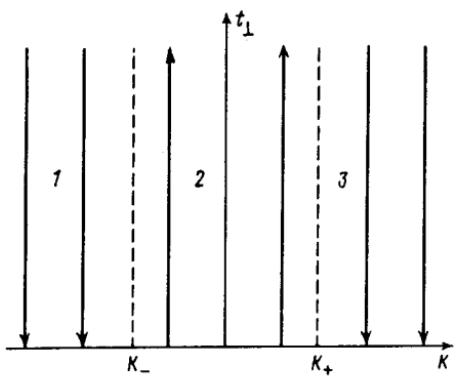
То есть, в целом мы имеемнейтральную плазму. Как известно, двумерный кулоновский газ обладает фазовым переходом Березинского–Костерлица–Таулесса, при котором заряды спариваются в пары <sup>10,11</sup>.

Совершенно аналогично и в нашей плазме существует два перехода типа Березинского–Костерлица–Таулесса. В первом из них спариваются электрические заряды противоположных знаков, образуя однокомпонентную плазму магнитных зарядов (+2, -2, 0). И наоборот, во втором переходе спариваются магнитные заряды, образуя однокомпонентную, электрически заряженную плазму с зарядами +2, -2, 0. Уравнение скейлинга для амплитуды перескока  $\tau$ , полученное в первом порядке теории возмущений, имеет вид:

$$d\tau/dl = (2 - 0,5K - 0,5/K)\tau, \quad (4)$$

где  $l$  – параметр скейлинга. Фазовая диаграмма, полученная из уравнения (4), приведена на рисунке.

Установим теперь соответствие между композитными частицами кулоновского газа и исходной фермионной проблемой. Оказывается, что элементарная частица кулоновского газа, обладающая электрическим и магнитным зарядом,



Фазовая диаграмма ( $t, K$ ). Области 1 и 3 отвечают режиму конфайнмента, когда амплитуда одночастичного перескока  $t$  ренормируется до нуля. Стрелками указан поток ренормировки. Вертикальные линии, отвечающие  $K_+ = 2 + 3^{1/2}$  и  $K_- = 2 - 3^{1/2}$ , соответствуют переходам типа Березинского-Костерлица-Таулесса. Область 2 отвечает ситуации, когда одночастичный перескок существует. В этой области происходит расщепление поверхности Ферми, подобно расщеплению уровней энергии в двухъядном потенциале. Область 1 отвечает спариванию магнитных зарядов и двухчастичному обмену между цепочками. Область 2 отвечает кулоновской плазме неспаренных частиц. В области 3 возникает спаривание электрических зарядов и двухчастичный перескок

соответствует перескоку фермиона с цепочки на цепочку. Всего возможно четыре типа перескоков: 1) левые фермионы с верхней цепочки на нижнюю; 2) с нижней на верхнюю; 3) правые фермионы с верхней на нижнюю; 4) с нижней на верхнюю цепочку, соответственно. Каждый из этих переходов отвечает одной из комбинаций электрического  $\sigma$  и магнитного  $\tilde{\sigma}$  зарядов: 1) (+1, -1), 2) (-1, +1), 3) (+1, +1) и 4) (-1, -1).

Рассмотрим теперь спаривание электрических зарядов, то есть плазму магнитных зарядов +2, -2, и 0. Нейтральные композиты, отвечающие спариванию частиц с комбинацией зарядов (1, -1) и (-1, 1) отвечают локализации заряда, когда левые фермионы локализованы на нижней (верхней) цепочке. Спаривание зарядов (1, 1) и (-1, -1) отвечает локализации правых фермионов на верхней (нижней) цепочке.

Совершенно аналогично, при спаривании магнитных зарядов с образованием нейтральных композитов происходит локализация левых фермионов на верхней (нижней) цепочке и правых фермионов на нижней (верхней) цепочке. Таким образом, образование нейтральных композитов отвечает конфайнменту Андерсена.

Спаривание электрических зарядов с образованием пар магнитных зарядов +2, -2 соответствует двухчастичному туннелированию с нижней на верхнюю и с верхней на нижнюю цепочки. Спаривание магнитных зарядов с образованием электрически заряженных пар с зарядами +2 и -2 соответствует одновременному перескоку левого фермиона с нижней на верхнюю цепочку и правого фермиона с верхней на нижнюю цепочку или правого фермиона с нижней на верхнюю цепочку, а левого фермиона с верхней на нижнюю цепочку.

Таким образом, мы показали, что латтинжеровская жидкость на двух цепочках существует и образуется при конфайнменте носителей на одной из цепочек. При этом возникают композитные солитоны, подобно образованию композитных бозонов в дробной статистике и в дробном эффекте Холла.

Ф.В.Кусмарцев и А.Нерсесян благодарят университет в Оуле и NORDITA за поддержку, А.Нерсесян также признателен университету Рутгерса (Chandra and Coleman).

1. A.Luther, and L.Peschel, Phys. Rev. B 9, 2911 (1974).

2. P.W.Anderson, Phys. Rev. Lett. 67, 3844 (1991); 64, 1839 (1990).

3. X.G.Wen, Phys. Rev. B **42**, 6623 (1990).
4. H.J.Schulz, In: Strongly Correlated Electron Systems. Eds. S.Baskaran, A.Ruckenstein, E.Tosatti, Yu Lu, Singapore: Wold Scientific, 1990, p.57.
5. Dung-Hai Lee, Steven Kivelson, and S.-C. Zhang, Phys. Rev. Lett. **68**, 2386 (1992).
6. P.B.Wiegmann, J. Phys. C **11**, 1583 (1978).
7. L.P.Kadanoff, J. Phys. A: Math. and Gen. **11**, 1399 (1978).
8. B.Nienhuis, J. Stat. Phys. **34**, 371 (1984).
9. D.Boyanovsky, J. Phys. A: Math and Gen. **22**, 2601 (1989).
10. V.L.Beresinskii, Sov. Phys. JETP **32**, 493 (1970).
11. J.M.Kosterlitz, and D.J.Thouless, J. Phys. C. **6**, 1181 (1973).