Письма в ЖЭТФ, том 122, вып. 3, с. 136 – 138

Увеличивает ли вклад f_0 мезона вероятность $K^+ \to \pi^0\pi^0\pi^0 e^+\nu$ распада?

Е. К. Каркарьян[+1)], *В. Ф. Образцов*[*], *М. И. Высоцкий*[+]

[+]*Отделение теоретической физики им. И. Е. Тамма, Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия*

[*]*Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт" – Институт физики высоких энергий, 142281 Протвино, Россия*

Поступила в редакцию 17 июня 2025 г.
После переработки 8 июля 2025 г.
Принята к публикации 8 июля 2025 г.

Мы оцениваем вклад широкого резонанса $f_0(500)$ в двухпионной системе в вероятность очень редкого распада $K^+ \to 3\pi^0 e^+\nu$. В рамках мысленного эксперимента мы варьируем ширину резонанса от 0.01 до 1000 МэВ. Показано, что вклад узкого резонанса в вероятность распада пропорционален его ширине. Однако этот вклад никогда не превосходит величины вероятности распада, вычисленной на свободных частицах в конечном состоянии в пренебрежении вкладом резонанса.

DOI: 10.31857/S0370274X25080027, EDN: KSDVEO

Коллаборация ОКА улучшила верхнее ограничение на вероятность распада $K^+ \to 3\pi^0 e^+\nu$: $Br(K^+ \to 3\pi^0 e^+\nu) < 5.4 \cdot 10^{-8}$ на уровне достоверности 90 % [1]. Это ограничение следует сравнить с теоретическим предсказанием в рамках киральной теории возмущений: $Br(K^+ \to 3\pi^0 e^+\nu) \approx 2.5 \cdot 10^{-12}$ [2]. Чтобы такой распад мог быть экспериментально обнаружен, его вероятность должна быть значительно увеличена. Как было отмечено в [2], вероятность распада $K^+ \to 3\pi^0 e^+\nu$ подавлена более, чем на шесть порядков, по сравнению с вероятностью распада $K^+ \to 2\pi^0 e^+\nu$, почти полностью за счет перехода от четырехчастичного фазового объема к пятичастичному. По этой причине в работе [1] было высказано предположение о том, что рождение пиониума в процессе $K^+ \to A_{2\pi}\pi^0 e^+\nu$ с последующим распадом $A_{2\pi} \to \pi^0\pi^0$ может значительно увеличить вероятность распада $K^+ \to 3\pi^0 e^+\nu$, поскольку пятичастичный фазовый объем будет заменен на четырехчастичный. Как было обнаружено в нашей недавней работе [3], усиление действительно значительное, и распад через пиониум почти на пять порядков более вероятен, чем прямой распад с точки зрения отношения фазовых объемов (см. (13) в работе [3]). Но вероятность рождения пиониума пропорциональна его ширине. Пиониум представляет собой $\pi^+\pi^-$ атом, связанный кулоновским взаимодействием. Ширина распада $A_{2\pi} \to \pi^0\pi^0$ порядка 10^{-7} МэВ, что делает вероятность распада $K^+ \to 3\pi^0 e^+\nu$ через промежуточный пиониум пренебрежимо малой. Однако существует еще другой резонанс в двухпионной системе, чья ширина примерно равна его массе: $\Gamma_{f_0} \approx M_{f_0} \approx 500\,\mathrm{MeV}$ в соответствии с данными PDG [4]. Поэтому возникает вопрос: может ли вклад f_0 усилить вероятность распада $K^+ \to 3\pi^0 e^+\nu$?

[1)]e-mail: karkaryan@bk.ru

Для того, чтобы учесть вклад f_0 мезона, удобно представить пятичастичный фазовый объем конечных частиц в виде, изображенном на рис. 1, выделяя вклад двух π^0 мезонов.

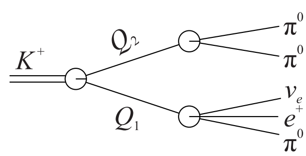

Рис. 1. Разбиение фазового объема конечного состояния

Пренебрегая массой электрона, получаем следующее выражение для фазового объема:

$$V_5 = \int \frac{dQ_2^2}{2\pi} \int \frac{dQ_1^2}{2\pi} V_2(m_K^2; Q_1^2, Q_2^2) V_3(Q_1^2) V_2(Q_2^2), \tag{1}$$

где

$$V_2(m_k^2; Q_1^2, Q_2^2) = \tag{2}$$
$$= \frac{\sqrt{[m_K^2 - (\sqrt{Q_1^2} - \sqrt{Q_2^2})^2][m_K^2 - (\sqrt{Q_1^2} + \sqrt{Q_2^2})^2]}}{8\pi m_K^2},$$

Таблица 1. Зависимость фактора ϕ от ширины резонанса Γ

Γ(МэВ)	0.01	0.1	1	10	100	1000
ϕ	2.6×10^{-10}	2.6×10^{-9}	2.5×10^{-8}	2.3×10^{-7}	9.0×10^{-7}	10×10^{-7}

$$V_3(Q_1^2) = \frac{Q_1^2}{256\pi^3}[1 - \frac{m_\pi^4}{Q_1^4} + 2\frac{m_\pi^2}{Q_1^2}\ln\frac{m_\pi^2}{Q_1^2}], \qquad (3)$$

и

$$V_2(Q_2^2) = \frac{1}{8\pi Q_2^2}\sqrt{Q_2^2(Q_2^2 - 4m_\pi^2)}. \qquad (4)$$

Интегрирование в (1) производится в следующих пределах:

$$(m_K - \sqrt{Q_2^2})^2 > Q_1^2 > m_\pi^2,\ (m_K - m_\pi)^2 > Q_2^2 > (2m_\pi)^2. \qquad (5)$$

В безразмерных переменных $x = (Q_1/m_K)^2$ и $y = (Q_2/m_K)^2$ имеем:

$$V_5 = \frac{m_K^6}{2^{16}\pi^7}\int\limits_{(2m_\pi/m_K)^2}^{(1-m_\pi/m_K)^2} dy \int\limits_{(m_\pi/m_K)^2}^{(1-\sqrt{y})^2} dx \cdot x \times$$
$$\times\left[1 - \frac{(m_\pi/m_K)^4}{x^2} + 2\frac{(m_\pi/m_K)^2}{x}\ln\frac{(m_\pi/m_K)^2}{x}\right]\times$$
$$\times\sqrt{1 - 4\frac{(m_\pi/m_K)^2}{y}}\times$$
$$\times\sqrt{[1-(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2][1-(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2]}. \qquad (6)$$

Выполняя численное интегрирование, приходим к следующему выражению:

$$V_5 = 2.99\times10^{-6}\frac{m_K^6}{2^{16}\pi^7} \equiv \phi\frac{m_K^6}{2^{16}\pi^7}. \qquad (7)$$

При вычислении V_5 в работе [3] мы провели разбиение на двухчастичный фазовый объем e^+ и ν и нерелятивистский фазовый объем трех π^0 мезонов. Результат приведен в (8) в работе [3]. Он совпадает с (7) в пределах 10 %.

Для того, чтобы учесть резонанс f_0 в системе двух π^0 мезонов, мы умножаем подынтегральное выражение в V_5 на фактор Брейта–Вигнера:

$$\frac{\Gamma_i\Gamma_f/4}{(\sqrt{Q_2^2}-M)^2+\Gamma^2/4}, \qquad (8)$$

где M – это масса резонанса, Γ – его ширина, Γ_i и Γ_f – парциальные ширины распада f_0 в начальное и конечное состояние. Хотя конечное состояние – это пара $\pi^0\pi^0$, начальное состояние может быть и парой заряженных пионов, поскольку f_0 – это изосинглет. Поэтому $\Gamma_i = \Gamma$ и $\Gamma_f = \Gamma/3$. Мы рассматриваем следующий механизм рождения f_0: $K^+ \to \to \pi^0\{\pi^0\pi^0$ или $\pi^+\pi^-\}e^+\nu \to \pi^0 f_0 e^+\nu \to 3\pi^0 e^+\nu$. Результат интегрирования соответствует вкладу резонанса в ширину распада $K^+ \to 3\pi^0 e^+\nu$. Сделаем сначала мысленный эксперимент: предположим, что существует резонанс с массой 300 МэВ и будем варьировать его ширину от 0.01 до 1000 МэВ. Изменение численного фактора в (7) представлено в табл. 1[2)].

Мы видим, что пока резонанс узкий ($\Gamma \ll M$) ширина распада K^+ растет линейно с шириной резонанса. Такое поведение можно было предвидеть, поскольку для узкого резонанса выражение (8) есть $\pi(\Gamma_i\Gamma_f/\Gamma)\delta(\sqrt{Q_2^2}-M)/2$. (Дельта-функция сводит V_5 к V_4, как это было сделано в [3]).

Однако, когда ширина резонанса становится сравнимой с его массой (случай f_0), фактор (8) становится близким к единице: такой резонанс не увеличивает вероятность распада. Для вклада f_0 вычисление с $M = \Gamma = 500$ МэВ, $\Gamma_i = \Gamma$ и $\Gamma_f = \Gamma/3$ приводит к следующему результату: $\phi = 5.8\times10^{-7}$ (ср. с (7)).

Таким образом, мы приходим к следующему "no-go" утверждению: ни узкий, ни широкий резонанс не увеличивает вероятность распада. Данное утверждение верно до тех пор, пока нет доминирующего механизма прямого рождения резонанса. В случае пиониума электромагнитное взаимодействие не только формирует связанное состояние, но также меняет пороговое поведение волновой функции. Это явление было исследовано в работе [5] применительно к вкладам уровней позитрония в аномальный магнитный момент мюона. В соответствии с [5], вклад позитрониев полностью сокращается изменением порогового поведения волновой функции (фактор Зоммерфельда–Гамова–Сахарова). Похоже на то, что это явление универсально для порогового поведения и применимо к случаю f_0 мезона.

Наш вывод: резонанс f_0 не усиливает вероятность $K^+ \to 3\pi^0 e^+\nu$ распада.

Мы благодарны А. Е. Бондарю за стимулирующие вопросы.

Финансирование работы. Данная работа финансировалась за счет средств бюджета Физического института имени П. Н. Лебедева Российской ака-

[2)] В данном расчете мы приняли $\Gamma_i = \Gamma$, $\Gamma_f = \Gamma/3$, что соответствует случаю f_0 мезона.

демии наук и Института физики высоких энергий и частично поддержана грантом Российского научного фонда # 22-12-00051-П.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. A. V. Artamonov, V. N. Bychkov, S. V. Donskov et al. (The OKA collaboration), JETP Lett. **120**(8), 554 (2024); https://doi.org/10.1134/S0021364024603415.
2. S. Blaser, Phys. Lett. B **345**, 287 (1995); https://doi.org/10.1016/0370-2693(94)01627-O.
3. E. K. Karkaryan, K. V. Kiselev, V. F. Obraztsov, I. V. Surkov, and M. I. Vysotsky, Bull. Lebedev Phys. Inst. **52**, 228 (2025); https://doi.org/10.3103/S1068335624602759.
4. R. L. Workman (Particle Data Group), PTEP **2022**, 083C01 (2022); DOI:10.1093/ptep/ptac097.
5. K. Melnikov, A. Vainshtein, and M. Voloshin, Phys. Rev. D **90**(1), 017301 (2014); https://doi.org/10.1103/PhysRevD.90.017301.