Письма в ЖЭТФ, том 122, вып. 3, с. 165 – 170 © 2025 г. 10 августа

Порог генерации квантовых вихрей волнами на поверхности сверхтекучего He-II

*П. Г. Селин[+*1)], И. А. Ремизов[+*], М. Р. Султанова[×], Е. В. Лебедева[+], А. А. Левченко[+], Л. П. Межов-Деглин[+]*

[+]*Институт физики твердого тела им. Ю. А. Осипьяна РАН, 142432 Черноголовка, Россия*

[*]*Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН, 142432 Черноголовка, Россия*

[×]*Астраханский государственный университет им. В. Н. Татищева, 414056 Астрахань, Россия*

Поступила в редакцию 27 июня 2025 г.
После переработки 27 июня 2025 г.
Принята к публикации 28 июня 2025 г.

Приведены результаты изучения особенностей взаимодействия отрицательных ионов с квантовыми вихрями в He-II, охлажденном до температуры $T \approx 1.5\,\text{К}$. В экспериментах исследовался отклик тока зарядов под поверхностью сверхтекучего гелия на изменение амплитуды h и частоты f волн, которые генерировали на поверхности двумя взаимно перпендикулярными волнопродукторами. Обнаружено, что при превышении скорости течения жидкости в стоячей волне выше некоторого порогового значения $\mathbf{V}_{\text{thr}} \approx 0.34\,\text{см/с}$ гравитационно-капиллярные волны возбуждают в объеме жидкости не только классические, но и квантовые вихри, которые при понижении температуры He-II ниже 1.7 К могут захватывать движущиеся под поверхностью жидкости отрицательные ионы – электронные пузырьки радиусом порядка $\sim 17\text{Å}$.

DOI: 10.31857/S0370274X25080087, EDN: ZLREAF

Введение. Сверхтекучий He-II – это квантовая жидкость, в которой квантовые явления проявляются на макроскопических масштабах [1–2]. Жидкий гелий He-4 переходит из нормального состояния He-I в сверхтекучее He-II при понижении температуры ниже λ-точки (при давлении насыщенных паров $T_\lambda = 2.17\,\text{К}$ [3]). В рамках модели Ландау [2] – в объеме He-II присутствуют одновременно сверхтекучая и нормальная компоненты. Сверхтекучая компонента не имеет вязкости и может протекать через микроскопические отверстия бездиссипативно. Нормальная компонента обладает конечной вязкостью. Плотность газа тепловых возмущений в объеме нормальной компоненты – фононов и ротонов – убывает с понижением температуры. Плотность сверхтекучего He-II ρ определяется суммой плотности нормальной ρ_n и сверхтекучей ρ_s компонент: $\rho = \rho_n + \rho_s$. При давлении насыщенных паров плотность He-II слабо зависит от температуры, при этом отношение ρ_n/ρ с понижением температуры монотонно убывает, а отношение ρ_s/ρ возрастает и стремится к единице при T стремящемся к нулю. При температурах $T > 2.17\,\text{К}$ нормальный He-I ведет себя как классическая жидкость с очень малым значением коэффициента кинематической вязкости.

В объеме сверхтекучей компоненты He-II могут присутствовать линейные топологические дефекты – дискретные квантовые вихри (характерный размер кора квантовой нити $\sim 1\,\text{Å}$). Их особенностью является квантование циркуляции скорости (завихренности) жидкости вокруг кора вихря [4].

Циркуляцию в квантовом вихре можно записать в форме

$$\Gamma = \oint \mathbf{V}_s dl = n\frac{2\pi\hbar}{m_{\text{He}}} = \int \boldsymbol{\omega}_s \cdot dS, \qquad (1)$$

где $\mathbf{V}_s$ – скорость сверхтекучей компоненты, $\boldsymbol{\omega}_s = \operatorname{rot}\mathbf{V}_s$ – завихренность сверхтекучей компоненты, dl – элемент длины контура, dS – элемент площади контура, n – целое число (как правило $n = 1$), $\hbar$ – постоянная Планка, m_{He} – масса атома гелия.

Исследованию свойств квантовых вихрей в объеме сверхтекучего гелия посвящено большое число экспериментальных [5–7] и теоретических работ [8–13], в которых рассмотрены различные варианты генерации квантовых вихрей, взаимодействия вихрей между собой, со стенками экспериментальных ячеек и с инжектированными в He-II пробными частицами [10–11].

Поскольку квантовый вихрь является топологическим дефектом, он должен своими концами крепиться к стенкам контейнера, в котором находит-

[1)]e-mail: selin@issp.ac.ru

ся сверхтекучая жидкость, или, например, к границе жидкость–пар. Вихрь также может образовывать замкнутую структуру в форме тороида вокруг движущегося в объеме жидкости заряженного иона [13]. К настоящему времени подробно изучены свойства квантовых вихрей в жидкостях в ограниченной геометрии, не имеющих свободной поверхности [5–7, 10–11]. Добавление свободной поверхности жидкости приводит к усложнению исходной задачи, так как квантовые вихри, которые прикрепляются к свободной поверхности, могут взаимодействовать с поверхностными возбуждениями. Кроме того, поверхность квантовой жидкости сама может служить источником квантовых вихрей [12].

В наших работах [14, 15] было показано, что нелинейное взаимодействие между капиллярными волнами, которые возбуждали на поверхности He-II в прямоугольном сосуде двумя взаимно перпендикулярными плунжерами, приводит к генерации не только классических вихрей в объеме нормальной компоненты He-II, но и к формированию квантовых вихрей жидкость–пар. О возбуждении под поверхностью He-II квантовых вихрей можно было судить по изменению отклика тока инжектированных в жидкость отрицательных ионов (электронных пузырьков характерным радиусом ~ 17 Å) на изменение амплитуды и частоты накачки волн на поверхности, а также на изменение температуры жидкости. Известно [16], что при температурах ниже 1.7 K движущиеся в He-II в малых электрических полях электронные пузырьки могут захватываться в ловушки на квантовых вихрях глубиной ~ 130 K, а при более высоких температурах $T \geq 1.7$ K глубина этих ловушек быстро падает, и отрицательные ионы упруго рассеиваются как на классических, так и на квантовых вихрях. В наших работах [14, 15] на графиках, описывающих зависимости токов инжектированных отрицательных ионов от температуры жидкости $I(T)$ при включенной волновой накачке, по резкому изменению распределения ионных токов на сегментах приемного коллектора с изменением температуры He-II (т.е. по изменению траекторий движения отрицательных ионов в He-II в слабых электрических полях вследствие взаимодействия свободных ионов с заряженными вихрями) можно выделить два температурных интервала: выше 1.7 K преобладает упругое рассеяние ионов на незаряженных вихревых структурах, а ниже 1.7 K возможно формирование заряженных квантовых вихрей под поверхностью He-II. Таким образом, нам удалось впервые продемонстрировать, что неупругое взаимодействие неколлинеарных капиллярных волн на свободной поверхности He-II может приводить к формированию не только классических, но и дискретных квантовых вихрей под поверхностью слоя сверхтекучей жидкости.

Для формирования квантовых вихрей используются разные методики: вращающийся криостат [17], вибрирующая проволочка [18], кварцевый камертон [19], сеточка [20], второй звук [21]. Отличительной чертой методики [21] является генерация квантовых вихрей противотоком нормальной и сверхтекучей компонент. При этом генерация начинается при относительной скорости течения компонент больше некоторого критического значения V_{cr}, которое оказывается много меньше критической скорости Ландау [2], и составляет несколько миллиметров в секунду [22, 23]. В наших экспериментах используется новый способ рождения квантовых вихрей – возбуждение квантовых вихрей гравитационно-капиллярными стоячими волнами.

В настоящем сообщении представляются новые результаты серии экспериментов, начатых в работе [15]. Измерения проводили при угловых амплитудах волн на поверхности жидкости (крутизне волны) $\alpha = kh = 0.03{-}0.06$. Здесь h – амплитуда волны, λ – длина волны, $k = 2\pi/\lambda$ – волновой вектор. В данном сообщении представлены результаты новой серии экспериментов, которые проводили при температуре $T = 1.5$ K. Были исследованы зависимости значений токов инжектированных зарядов, регистрируемых пятью сегментами приемного коллектора, от амплитуды и частоты волн на поверхности жидкого гелия в интервале частот f от 20 до 55 Гц. Как показал эксперимент, формирование квантовых вихрей под поверхностью сверхтекучего He-II при возбуждении неколлинеарных гравитационно-капиллярных волн плунжерами носит пороговый характер, причем оказалось, что пороговые значения угловых амплитудах волн на поверхности жидкости в указанном диапазоне частот не зависят от частоты волны.

Методика эксперимента. Экспериментальная ячейка, показанная на рис. 1, представляет собой параллелепипед с основанием 5×5 см^2 и высотой 3 см. Конструкция прибора подробно описана в работе [24]. Важно отметить, что все 6 граней изолированы друг от друга. Источник отрицательных зарядов 1 располагается на грани *Source* ячейки на расстоянии 0.3 см от верхней кромки ячейки. На грани *Collectors*, являющейся смежной к грани *Source*, находится составной приемный коллектор, состоящий из 5 сегментов (обозначенных -2, -1, 0, 1 и 2), каждый из которых имеет размеры 0.9×3 см^2. Сегменты служат для регистрации пространственного распределения токов отрицательных зарядов, идущих

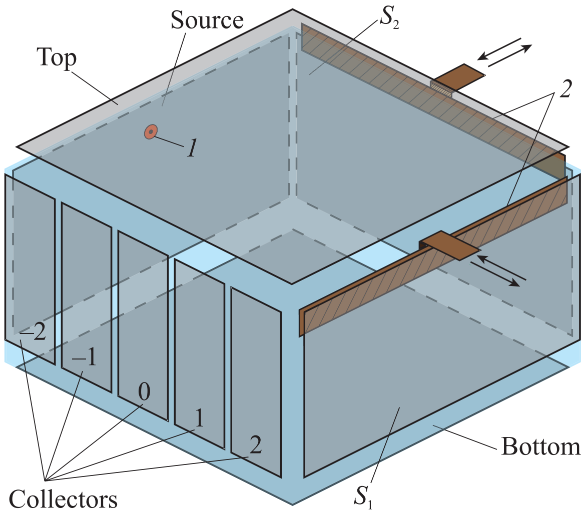

Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема экспериментальной ячейки. *1* – источник зарядов, *2* – плунжеры, стрелки указывают направление движения плунжеров. Источник располагается на грани *Source*. Показаны верхняя грань *Top* и нижняя *Bottom*, а также боковые грани, параллельно которым располагаются плунжеры, S_1 и S_2, и грань с 5-ю сегментами *Collectors*

от источника 1. Токи, приходящие на сегменты коллектора, усиливаются пятью независимыми усилителями. Усиленные сигналы считываются АЦП и записываются в виде бинарного файла на компьютер. Высокочастотные шумы убираются с помощью FFT-фильтра.

Верхней гранью *Top* экспериментальной ячейки (см. рис. 1) служит кварцевое стекло толщиной 2 мм, на нижнюю сторону которого напылена полупрозрачная металлическая пленка. Два плунжера *2* размерами $4 \times 0.3 \times 0.1$ см^3 располагаются перпендикулярно друг к другу и параллельно граням S1 и S2. Плунжеры приводятся в движение электромагнитными приводами, на которые подаются синусоидальные сигналы с разностью фаз, равной 90°, с двухканального генератора. Плунжеры выступают на 1 мм над поверхностью жидкого гелия и совершают колебания в горизонтальной плоскости ячейки с заданной на генераторе частотой f и возбуждают нелинейные стоячие волны на поверхности сверхтекучего гелия.

Экспериментальная ячейка была установлена в медной камере с оптическим окном. Камера располагалась в вакуумной полости оптического криостата, и соединялась медным хладопроводом с гелиевой полостью криостата. Гелий конденсируется непосредственно в камеру из транспортного сосуда Дьюара через линию набора. Во избежание попадания примесей в ячейку, гелий проходит через мелкопористый фильтр. Температура ячейки $T = 1.5$ К достигается откачкой паров гелия-4. Температура ячейки измеряется полупроводниковым термометром.

Эксперименты в сверхтекучем He-II проводились при фиксированной температуре $T = 1.5$ К. К верхней грани *Top* было приложено напряжение -50 В, к нижней грани *Bottom* -100 В, к боковым граням *Collectors* и S_1 – 0 В, к граням *Source* и S_2 были приложены напряжения -100 В. Как видно из рис. 2, при такой сформированной конфигурации электрического поля отрицательные заряды прижимаются к поверхности и формируют квазидвумерный слой. Расстояние от заряженного слоя до границы раздела жидкость–пар составляет $50 \div 100$ нм [15]. Заряды движутся от источника к 0-му сегменту коллектора по криволинейной траектории, показанной на рис. 2. Траектория движения рассчитывалась с помощью программы COMSOL в предположении, что скорость движения электронного пузырька пропорциональна электрическому полю, $\mathbf{v} = \mu\mathbf{E}$, где μ – подвижность иона. Полагается, что размеры электронного облака мало отличаются от размеров самого источника, и толщина слоя электронов под поверхностью пренебрежимо мала. Расхождением пучка электронов в результате диффузии пренебрегается. Однако при учете кулоновского взаимодействия зарядов ширина пучка электронов на коллекторе составит несколько мм.

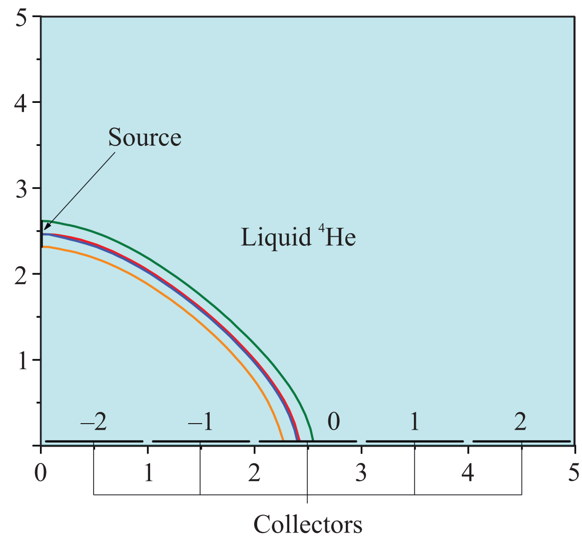

Рис. 2. (Цветной онлайн) Расчетные траектории движения ионов в отсутствие волновой накачки при заданной геометрии электрического поля (проекция на горизонтальную плоскость XY, вид сверху)

Угловую амплитуду стоячей волны α оценивали по результатам измерений амплитуды колебаний лазерного луча, отражающегося от поверхности жидкого гелия. Амплитуда волны h вычислялась по формуле: $h \approx \alpha/k$, где k – волновой вектор, λ – длина волны, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$.

Закон дисперсии волн на поверхности слоя глубокой воды можно записать в виде:

$$\omega^2 = gk + \frac{\sigma}{\rho}k^3,$$

где ω – круговая частота волны, g – ускорение свободного падения, σ – коэффициент поверхностного натяжения, ρ – плотность жидкости. На поверхности жидкого гелия считается, что волны длиной $\lambda = 2\pi\sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}} \gg 0.3$ см и частотой $f = \omega/2\pi \ll 23$ Гц принято называть гравитационными, а при $\lambda \ll 0.3$ см и $f = \omega/2\pi \gg 23$ Гц – капиллярными. Резонансные частоты волн, возбуждаемых волнопродукторами, лежат в интервале $f = 20 \div 55$ Гц, т.е. в интервале возбуждения гравитационно-капиллярных волн на поверхности жидкости в рабочей ячейке.

При температуре $T = 1.5$ К коэффициент кинематической вязкости сверхтекучего He-II равен 10^{-4} см^2/с, так что затухание волн на поверхности жидкости в рабочей ячейке мало, и при накачке волн плунжерами на резонансных частотах на поверхности устанавливаются взаимно перпендикулярные стоячие волны.

Результаты и их обсуждение. На рисунке 3 представлены временные зависимости токов на сегментах приемного коллектора, зарегистрированные при включении и выключении накачки волн на частоте $f = 49.9$ Гц, которая соответствует длине волны $\lambda = 0.2$ см (волновой вектор $k \approx 31.4$ см$^{-1}$). При подаче электрического напряжения на приводы плунжеров, на поверхности жидкости возникает стоячая гравитационно-капиллярная волна, амплитуда которой составляла $h \approx 0.009$ см, а крутизна $\alpha = kh = \frac{2\pi h}{\lambda} \approx 0.28$. Запись зависимостей токов от времени $I(t)$ велась в течение 450 секунд. В отсутствие накачки в течение первых 150 секунд большая часть тока приходила на 0-й сегмент коллектора (~ 375 фА). Токи на -1-й, 1-й, 2-й и -2-й коллекторы составляли ~ 25 фА. Накачку волн на поверхности включили на 150-й секунде. Это привело к перераспределению токов между сегментами: на 0 сегменте ток уменьшился до ~ 25 фА, на -1-м сегменте вырос до ~ 325 фА, при этом ток на -2-м сегменте также вырос до ~ 50 фА. Регистрация токов одновременно тремя сегментами свидетельствует о том, что ширина потока отрицательных зарядов превосходит ширину сегмента, равную 9 мм. Токи, приходящие на 1-й и 2-й сегменты коллектора, не изменились с точностью до шума. На 300-й секунде накачка выключалась. Далее вплоть до 450 секунды наблюдалась релаксация распределения токов по сегментам к исходному состоянию.

В качестве величины, характеризующей перераспределение токов, обусловленное взаимодействием отрицательных ионов с квантовыми вихрями, было выбрано изменение тока ΔI, измеряемого сегментом коллектора. Значение тока, приходящего на сегмент, усреднялось по времени в интервалах времен от 0 до 150 секунд и от 150 до 300 секунд, а затем вычислялась их разность ΔI. Значение ΔI считается отрицательным при уменьшении тока I после включения накачки, и положительным при его увеличении.

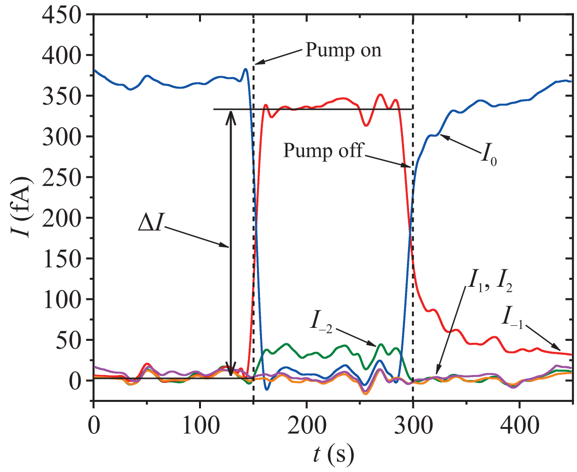

Рис. 3. (Цветной онлайн) Временная зависимость тока отрицательных зарядов при температуре $T = 1.5$ К при частоте накачки 49.9 Гц и амплитуде волны $h = 0.009$ см

На рисунке 4 показаны зависимости разности токов ΔI от амплитуды возбуждаемой волны для двух резонансных частот 20.1 и 49.9 Гц. При других резонансных частотах зависимости $\Delta I(h)$ демонстрируют схожее поведение. Видно, что на зависимостях $\Delta I(h)$ можно четко указать "пороговое" значение амплитуды волны h_{thr}, выше которого наблюдается перераспределение ионных токов между сегментами коллектора. Ток на сегменте -1 возрастает, а на сегменте 0 уменьшается с ростом амплитуды волны. Как показал эксперимент, в диапазоне частот $f = 20 \div 55$ Гц "пороговое" значение амплитуды волны h_{thr} уменьшается с повышением частоты накачки пропорционально $1/f$.

Полагаем, как и в работе [15], что перераспределение токов обусловлено взаимодействием инжектированных отрицательных зарядов с квантовыми вихрями, которые возникают под поверхностью He-II в результате нелинейного взаимодействия поверхностных волн. На рисунке 5 приведены значения "пороговых" амплитуд h_{thr} (левая шкала), измеренные

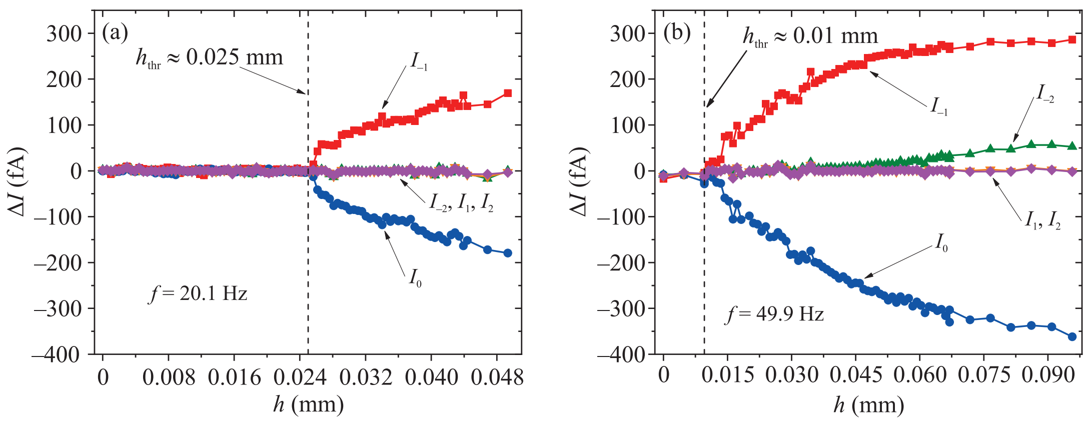

Рис. 4. (Цветной онлайн) Зависимости разности токов ΔI от амплитуды волны h при накачке на резонансных частотах $f = 20.1$ (a) и 49.9 Гц (b). Температура жидкости $T = 1.5$ К

на семи резонансных частотах волн. Хорошо видно, что экспериментальные данные могут быть хорошо описаны зависимостью h_{thr}, пропорциональной $1/f$. Также на рис. 4 показаны экспериментальные значения критической скорости течения частиц жидкости в стоячей вертикальной волне на поверхности $\mathbf{V}_{\text{thr}}$ при разных значениях частоты накачки f (правая шкала).

Как видно из рис. 5, в диапазоне частот $f = 20 \div 55$ Гц ($\omega = 2\pi f \leq 300$) квантовые вихри, которые возбуждаются в вихревом слое под поверхностью жидкости, возникают при скорости движения частиц жидкости в стоячей волне выше некоторой пороговой $\mathbf{V} \geq \mathbf{V}_{\text{thr}} = \omega \cdot h_{\text{thr}} \approx 0.34$ см/с, причем значение $\mathbf{V}_{\text{thr}}$ не зависит от частоты накачки. Заметим, что в этом диапазоне частот зависимость $f(k)$ близка к линейной, так что значения пороговой угловой амплитуды (крутизны) волн, возбуждаемых плунжерами на поверхности слоя жидкости $\alpha_{\text{thr}} = kh_{\text{thr}}$, также не зависят от частоты накачки.

Найденное в эксперименте значение $\mathbf{V}_{\text{thr}} = 0.34$ см/с хорошо согласуется с критическими скоростями сверхтекучей компоненты $\mathbf{V}_{\text{cr}} \sim 0.2 \div 1$ см/с, при которых ранее наблюдалось формирование квантовых вихрей в работах [25–29]. С повышением амплитуды колебаний плунжеров (волнопродукторов в данных экспериментах) скорость движения сверхтекучей компоненты в стоячей волне может превысить критическое значение $\mathbf{V}_{\text{cr}}$, т.е. эти волны могут возбуждать квантовые вихри под поверхностью сверхтекучей жидкости, что и наблюдалось в экспериментах [14, 15].

Возможен и другой вариант возбуждения квантовых вихрей стоячими волнами. Среднюю скорость течения жидкости в седловой точке между двумя вихрями с завихренностью разного знака в вихревой

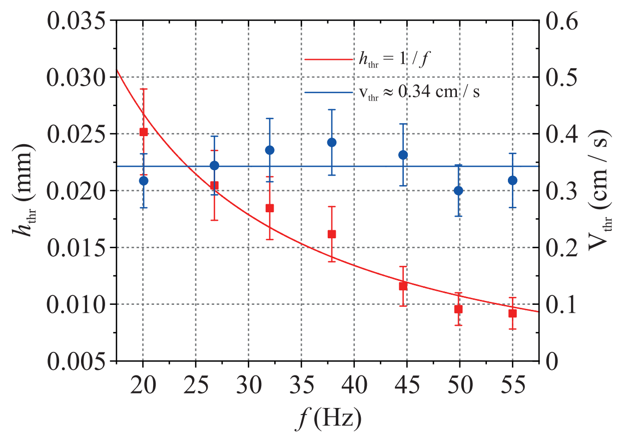

Рис. 5. (Цветной онлайн) Зависимость "пороговой" амплитуды h_{thr} (левая ось ординат) и "пороговой" скорости течения жидкости в волне $\mathbf{V}_{\text{thr}}$ (правая ось ординат) от резонансной частоты в диапазоне $f = 20 \div 55$ Гц

"шахматной доске", которая формируется на плоской поверхности жидкости в квадратной ячейке [30], можно оценить по формуле

$$\mathbf{V}_{\text{vor}} \approx 2h_{\text{thr}}^2 fk. \tag{2}$$

Волновой вектор k капиллярной волны частотой $f = 49.9$ Гц равен 31.4 см$^{-1}$. Оценка по формуле (2) дает величину $\mathbf{V}_{\text{vor}} \approx 0.3$ см/с. Этой скорости достаточно для генерации квантовых вихрей в пространстве между вихрями решетки.

В качестве третьего источника генерации квантовых вихрей может служить движение сверхтекучей компоненты жидкости со скоростью, близкой к $\mathbf{V}_{\text{thr}}$ относительно неподвижной нормальной компоненты в вязком слое жидкости, прилегающем к неподвижной стенке экспериментальной ячейки.

Все три перечисленные выше источника квантовых вихрей могут реализоваться в наших экспериментах. Однако, по нашему мнению, только решетка вихрей с завихренностью разного знака может обеспечить формирование анизотропного распределения заряженных квантовых вихрей под поверхностью сверхтекучего гелия. Рассеяние подвижных инжектированных отрицательных зарядов на анизотропно распределенных заряженных клубках квантовых вихрей, которые способны захватывать электронные пузырьки при охлаждении He-II ниже 1.7 K, может привести к дополнительному отклонению траектории движения подвижных зарядов и, соответственно, к перераспределению ионных токов по сегментам приемного коллектора при включенной волновой накачке.

Заключение. Экспериментально установлено, что генерация в He-II квантовых вихрей стоячими гравитационно-капиллярными волнами происходит при амплитуде волны h выше некоторой "пороговой" h_{thr}. Обнаружено, что генерация квантовых вихрей волнами на поверхности наблюдается при скорости течения жидкости в стоячей волне выше некоторой критической $\mathbf{V}_{\text{thr}} \approx 0.34$ см/с. Генерация квантовых вихрей может быть связана как с течением сверхтекучей компоненты жидкости относительно неподвижной нормальной компоненты в тонком вязком слое, прилегающем к стенкам рабочей ячейки, так и с вихревыми течениями в седловой точке между двумя вихрями с завихренностью разного знака в вихревой "шахматной доске", формирующейся на поверхности слоя жидкости в квадратной ячейке при включении волновой накачки. Формирование на поверхности сверхтекучего He-II решетки вихрей может объяснить возникновение анизотропии в распределении под поверхностью заряженных квантовых вихрей при $T = 1.5$ K, которые отклоняют траектории движущихся отрицательных ионов от исходных при включении волновой накачки.

Авторы благодарны С. С. Вергелесу, В. В. Лебедеву, И. В. Колоколову и В. М. Парфеньеву за ценные дискуссии и полезные замечания.

Финансирование работы. Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда # 23-72-30006.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. P. Kapitza, Nature **141**, 74 (1938).
2. L. D. Landau, J. Phys. USSR **5**, 71 (1941).
3. V. V. Brazhkin, Phys.-Uspekhi **68**, 490 (2025).
4. L. Onzager, Il Nuovo Cimento **6**, 279 (1949).
5. W. F. Vinen, Proceedings of the Royal Society of London A,Mathematical and Physical Sciences **260**, 218 (1961).
6. P. M. Walmsley, A. A. Levchenko, S. E. May, and A. I. Golov, J. Low Temp. Phys.**146**, 511 (2007).
7. P. M. Walmsley, A. I. Golov, H. E. Hall, A. A. Levchenko, and W. F. Vinen, Phys. Rev. Lett. **99**, 265302 (2007).
8. V. S. L'vov, S. V. Nazarenko, and L. Skrbek, J. Low Temp. Phys. **145**, 125 (2006).
9. S. K. Nemirovskii, Phys. Rep. **524**, 85 (2013).
10. D. E. Zmeev, F. Pakpour, P. M. Walmsley, A. I. Golov, W. Guo, D. N. McKinsey, G. G. Ihas, P. V. E. McClintock, S. N. Fisher, and W. F. Vinen, Phys. Rev. Lett. **110**, 175303 (2013).
11. G. P. Bewley, D. P. Lathrop, and K. R. Sreenivasan, Exp. Fluids **44**, 887 (2008).
12. P. Moroshkin, P. Leiderer, K. Kono, S. Inui, and M. Tsubota, Phys. Rev. Lett. **122**, 174502 (2019).
13. D. H. Wacks, A. W. Baggaley, and C. F. Barenghi, Exp. Fluids **26**, 027102 (2014).
14. I. A. Remizov, M. R. Sultanova, A. A. Levchenko, and L. P. Mezhov-Deglin, Low Temp. Phys. **47**, 378 (2021).
15. M. R. Sultanova, I. A. Remizov, L. P. Mezhov-Deglin, A. A. Levchenko, JETP Lett. **118**, 585 (2023).
16. R. L. Douglass, Phys. Rev. Lett. **13**, 791 (1964).
17. P. M.Walmsley and A. I. Golov, Phys. Rev. B **86**, 060518 (2012).
18. D. I. Bradley, D. O. Clubb, S. N. Fisher, A. M. Guénault, R. P. Haley, C. J. Matthews, G. R. Pickett, and K. L. Zaki, J. Low Temp. Phys. **138**, 493 (2005).
19. M. Blažková, D. Schmoranzer, L. Skrbek, and W. F. Vinen, Phys. Rev. B **79**, 054522 (2009).
20. V. B. Efimov, D. Garg, M. Giltrow, P. V. E. McClintock, L. Skrbek, W. F. Vinen, J. Low Temp. Phys. **158**, 462 (2010).
21. V. B. Efimov, A. N. Ganshin, G. V. Kolmakov, P. V. E. McClintock, and L. P. Mezhov-Deglin, J. Low Temp. Phys. **156**, 95 (2009).
22. P. V. E. McClintock and R. M. Bowley, Progress in Low Temp. Phys. **14**, 1 (1995).
23. L. Skrbek and Y. A. Sergeev, Phys. Fluids **37**, 03130 (2025).
24. A. A. Levchenko, L. P. Mezhov-Deglin, I. A. Remizov, P. G. Selin, and M. R. Sultanova, Instr. and Exp. Tech. **68**, 180 (2025).
25. P. P. Craig and J. R. Pellam, Phys. Rev. **108**, 1109 (1957).
26. D. I. Bradley, S. N. Fisher, A. M. Guenault, R. P. Haley, M. Kumar, C. R. Lawson, R. Schanen, P. V. E. McClintock, L. Munday, G. R. Pickett, M. Poole, V. Tsepelin, and P. Williamset, Phys. Rev. B **85**, 224533 (2012).
27. R. Hanninen, M. Tsubota, and W. F. Vinen, Phys. Rev. B **75**, 064502 (2007).
28. P. J. Bendt, Phys. Rev. **127**, 1441 (1962).
29. V. B. Efimov, D. Garg, O. Kolosov, and P. V. E. McClintock, J. Low Temp. Phys. **158**, 456 (2010).
30. S. V. Filatov, V. M. Parfenyev, S. S. Vergeles, M. Yu. Brazhnikov, A. A. Levchenko, and V. V. Lebedev, Phys. Rev. Lett. **116**, 054501 (2016).