Письма в ЖЭТФ, том 122, вып. 1, с. 60 – 70

Латеральная плазмонная сверхрешетка в нерезонансном режиме[1)]

И. В. Горбенко[2)], *В. Ю. Качоровский*

Физико-технический институт имени А. Ф. Иоффе РАН, 194021 С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 17 октября 2024 г.
После переработки 2 июня 2025 г.
Принята к публикации 3 июня 2025 г.

Изучен коэффициент прохождения терагерцового излучения через латеральную плазменную сверхрешетку с элементарной ячейкой, состоящей из двух областей с разными скоростями плазменных волн, s_1 и s_2 ($s_1 > s_2$). Обобщена теория, разработанная ранее для резонансного случая, на нерезонансный режим, в предположении, что темп релаксации, γ, велик по сравнению с фундаментальными частотами плазменных колебаний $\omega_{1,2}$ в обеих областях. Описана эволюция коэффициента прохождения $\mathcal{T}$ с ростом частоты излучения, выявлено несколько режимов диссипации, построена общая диаграмма, описывающая эти режимы и найдены соответствующие аналитические выражения для $\mathcal{T}$. Наиболее важный результат состоит в том, что $\mathcal{T}$ резко зависит от частоты ω и от напряжений на затворах, которые управляют скоростями $s_{1,2}$. В частности, для $\omega_2 \ll \omega_1$ прохождение $\mathcal{T}$ резко меняется в очень малом масштабе частот $\delta\omega \ll \gamma$, определяемом максвелловской релаксацией ($\delta\omega \sim \omega_1^2/\gamma$), так что сверхрешетка демонстрирует очень высокую чувствительность в узком частотном интервале. Неожиданное появление узкого пика глубоко в нерезонансном режиме является универсальным явлением и может также наблюдаться в ряде других фотоэлектрических эффектов.

DOI: 10.31857/S0370274X25070094, EDN: LMJHQD

1. Введение. Исследование плазменных волн в двумерных (2D) системах, начавшееся в 1970-х гг. [1–8], было инициировано теоретическим анализом спектра 2D плазменных волн [1] и первым экспериментальным наблюдением плазмонов в поглощении инфракрасного света в 2D электронном газе с решетчатой антенной [2].

Плазмонные колебания представляют собой не только фундаментальный интерес, но и весьма перспективны для приложений [9]. Примечательно, что в двумерных затворных структурах скорость плазменной волны s может перестраиваться напряжением на затворе, а ее типичное значение, $s \sim 10^8$ см/с, на порядок превышает скорость дрейфа электронов $\lesssim 10^7$ см/с. Следовательно, для полупроводниковых структур с субмикронными размерами частота плазменных колебаний попадает в терагерцовый (ТГц) диапазон. Это открывает широкие возможности для создания перестраиваемых полупроводниковых приборов, работающих в ТГц диапазоне частот.

Интерес к 2D ТГц плазмонике значительно вырос после работ Дьяконова и Шура, которые предложили механизм индуцированной постоянным током неустойчивости плазменных волн в полевом транзисторе (ПТ) [10], а также показали, что ПТ может быть использован в качестве перестраиваемого, резонансного или нерезонансного детектора ТГц излучения [11]. Эти работы инициировали серию публикаций, посвященных теоретическому, экспериментальному и численному изучению явлений плазменных волн в FET (см. обзоры [12–14]).

Достаточно быстро стало ясно, что многозатворные 2D структуры, в которых электронная плотность модулируется с периодом L (типичное значение составляет несколько микрометров), имеют существенные преимущества по сравнению с одиночными ПТ. В частности, при заданном значении L связь системы с ТГц излучением (с типичной длиной волны 100 мкм) увеличивается с числом ячеек решетки, т.е. числом периодов модуляции. Измеряемый экспериментально спектр коэффициента прохождения содержит плазменные резонансы хорошего качества вплоть до 170 K в структурах на основе AlGaN/GaN [15] и вплоть до комнатной температуры в графеновых структурах с решетчатым затвором [16].

Структуры с решетчатыми затворами [15–28], а также периодические 2D структуры, состоящие из массивов экранирующих дисков или треугольников (см., например, ссылки [29–32]), представляют осо-

[1)] См. дополнительный материал к данной статье на сайте нашего журнала www.jetpletters.ru

[2)] e-mail: gorbenko.ilya.v@gmail.com

бый интерес также с фундаментальной точки зрения. В частности, периодическая модуляция плотности в решетчатых затворных структурах создает кристаллическую структуру для плазменных волн с разрешенными и запрещенными зонами [33], перестраиваемыми напряжением на затворе. Следовательно, такая структура представляет собой латеральный плазмонный кристалл (ЛПК) с уникальной возможностью чисто электрического управления зонной структурой. Такие ЛПК активно изучаются теоретически и численно [18–22, 26, 27], а также экспериментально [15, 16, 23–25, 28]. Совсем недавно возможность перестройки ЛПК между режимами слабой и сильной связи с помощью напряжения на затворе была проверена экспериментально [25] и описана теоретически [34], с хорошим согласием между экспериментом и теорией. Теория также качественно согласуется с более ранними численными расчетами [17, 22]. В этом году появилась экспериментальная работа [28], целью которой, в частности, была проверка теории, развитой в работах [19, 34]. Было показано, что теория хорошо описывает как сам эксперимент [28], так и ряд других экспериментов.

Изучение работы ЛПК в нерезонансном режиме, когда ширина разрешенных и запрещенных зон меньше темпа релаксации импульса, также представляет значительный интерес. Стоит отметить, что наиболее интенсивный отклик в одиночных ПТ обычно экспериментально получается именно в нерезонансном режиме, когда канал полевого транзистора обеднен [35] (для обзора более поздних публикаций, обсуждающих нерезонансный режим, см. ссылки [36–41]). Кроме того, в нерезонансном режиме было продемонстрировано (как теоретически, так и экспериментально) индуцированное током гигантское усиление постоянного фотоотклика [42], а также поляризационно-чувствительные эффекты интерференции плазменных волн [43–47]. Также появление постоянного тока в ЛПК без центра инверсии – так называемый эффект храповика – активно изучается, в частности, в нерезонансном режиме [18, 48–55].

В этой статье мы вычисляем коэффициент прохождения, связанный с поглощением ТГц излучения в ЛПК, находящемся в нерезонансном режиме. Мы идентифицируем несколько режимов диссипации и находим аналитические выражения для поглощения и, следовательно, для коэффициента прохождения в этих режимах. Наш ключевой вывод заключается в том, что диссипация в 2D канале имеет очень резкий провал при низкой частоте на фоне пика Друде. Удивительным образом, ширина провала, $\delta\omega$, оказалась много меньше обратной скорости релаксации импульса γ. Как следствие, коэффициент прохождения $\mathcal{T}$ имеет очень острый пик (с центром в точке $\omega = 0$) на контрасте с плавной зависимостью друдевского пика.

Физика, определяющая возникновение резкого пика, – это максвелловская релаксация электронного заряда. Такая релаксация обсуждалась давно для 2D *однородной* системы [56, 57]. Примечательно, что в *неоднородных* системах максвелловская релаксация может привести к появлению резкого провала (или пика) не только в диссипации и коэффициенте прохождения, но и, как было недавно показано, в фотогальваническом эффекте [58]. Это означает, что нерезонансный отклик неоднородных систем повсеместно будет демонстрировать очень резкое поведение на низких частотах в отличие от общепринятого мнения, что поведение на низких частотах всегда можно описать формулой типа Друде.

2. Постановка задачи и общий подход. По аналогии с недавними работами [16, 19, 21, 34], мы описываем ЛПК как периодическую систему полосок с элементарной ячейкой, состоящей из двух областей с шириной L_1 и L_2, разделенных узким интервалом, δL, и имеющих скорости плазменных волн s_1 и s_2 ($s_1 > s_2$), которые контролируются затворными напряжениями $U_g^{(1)}$ и $U_g^{(2)}$ соответственно (см. рис. 1). Напряжения прикладываются к затворам решетки, находящимся на расстоянии d от 2D электроного канала. Типичные экспериментальные значения следующие: $\delta L \sim 0.1{-}0.5$ мкм [15, 16, 23], $L_{1,2} \sim 1{-}4$ мкм [50, 51, 53], $d \sim 10{-}100$ нм. Плазменный кристалл с числом периодов от 10 до 10^3 может иметь длину $25{-}800$ мкм [16, 25].

В данной работе рассматривается нерезонансный режим: $\gamma \gg \omega_1$, $\gamma \gg \omega_2$, где γ – темп релаксации импульса и

$$\omega_{1,2} = \pi s_{1,2}/L_{1,2} \qquad (1)$$

являются фундаментальными частотами обеих областей (точнее, изолированных полосок шириной $L_{1,2}$ соответственно). При таких условиях плазменные резонансы затухают. Целью данной работы является нахождение коэффициента прохождения в нерезонансном режиме как функции $\omega_{1,2}$ и ω. Для определенности мы фиксируем s_1 (и соответствующее $U_g^{(1)}$) и предполагаем, что s_2 управляется затвором $U_g^{(2)}$ в интервале $0 < s_2 < s_1$ так, что ω_2 изменяется от 0 до ω_1 (для $L_1 = L_2$). Случай $|s_1 - s_2| \ll s_1$ соответствует режиму слабой связи в ЛПК. В этом случае электронная плотность слабо модулируется. Противоположный случай сильной связи, т.е. сильной модуляции плотности, реализуется для $s_2 \ll s_1$. Для $s_2 \to 0$

отклик системы полностью определяется областями “1”, разделенными почти изолирующими областями “2” [16, 34]. Имея это в виду, мы следуем работе [16] и называем область “1” *активной*, а область “2” *пассивной.*

Система находится в поле ТГц излучения, которое линейно поляризовано вдоль оси x и падает на структуру сверху вдоль оси z. Длина волны излучения λ предполагается намного большей периода решетки, $\lambda \gg L_1 + L_2$. Для x-поляризации идеальная металлическая решетка абсолютно прозрачна (напротив, для линейной y-поляризации все излучение с большой длиной волны отражается от металлических полосок). Поправки к коэффициенту прохождения в нашей задаче возникают только из-за диссипации в 2D электронном газе, отделенном от металлических электродов решетки расстоянием d (см. рис. 1).

Мы предполагаем, что $\sigma_{1,2} \ll c$, где c – скорость света, а $\sigma_{1,2}$ – двумерные проводимости электронной жидкости в областях “1” и “2” (для обсуждения противоположного случая, $\sigma_{1,2} \gg c$, см. [59]). Проводимость металлических решетчатых затворов, напротив, должна быть большой $\sigma_{\rm M}/\omega L \gg 1$, чтобы поляризация металла адиабатически следовала за внешним полем (это означает, что время максвелловской релаксации в металле короче обратной частоты).

Коэффициент прохождения вычисляется до первого порядка по параметрам $\sigma_{1,2}/c \ll 1$. При таком условии можно пренебречь радиационным затуханием плазменных колебаний [33], и коэффициент прохождения близок к единице с небольшой поправкой, которая полностью выражается через полную омическую диссипацию в системе, $P_{\rm tot}$:

$$\mathcal{T} \approx 1 - \frac{8\pi\, P_{\rm tot}}{c\sqrt{\epsilon}E_0^2}, \qquad (2)$$

где E_0 – амплитуда падающего излучения, а ϵ – диэлектрическая проницаемость, которую мы предполагаем одинаковой во всей системе (мы пренебрегаем здесь отражением, которое пропорционально второму порядку относительно параметров $\sigma_{1,2}/c$ [33]). В реалистичных экспериментах диссипация происходит как в 2D-канале, так и в металлических контактах. Здесь мы фокусируемся на поправке $\delta\mathcal{T}$, связанной с 2D газом, $\delta\mathcal{T} = -8\pi\, P/c\sqrt{\epsilon}E_0^2$, где P – диссипация в канале. Частотная зависимость P содержит информацию о плазменных возбуждениях (резонансных или нерезонансных) в 2D канале (плазменные резонансы в диссипации в 2D системе в форме квадрата были недавно исследованы в работе [60]).

Плазменные колебания плотности в двумерном электронном газе могут быть возбуждены только

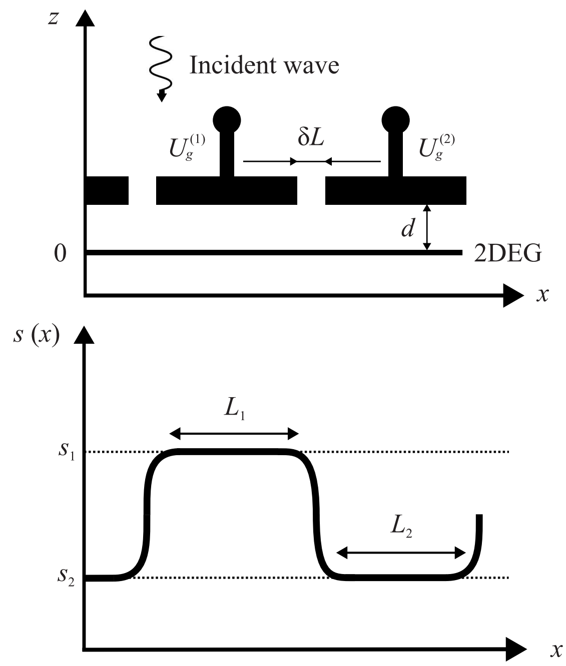

Рис. 1. Верхняя панель: Схематическое изображение структуры двойных решетчатых затворов. 2D электронный газ (2DEG на рисунке) занимает (x, y)-плоскость, однороден в y-направлении и периодически модулируется в x-направлении двумя решетчатыми затворами с длинами L_1 и L_2, к которым прикладываются различные напряжения $U_g^{(1)}$ и $U_g^{(2)}$. Нижняя панель: Модельная зависимость скорости плазменной волны s от x в элементарной ячейке плазмонного кристалла (состоящей из областей L_1 и L_2, разделенных небольшим интервалом δL). Скорости $s_{1,2}$ контролируются напряжениями $U_g^{(1,2)}$ согласно уравнению (7)

при наличии какой-либо неоднородности. В структурах с решетчатым затвором реализуется два типа неоднородностей:

(i) Во-первых, решетчатый затвор модулирует амплитуду электромагнитного поля в 2D-канале с периодом решетки $L = L_1 + L_2$. Предполагая, что падающая волна линейно поляризована вдоль оси x, $\mathbf{E} = E(x,t)\ \mathbf{e}_x$, получаем

$$E(x,t) = E_0\left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} h_n \cos\left(nKx + \phi_n\right)\right)\cos\omega t, \quad (3)$$

где $K = 2\pi/L$, E_0 – однородная составляющая поля, а безразмерные амплитуды модуляции h_n (как и фазы ϕ_n) зависят от геометрии решетки, в частности от интервала δL между полосами решетки и ширины спейсера d.[3)]

[3)] Амплитуды h_n – неэкранированные амплитуды, описы-

Аналитический расчет h_n требует решения трехмерной электродинамической задачи и выходит за рамки настоящей статьи. Здесь мы используем h_n в качестве феноменологических параметров, предполагая $h_n \ll 1$. Это предположение хорошо согласуется с численным моделированием, которое дает $h_n \approx 0.2$ [61], и позволяет качественно воспроизвести свойства фотоэлектрического отклика в резонансных и нерезонансных режимах (см., например, [48, 50, 51, 54, 55, 58]), а также поправки к коэффициенту прохождения [34].

(ii) Во-вторых, поскольку концентрация электронов в канале модулируется затворными электродами, динамическое экранирование внешнего поля двумерными плазмонами также неоднородно. В результате даже в случае $h_n = 0$, когда электрическое поле излучения однородно, $E = E_0 \cos\omega t$, возбуждаются ненулевые плазмонные колебания при условии, что $s_1 \neq s_2$.

Оба типа неоднородности обсуждались в литературе (см., например, ссылки [62–68]), в частности совсем недавно в контексте перехода из резонансного в "супер-резонансный" режим [34]. В работе [34] также обсуждалась конкуренция между этими двумя механизмами плазменных возбуждений. Было обнаружено, что для структуры решетчатого затвора с центром инверсии (скажем, для $\phi_n = 0$) отклик определяется неоднородным динамическим экранированием для любого $s_1 \neq s_2$, за исключением узкой области в пределах $s_1 \approx s_2$ (режим слабой связи), так что для $|s_1 - s_2| \sim s_2$ можно пренебречь вкладом h_n. Это утверждение не справедливо для модуляции без центра инверсии. В последнем случае неоднородные гармоники в уравнении (3) приводят к возбуждению так называемых темных мод, которые не проявляются в отклике на однородное поле E_0 (см. также обсуждение темных мод в [20, 22, 69, 70]).

Ниже мы анализируем оба типа неоднородности (см. разделы 4 и 5). Важно, что в обоих случаях наблюдается очень резкий провал в центре плавного пика диссипации Друде. Мы обнаружили, что в двух важных предельных случаях очень слабой ($s_1 \approx s_2$) и очень сильной ($s_2 \ll s_1$) связи этот провал можно хорошо описать простой моделью одиночного осциллятора с затуханием (*damped oscillator model*).

3. Гидродинамическое приближение. В данной работе мы описываем ЛПК с использованием гидродинамического приближения, предполагая, соответственно, что электрон-электронные столкновения доминируют над примесным и фононным рассеянием, а электроны в 2D канале можно описать уравнениями Эйлера и непрерывности:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial x} + \gamma v = -\frac{e}{m}\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{eE}{m}, \tag{4}$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(Uv) = 0. \tag{5}$$

Здесь $v(x,t)$ и $U(x,t)$ – локальная скорость дрейфа и напряжение затвор-канал, а eE – внешняя сила, действующая в канале, заданная уравнением (3). В уравнении (4) мы пренебрегаем вязкостью, η, предполагая, что $\eta q^2 \ll \gamma$ (здесь $q \sim 1/L$), так что рассеяние на примесях доминирует над вязким трением.

Равновесная концентрация электронов в канале контролируется напряжением на затворе U_g:

$$N_0 = \frac{C(U_{\mathrm{g}} - U_{\mathrm{th}})}{e}, \tag{6}$$

в то время как локальная концентрация задается тем же уравнением с заменой $N_0 \to N(x,t)$ и $U_{\mathrm{g}} \to U(x,t)$. Здесь U_{th} – пороговое напряжение, $C = \epsilon/4\pi d$ – емкость канала на единицу площади, ϵ – диэлектрическая проницаемость, а d – ширина спейсера.

Плазмонные эффекты связаны с вкладом $(e/m)\,\partial U/\partial x$ в уравнении (4). Это слагаемое приводит к неоднородному динамическому экранированию электрического поля излучения $E(x,t)$.

Скорость плазменной волны зависит от концентрации и, следовательно, ей также можно управлять с помощью затвора:

$$s = \sqrt{\frac{e(U_g - U_{th})}{m}}. \tag{7}$$

Периодическая модуляция достигается использованием двойного решетчатого затвора с различными напряжениями $U_g^{(1)}$ и $U_g^{(2)}$ на затворах, охватывающих области "1" и "2" соответственно (см. рис. 1). Экспериментально такие структуры были реализованы в большом количестве работ (см. ссылки [14, 16, 18, 20, 23, 50–55, 70, 71]).

Плазменные волны, распространяющиеся в областях "1" и "2", рассеиваются на границах между областями. Аналитическое описание такого рассеяния подразумевает решение 3D уравнения Максвел-

вающие поляризацию идеальной металлической решетчатой структуры затвора в отсутствие электронного газа (формально при $s_1 = s_2 = 0$) и зависящие только от геометрических свойств структуры. Полное поле в канале экранируется, $E_{\mathrm{tot}} = E - s^2\partial n/\partial x$ (здесь $s = s_1$ или $s = s_2$ в разных областях) задается тем же уравнением, что и (3) с заменой $h_n \to \tilde{h}_n$, где $\tilde{h}_n$ – экранированные амплитуды, зависящие от тока в канале, которые должны быть найдены самосогласованно.

ла совместно с уравнениями (4), (5) с учетом конечного расстояния δL между полосками. Альтернативным способом является использование подхода матрицы рассеяния. Последний обсуждался в работах [72, 73] для различных моделей матриц рассеяния, и было продемонстрировано хорошее согласие с прямым численным моделированием. В этой статье, а также в нашей предыдущей работе [34] мы используем простейшую матрицу рассеяния, которая соответствует случаю френелевского рассеяния (см. уравнение (10) в работе [72]). Можно показать, что эта матрица получается, если положить $\delta L = 0$ и использовать стандартные граничные условия между активными и пассивными областями [19, 21, 34], соответствующие сохранению тока, Nv, и энергии, $mv^2/2 + eU$, на границе между областями. Такая упрощенная модель охватывает основную физику плазмонного кристалла при условии, что частота не слишком велика $\omega\delta L/s_{1,2} \ll 1$ (см. более подробное обсуждение в работе [34]).

В гидродинамическом приближении локальная диссипация, вызванная примесным рассеянием, определяется выражением $m|\mathbf{v}(x,t)|^2/\tau$ (см., например, [49]), где $\mathbf{v}(x,t)$ – гидродинамическая скорость, а $\tau = \gamma^{-1}$ – время релаксации импульса. Следовательно, омическая диссипация на единицу площади в плазменном кристалле имеет вид

$$P = \left\langle N \frac{m|\mathbf{v}(x,t)|^2}{\tau} \right\rangle_{x,t}, \tag{8}$$

где $N = N(x,t)$ – концентрация электронов в канале, а $\langle \dots \rangle_{x,t}$ – усреднение по площади кристалла и по периоду внешнего излучения. Для $s_1 = s_2$ и $h_n = 0$, диссипация просто задается диссипацией Друде, P_{Dr}, в однородной электронной жидкости

$$P(s_2 = s_1) = P_{\mathrm{Dr}} = \frac{\gamma E_0^2 C s_1^2}{2(\omega^2 + \gamma^2)}. \tag{9}$$

Затухание плазменных волн. Важной особенностью плазменных волн в диссипативном режиме является частотно-зависимое затухание. Линеаризуя уравнения (4) и (5), получаем следующее дисперсионное уравнение:

$$\left[\omega^2 - \omega_q^2\right]^2 \tau^2 + \omega^2 = 0. \tag{10}$$

Здесь $\omega_q = sq$ и s равно s_1 или s_2 в областях "1" и "2" соответственно. Для больших τ это уравнение дает $\omega \approx \omega_q - i\gamma/2$. Однако в обсуждаемом нерезонансном режиме, когда $\omega\tau \ll 1$ и $\omega_q\tau \ll 1$, это уравнение дает

$$\omega \approx \pm i\omega_q^2\tau. \tag{11}$$

Следовательно, при фиксированном q мы получаем чисто мнимое решение для частоты.

Имея в виду, что для полосы шириной L волновой вектор q квантуется и пропорционален $1/L$, находим, что в нерезонансной задаче возникают два темпа релаксации

$$\Gamma_{1,2} = \omega_{1,2}^2/\gamma \ll \gamma, \tag{12}$$

где $\omega_{1,2}$ определяются уравнением (1). Темп $\Gamma_{1,2}$ имеет физический смысл скоростей максвелловской релаксации [56, 57] в пассивной и активной областях.

Используя уравнение (10), можно также ввести комплексные частотно-зависимые волновые вектора, $q_{1,2} = q_{1,2}(\omega)$, описывающие пространственные изменения как скорости, так и концентрации в областях "1" и "2" для фиксированной частоты:

$$q_{1,2} = \frac{\sqrt{\omega(\omega + i\gamma)}}{s_{1,2}} = \frac{\Omega + i\Gamma}{s_{1,2}}, \tag{13}$$

где $\Omega = \mathrm{Re}\sqrt{\omega(\omega + i\gamma)}$ и $\Gamma = \mathrm{Im}\sqrt{\omega(\omega + i\gamma)}$ определяют действительную и мнимую части $q_{1,2}$, описывающие соответственно обратные периоды и обратные длины затухания пространственных колебаний плотности в областях "1" и "2". Здесь скорости плазменных волн $s_{1,2}$ определены при $\gamma = 0$ (см. уравнение (7)). Эти обозначения удобно использовать и в нерезонансном режиме, когда $\gamma \gg \omega$ и плазменные волны затухают. Из уравнения (13) находим

$$q_{1,2} \approx \begin{cases} (\omega + i\gamma/2)/s_{1,2}, & \text{для } \omega \gg \gamma, \\ (1+i)\sqrt{\omega\gamma/2}, & \text{для } \omega \ll \gamma. \end{cases} \tag{14}$$

Соответствующие частотно-зависимые длины затухания плазменной волны, $L_{1,2}^* = L_{1,2}^*(\omega)$, определяются как

$$L_{1,2}^* = \frac{s_{1,2}}{\mathrm{Im}[q_{1,2}]} \approx \begin{cases} 2s_{1,2}/\gamma, & \text{для } \omega \gg \gamma, \\ \sqrt{2}s_{1.2}/\sqrt{\omega\gamma}, & \text{для } \omega \ll \gamma. \end{cases} \tag{15}$$

Можно проверить, что условие $\omega > \Gamma_i$ $(i = 1, 2)$ эквивалентно неравенству $L_i^* < L_i$.

Используя выведенные выше формулы, в следующих двух разделах мы обсудим два различных механизма неоднородности.

4. Режим слабой связи: реакция однородной жидкости на неоднородное поле. Режим слабой связи реализуется для $s_1 \approx s_2$, когда электронную жидкость можно в первом приближении считать однородной. Тогда доминирует первый механизм неоднородности. Поэтому мы фокусируемся на вкладе неоднородных членов $(h_n \neq 0,\ n = 1, 2, \dots)$ в уравнении (3) и, при вычислении этого вклада, положим $s_1 = s_2$. Решая линеаризованные уравнения (4) и (5) для $s_1 = s_2$ и используя уравнение (8), получаем

$$P = P_0 \frac{\gamma^2}{\gamma^2 + \omega^2} + \sum_{n=1}^{\infty} P_n, \tag{16}$$

где

$$P_n = \frac{P_0}{2} \frac{\gamma^2 h_n^2}{\left(\omega - \frac{\omega_n^2}{\omega}\right)^2 + \gamma^2}, \tag{17}$$

$\omega_n = n s_1 K$ и

$$P_0 = \frac{E_0^2 C}{2\gamma(L_1 + L_2)} \left(L_1 s_1^2 + L_2 s_2^2\right) \to \frac{E_0^2 C s_1^2}{2\gamma}, \quad \text{для} \quad s_2 \to s_1. \tag{18}$$

Стоит отметить, что уравнение (17) не зависит от фаз ϕ_n, входящих в уравнение (3), и, следовательно, не чувствительно к наличию или отсутствию центра инверсии в системе. Однако зависимость от ϕ_n проявляется в более высоких порядках по h_n, так что возбуждение темных мод становится возможным при асимметричной модуляции электрического поля, как было численно показано в [22]. Здесь мы ограничимся низшим порядком по малым h_n.

Физическая интерпретация: модель затухающего осциллятора. Физический смысл уравнения (17) можно прояснить, используя так называемую модель затухающего осциллятора, т.е. одиночного осциллятора с частотой ω_n и затуханием γ, возбуждаемого внешней силой с частотой ω (см. параграфы 26 и 23 в [74] и [75] соответственно). Эта модель из учебника позволяет описать два предельных случая: режим очень слабой связи, описанный в этом разделе, а также режим сильной связи, описанный ниже в разделе 5.

Начнем с обсуждения уравнения (17). Эта формула есть не что иное, как мощность, выделяемая во время "раскачивания" одного затухающего осциллятора с частотой ω_n внешней силой (пропорциональной h_n). Ее можно легко вывести из уравнения (26.3) в [74]. В нашем случае сдвиг ω_n^2/ω в знаменателе уравнения (17) легко получить путем линеаризации гидродинамических уравнений. Наше ключевое наблюдение заключается в том, что мощность, выделяемая в этой простой модели одного осциллятора, имеет резкий спад на низких частотах при $\omega_n \ll \gamma$ (см. черную сплошную линию на рис. 2). В однородном пределе, $q = 0$, $\omega_n = 0$, резкий провал исчезает и уравнение (17) воспроизводит формулу Друде. Однако этот предельный переход нетривиален: с уменьшением q провал становится уже, сохраняя свою высоту.

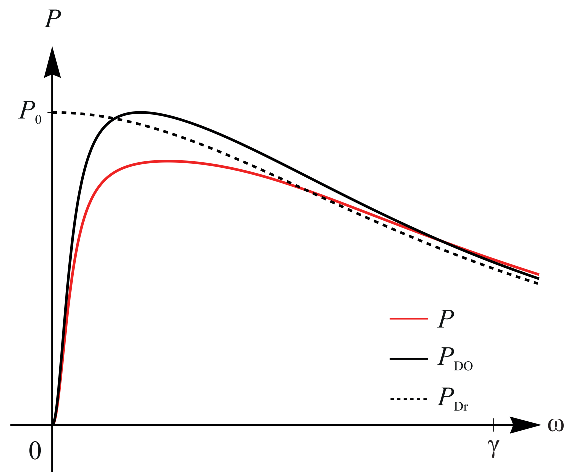

Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимость диссипации в случае очень сильной связи (периодически расположенные изолированные полоски, $s_2 = 0$) в нерезонансном режиме ($\gamma/\omega_1 = 5$): красная сплошная кривая – точная формула (22); черная сплошная кривая – модель затухающего осциллятора; пунктирная линия – формула Друде

Чтобы окончательно прояснить физический смысл, заметим, что поправка к выделяемой в канале мощности рассеяния должна обязательно приводить к поправке к коэффициенту прохождения просто потому, что волна должна тратить энергию на "раскачку" осциллятора (в соответствии с уравнением (8)). Поэтому провал в мощности диссипации должен неизбежно приводить к пику в спектре коэффициента прохождения.

5. Режимы промежуточной и сильной связи: реакция неоднородной жидкости на однородное поле. Далее мы изучаем случай промежуточной связи, $s_1 \neq s_2$. В этом случае основной вклад вносит однородная составляющая внешнего поля, так что можно положить $h_n = 0$, и, соответственно, $E = E_0 \cos \omega t$. Мы подробно исследуем случай произвольного соотношения между s_1 и s_2 и покажем, что в пределе сильной связи $s_2 \ll s_1$ отклик хорошо описывается моделью затухающего осциллятора и, следовательно, демонстрирует резкий провал на низкой частоте.

Расчет P для рассматриваемого случая достаточно стандартен, поэтому мы сразу приводим здесь результат (технические детали обсуждаются в [34]). Наиболее общее уравнение для диссипации (описывающее как резонансные, так и нерезонансные случаи) при $h_n = 0$ имеет вид

$$P = \frac{\gamma^2}{\omega^2 + \gamma^2} \left[P_0 + P_{\text{res}}\right], \tag{19}$$

где P_0 задается уравнением (18) и

$$P_{\rm res} = \frac{E_0^2 C}{2(L_1+L_2)} \frac{\left(s_1^2 - s_2^2\right)^2 \times {\rm Re}\left[(\Gamma - {\rm i}\Omega)^3 \Sigma\right]}{\Omega\Gamma(\Gamma^2+\Omega^2)|\Sigma|^2}. \quad (20)$$

Здесь

$$\Sigma = s_1 \cot q_1 L_1/2 + s_2 \cot q_2 L_2/2, \quad (21)$$

зависит от комплексных волновых векторов $q_{1,2}$ (см. уравнение (13)).

В резонансном режиме, когда γ мала, спектр диссипации P содержит острые максимумы, положения которых можно найти, отправив $\gamma \to 0$. Тогда Σ становится действительной и имеет точные нули на частотах, которые определяют плазмонные резонансы [34]. Также отметим, что для $s_1 = s_2$ (и $h_n = 0$,), $P_{\rm res} = 0$, в то время как член, пропорциональный P_0, воспроизводит однородную диссипацию Друде $P(s_2 = s_1) = [\gamma^2/(\omega^2+\gamma^2)]P_0(s_2 = s_1) = P_{\rm Dr}$.

При больших γ плазменные резонансы затухают. В этом случае уравнение (19) описывает несколько нерезонансных режимов. Мы подробно обсуждаем эти режимы в файле с дополнительными материалами. В этом разделе, стремясь сосредоточиться на нашем основном предсказании, мы ограничимся простейшим предельным случаем $s_2 \ll s_1$ (так называемый режим сильной связи).

5.1. Предел сильной связи, $s_2 \ll s_1$. В этом случае можно положить $s_2 = 0$, так что мы придем к модели изолированных, периодически расположенных полос. Диссипация в такой модели также очень хорошо интерполируется моделью затухающего осциллятора, хотя формально она задается более сложной формулой. Действительно, для $s_2 \to 0$ из уравнения (19) получается

$$\frac{P}{P_0(s_2=0)} = \frac{\gamma^2}{\omega^2+\gamma^2} \times \left(1 + \frac{s_1 {\rm Re}[(\Gamma + i\Omega)^3 \tan\frac{q_1 L_1}{2}]}{L_1 \Gamma\Omega(\Gamma^2+\Omega^2)}\right). \quad (22)$$

На рисунке 2 мы сравниваем это уравнение с моделью затухающего осциллятора, которая дает для этого случая $P_{\rm DO}/P_0(s_2=0) \approx \gamma^2/[\left(\omega - \omega_n^2/\omega\right)^2 + \gamma^2]$, где теперь ω_n – частота изолированной полосы. Мы видим, что оба решения очень близки друг к другу и предсказывают резкий провал в небольшом частотном интервале $\omega \lesssim \omega_n^2/\gamma$ на фоне плавного Друде пика, показанной пунктирной линией.

5.2. Режим промежуточной связи. Здесь мы предполагаем промежуточную случай, когда параметр $|s_1 - s_2|/s_1$ не слишком мал и не равен точно единице, как предполагалось в разделе 5.1. Мы обсудим эволюцию диссипации с ростом частоты возбуждения и выделим несколько режимов диссипации, предполагая $h_n = 0$. Чтобы не перегружать статью техническими подробностями, мы ограничимся общим обсуждением этих режимов, поместив все соответствующие формулы в файл с дополнительными материалами.

Обе области,“1” и “2”, могут быть “*длинными*” или “*короткими*” в зависимости от соотношения между L_i и L_i^*, $i = (1,2)$. Для *длинной области* ($L_i^* \ll L_i$, т.е. $\omega \gg \omega_i^2/\gamma$) плазменные волны быстро затухают от границ внутрь области i. Для *короткой области* ($L_i^* \gg L_i$, т.е. $\omega \ll \omega_i^2/\gamma$) плазменные волны также затухают экспоненциально, но длина затухания намного больше длины полосы, поэтому амплитуда плазменной волны не сильно меняется.

Очень низкая внешняя частота переводит ЛПК в омический режим, когда обе области “1” и “2” коротки по сравнению с соответствующими длинами затухания (область I на рис. 3b).

В противоположном пределе очень высокой частоты плазменные колебания подавлены и пространственно ограничены очень узкими слоями на границах областей. В этом случае, который можно называть режимом “длинной ячейки”, основной вклад в диссипацию связан с однородной друдевской диссипацией во внешнем поле (область III на рис. 3b). На высоких частотах рассеяние достигает пикового значения $\sim P_0$ в интервале частот $\omega_1^2/\gamma \ll \omega \ll \gamma$ (область $\rm III^a$ на рис. 3b) и спадает как $\propto \omega^{-2}$ для $\omega \gg \gamma$ (область $\rm III^b$ на рис. 3b).

Для $s_1 \gg s_2$ и $L_1 \sim L_2$ существует *промежуточный* режим, когда $L_1^* \gg L_1$ и в то же время $L_2^* \ll L_2$ (область II на рис. 3b). Для такого случая плазменные колебания в областях “1” имеют примерно постоянную амплитуду, но быстро спадают в областях “2”, так что плазмонные колебания в различных областях “1” эффективно разделены (отсюда термины “активный” и “пассивный” по отношению к областям “1” и “2”). В этом режиме существуют два конкурирующих вклада в диссипацию: i) от плазмонных колебаний в областях “1” (который $\propto \omega^2$ и доминирует в $\mathbf{II^b}$), а также ii) от узких граничных областей $\sim L_2^*$ в полосах “2” (пропорционален $\sqrt{\omega}$ и доминирует в $\mathbf{II^a}$).

Аналитические формулы, описывающие различные режимы для случая $h_n = 0$, которые показаны на рис. 3b, а также на рис. S1 файла с Дополнительными материалами, могут быть выведены из общего уравнения (20). Соответствующие вычисления мы поместили в файл с дополнительными материалами.

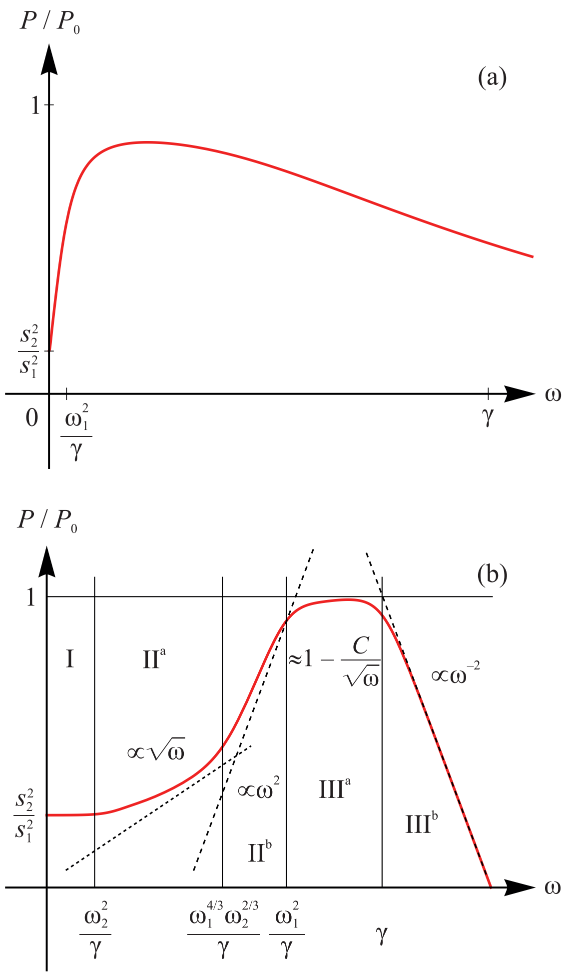

Рис. 3. (Цветной онлайн) Частотная зависимость диссипации в промежуточном режиме связи. Узкий провал в диссипации на малой частоте, вызванный максвелловской релаксацией, виден на панели (a), построенной в нормальном масштабе; различные режимы диссипации лучше видны на графике в двойном логарифмическом масштабе (b). Частоты, отмеченные на горизонтальной оси вместе с вертикальными линиями, представляют границы описанных режимов. Значение $P/P_0 = s_2^2/s_1^2$ является приближением статического предела диссипации для $s_2 \lesssim s_1$. Пунктирные линии в областях $\mathbf{II^a}$, $\mathbf{II^b}$ и $\mathbf{III^b}$ показывают асимптотические зависимости в этих областях: $\sqrt{\omega}$, ω^2, и ω^{-2} соответственно. Графики диссипации построены для $L_1 = L_2$ и (a) – $\omega_2/\omega_1 = 0.2$, $\omega_1/\gamma = 0.2$, (b) – $\omega_2/\omega_1 = 0.01$, $\omega_1/\gamma = 0.1$

6. Обсуждение. *6.1. Сравнение двух механизмов неоднородности.* Выше мы подробно обсудили два различных механизма неоднородности: возбуждение однородной электронной жидкости с $s_1 = s_2$ неоднородным полем с $h_n \neq 0$ и возбуждение неоднородной жидкости ($s_1 \neq s_2$) однородным полем с $h_n = 0$ (см. также файл с дополнительными материалами, где подробно обсуждается второй случай). Можно показать, что второй механизм доминирует везде, кроме случая слабой связи, $s_1 \approx s_2$.

Действительно, уравнение (17) описывает поправку к диссипации, возникающую из-за модулированной составляющей электрического поля. Простые вычисления показывают, что этот член приводит к небольшим модификациям уравнений, полученных в файле с дополнительными материалами для различных режимов промежуточной связи. В частности, в уравнении (S2) следует заменить член $\xi(1-k^2)^2 \to \xi(1-k^2)^2 + \sum_{n\neq 0} h_n^2/2n^4$, а в уравнениях (S8) и (S10) следует заменить первый член в квадратных скобках: $1 \to 1 + \sum_{n\neq 0} h_n^2/2$. Оценим суммы $\sum_{n\neq 0} h_n^2/2$ и $\sum_{n\neq 0} h_n^2/2n^4$. Следуя работам [61] и [76], мы предполагаем, что h_n приблизительно постоянна, $h_n \approx h$, для $n < L/\delta L$ и медленно убывает с ростом n для больших n (приблизительно как $1/n$). Тогда обе суммы сходятся и, используя численное значение $h \approx 0.2$ [61] и типичное значение $L/\delta L \approx 10$, можно оценить $\sum_{n\neq 0} h_n^2/2 \approx (h^2/2)(L/\delta L) \approx 0.2$ и $\sum_{n\neq 0} h_n^2/2n^4 \approx h^2 \sum_{n\neq 0} 1/2n^4 \approx 0.02$. Видно, что такие модификации качественно не меняют частотную зависимость отклика в разных режимах.

6.2. Резкий провал в диссипации. Анализируя полученные выше результаты, мы приходим к выводу, что наиболее интересные эффекты связаны с максвелловской релаксацией. В сильно нерезонансном режиме скорость максвелловской релаксации намного меньше скорости диссипации: $\Gamma_{1,2} \ll \gamma$. Примечательно, что эти скорости описывают характерные масштабы очень резкого изменения P (и, следовательно, $\mathcal{T}$) с частотой. Мы показали, что два предельных случая очень сильной и очень слабой связи могут быть описаны аналитически с помощью простой модели одиночного осциллятора с трением, которая демонстрирует резкий провал в диссипации. Такой провал также появляется и в режиме промежуточной связи (хотя этот случай более сложен и не может быть описан моделью затухающего осциллятора). В частности, в области II^b диссипация резко возрастает с ростом ω в интервале частот порядка $\Gamma_1 \ll \gamma$. Следовательно, $P(\omega)$ имеет острый минимум на малой частоте с шириной $\sim \Gamma_1$ (этот узкий провал лучше виден на рис. 3a в нормальном (не двойном логарифмическом) масштабе). Это означает, что коэффициент прохождения удивительным образом показывает резкую зависимость от частоты в масштабе намного меньшем, чем γ, в сильно нерезонансном режиме. Амплитуда острого минимума зависит от скоростей плазменных волн и может контролироваться напряжениями на затворах.

Отметим также, что по сравнению с известными режимами “короткой ячейки” и “длинной ячейки” в одиночном ПТ, мы ввели и описали дополнительный промежуточный режим в нерезонансном ЛПК в диапазоне частот $\omega_2^2/\gamma \ll \omega \ll \omega_1^2/\gamma$, который может быть реализован в режиме сильной связи, когда $\gamma \gg \omega_1 \gg \omega_2$. Интересно, что в области II^a основной вклад в диссипацию вносит пассивная область “2”.

7. Заключение. Подводя итог, мы изучили прохождение ТГц излучения через латеральную плазменную сверхрешетку с элементарной ячейкой, состоящей из двух областей с разными скоростями плазменных волн. Мы разработали теорию нерезонансного поглощения и описали эволюцию диссипации (и, следовательно, коэффициента прохождения) с ростом частоты излучения. Выявлено несколько режимов поглощения, которые описаны аналитически и проиллюстрированы на общей диаграмме. Показано, что хотя система находится глубоко в нерезонансном режиме, она показывает очень резкую зависимость от частоты в очень малом диапазоне частот, определяемом максвелловской релаксацией. Чувствительность системы по отношению к напряжениям затвора резко возрастает в этой области частот.

Прежде чем завершить статью, отметим, что наиболее удивительный эффект, а именно возникновение узкого пика в нерезонансном режиме, по-видимому, является универсальным явлением и может наблюдаться также в ряде фотоэлектрических явлений, как было недавно продемонстрировано на примере эффекта храповика [58].

Финансирование работы. Исследование поддержано Российским научным фондом (24-62-00010). Работа И. Горбенко частично поддержана Фондом развития теоретической физики и математики “БАЗИС”.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. A. V. Chaplik, Sov. Phys. JETP **35**, 395 (1972).
2. S. J. Allen, D. C. Tsui, and R. A. Logan, Phys. Rev. Lett. **38**, 980 (1977).
3. T. Theis, J. Kotthaus, and P. Stiles, Solid State Commun.**24**, 273 (1977).
4. D. Tsui, S. Allen, R. Logan, A. Kamgar, and S. Coppersmith, Surf. Sci.**73**, 419 (1978).
5. T. Theis, J. Kotthaus, and P. Stiles, Solid State Commun. **26**, 603 (1978).
6. T. N. Theis, Surf. Sci. **98**, 515 (1980).
7. D. Tsui, E. Gornik, and R. Logan, Solid State Commun. **35**, 875 (1980).
8. J. Kotthaus, W. Hansen, H. Pohlmann, M. Wassermeier, and K. Ploog, Surface Science **196**(1), 600 (1988).
9. S. Maier, *Plasmonics – Fundamentals and Applications*, Springer, N.Y. (2007).
10. M. Dyakonov and M. Shur, Phys. Rev. Lett. **71**, 2465 (1993).
11. M. Dyakonov and M. Shur, IEEE Trans. Electron Devices **43**(3), 380 (1996).
12. T. Otsuji and M. Shur, IEEE Microwave Magazine **15**, 43 (2014).
13. N. Akter, N. Pala, W. Knap, and M. Shur, *THz Plasma Field Effect Transistor Detectors*, Fundamentals of Terahertz Devices and Applications (2021), p. 285.
14. M. Shur, G. Aizin, T. Otsuji, and V. Ryzhii, Sensors **21**, 7907 92021).
15. A. V. Muravjov, D. B. Veksler, V. V. Popov, O. V. Polischuk, N. Pala, X. Hu, R. Gaska, H. Saxena, R. E. Peale, and M. S. Shur, Appl. Phys. Lett. **96**, 042105 (2010).
16. S. Boubanga-Tombet, W. Knap, D. Yadav, A. Satou, D. B. But, V. V. Popov, I. V. Gorbenko, V. Kachorovskii, and T. Otsuji, Phys. Rev. X **10**, 031004 (2020).
17. D. V. Fateev, V. V. Popov, and M. S. Shur, Semiconductors **44**, 1406 (2010).
18. V. V. Popov, D. V. Fateev, T. Otsuji, Y. M. Meziani, D. Coquillat, and W. Knap, Appl. Phys. Lett. **99**, 243504 (2011).
19. V. Y. Kachorovskii and M. S. Shur, Appl. Phys. Lett. **100**(23), 232108 (2012).
20. V. V. Popov, D. V. Fateev, E. L. Ivchenko, and S. D. Ganichev, Phys. Rev. B **91**, 235436 (2015).
21. A. S. Petrov, D. Svintsov, V. Ryzhii, and M. S. Shur, Phys. Rev. B **95**, 045405 (2017).
22. D. Fateev, K. Mashinsky, O. Polischuk, and V. Popov, Phys. Rev. Appl. **11**, 064002 (2019).
23. T. Otsuji, Y. M. Meziani, T. Nishimura, T. Suemitsu, W. Knap, E. Sano, T. Asano, and V. V. Popov, J. Phys. Condens. Matter **20**(38), 384206 (2008).
24. T. Otsuji, T. Watanabe, S. A. Boubanga Tombet, A. Satou, W. M. Knap, V. V. Popov, M. Ryzhii, and V. Ryzhii, IEEE Trans. Terahertz Sci. Technol. **3**, 63 (2013).
25. P. Sai, V. V. Korotyeyev, M. Dub, M. Słowikowski, M. Filipiak, D. B. But, Y. Ivonyak, M. Sakowicz, Y. M. Lyaschuk, S. M. Kukhtaruk, G. Cywinski, and W. Knap, Phys. Rev. X **13**, 041003(2023).
26. G. R. Aizin, J. Mikalopas, and M. Shur, Phys. Rev. B **107**, 245424 (2023).
27. G. Aizin, S. Mundaganur, A. Mundaganur, and J. P. Bird, Sci. Rep. **14**, 11856 (2024).
28. M. Dub, P. Sai, P. Prystawko, W. Knap, and S. Rumyantsev, Nanomaterials **14**(18), 1502 (2024).

29. S. I. Gubarev, V. M. Muravev, I. V. Andreev, V. N. Belyanin, and I. V. Kukushkin, JETP Lett. **102**, 461 (2015).
30. T. K. Hakala, H. T. Rekola, A. I. Väkeväinen, J.-P. Martikainen, M. Nečada, A. J. Moilanen, and P. Törmä, Nat. Commun. **8**, 13687 (2017).
31. I. Yahniuk, M. Hild, L. E. Golub, J. Amann, J. Eroms, D. Weiss, W.-H. Kang, M.-H. Liu, K. Watanabe, T. Taniguchi, and S. D. Ganichev, Phys. Rev. B **109**, 235428 (2024).
32. M. Dub, P. Sai, D. Yavorskiy, Y. Ivonyak, P. Prystawko, R. Kucharski, G. Cywinski, W. Knap, and S. Rumyantsev, arXiv, vol. arXiv:2505.07557 (2025).
33. S. A. Mikhailov, Phys. Rev. B **58**, 1517 (1998).
34. I. Gorbenko and V. Kachorovskii, Phys. Rev. B **110**, 155406 (2024).
35. W. Knap, V. Kachorovskii, Y. Deng, S. Rumyantsev, J.-Q. Lü, R. Gaska, M. S. Shur, G. Simin, X. Hu, M. A. Khan, C. A. Saylor, and L. C. Brunel, J. Appl. Phys. **91**, 9346 (2002).
36. A. Zak, M. A. Andersson, M. Bauer, J. Matukas, A. Lisauskas, H. G. Roskos, and J. Stake, Nano Lett. **14**, 5834 (2014).
37. L. Vicarelli, M. S. Vitiello, D. Coquillat, A. Lombardo, A. C. Ferrari, W. Knap, M. Polini, V. Pellegrini, and A. Tredicucci, Nat. Mater. **11**, 865 (2012).
38. D. A. Bandurin, I. Gayduchenko, Y. Cao, M. Moskotin, A. Principi, I. V. Grigorieva, G. Goltsman, G. Fedorov, and D. Svintsov, Appl. Phys. Lett. **112**, 141101 (2018).
39. J. A. Delgado-Notario, V. Clericò, E. Diez, J. E. Velázquez-Pérez, T. Taniguchi, K. Watanabe, T. Otsuji, and Y. M. Meziani, APL Photonics **5**, 066102 (2020).
40. J. A. Delgado-Notario, W. Knap, V. Clericò, J. Salvador-Sánchez, J. Calvo-Gallego, T. Taniguchi, K. Watanabe, T. Otsuji, V. V. Popov, D. V. Fateev, E. Diez, J. E. Velázquez-Pérez, and Y. M. Meziani, Nanophotonics **11**, 519 (2022).
41. A. Soltani, F. Kuschewski, M. Bonmann, A. Generalov, A. Vorobiev, F. Ludwig, M. M. Wiecha, D. Čibiraitė, F. Walla, S. Winnerl, S. C. Kehr, L. M. Eng, J. Stake, and H. G. Roskos, Light Sci. Appl. **9**, 97 (2020).
42. D. Veksler, F. Teppe, A. P. Dmitriev, V. Y. Kachorovskii, W. Knap, and M. S. Shur, Phys. Rev. B **73**, 125328 (2006).
43. C. Drexler, N. Dyakonova, P. Olbrich, J. Karch, M. Schafberger, K. Karpierz, Y. Mityagin, M. B. Lifshits, F. Teppe, O. Klimenko, Y. M. Meziani, W. Knap, and S. D. Ganichev, J. Appl. Phys. **111**(12), 124504 (2012).
44. K. S. Romanov and M. I. Dyakonov, Appl. Phys. Lett. **102**(15), 153502 (2013).
45. I. V. Gorbenko, V. Y. Kachorovskii, and M. S. Shur, Physica status solidi (RRL) – Rapid Research Letters **13**(3), 1800464 (2019).
46. I. V. Gorbenko, V. Y. Kachorovskii, and M. Shur, Opt. Express **27**, 4004 (2019).
47. Y. Matyushkin, S. Danilov, M. Moskotin, V. Belosevich, N. Kaurova, M. Rybin, E. D. Obraztsova, G. Fedorov, I. Gorbenko, V. Kachorovskii, and S. Ganichev, Nano Lett. **20**, 7296 (2020).
48. E. L. Ivchenko and S. D. Ganichev, JETP Lett.**93**(11), 673 (2011).
49. I. V. Rozhansky, V. Y. Kachorovskii, and M. S. Shur, Phys. Rev. Lett. **114**, 246601 (2015).
50. P. Faltermeier, G. V. Budkin, J. Unverzagt et al. (Collaboration), Phys. Rev. B **95**, 155442 (2017).
51. P. Faltermeier, G. Budkin, S. Hubmann, V. Bel'kov, L. Golub, E. Ivchenko, Z. Adamus, G. Karczewski, T. Wojtowicz, D. Kozlov, D. Weiss, and S. Ganichev, Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures **101**, 178 (2018).
52. S. Hubmann, V. V. Bel'kov, L. E. Golub, V. Y. Kachorovskii, M. Drienovsky, J. Eroms, D. Weiss, and S. D. Ganichev, Physical Review Research **2**, 033186 (2020).
53. P. Sai, S. O. Potashin, M. Szoła, D. Yavorskiy, G. Cywiński, P. Prystawko, J. Lusakowski, S. D. Ganichev, S. Rumyantsev, W. Knap, and V. Y. Kachorovskii, Phys. Rev. **104**, 045301 (2021).
54. E. Mönch, S. O. Potashin, K. Lindner, I. Yahniuk, L. E. Golub, V. Y. Kachorovskii, V. V. Bel'kov, R. Huber, K. Watanabe, T. Taniguchi, J. Eroms, D. Weiss, and S. D. Ganichev, Phys. Rev. B **105**, 045404 (2022).
55. E. Mönch, S. O. Potashin, K. Lindner, I. Yahniuk, L. E. Golub, V. Y. Kachorovskii, V. V. Bel'kov, R. Huber, K. Watanabe, T. Taniguchi, J. Eroms, D. Weiss, and S. D. Ganichev, Phys. Rev. B **107**, 115408 (2023).
56. M. I. D'yakonov and A. Furman, Sov. Phys. JETP **65**(3), 574 (1987).
57. V. Fal'ko and D. Khmel'nitskii, Sov. Phys. JETP **68**, 1150 (1989).
58. S. O. Potashin, L. E. Golub, and V. Y. Kachorovskii, Phys. Rev. B **111**, 205401 (2025).
59. O. Sydoruk, K. Choonee, and G. C. Dyer, IEEE Trans. Terahertz Sci. Technol. **5**(3), 486 (2015).
60. A. M. Zarezin, D. Mylnikov, A. S. Petrov, D. Svintsov, P. A. Gusikhin, I. V. Kukushkin, and V. M. Muravev, Phys. Rev. B **107**, 075414 (2023).
61. E. Ivchenko and M. Petrov, Phys. Solid State **56**, 1833 (2014).
62. M. Krasheninnikov and A. Chaplik, Sov. Phys. Semiconductors **15**, 19 (1981).
63. G. Eliasson, J.-W. Wu, P. Hawrylak, and J. Quinn, Solid State Commun. **60**(1), 41 (1986).
64. S. Meshkov, J. Phys. Condens. Matter **3**, 1773 (1991).
65. W. L.Schaich, P. W. Park, and A. H. MacDonald, Phys. Rev. B **46**, 12643 (1992).

66. C. Ager and H. Hughes, Solid State Commun. **83**(8), 627 (1992).
67. A. Govorov, S. Studenikin, and W. Frank, Phys. Solid State **40**, 499 (1998).
68. O. Matov, O. Meshkov, and V. Popov, JETP **86**, 538 (1998).
69. A. A. Zagitova, V. M. Muravev, P. A. Gusikhin, A. A. Fortunatov, and I. V. Kukushkin, JETP Lett. **108**, 446 (2018).
70. M. Y. Morozov, V. V. Popov, and D. V. Fateev, Photonics Nanostructures: Fundam. Appl. **50**, 101027 (2022).
71. R. J. Wilkinson, C. D. Ager, T. Duffield, H. P. Hughes, D. G. Hasko, H. Ahmed, J. E. F. Frost, D. C. Peacock, D. A. Ritchie, G. A. C. Jones, C. R. Whitehouse, and N. Apsley, J. Appl. Phys. **71**, 6049 (1992).
72. B. Rejaei and A. Khavasi, J. Opt. **17**, 075002 (2015).
73. V. Semenenko, M. Liu, and V. Perebeinos, Phys. Rev. Appl. **14**, 024049 (2020).
74. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Mechanics. § 26. Forced oscillations under friction*, 4th ed., Nauka, Moscow (1988).
75. R. Feynman, R. Leighton, and M. Sands, *The Feynman lectures on physics. § 23*, The forced oscillator with damping. Addison-Wesley Pub. Co., Boston (1964).
76. V. V. Popov, M. S. Shur, G. M. Tsymbalov, and D. V. Fateev, Int. J. High Speed Electron. Syst. **17**(03), 557 (2007).