Письма в ЖЭТФ, том 50, вып. 2, стр. 49 – 51 *25 июля 1989 г.*

ДВУХПЕТЛЕВОЙ ЭФФЕКТИВНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ $SU(2)$ И $SU(3)$ ГЛЮОДИНАМИКИ ПРИ КОНЕЧНОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ

В.М.Беляев, В.Л.Елецкий

Проведено двухпетлевое вычисление эффективного потенциала $W(A_0)$ для $SU(2)$ и $SU(3)$ глюодинамики при $T \neq 0$, где A_0 – временная компонента калибровочного поля. Минимум $W(A_0)$ достигается при $A_0 \neq 0$. На двухпетлевом уровне происходит нарушение $SU(2)$ симметрии до $U(1)$, а $SU(3)$ до $U(1) \times U(1)$.

Калибровочные теории при $T \neq 0$ в настоящее время представляют значительный интерес в связи с экспериментами по столкновениям ультрарелятивистских тяжелых ионов [1], в которых ожидается образование горячей кварк-глюонной плазмы. Этой проблематике посвящено большое количество обзоров, содержащих обширную библиографию (см., например, [2,3]). Обычно предполагается, что в силу асимптотической свободы эффективная константа связи $g(T)$ мала и может быть использована теория возмущений. Однако оказалось [2,4], что пертурбативные вычисления наталкиваются на проблему инфракрасных расходимостей, возникающих с неизбежностью уже в достаточно низком порядке. Ожидается, что эти расходимости, связанные с нулевыми модами пространственных компонент калибровочного поля A_i, эффективно обрезаются при импульсах порядка $g^2 T$ за счет возникновения так называемой магнитной массы – эффективной массы полей A_i.

Отметим следующее существенное отличие калибровочной теории при $T \neq 0$ от случая $T = 0$. При $T = 0$ с помощью калибровочного преобразования постоянное поле A_0 можно изменить на произвольную константу и, в частности, обратить в нуль. То есть, теория при $A_0 \neq 0$ физически эквивалентна теории при $A_0 = 0$. При $T \neq 0$ в евклидовой формулировке теории временная координата становится компактной: $0 \leq x_0 \leq \beta$, $\beta = 1/T$, и поле A_μ удовлетворяет периодическим граничным условиям $A_\mu(0) = A_\mu(\beta)$. Теперь нулевая мода $A_0 = \text{const}$ не может быть в общем случае откалибрована с сохранением периодических граничных условий для пространственных компонент A_i. Например, в случае $SU(2)$ допустимы калибровочные сдвиги A_0 на постоянную величину, кратную $2\pi/\beta g$, и квантование вблизи $A_0 \neq 0$, вообще говоря, физически не эквивалентно случаю $A_0 = 0$. Недавно в ряде работ [5-9] появились указания на то, что при $T \neq 0$ в неабелевой теории возникает конденсат поля A_0.

Мы провели двухпетлевое вычисление $W(A_0)$ – эффективного потенциала поля A_0, в случае $SU(2)$ и $SU(3)$, глюодинамики, которое подтверждает существование нетривиального минимума $W(A_0)$, нарушающего калибровочную симметрию при высокой температуре на двухпетлевом уровне. Вычисления проводились в евклидовой формулировке теории, в форма-

лизме внешнего поля. В расчетах $W(A_0)$ использовалась фоновая калибровка Фейнмана $D^{\Phi}_{\mu}A^a_{\mu} = 0$, где $(D^{\Phi}_{\mu})^{ab} = \partial_{\mu}\delta^{ab} + gf^{abc}(A^c_{\mu})^{\Phi}$, а фоновое поле $(A^a_{\mu})^{\Phi} = (A^3_0)^{\Phi}\delta_{\mu 0}\delta^{a3} = \text{const}$ в случае $SU(2)$ и $(A^a_{\mu})^{\Phi} = (A^3_0\delta^{a3} + A^8_0\delta^{a8})^{\Phi}\delta_{\mu 0}$ в случае $SU(3)$. После добавления духов, необходимых для сохранения калибровочной инвариантности, лагранжиан теории принимает вид:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{4}G^2_{\mu\nu} + \frac{1}{2\alpha}(D^{\Phi}_{\mu}A_{\mu})^2 + \bar{\chi}D^{\Phi}_{\mu}D_{\mu}\chi, \qquad (1)$$

где $A^a_{\mu} = (A^a_{\mu})^q + (A^a_{\mu})^{\Phi}$, $G^a_{\mu\nu} = \partial_{\mu}A^a_{\nu} - \partial_{\nu}A^a_{\mu} - gf^{abc}A^b_{\mu}A^c_{\nu} = D^{\Phi}_{\mu}(A^a_{\nu})^q - D^{\Phi}_{\nu}(A^a_{\mu})^q - gf^{abc}(A^b_{\mu})^q(A^c_{\nu})^q$, α – калибровочный параметр. Видно, что постоянное внешнее поле приводит к удлинению обычной производной в определении $G_{\mu\nu}$. Удобно перейти к "мезонному" базису: $\pi^0_{\mu} = A^3_{\mu}$, $\pi^{\pm}_{\mu} = (A^1_{\mu} \pm iA^2_{\mu})/\sqrt{2}$, $K^{\pm}_{\mu} = (A^4_{\mu} \pm iA^5_{\mu})/\sqrt{2}$, $K^0_{\mu} = (A^6_{\mu} + iA^7_{\mu})/\sqrt{2}$, $\bar{K}^0_{\mu} = (A^6_{\mu} - iA^7_{\mu})/\sqrt{2}$, $\eta_{\mu} = A^8_{\mu}$. Здесь представлены поля для случая $SU(3)$. Выбор такого базиса определяется аналогией с мезонным октетом, соответствующие поля имеют такие же заряды относительно внешних полей A^3_0 и A^8_0 как третья компонента изоспина и гиперзаряда соответствующих мезонов. В случае $SU(2)$ рассматриваются только поля π_{μ}. Аналогичный базис используется для духов. В этом базисе квадратичная часть лагранжиана диагональна. Причем в суммах по частотам происходит сдвиг: $k_0 = 2\pi n/\beta \to k^{(i)}_0 = 2\pi n/\beta + C_i$, где $C_i = \pm gA^3_0$, $\pm\frac{g}{2}(A^3_0 \pm \sqrt{3}A^8_0)$ для $\pi^{\pm}$, $K^{\pm}$ и $K^0(\bar{K}^0)$ полей. Такого сдвига нет для "нейтральных" π^0 и η полей – $k^0_0 = 2\pi n/\beta$. Сдвиг частоты имеет место не только в пропагаторе, но и в вершинах. Это обстоятельство было упущено в работе [5], что и привело к неправильному результату. Подробное изложение хода вычислений в случае $SU(2)$ группы приведено в [9].

Однопетлевой вклад в $W(A_0)$ дается выражениями

$$W^{(1)}_{SU(2)}(x) = \frac{4\pi^2}{3\beta^4}\left[-\frac{1}{60} + B_4(x/2)\right], \qquad (2)$$

$$W^{(1)}_{SU(3)}(x, y) = \frac{4\pi^2}{3\beta^4}\left[-\frac{1}{30} + B_4(x/2) + B_4((x + \sqrt{3}y)/4) + B_4((x - \sqrt{3}y)/4)\right],$$

где $x = gA^3_0\beta/\pi$, $y = gA^8_0\beta/\pi$, $B_4(x) = x^2(1-x)^2 - 1/30$ – полином Бернулли, аргументы в полиномах Бернулли определены по модулю один. Минимумы однопетлевых эффективных потенциалов (2) достигаются при $x = 2n$ в случае $SU(2)$, и при ($x = 2n$, $y = 2(2m - n)/\sqrt{3}$) в случае $SU(3)$, $m, n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$. Эти выражения согласуются с результатами, полученными в [10].

Двухпетлевой расчет приводит к следующим вкладам в W:

$$W^{(2)}_{SU(2)} = \frac{g^2}{2\beta^4}[B^2_2(x/2) + 2B_2(0)(B_2(x/2)]$$

$$W^{(2)}_{SU(3)}(x, y) = \frac{g^2}{2\beta^4}[B^2_2(x/2) + B^2_2((x + \sqrt{3}y)/4) + B^2_2((x - \sqrt{3}y)/4) + 2B_2(0)(B_2(x/2) +$$

$$+ B_2((x + \sqrt{3}y)/4) + B_2((x - \sqrt{3}y)/4)) + B_2(x/2)B_2((x + \sqrt{3}y)/4) + B_2(x/2)B_2((x - \sqrt{3}y)/4) + \qquad (3)$$

$$+ B_2((x + \sqrt{3}y)/4)B_2((x - \sqrt{3}y)/4)],$$

где $B_2(x) = 1/6 - x(1-x)$, аргументы полиномов Бернулли также определены по модулю один.

Поскольку потенциалы периодичны по соответствующим аргументам эффективных потенциалов, что отвечает инвариантности теорий относительно калибровочных преобразований центров групп, то достаточно рассмотреть область вблизи одного минимума эффективных потенциалов (2) при $x = 0$ для $SU(2)$ и $x = 0, y = 0$ для $SU(3)$. В этой области на двухпетле-

вом уровне минимумы достигаются при $x = \pm g^2 T/4\pi$ в случае $SU(2)$ и при $(x = \pm g^2 T/2\pi,\ y = 0)$, $(x = \pm g^2 T/4\pi,\ y = \pm\sqrt{3}g^2 T/4\pi)$ и $(x = \pm g^2 T/4\pi,\ y = \mp\sqrt{3}g^2 T/4\pi)$. Все минимумы физически эквивалентны. Наличие таких нетривиальных минимумов приводит к нарушению калибровочных симметрий ($SU(2)$ до $U(1)$, а $SU(3)$ до $U(1) \times U(1)$). Причем несинглетные относительно фонового поля нулевые моды пространственных компонент калибровочных полей приобретают на древесном уровне массу – в случае $SU(2)$ $m = g^2 T/4\pi$, а в случае $SU(3)$ $m_\pi = g^2 T/2\pi,\ m_K = g^2 T/4\pi$ (в случае минимума $x = g^2 T/2\pi,\ y = 0$). Синглетные относительно фонового поля пространственные компоненты калибровочных полей остаются безмассовыми. Поля A_0, как известно [2,3], приобретают так называемую дебаевскую массу на однопетлевом уровне. Эта электростатическая масса воспроизводится из полученного эффективного потенциала:

$$m_D^2 = \Pi_{00}(k=0) = \partial^2 / \partial (A_0^\Phi)^2 [W^{(1)}(A_0^\Phi) + W^{(2)}(A_0^\Phi)] =$$

$$= \frac{g^2}{\pi^2 T^2} \partial^2/\partial x^2 [W^{(1)}(x) + W^{(2)}(x)] = \begin{cases} 2g^2 T/3 & - SU(2) \\ g^2 T & - SU(3) \end{cases} . \tag{4}$$

Вывод о существовании конденсата поля A_0 в теории возмущений требует всесторонней проверки. В принципе возможно, что вклад высших порядков теории возмущений окажется порядка двухпетлевого вклада при $x \approx g^2$. В этом случае мы не могли бы сделать вывод ни о величине конденсата, ни даже о самом факте его существования. На n-петлевом уровне это может произойти если $W^{(n)}$ содержит член $\alpha\ g^{2(n-1)}/x^{n-3}$. Однако, такого типа члены при $x \sim g^2$ дали бы вклад в дебаевскую массу (согласно формуле (4)) порядка gT. Таким образом имеются две возможности: или эти члены отсутствуют в W, либо возникают проблемы с дебаевской массой в высших порядках теории возмущений.

Из сказанного выше ясно, что необходимо провести изучение инфракрасной структуры обсуждаемого эффективного потенциала не только для проверки вывода относительно возникновения конденсата, но также и для уточнения статуса дебаевской массы.

Авторы признательны Б.Л.Иоффе и А.В.Смилге за полезные обсуждения.

Литература

1. Experiments at CERN in 1988, CERN report, Geneva, 1988.
2. *Gross D. et al.* Rev. Mod. Phys., 1981, **53**, 43.
3. *McLerran L.* Rev. Mod. Phys., 1986, **58**, 1021.
4. *Linde A.D.* Rep. Prog. Phys., 1979, **42**, 389; Phys. Lett. B, 1980, **96**, 289.
5. *Anishetty R.* J. Phys. G, 1984, **10**, 439.
6. *Dahlem K.J.* Z. Phys. C, 1985, **29**, 553.
7. *Polonyi J.* Nucl. Phys. A, 1987, **461**, 279c.
8. *Nadkarni S.* Phys. Rev. Lett., 1988, **60**, 491.
9. *Belyaev V.M., Eletsky V.L.* Preprint ITEP-68, 1989.
10. *Weiss N.* Phys. Rev. D, 1981, **24**, 475; Phys. Rev. D, 1981, **25**, 2667.

Институт теоретической и
экспериментальной физики

Поступила в редакцию
5 июня 1989 г.