Письма в ЖЭТФ, том 121, вып. 11, с. 892 – 897

Структура фронта ударной волны в трехмерной комплексной плазме

Д. А. Заморин[+*1)], *А. В. Зобнин*[+1)], *А. М. Липаев*[+1)], *Р. А. Сыроватка*[+], *В. Н. Наумкин*[+], *А. Д. Усачев*[+], *О. Д. Кононенко*[×], *М. Х. Тома*[°2)], *М. Кречмер*[°2)], *Ч.-Р. Ду*[∇], *О. Ф. Петров*[+]

[+] *Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Объединенный институт высоких температур РАН, 125412 Москва, Россия*

[*] *Московский физико-технический институт, 141701 Долгопрудный, Россия*

[×] *Федеральное государственное бюджетное учреждение "Научно-исследовательский испытательный центр подготовки космонавтов имени Ю. А. Гагарина", 141160 Звездный городок, Россия*

[°] *I. Physikalisches Institut, Justus-Liebig-Universität, Heinrich-Buff-Ring 16, 35392 Gießen, Germany*

[∇] *College of Physics, Donghua University, 201620 Shanghai, People's Republic of China*

Поступила в редакцию 11 апреля 2025 г.
После переработки 24 апреля 2025 г.
Принята к публикации 25 апреля 2025 г.

Исследована сильно нелинейная волна плотности, переходящая в ударную волну, в трехмерной комплексной плазме газового разряда постоянного тока на научной аппаратуре "Плазменный кристалл-4" в условиях микрогравитации. Перепад давления плазменно-пылевой структуры в волне доминировал над трением о нейтральный газ при выбранных условиях эксперимента. Найдена скорость распространения ударной волны. Определены скорости индивидуальных микрочастиц. Восстановлены профили скорости и концентрации микрочастиц в развивающейся ударной волне. Получено хорошее соответствие экспериментальных профилей и результатов численного моделирования методом молекулярной динамики. Оценки также показали, что число Маха в набегающем потоке составило 4.3.

DOI: 10.31857/S0370274X25060061, EDN: DBTFVZ

1. Введение. Комплексная плазма представляет собой слабоионизированный газ, содержащий микроскопические твердые пылевые частицы. Помещенные в плазму частицы приобретают большой заряд и взаимодействуют друг с другом через экранированный кулоновский потенциал, что приводит к широкому спектру наблюдаемых явлений: формирование пылевых кристаллов [1–5], фазовые переходы [2, 6–9], пылевые вихри [10, 11], распространение пылевых акустических волн [12–15]. Особый интерес представляют ударные волны (УВ). Было предпринято много попыток возбуждения УВ разными способами в двумерных [16–20] и трехмерных [21–24] структурах микрочастиц комплексной плазмы. В большинстве экспериментов с двумерной комплексной плазмой УВ распространялись в хорошо упорядоченных структурах, а в работе [19] структура плавилась после прохождения УВ с последующим восстановлением порядка. При распространении УВ в облаке микрочастиц комплексной плазмы значительную роль играет их трение о нейтральный газ, так как является важным механизмом диссипации энергии. Если при большинстве исследований двухмерных структур трение о газ было мало, то при исследовании трехмерных структур это условие часто не выполнялось. Это может приводить к затруднению при интерпретации наблюдаемого явления [24].

В этой статье приведены результаты экспериментального изучения УВ в трехмерном облаке микрочастиц в условиях малого влияния трения микрочастиц о нейтральный газ на их движение во фронте волны. Получены данные о скоростях индивидуальных микрочастиц. На основании скоростей индивидуальных микрочастиц восстановлен профиль УВ и проведено его сравнение с результатом численного моделирования.

2. Эксперимент. Эксперимент по возбуждению УВ в пылевой плазме газового разряда низкого давления проведен на установке "Плазменный кристалл-4" (ПК-4) [25] на Международной космической станции в условиях микрогравитации. Схема эксперимента приведена на рис. 1. Установка вклю-

1) e-mail: zamorin.da@phystech.edu; zobnin@ihed.ras.ru; lipaev@ihed.ras.ru

2) M. H. Thoma, M. Kretschmer, C.-R. Du.

чает в себя газоразрядную стеклянную трубку с внутренним диаметром 30 мм и общей длиной 85 см, лазер с объективом, формирующим плоский луч (“лазерный нож”), для подсветки микрочастиц, а также видеокамеру, на которую велась видеосъемка с разрешением 1600×768 и частотой 50 кадров в секунду. Внутри трубки расположен кольцевой электроманипуляционный (ЭМ) электрод, на который можно подавать заданный ток для воздействия на пылевое облако. Более подробное описание экспериментальной установки представлено в статье [25].

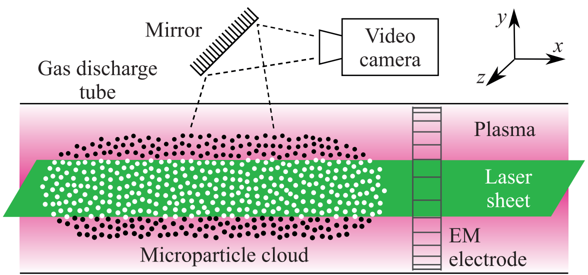

Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема эксперимента на установке ПК-4. Облако микрочастиц в плазме газового разряда подсвечивалось лазерным ножом. Рассеянный частицами свет регистрировался с помощью видеокамеры. Кольцевой ЭМ электрод использовался для создания возмущений в плазме

В газовый разряд в аргоне при давлении $P = 8$ Па, ток которого составлял 0.5 мА, инжектировались монодисперсные частицы из меламин-формальдегида диаметром $d = 6.86$ мкм и массой $m_p = 0.25$ нг, формирующие облако вблизи ЭМ электрода (см. рис. 1). Для устранения дрейфа пылевого облака в электрическом поле газового разряда полярность разряда менялась на противоположную с частотой 500 Гц. При такой частоте переключения характеристики плазмы остаются почти такими же, как и в “чистом” разряде постоянного тока, а микрочастицы практически не реагируют на переменное поле за счет инерции. На ЭМ электрод подавался постоянный ток 150 мкА, который обеспечивал удержание облака микрочастиц вблизи ЭМ электрода. Для возмущения плазменно-пылевой структуры устанавливали ток -50 мкА на 0.5 с. При этом облако микрочастиц смещалось вправо к ЭМ электроду. После завершения импульса при возвращении пылевой структуры в исходное состояние возникали волны плотности пылевой компоненты. Волны плотности достигали большой амплитуды и имели узкий фронт, как показано на рис. 2.

3. Анализ экспериментальных данных. Для обработки использовались фрагменты видеоизображений плазменно-пылевой структуры размером 6.9×10.9 мм^2. Пример такого фрагмента приведен на рис. 2. Фронт сформировавшейся УВ отмечен красной пунктирной линией. Скорость фронта, равная 6 мм/с, определена по смещениям линии фронта на последовательных изображениях. Для дальнейшего анализа были определены профили концентрации и скорости частиц.

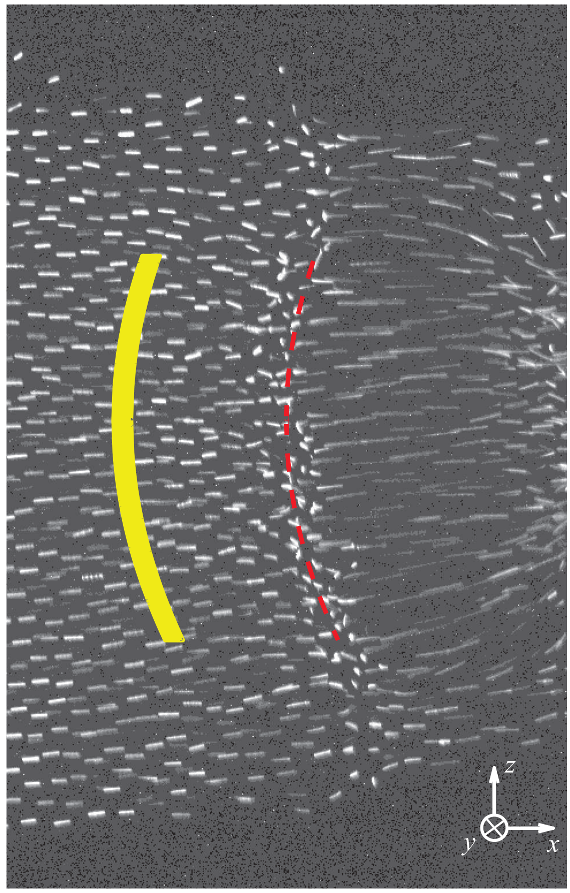

Рис. 2. (Цветной онлайн) Изображение размером 6.9×10.9 мм^2 пылевых частиц. Красная пунктирная линия показывает фронт УВ. Желтая полоса — пример дугообразного сегмента шириной 0.15 мм, параллельного линии фронта УВ. Разбиение изображения на подобные сегменты производится для усреднения скоростей и концентраций пылевых частиц

Профиль концентрации пылевых частиц был определен по усредненной яркости в дугообразных сегментах видеоизображений шириной 0.15 мм, с такой же формой дуг, как и фронт УВ. На рисунке 2 пример такого сегмента отмечен желтым цветом. Для определения зависимости концентрации частиц от локальной яркости изображения была выполнена томография пылевого облака. Лазерный нож и видеокамера смещались с постоянной скоростью

0.9 мм/с вдоль оси y. Полученные изображения объединялись в трехмерный массив значений яркостей пикселей. Далее проводилась бинаризация по порогу яркости и кластеризация связанных областей. Центры масс кластеров вычислялись с весовыми множителями яркостей пикселей и принимались за трехмерные координаты частиц. С помощью тесселяции Вороного [26], для каждой координаты определялся объем ячейки Вороного, обратная величина которого принималась равной локальной концентрации. В выбранной области концентрация частиц была сопоставлена со средней яркостью для установления калибровочной зависимости.

Измеренные профили концентрации в разные последовательные моменты времени с интервалом 60 мс показаны на рис. 3. Видно образование узко-

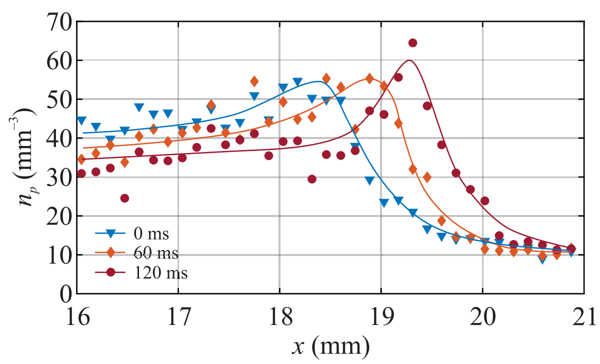

Рис. 3. (Цветной онлайн) Профили концентрации частиц в последовательные моменты времени с интервалом 60 мс. Значками ▼, ♦ и • показаны экспериментальные значения. Сплошными кривыми, соответствующего цвета, показаны их аппроксимации

го фронта (менее 1 мм) и его смещение слева направо. При этом микрочастицы движутся навстречу фронту – справа налево. Счетная плотность микрочастиц в результате прохождения фронта возрастает с $n_p = 12 \pm 2$ мм$^{-3}$, до 50 ± 7 мм$^{-3}$. На верхней панели рис. 4 треугольниками показан профиль концентрации, полученный в эксперименте, усредненный по трем последовательным кадрам с учетом смещения фронта УВ.

Проекция скорости частиц вычислялась по длине их треков на видеокадрах: $v_x = (x_{\text{end}} - x_{\text{start}})/\Delta t$, где x_{end} и x_{start} – координаты конца и начала трека соответственно, Δt – время экспозиции. Полученные скорости частиц были скорректированы на скорость движения фронта УВ, чтобы получить профили скоростей микрочастиц относительно фронта УВ. Для построения профилей скорости использовались сегменты, такие же, как и при построении профилей

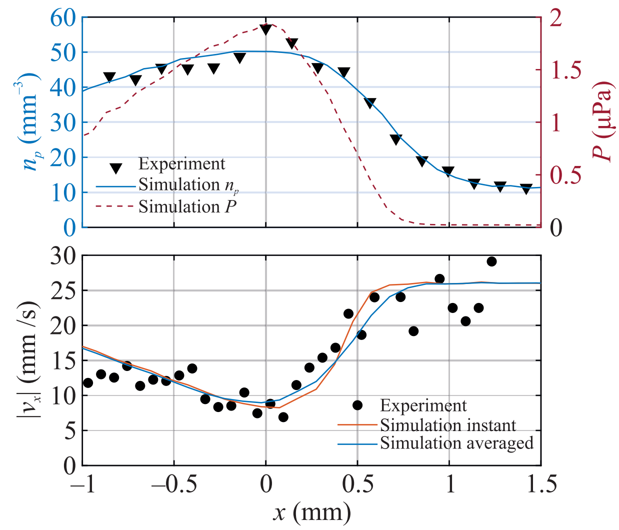

Рис. 4. (Цветной онлайн) Профиль концентрации, полученный в эксперименте, и профиль из моделирования показаны на верхней панели треугольниками ▼ и синей кривой соответственно. Коричневой штриховой кривой показан рассчитанный профиль давления. На нижней панели, кружки • отображают экспериментальный профиль скорости в УВ. Рассчитанная мгновенная скорость показана оранжевой кривой, а синей – рассчитанная скорость после дополнительного усреднения по времени, соответствующему времени экспозиции при видеорегистрации в эксперименте

концентраций. Усредненные по трем последовательным кадрам с учетом смещения фронта УВ профили скорости представлены черными кружочками на нижней панели рис. 4. При этом за начало координат принималось текущее положение фронта ударной волны.

По разбросу скоростей индивидуальных микрочастиц была оценена их кинетическая температура, составившая около 7 эВ. Следует отметить, что значительное превышение кинетической температуры частиц над температурой ионов является типичным в экспериментах с комплексной плазмой в газовых разрядах. Существует множество физических механизмов разогрева пылевой компоненты. К ним относятся, например, невзаимные взаимодействия [27, 28], неустойчивость потока ионов [29–32], флуктуации заряда микрочастицы [33, 34], а также некоторые другие. Кроме того, в эксперименте структура микрочастиц дополнительно возмущалась ЭМ электродом, что могло приводить к избыточному разогреву пылевой компоненты. Определение конкретного механизма разогрева выходит за рамки данной статьи.

4. Моделирование. Моделирование распространения УВ в плазменно-пылевой среде было произведено в среде LAMMPS [35] путем численного интегрирования уравнений Ланжевена. Межчастичное взаимодействие описывалось потенциалом Юкавы:

$$U(r) = \frac{Q^2}{r}\exp(-\frac{r}{\lambda}), \quad (1)$$

где Q — заряд частицы, λ – длина экранирования. Моделирование проводилось при параметрах, характерных для экспериментальных условий [36]: заряд частиц $Q = 7000e$ и длина экранирования $\lambda = 0.15$ мм; постоянная времени трения микрочастиц о газ $15\,\text{с}^{-1}$ рассчитана согласно работе [37]. Структура из 57 000 частиц в жидком состоянии при $T = 77\,000$ К находилась внутри прямоугольного параллелепипеда $15 \times 24 \times 24\,\text{мм}^3$ с отталкивающим гармоническим потенциалом на стенках, действующим на расстоянии порядка $\sqrt[3]{1/n_p}$. Одна из границ параллелепипеда (24×24 мм^2), имитирующая поршень, приводилась в движение с постоянной скоростью $u = 30$ мм/с и останавливалась после прохождения расстояния $\Delta x = 6.6$ мм. Таким образом формировалась затухающая УВ, распространяющаяся вдоль направления движения поршня. Аналогичная методика численного моделирования возбуждения нелинейных волн применялась, например, в работе [38]. Сопоставление с экспериментальными результатами проводилось для момента времени, когда перепад концентраций, полученный в моделировании, совпал с экспериментальным. Численное моделирование позволило получить профили концентрации и давления в окрестности фронта УВ, показанные на верхней панели рис. 4, а также профиль мгновенной скорости относительно фронта УВ, приведенный на нижней панели того же рисунка.

5. Обсуждение. На рисунке 4 профили концентрации и скорости в эксперименте и симуляции демонстрируют близкие формы. Видно, что хотя профили концентрации хорошо совпадают, профиль экспериментальной скорости более пологий, чем полученный в моделировании. Это связано с тем, что в моделировании получается мгновенная скорость, а в эксперименте, при определении скорости, происходит усреднение по времени экспозиции видеосъемки. Поэтому проведено дополнительное усреднение мгновенной скорости, полученной в моделировании по такому же интервалу времени, и показано на нижней панели рис. 4 синей линией.

Профиль мгновенной скорости, полученный в моделировании, позволяет оценить ширину фронта волны как 0.7 мм. При начальной скорости частиц 26 мм/с и постоянной времени трения о газ $15\,\text{с}^{-1}$ путь торможения составляет около 1.7 мм. Это, с учетом ширины фронта, позволяет считать, что доминирующую роль в замедлении микрочастиц играет перепад давления плазменно-пылевой структуры в волне, а не трение о нейтральный газ. Следует отметить, что давление плазмообразующего газа принято неизменным, так как скорость звука в аргоне значительно превышает скорость исследуемой волны.

При переходе из зоны перед фронтом в зону за фронтом УВ скорость частиц падает приблизительно в 3 раза (с 26 ± 4 мм/с до 8 ± 2 мм/с), а концентрация возрастает примерно в 4 раза (с $12\,\text{мм}^{-3}$ до $50\,\text{мм}^{-3}$). Плотности потока $n_p v$ до и после фронта УВ составили 300 и $400\,\text{мм}^{-2}\text{с}^{-1}$ соответственно. Такое расхождение можно объяснить нестационарностью УВ и отклонением ее формы от плоской.

Рассмотрим скорость звука до фронта и за фронтом УВ при соответствующих концентрациях частиц, найденных в эксперименте, заряде частиц $Q = 7000e$, температуре ионов $T_i = 300$ К и концентрации электронов $n_e = 1.8 \times 10^8\,\text{см}^{-3}$. Из условия квазинейтральности находим концентрацию ионов: $n_i = n_e + Qn_p$. Скорость плазменного пылевого звука (DAW) [12]:

$$C_{\text{DAW}} = Q\sqrt{\frac{n_p k_B T_i}{m_p n_i}} = Q\sqrt{\frac{n_p k_B T_i}{m_p(n_e + Qn_p)}}. \quad (2)$$

Отметим, что формула (2) применима для идеальной плазмы, а при высокой плотности пылевых частиц эффекты неидеальности становятся значительными. Поэтому ограничимся расчетом для зоны с низкой плотностью пылевых частиц, а именно для области до фронта. Применяя формулу (2) к области до фронта, получаем $C_{\text{DAW}} = 6$ мм/с, что дает число Маха $M = 4.3$.

Параметры в комплексной плазме после прохождения УВ близки к параметрам, приведенным в статье [36], где была определена скорость волн малой амплитуды, которая составила около 20 мм/с. Таким образом, скорость потока за фронтом УВ является дозвуковой, что типично для УВ.

Согласно данным из моделирования, перепад давлений $\Delta P = 2$ мкПа (см. верхнюю панель рис. 4). Этот перепад давления можно сравнить с расчетами по модели однокомпонентной сильно неидеальной плазмы со взаимодействием частиц по потенциалу Юкавы. В работе [39] приведены формулы для давления в предположении достаточно большой величины параметра неидеальности ($\Gamma \gg 1$):

$$p = p_{\text{st}} + p_1, \quad (3)$$

$$p_{\text{st}} = \frac{k^4 \Gamma}{6(k\cosh(k) - \sinh(k))^2}, \quad (4)$$

$$\Gamma = \left(\frac{4\pi n_p}{3}\right)^{1/3} \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 k_B T}, \tag{5}$$

$$p_1 = \frac{1}{3}u_{\text{th}} = \frac{1}{3}\left(\delta\left(\Gamma/\Gamma_m\right)^{2/5} + \epsilon\right), \tag{6}$$

$$\Gamma_m = \frac{172\exp(\alpha k)}{1+\alpha k + 1/2\alpha^2 k^2}, \tag{7}$$

где $k = (4\pi n_p/3)^{-1/3}/\lambda_s$, λ_s – длина экранирования, p — давление в безразмерных единицах (нормированное на давление идеального газа $n_p k_B T$), p_{st} – статическая компонента давления, p_1 – тепловая поправка к давлению, u_{th} – тепловая поправка к внутренней энергии системы, $\alpha = 1.612$, $\delta = 3.2$, $\epsilon = -0.1$. Параметры α, δ, ϵ эмпирически подобраны в работе [39] для описания тепловых поправок в сильно неидеальной плазме. По формулам (4)–(5) получаем статическую компоненту давления $P_{\text{st}} = p_{\text{st}} n_p k_B T = 0.1$ мкПа для области до фронта УВ и $P_{\text{st}} = 2.8$ мкПа для области за фронтом. Тепловые поправки к давлению пренебрежимо малы по сравнению со статической компонентой давления: расчеты по формулам (5)–(7) дают тепловые поправки к давлению $P_1 = 5$ нПа для области до фронта и $P_1 = 21$ нПа для области за фронтом УВ. Таким образом, по модели однокомпонентной сильно неидеальной плазмы со взаимодействием по потенциалу Юкавы перепад давлений $\Delta P = 2.7$ мкПа, что хорошо согласуется с моделированием. Заметим, что формулы (3)–(7) применимы, так как найденные по формуле (5) $\Gamma = 39$ для области до фронта и $\Gamma = 63$ за фронтом УВ удовлетворяют условию $\Gamma \gg 1$.

6. Заключение. Проведено экспериментальное исследование ударной волны в трехмерной комплексной плазме в условиях микрогравитации. Исследование проведено на уровне индивидуальных частиц, т.е. на самом фундаментальном, кинетическом уровне. Определены профили концентраций и скоростей микрочастиц во фронте УВ и его окрестности. Проведено численное моделирование методом молекулярной динамики. При выбранных условиях достигнуто хорошее согласие результатов эксперимента и моделирования. Оценено число Маха (4.3) УВ и перепад давления. Перепад давления из моделирования соответствует теоретической оценке по известной в литературе модели. Показано, что в замедлении микрочастиц перепад давления плазменно-пылевой структуры в волне является доминирующим фактором в сравнении с трением о нейтральный газ.

Все авторы выражают огромную благодарность за совместный эксперимент ЕКА и Роскосмоса "Плазменный кристалл-4" на борту Международной космической станции.

Финансирование работы. Работа в рамках данной статьи Д. А. Заморина, А. В. Зобнина, А. М. Липаева, Р. А. Сыроватка, В. Н. Наумкина, А. Д. Усачева и О. Ф. Петрова выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (Государственное задание # 075-00270-24-00). М. Х. Тома (M. H. Thoma) и М. Кречмер (M. Kretschmer) получили поддержку Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt в рамках гранта # 50WM2044. Ч.-Р. Ду (C.-R. Du) поддержан Национальным фондом естественных наук Китая по гранту # 12035003.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. H. Thomas, G. E. Morfill, V. Demmel, J. Goree, B. Feuerbacher, and D. Möhlmann, Phys. Rev. Lett. **73**, 652 (1994).
2. J. H. Chu and L. I, Phys. Rev. Lett. **72**, 4009 (1994).
3. Y. Hayashi and K. Tachibana, Jpn. J. Appl. Phys. **33**, L804 (1994).
4. A. Melzer, T. Trottenberg, and A. Piel, Phys. Lett. A **191**, 301 (1994).
5. V. E. Fortov, A. P. Nefedov, V. M. Torchinskiĭ, V. I. Molotkov, A. G. Khrapak, O. F. Petrov, and K. F. Volykhin, JETP Lett. **64**, 92 (1996).
6. J. U. Klamser, S. C. Kapfer, and W. Krauth, Nat. Commun. **9**, 5045 (2018).
7. H. M. Thomas and G. E. Morfill, Nature **379**, 806 (1996).
8. S. A. Khrapak, B. A. Klumov, P. Huber, V. I. Molotkov, A. M. Lipaev, V. N. Naumkin, H. M. Thomas, A. V. Ivlev, G. E. Morfill, O. F. Petrov, V. E. Fortov, Y. Malentschenko, and S. Volkov, Phys. Rev. Lett. **106**, 205001 (2011).
9. S. A. Khrapak, B. A. Klumov, P. Huber, V. I. Molotkov, A. M. Lipaev, V. N. Naumkin, A. V. Ivlev, H. M. Thomas, M. Schwabe, G. E. Morfill, O. F. Petrov, V. E. Fortov, Y. Malentschenko, and S. Volkov, Phys. Rev. E **85**, 066407 (2012).
10. S. Bose, M. Kaur, P. K. Chattopadhyay, J. Ghosh, E. Thomas, and Y. C. Saxena, Journal of Plasma Physics **85**(1), 905850110 (2019).
11. T. Bockwoldt, O. Arp, K. O. Menzel, and A. Piel, Phys. Plasmas **21**, 103703 (2014).
12. N. N. Rao, P. K. Shukla, and M. Y. Yu, Planet. Space Sci **38**, 543 (1990).
13. C. Thompson, A. Barkan, N. D'Angelo, and R. L. Merlino, Phys. Plasmas **4**, 2331 (1997).
14. S. Khrapak, D. Samsonov, G. Morfill, H. Thomas, V. Yaroshenko, H. Rothermel, T. Hagl, V. Fortov,

A. Nefedov, V. Molotkov, O. Petrov, A. Lipaev, A. Ivanov, and Y. Baturin, Phys. Plasmas **10**, 1 (2003).
15. S. V. Annibaldi, A. V. Ivlev, U. Konopka, S. Ratynskaia, H. M. Thomas, G. E. Morfill, A. M. Lipaev, V. I. Molotkov, O. F. Petrov, and V. E. Fortov, New J. Phys. **9**, 327 (2007).
16. D. Samsonov, J. Goree, Z. W. Ma, A. Bhattacharjee, H. M. Thomas, and G. E. Morfill, Phys. Rev. Lett. **83**, 3649 (1999).
17. D. Samsonov, J. Goree, H. M. Thomas, and G. E. Morfill, Phys. Rev. E **61**, 5557 (2000).
18. D. Samsonov, A. V. Ivlev, R. A. Quinn, G. Morfill, and S. Zhdanov, Phys. Rev. Lett. **88**, 095004 (2002).
19. D. Samsonov, S. K. Zhdanov, R. A. Quinn, S. I. Popel, and G. E. Morfill, Phys. Rev. Lett. **92**, 255004 (2004).
20. T. E. Sheridan, V. Nosenko, and J. Goree, Phys. Plasmas **15**, 073703 (2008).
21. D. Samsonov, G. Morfill, H. Thomas, T. Hagl, H. Rothermel, V. Fortov, A. Lipaev, V. Molotkov, A. Nefedov, O. Petrov, A. Ivanov, and S. Krikalev, Phys. Rev. E **67**, 036404 (2003).
22. V. E. Fortov, O. F. Petrov, V. I. Molotkov, M. Y. Poustylnik, V. M. Torchinsky, V. N. Naumkin, and A. G. Khrapak, Phys. Rev. E **71**, 036413 (2005).
23. A. Usachev, A. Zobnin, O. Petrov, V. Fortov, M. H. Thoma, H. Höfner, M. Fink, A. Ivlev, and G. Morfill, Phys. Plasmas **16**, 053028 (2014).
24. S. Schütt, C. A. Knapek, D. Maier, D. P. Mohr, and A. Melzer, Phys. Plasmas **32**, 023704 (2025).
25. M. Y. Pustylnik, M. A. Fink, V. Nosenko et al. (Collaboration), Rev. Sci. Instrum. **87**, 093505 (2016).
26. F. Aurenhammer, ACM Comput. Surv. **23**, 345 (1991).
27. A. V. Ivlev, M. H. Thoma, C. Räth, G. Joyce, and G. E. Morfill, Phys. Rev. Lett. **106**, 155001 (2011).
28. A. V. Ivlev, J. Bartnick, M. Heinen, C.-R. Du, V. Nosenko, and H. Löwen, Phys. Rev. X **5**, 011035 (2015).
29. M. Rosenberg, Journal of Vacuum Science Technology A: Vacuum Surfaces and Films **14**, 631 (1996).
30. V. E. Fortov, A. G. Khrapak, S. A. Khrapak, V. I. Molotkov, A. P. Nefedov, O. F. Petrov, and V. M. Torchinsky, Phys. Plasmas **7**, 1374 (2000).
31. G. Joyce, M. Lampe, and G. Ganguli, Phys. Rev. Lett. **88**, 095006 (2002).
32. S. Khrapak and V. Yaroshenko, Plasma Phys. Control. Fusion **62**, 105006 (2020).
33. V. V. Zhakhovskiĭ, V. I. Molotkov, A. P. Nefedov, V. M. Torchinskiĭ, A. G. Khrapak, and V. E. Fortov, Soviet JETP Lett. **66**, 419 (1997).
34. O. S. Vaulina, S. A. Khrapak, A. P. Nefedov, and O. F. Petrov, Phys. Rev. E **60**, 5959 (1999).
35. A. P. Thompson, H. M. Aktulga, R. Berger, D. S. Bolintineanu, W. M. Brown, P. S. Crozier, P. J. in't Veld, A. Kohlmeyer, S. G. Moore, T. D. Nguyen, R. Shan, M. J. Stevens, J. Tranchida, C. Trott, and S. J. Plimpton, Comput. Phys. Commun. **271**, 108171 (2022).
36. A. M. Lipaev, V. N. Naumkin, S. A. Khrapak, A. D. Usachev, O. F. Petrov, M. H. Thoma, M. Kretschmer, C.-R. Du, O. D. Kononenko, and A. V. Zobnin, Phys. Rev. E **111**, 015209 (2025).
37. P. S. Epstein, Phys. Rev. **23**, 710 (1924).
38. W. Sun, M. Schwabe, H. M. Thomas, A. M. Lipaev, V. I. Molotkov, V. E. Fortov, Y. Feng, Y.-F. Lin, J. Zhang, Y. Guo, and C.-R. Du, EPL (Europhysics Letters) **122**, 55001 (2018).
39. S. A. Khrapak and H. M. Thomas, Phys. Rev. E **91**, 023108 (2015).