Письма в ЖЭТФ, том 122, вып. 3, с. 147 – 152 © 2025 г. 10 августа

Использование импульсов сверхизлучения для накачки многопроходных комптоновских лазеров на свободных электронах терагерцового диапазона

Н. С. Гинзбург[+], *Л. А. Юровский*[+1)], *А. В. Палицин*[+], *И. В. Зотова*[+], *Ю. Ю. Данилов*[+], *М. И. Яландин*[*]

[+]*Институт прикладной физики им. А. В. Гапонова-Грехова РАН, 603950 Н. Новгород, Россия*

[*]*Институт электрофизики Уральского отделения РАН, 620216 Екатеринбург, Россия*

Поступила в редакцию 8 июля 2025 г.
После переработки 8 июля 2025 г.
Принята к публикации 8 июля 2025 г.

Предложена схема компактного комптоновского лазера на свободных электронах терагерцового диапазона, основанная на использовании в качестве источника накачки мощного микроволнового импульса сверхизлучения, циркулирующего в квазиоптическом резонаторе и испытывающего многократное обратное рассеяние на встречном умеренно релятивистском электронном пучке с энергией частиц несколько МэВ. В качестве источника электронов могут быть использованы как периодические последовательности электронных сгустков, формируемые фотоинжекторами, так и микросекундные электронные пучки от линейных индукционных ускорителей. Показана возможность генерации последовательности мультимегаваттных когерентных терагерцовых импульсов с суб-ГГц частотой следования.

DOI: 10.31857/S0370274X25080048, EDN: JRJBXR

К настоящему времени достигнут значительный прогресс в генерации микроволновых импульсов черенковского сверхизлучения (СИ) при движении протяженных электронных сгустков в периодических замедляющих системах. Отличительной особенностью указанных импульсов является короткая субнаносекундная длительность при рекордно высокой пиковой мощности. Так, на частоте 30 ГГц пиковая мощность экспериментально реализованных генераторов импульсов СИ превышает 1 ГВт и остается на уровне 0.1 ГВт при повышении центральной частоты до 150 ГГц [1–4]. К настоящему времени такие импульсы были использованы для демонстрации высокоградиентного ускорения электронов [5, 6]. Естественно, актуальным остается вопрос о расширении области применения импульсов СИ в различных физических приложениях.

Настоящая работа направлена на исследование возможности использования генераторов СИ в качестве источников накачки в комптоновских лазерах на свободных электронах (ЛСЭ) терагерцового диапазона при соответствующей модификации режима рассеяния. Как известно, достоинством электромагнитной накачки (микроволновой или оптической) по сравнению с традиционно применяемой в ЛСЭ раскачкой поперечных осцилляций электронов в периодическом магнитном поле ондулятора является снижение энергии электронов, требуемой для генерации в коротковолновом частотном диапазоне. В частности, генерация импульсов СИ мегаваттного уровня мощности при вынужденном рассеянии излучения релятивистской ЛОВ диапазона 30 ГГц на субнаносекундном электронном сгустке наблюдалась экспериментально в [7]. При этом, вследствие доплеровского смещения, частота рассеянного излучения лежала в диапазоне 150 ГГц.

В данном Письме исследуется альтернативная схема, а именно, считается, что импульс черенковского СИ, генерируемый на основе компактного ускорителя типа РАДАН [8], используется в качестве источника накачки для получения когерентного излучения терагерцового диапазона. Упомянутая выше гигаваттная и субгигаваттная мощность накачки вполне достаточна для обеспечения необходимой амплитуды поперечных осцилляций электронов. Вместе с тем, при единичном встречном рассеянии на релятивистском электронном пучке короткая (субнаносекундная) длительность импульсов СИ не позволяет обеспечить достаточную протяженность области взаимодействия, на которой достигалось бы заметное усиление рассеянной сигнальной волны. Как показано далее, эта проблема может быть преодолена за счет обеспечения рециркуляции импульса накачки после его введения в высокодобротный резона-

1)e-mail: leo@ipfran.ru

тор. Одновременно, установка дополнительного резонатора на рассеянную высокочастотную волну позволяет при соответствующей синхронизации периода обращения импульсов накачки и сигнала реализовать режим, аналогичный режиму генерации в традиционных терагерцовых ЛСЭ, запитываемых периодической последовательностью коротких электронных сгустков.

Важно подчеркнуть, что в предлагаемой модификации комптоновского ЛСЭ с циркулирующим импульсом накачки наряду с последовательностью электронных сгустков, возможно использование длинноимпульсных (микросекундных) электронных пучков, например, от линейных индукционных ускорителей [9]. В такой схеме отдельные фракции квазистационарного электронного пучка будут периодически испытывать воздействие импульса накачки, а рассеянное излучение, накапливаясь в соответствующем резонаторе, обеспечит выход на стационарный режим генерации, при котором выходное излучение также будет представлять собой периодическую последовательность коротких импульсов с длительностью, определяемой длительностью импульса накачки.

Предлагаемая схема терагерцового комптоновского ЛСЭ изображена на рис. 1a. Здесь микроволновый импульс СИ циркулирует в трехзеркальном высокодобротном квазиоптическом резонаторе (*1* на рис. 1a). При этом ключевым элементом для ввода импульса в резонатор является полупроводниковая пластина из арсенида галлия GaAs (*2* на рис. 1a). Как показали эксперименты с подобной пластиной [10–12], при подаче на нее короткого (50 фс) лазерного импульса за указанное время в тонком поверхностном слое пластины возникает фотоиндуцированная проводимость. При этом пластина может отражать пришедший микроволновый импульс СИ, который при показанной на рис. 1a геометрии начинает циркулировать по кольцевому резонатору. Далее в течение нескольких наносекунд фотопроводимость полностью релаксирует, пластина переходит в исходное полупроводниковое состояние и становится практически полностью прозрачной для микроволнового излучения. Если период прохода импульса СИ по резонатору превысит время полной релаксации фотопроводимости, то указанный импульс пройдет через пластину без существенных отражений и далее будет циркулировать, постепенно затухая в соответствии с добротностью резонатора.

Далее предположим, что при каждом последовательном проходе по резонатору импульс СИ испытывает встречное слабо-неколлинеарное ($\varphi_s, \varphi_i \ll 1$) рассеяние на релятивистском электронном потоке (рис. 1b, c). При этом рассеянное, попутное с электронами излучение накапливается в дополнительном резонаторе (*3* на рис. 1a). Вследствие эффекта Доплера частота рассеянного излучения должна существенно превышать частоту волны накачки:

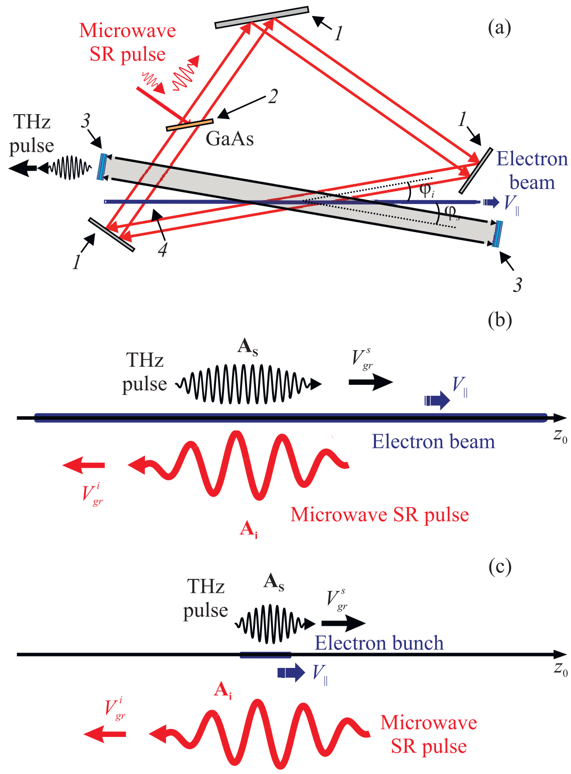

Рис. 1. (Цветной онлайн) (a) – Схема ТГц комптоновского ЛСЭ с многократным встречным рассеянием микроволнового импульса СИ: *1* – квазиоптический резонатор для импульса накачки; *2* – управляемый внешним лазерным импульсом полупроводниковый переключатель, используемый для ввода импульса СИ; *3* – резонатор для рассеянного ТГц излучения; *4* – релятивистский электронный пучок. Схема области встречного рассеяния импульса накачки на релятивистском электронном пучке (b) или сгустке (c) в пренебрежении малой неколлинеарностью распространения волн

$$\omega_s = \omega_i(1 + \beta_\parallel \cos\varphi_s)/(1 - \beta_\parallel \cos\varphi_s). \qquad (1)$$

Здесь индекс "i" относится к волне накачки, а индекс "s" – к рассеянной волне, $\omega_{i,s}$ – частоты соответствующих волн, $V_\parallel = \beta_\parallel c$ – поступательная скорость электронов, $\varphi_{i,s}$ – углы между направлением распространения волн и поступательной скоростью электронов. Так, при частоте импульса накачки 90 ГГц и энергии частиц ~ 2 МэВ, частота рассеянного излучения лежит в терагерцовом диапазоне (~ 8.5 ТГц).

В рамках упрощенной теоретической модели, при описании исследуемой схемы комптоновского ЛСЭ, пренебрежем малой неколлинеарностью распространения волн сигнала и накачки по отношению к направлению поступательной скорости электронов (рис. 1b). Будем описывать поля сигнала и накачки с помощью вектор-потенциалов:

$$\mathbf{A}_j = \mathrm{Re}[\mathbf{y}_0 \hat{A}_j(z,t) \exp(i(\omega_j t - k_j z)], \quad j = i, s, \qquad (2)$$

где $\hat{A}_j(z,t)$ – медленно-меняющиеся огибающие амплитуд импульсов, $|k_j| = \omega_j/c$. Как показано в работах [13, 14], при существующих интенсивностях полей накачки и плотности электронных пучков в исследуемом процессе встречного рассеяния в энергию рассеянного излучения преобразуется в основном кинетическая энергия частиц, а истощением накачки можно пренебречь. В таком предположении процесс рассеяния в условиях комбинационного синхронизма ($\omega_i + |k_i|V_\parallel = \omega_s - k_s V_\parallel$) описывается следующей системой уравнений [14]:

$$\left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}\right)\alpha_s = i\frac{\omega_{p\perp}^2}{4\omega_s c}\tilde{\rho}\alpha_i(z+ct), \qquad (3)$$

$$\left(\frac{1}{V_\parallel}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}\right)^2 \theta = \left(\frac{\omega_c}{c}\right)^2 \mathrm{Im}[\mu\alpha_s\alpha_i(z+ct)e^{i\theta}].$$

Здесь $\alpha_j = e\hat{A}_j/\sqrt{2}\gamma_0 m_e c^2$ – нормированные амплитуды полей сигнала и накачки, $\tilde{\rho} = \frac{1}{\pi}\int\limits_0^{2\pi} e^{-i\theta}d\theta_0$ – амплитуда первой гармоники модуляции плотности электронного пучка в поле комбинационной волны, $\theta = \omega_c t - k_c z$ – фаза электрона относительно комбинационной волны с частотой $\omega_c = \omega_s - \omega_i$ и волновым числом $k_c = |k_i| + k_s$, $\mu = \gamma_0^{-2}$ – параметр группировки, $\omega_{p\perp} = \sqrt{4\pi e\rho_0/\gamma_0 m_e}$ – поперечная плазменная частота, ρ_0 – невозмущенная плотность пучка, e и m_e – заряд и масса покоя электрона.

После перехода к нормализованным переменным и параметрам система уравнений (3) преобразуется к виду:

$$\frac{\partial}{\partial Z} = i\chi(Z,\xi)a_i(\xi+Z)\tilde{\rho}, \qquad (4)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial Z} + f\frac{\partial}{\partial \xi}\right)^2 \theta = \chi(Z,\xi)\mathrm{Im}\left[a_i(\xi+Z)a_s e^{i\theta}\right],$$

где $Z = zC\omega_c/c$ и $\xi = \omega_c C(t - z/c)/2$ – нормированные координата и волновая переменная, $a_i = \alpha_i/\alpha_{i0}$, $a_s = \mu\alpha_s\alpha_{i0}^* C^{-2}$, $C = \left(\frac{I_e}{17[\text{кА}]}\frac{P_{i0}}{8.7[\text{ГВт}]}\frac{4\pi^2 c^4 \gamma_0^{-5}}{S^2\omega_i^2\omega_c\omega_s}\right)$ – параметр усиления (параметр Пирса), P_{i0} – пиковая мощность импульса накачки, I_e – полный ток электронного пучка, S – площадь поперечного сечения электронного и волновых пучков. Параметр проскальзывания $f = (1-\beta_{\|0})/2\beta_{\|0}$ в уравнении (5) описывает смещение электронного сгустка относительно рассеянного излучения, которое возникает вследствие отличия поступательной скорости электронов от групповой скорости волны. При скорости электронов, близкой к скорости света, параметр проскальзывания мал. Тем не менее этот фактор важен для формирования импульса рассеянного излучения, поскольку он обеспечивает взаимодействие между соседними электронными фракциями.

Функция $\chi(Z,\xi)$ описывает невозмущенное распределение плотности электронного пучка или последовательности электронных сгустков (рис. 2). В случае длинно-импульсного электронного потока она равна 1. Для последовательности электронных сгустков с периодом инжекции T_{rt}^b указанная функция является периодической: $\chi(Z,\xi+T_{rt}^b) = \chi(Z,\xi)$. При этом на каждом проходе она может быть представлена в виде: $\chi(Z,\chi) = \sin^2(\pi(\xi - fZ)/T_{\text{bunch}})$, где $T_{\text{bunch}} = \omega_c C t_b/2$ – нормированная длительность сгустков.

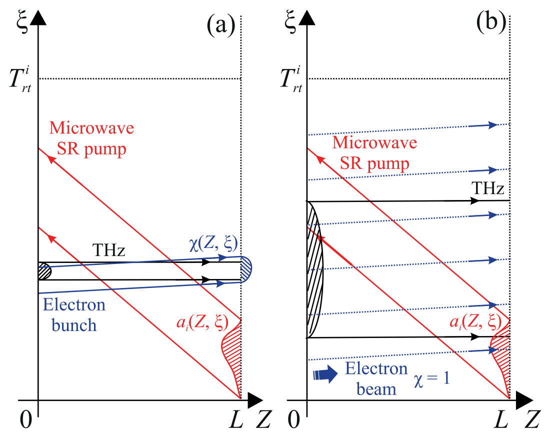

Рис. 2. (Цветной онлайн) Характеристики движения электронов, а также импульсов накачки и рассеянного терагерцового излучения на одном проходе по резонатору в переменных (Z,ξ) в комптоновском ЛСЭ, возбуждаемом (a) короткими электронными сгустками или (b) квазинепрерывным электронным пучком

Предполагается, что импульс накачки инжектируется с коллекторного конца и может быть аппроксимирован следующим образом: $a_i(\xi)|_{Z=L_{\text{res}}} = \sin^2(\pi\xi/T_i)$, где $T_i = \omega_c C t_i/2$ – его нормированная длительность (рис. 2). В пренебрежении затуханием, связанным с дифракционными потерями на зеркалах и эффектом истощения вследствие вынужденного рассеяния, распространение импульса накачки в переменных описывается функцией: $a_i(Z,\xi) = a_i(Z,\xi+$

$+T_{rt}^i) = \sin^2(\pi(Z+\xi-L_{\text{res}})/T_i$, где $L_{\text{res}} = l_{\text{res}} C\omega_c/c$ – нормированная длина резонатора.

Будем предполагать, что рассеянное терагерцовое излучение накапливается в дополнительном высокодобротном резонаторе с коэффициентами отражения $R_{1,2}$, близкими к единице. В таких условиях изменение амплитуды поля рассеянной волны на одном проходе по резонатору мало, что позволяет провести процедуру перехода к "медленному времени" пропорциональному периоду обращения по резонатору T_{rt}^s [15]. Тогда процесс многократного рассеяния описывается следующей системой уравнений:

$$\left(\frac{\partial}{\partial \tau} + \sigma \frac{\partial}{\partial \hat{\xi}}\right) \hat{a}_s\left(\tau, \hat{\xi}\right) + \hat{a}_s\left(\tau, \hat{\xi}\right) =$$

$$= i \int_0^{\hat{L}} \chi\left(\hat{Z}, \hat{\xi}\right) a_i\left(\hat{Z} + \hat{\xi}\right) \tilde{\rho} d\hat{Z}, \tag{5}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial \hat{Z}} + f \frac{\partial}{\partial \hat{\xi}}\right)^2 \theta = \chi\left(\hat{Z}, \hat{\xi}\right) \operatorname{Im}\left[\hat{a}_s\left(\tau, \hat{\xi}\right) a_i\left(\hat{Z} + \hat{\xi}\right) e^{i\theta}\right].$$

Здесь $\tau = m(1 - R_1 R_2)$ – "медленное время", пропорциональное номеру прохода по резонатору m, $\hat{a}_s = a_s K^{2/3}$, $\hat{\xi} = \xi K^{-1/3}$, $K = 1 - R_1 R_2$ – коэффициент передачи. В случае коллинеарного рассеяния длина пространства взаимодействия равна длительности импульса накачки $\hat{L} = K^{-1/3}\omega_c C t_i/2$. При получении системы (5) предполагалось, что период инжекции электронных сгустков T_{rt}^b (при использовании фотоинжектора в качестве источника электронов) равен периоду обращения импульса накачки T_{rt}^i, который в свою очередь может отличаться от периода обращения сигнальной волны T_{rt}^i. Данное предположение связано с хорошо известным эффектом "лазерной летаргии" [15, 16], возникающим в традиционных ЛСЭ-генераторах, основанных на ондуляторном излучении. При равенстве периода инжекции электронного пучка и периода обращения генерируемого излучения происходит поглощение передним фронтом электронного пучка излучения, сформированного на предыдущих проходах. Для компенсации данного эффекта следует ввести задержку времени инжекции электронных сгустков относительно времени обращения $\Delta T = T_{rt}^s - T_{rt}^i$, которая в рамках исследуемой модели описывается параметром $\sigma = (T_{rt}^s - T_{rt}^i)K^{-4/3}$. При этом система уравнений (6) дополняется граничным условием для амплитуды сигнала: $\hat{a}_s(\tau)|_{\hat{\xi}=\hat{T}_{rt}^s} = 0$. Будем далее считать, что амплитуда рассеянной волны в начальный момент равна нулю, и процесс генерации развивается из малых начальных флуктуаций плотности электронного пучка, задаваемых параметром $r \ll 1$:

$$\theta|_{\hat{Z}=0} = \theta_0 + r\cos\theta_0, \quad \left(\frac{\partial}{\partial \hat{Z}} + f\frac{\partial}{\partial \hat{\xi}}\right)\theta\Big|_{\hat{Z}=0} = 0,$$
$$\theta_0 \in [0, 2\pi). \tag{6}$$

Моделирование системы уравнений (5), (6) проводилось для микроволнового импульса накачки (импульса СИ) длительностью 0.7 нс и пиковой мощностью 150 МВт на несущей частоте 90 ГГц [4]. При этом рассматривалось рассеяние как на последовательности электронных сгустков с энергией 2 МэВ, длительностью 30 пс и пиковым током 3.3 кА, так и на длинно-импульсном (микросекундном) электронном пучке с энергией 2 МэВ и током 1 кА. В первом случае в качестве источника электронов может быть использован фотоинжектор [17], а во втором – линейно-индукционный ускоритель [9]. Предполагалась также возможность фокусировки волнового и электронного пучков до поперечных размеров $S = 0.12\,\text{см}^2$.

Необходимо отметить, что современные фотоинжекторы способны обеспечить частоту повторения электронных сгустков вплоть до 1 ГГц [17–19]. Соответственно, длина резонатора для импульса накачки выбирается из условия равенства периода инжекции электронов и периода обращения импульса накачки. В то же время для длинно-импульсного электронного пучка длина резонатора накачки фактически должна лишь превышать длину импульса СИ (~ 20 см). Для определенности будем считать, что период обращения импульса накачки равен 3 нс для обоих типов источников электронов.

Результаты моделирования для коэффициентов отражения на сигнальную волну $R_1 = R_2 = 0.93$ приведены на рис. 3 и 4. Видно, что при использовании последовательности электронных сгустков для выхода на режим насыщения, когда прекращается экспоненциальный рост амплитуды поля внутри резонатора, требуется ~ 20 проходов. При этом стабильная форма терагерцового импульса устанавливается при разнице периодов обращения, равной 1.1 пс ($\sigma = -0.06$). Расчеты демонстрируют возможность генерации последовательности когерентных терагерцовых импульсов с центральной частотой 8.5 ТГц, пиковой мощностью 18 МВт и длительностью ~ 20 пс.

При использовании килоамперного микросекундного электронного пучка (рис. 4) время выхода на насыщение увеличивается до ~ 60 проходов по резонатору, а установление фиксированной формы генерируемого импульса происходит при разнице периодов обращения, равной 3.2 пс ($\sigma = -0.12$)). При этом формируется последовательность когерентных терагерцовых импульсов с пиковой мощностью 4 МВт и длительностью 1 нс, существенно превышающей

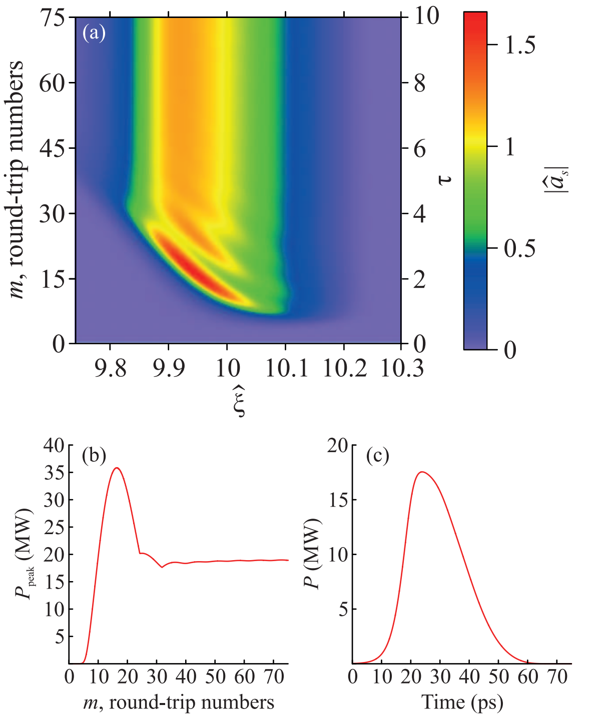

Рис. 3. (Цветной онлайн) Моделирование комптоновского ЛСЭ, запитываемого последовательностью электронных сгустков от фотоинжектора: (a) – эволюция профиля рассеянного импульса $\hat{a}_s(\hat{\xi})$ от номера прохода по резонатору m или медленного времени τ; (b) – зависимость пиковой мощности импульсов, излучаемых из резонатора, от номера прохода; (c) – профиль терагерцового импульса в режиме установившейся генерации. ($\sigma = -0.06$, $R_1 = R_2 = 0.93$)

длительность импульсов, генерируемых при использовании последовательности электронных сгустков. Таким образом, с точки зрения достижения высокой средней мощности излучения более оптимально использование длинно-импульсных электронных пучков.

Таким образом, продемонстрирована возможность реализации терагерцового комптоновского ЛСЭ, основанного на многократном рассеянии импульса накачки, в качестве которого выступает микроволновый импульс СИ. Результаты моделирования показывают перспективность использования предложенной схемы в качестве альтернативы существующим в настоящее время терагерцовым ЛСЭ [20] с точки зрения компактности и уменьшения требуемой энергии электронов. Вместе с тем очевидна необходимость детализации рассматриваемой модели и учета в ней таких важных эффектов, как дифракционные потери волны накачки, разброс электронов по энергиям, неколлинеарность процесса рассеяния.

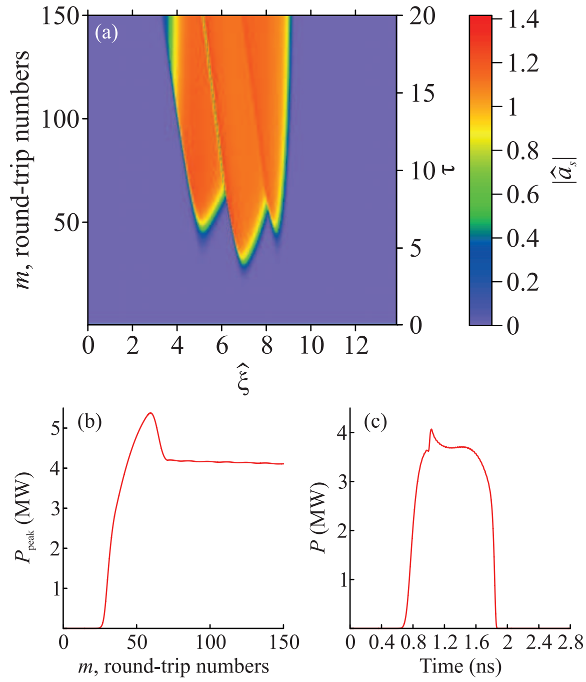

Рис. 4. (Цветной онлайн) Моделирование комптоновского ЛСЭ, запитываемого длинно-импульсным электронным пучком. Все обозначения такие же, как на рис. 3. ($\sigma = -0.06$, $R_1 = R_2 = 0.93$)

С другой стороны, важно подчеркнуть определенную универсальность предложенной схемы комптоновского ЛСЭ с многократным рассеянием волны накачки. В частности, возможно ее перенесение в мягкий рентгеновский диапазон 6–10 нм, когда в качестве источника накачки могут быть использованы килоджоульные лазерные импульсы, вводимые в оптический резонатор с помощью ячейки Поккельса [21]. При этом для накопления рассеянного излучения могут быть использованы многослойные брэгговские зеркала [22], имеющие в указанном диапазоне коэффициенты отражения $R \sim 0.8$, что достаточно для обеспечения режима вынужденного излучения, аналогичного описанному в настоящей работе.

Финансирование работы. Данная работа выполнена при поддержке Российского научного фонда грант # 24-19-00407.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. S. D. Korovin, A. A. Eltchaninov, V. V. Rostov, V. G. Shpak, M. I. Yalandin, N. S. Ginzburg, A. S. Sergeev, and I. V. Zotova, Phys. Rev. E **74**, 016501 (2006); DOI: 10.1103/PhysRevE.74.016501.

2. V. V. Rostov, I. V. Romanchenko, M. S. Pedos, S. N. Rukin, K. A. Sharypov, V. G. Shpak, S. A. Shunailov, M. R. Ul'masculov, and M. I. Yalandin, Phys. Plasmas **23**, 093103 (2016); DOI: 10.1063/1.4962189.
3. N. S. Ginzburg, A. M. Malkin, A. S. Sergeev, I. V. Zheleznov, I. V. Zotova, V. Yu. Zaslavsky, G. Sh. Boltachev, K. A. Sharypov, S. A. Shunailov, M. R. Ul'masculov, M. I. Yalandin, Phys. Rev. Lett. **117**, 204801 (2016); DOI: 10.1103/PhysRevLett.117.204801.
4. N. S. Ginzburg, V. Yu. Zaslavsky, A. M. Malkin, A. S. Sergeev, I. V. Zotova, K. A. Sharypov, S. A. Shunailov, V. G. Shpak, M. R. Ul'masculov, and M. I. Yalandin, Appl. Phys. Lett. **117**, 183505 (2020); DOI: 10.1063/5.0026814.
5. N. S. Ginzburg, A. E. Fedotov, S. V. Kuzikov, K. A. Sharypov, V. G. Shpak, S. A. Shunailov, A. A. Vikharev, M. I. Yalandin, and I. V. Zotova, Phys. Rev. Accel. Beams **26**, 060401 (2023); DOI: 10.1103/PhysRevAccelBeams.26.060401.
6. А. А. Вихарев, И. В. Зотова, А. Э. Федотов, Н. С. Гинзбург, М. И. Яландин, Известия вузов. Радиофизика **68**, 29 (2025); DOI: 10.52452/00213462_2025_68_01_29.
7. А. Г. Реутова, М. Р. Ульмаскулов, А. К. Шарыпов, В. Г. Шпак, С. А. Шунайлов, М. И. Яландин, В. И. Белоусов, Н. С. Гинзбург, Г. Г. Денисов, И. В. Зотова, Р. М. Розенталь, А. С. Сергеев, Письма в ЖЭТФ **82**, 295 (2005); URL: http://jetpletters.ru/ps/1028/article_15606.pdf.
8. M. I. Yalandin and V. G. Shpak, Instruments and Experimental Techniques **44**, 285 (2001); DOI: 10.1023/A:1017535304915.
9. D. A. Nikiforov, M. F. Blinov, V. V. Fedorov, A. V. Petrenko, P. V. Logachev, P. A. Bak, K. I. Zhivankov, A. V. Ivanov, A. A. Starostenko, O. A. Pavlov, G. I. Kuznetsov, M. A. Batazova, D. A. Starostenko, D. V. Petrov, O. A. Nikitin, and A. R. Akhmetov, Phys. Part. Nuclei Lett. **17**, 197 (2020); DOI: 10.1134/S1547477120020156.
10. M. L. Kulygin, V. I. Belousov, G. G. Denisov, A. A. Vikharev, V. V. Korchagin, A. V. Kuzin, E. A. Novikov, and M. A. Khozin, Radiophys. Quantum. Electron. **57**, 509 (2014); DOI: 10.1007/s11141-014-9533-6.
11. M. L. Kulygin, G. G. Denisov, and Y. V. Rodin, Tech. Phys. Lett. **37**, 368 (2011); DOI: 10.1134/S1063785011040213.7
12. G. G. Denisov, A. V. Palitsin, D. I. Sobolev, A. N. Kuftin, V. V. Parshin, M. V. Morozkin, A. V. Chirkov, and M. Y. Glyavin, IEEE Electron Device Lett. **45**, 2040 (2024); doi: 10.1109/LED.2024.3447127.7
13. V. L. Bratman, N. S. Ginzburg, and M. I. Petelin, JETP Lett. **28**, 190 (1978); URL: http://jetpletters.ru/ps/1574/article_24122.pdf.7
14. V. L. Bratman, N. S. Ginzburg, and M. I. Petelin, JETP **49**, 469 (1979); URL: http://www.jetp.ras.ru/cgi-bin/dn/e_049_03_0469.pdf.
15. Y. L. Bogomolov, V. L. Bratman, N. S. Ginzburg, M. I. Petelin, and A. D. Yunakovsky, Opt. Commun. **36**, 209 (1981); DOI: 10.1016/0030-4018(81)90359-X.
16. H. Al-Abawi, F. A. Hoff, G. T. Moore, and M. O. Scully, Opt. Commun. **30**, 235 (1979); DOI: 10.1016/0030-4018(79)90085-3.
17. P. Schoessow, E. Chojnacki, G. Cox, W. Gai, C. Ho, R. Konecny, J. Power, M. Rosing, and J. Simpson, Proceedings Particle Accelerator Conference **2**, 976 (1995); DOI: 10.1109/PAC.1995.505100.
18. A. Arnold and J. Teichert, Phys. Rev. STAB **14**, 024801 (2011); DOI: 10.1103/PhysRevSTAB.14.024801.
19. J. Sekutowicz, Int. J. Mod. Phys. A **22**, 3942 (2007); DOI: 10.1142/S0217751X07037524.
20. N. A. Vinokurov and O. A. Shevchenko, Phys.-Uspekhi **61**, 435 (2018); DOI: 10.3367/UFNe.2018.02.038311.
21. B. E. Kruschwitz, J. H. Kelly, M. J. Shoup, L. J. Waxer, E. C. Cost, E. T. Green, Z. M. Hoyt, J. Taniguchi, and T. W. Walker, Appl. Opt. **46**, 1326 (2007); DOI: 10.1364/AO.46.00132.
22. N. I. Chkhalo, I. V. Malyshev, A. E. Pestov, V. N. Polkovnikov, N. N. Salashchenko, and M. N. Toropov, Phys.-Uspekhi **63**, 67 (2020); DOI: 10.3367/UFNe.2019.05.038601.