Письма в ЖЭТФ, том 122, вып. 7, с. 391 – 396

Эффект суммарной блокады в поляритонном тримере[1)]

Т. А. Худайберганов[+ 2)], *И. Ю. Честнов*[*], *С. М. Аракелян*[+]

[+] *Кафедра физики и прикладной математики, Владимирский государственный университет им. А. Г. и Н. Г. Столетовых, 600000 Владимир, Россия*

[*] *Университет ИТМО, 197101 С.-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 6 августа 2025 г.
После переработки 4 сентября 2025 г.
Принята к публикации 4 сентября 2025 г.

Эффект суммарной блокады – это интерференционный квантовый эффект, при котором двухчастичная корреляционная функция суммарного поля подавляется, при этом для отдельных индивидуальных полей статистика может быть произвольной. Мы показали, что эффект суммарной блокады может наблюдаться в коррелированной системе поляритонного тримера – связанное состояние трех поляритонных мод.

DOI: 10.31857/S0370274X25100027, EDN: AOPDIF

Введение. Квантовая блокада – это квантово-оптический эффект, при котором подавляется вероятность возбуждения более одной частицы ($n > 1$) в системе, несмотря на физическую возможность таких состояний [1, 2]. Эффект обусловлен тем, что взаимодействие одного бозона с нелинейной квантовой системой существенно изменяет ее состояние, препятствуя последующим взаимодействиям других частиц. Ключевым фактором является ангармоничность энергетического спектра системы, из-за которой первый возбужденный уровень оказывается нерезонансным с последующими уровнями, что делает одновременное появление двух фотонов на одной частоте маловероятным (диссипативное уширение спектра уменьшает этот эффект) [3]. Для наблюдения квантовой блокады требуется либо выраженная нелинейность системы, либо система с ограниченным числом доступных энергетических уровней, например, двухуровневая система [4]. Эффект квантовой блокады применяют в разработке источников одиночных фотонов (ИОФ).

ИОФ играют ключевую роль в развитии передовых квантовых технологий, таких как оптические квантовые вычисления [5–7], квантовое распределение ключей [8–10] и квантовый интернет [11]. В настоящее время активно разрабатываются различные типы ИОФ, основанных на полупроводниковых квантовых точках, центрах окраски в алмазе, карбиде кремния, дихалькогенидах переходных металлов и гексагональном нитриде бора [12–19].

Экситонные поляритоны [20, 21] – это гибридные квазичастицы, возникающие в результате сильного взаимодействия фотонов (электромагнитных мод в микрорезонаторе) с экситонами (связанные электроны и дырки в полупроводниковой квантовой яме или квантовой точке). В результате образуются экситонные поляритоны, которые обладают смешанными свойствами света (например, малой эффективной массой) и вещества (например, упругим экситон-экситонным взаимодействием, обеспечивая поляритонам нелинейность кубического типа [22]). Экситонные поляритоны могут быть обнаружены в расщеплении спектра отражения брэгговского микрорезонатора и способны образовывать макроскопически когерентное состояние, аналогично конденсату Бозе–Эйнштейна [23]. Экситонные поляритоны могут формироваться в микрорезонаторах различных конфигураций, таких как планарные структуры, микростолбики и фотонные кристаллы [24]. Мы рассматриваем микрорезонаторы цилиндрической формы, называемые микростолбиками [25–27] (*micropillar*), которые пространственно ограничивают поляритонные моды [28]. Такие структуры получаются вытравлением цилиндров диаметром в несколько микрометров из планарных брэгговских микрорезонаторов [29]. Поляритонные ИОФ были предложены в следующих работах [25, 30, 31], а их квантовые свойства изучались в работах [4, 32, 33]. Излучение микростолбика в поляритонном режиме (при сильном взаимодействии экситонов и фотонов) демонстрирует анти-

[1)] См. дополнительный материал к данной статье на сайте нашего журнала www.jetpletters.ru

[2)] e-mail: thomasheisenberg@mail.ru

группировку фотонов ($g^{(2)} \sim 0.1$) [25, 30, 31]. Низкая чистота поляритонных ИОФ обусловлена слабой нелинейностью экситон-поляритонных систем ($U < \gamma$, где U – параметр нелинейного поляритон-поляритонного взаимодействия [22], γ – параметр диссипации энергии системы) [4]. Нелинейность в экситон-поляритонной системе обусловлена кулоновским взаимодействием между экситонами и их сильной связью с фотонами в микрорезонаторе, что создает эффективную нелинейность кубического типа с параметром, который мы обозначаем как U [20, 22]. Оптическое взаимодействие между соседними микростолбиками, расположенными на малом расстоянии друг от друга, позволяет поляритонам туннелировать между микростолбиками, формируя связанную систему, которую можно рассматривать как поляритонную "молекулу" [34] или графеноподобную решетку [35]. Поэтому экситон-поляритонная система, формируемая в микрорезонаторе, является хорошим кандидатом для изучения корреляций в многомодовых системах. Неконвенциональная блокада (*unconventional blockade*) – это эффект квантовой блокады, возникающий в многомодовых взаимодействующих системах [4, 36, 37], и обусловлена деструктивной интерференцией амплитуд вероятности: прямого лазерного возбуждения первого микростолбика и возбуждения, передаваемого через связанный с ним микростолбик. Данный эффект может проявляться в слабо нелинейных системах ($U < \gamma$).

Целью данного исследования было установление условий, при которых возникает эффект суммарной блокады в поляритонном тримере. Поляритонный тример может быть образован в системе из трех близко расположенных микростолбиков. Для создания и поддержания стационарных поляритонных состояний используют лазерную накачку [38]. Ранее неклассические эффекты в экситон-поляритонных системах изучались как в режиме слабой лазерной накачки (когда $F < \gamma$, где F – амплитуда накачки) [32, 39, 40], так и в случае сильной накачки [33, 40].

Эффект суммарной блокады. Эффект суммарной блокады проявляется в подавлении вероятности обнаружения двух или более возбуждений в суммарной моде по сравнению с вероятностью одночастичного возбуждения, аналогично неконвенциональной квантовой блокаде, и также реализуется в многомодовых системах.

Непосредственно обнаружение эффекта квантовой блокады (фотонной блокады) возможно через измерение нормированной корреляционной функции второго порядка $g^{(2)} = \frac{\langle : N^2 : \rangle}{\langle N \rangle^2}$, где символом $\langle : N^2 : \rangle$ обозначено нормально упорядоченное среднее квадрата числа фотонов, а $\langle N \rangle$ – среднее число фотонов [41]. Если $g^{(2)} = 1$, события независимы; если $g^{(2)} < 1$, наблюдается эффект антигруппировки [3]; если $g^{(2)} > 1$, имеет место эффект группировки , при этом условие квантовой блокады $g^{(2)} \ll 1$.

В микростолбике поляритоны описываются операторами $\hat{a}_i$, а фотонное излучение микростолбика оператором $\hat{b}_i^{\rm out} \approx C_i \sqrt{\gamma_i} \hat{a}_i$, где γ_i – параметр диссипации поляритонов, C_i – фотонная доля поляритона в i-й моде (коэффициент Хопфилда). Корреляционная функция второго порядка для суммы двух мод $g^{(2)}_{1+2}$ [37]:

$$g^{(2)}_{1+2} = \frac{\langle \hat{b}^{\rm out\dagger^2}_{1+2} \hat{b}^{\rm out^2}_{1+2} \rangle}{\langle \hat{b}^{\rm out\dagger}_{1+2} \hat{b}^{\rm out}_{1+2} \rangle^2} = \frac{{\rm Tr}(\hat{b}^{\rm out\dagger^2}_{1+2} \hat{b}^{\rm out^2}_{1+2} \rho)}{{\rm Tr}(\hat{b}^{\rm out\dagger}_{1+2} \hat{b}^{\rm out}_{1+2} \rho)^2}. \quad (1)$$

Аналогично, для суммы трех мод:

$$g^{(2)}_{1+2+3} = \frac{\langle \hat{b}^{\rm out\dagger^2}_{1+2+3} \hat{b}^{\rm out^2}_{1+2+3} \rangle}{\langle \hat{b}^{\rm out\dagger}_{1+2+3} \hat{b}^{\rm out}_{1+2+3} \rangle^2} = \frac{{\rm Tr}(\hat{b}^{\rm out\dagger^2}_{1+2+3} \hat{b}^{\rm out^2}_{1+2+3} \rho)}{{\rm Tr}(\hat{b}^{\rm out\dagger}_{1+2+3} \hat{b}^{\rm out}_{1+2+3} \rho)^2}, \quad (2)$$

где операторы для суммарных мод определяются как $\hat{b}^{\rm out}_{1+2+3} = \sum_{i=1}^{3} \alpha_i \hat{b}^{\rm out}_i$, $\hat{b}^{\rm out}_{1+2} = \sum_{i=1}^{2} \alpha_i \hat{b}^{\rm out}_i$, $\hat{b}^{\rm out\dagger}_{1+2+3} = \sum_{i=1}^{3} \alpha_i^* \hat{b}^{\rm out\dagger}_i$, и $\hat{b}^{\rm out\dagger}_{1+2} = \sum_{i=1}^{2} \alpha_i^* \hat{b}^{\rm out\dagger}_i$. Здесь α_i – коэффициент смешивания мод для симметричного светоделителя 50:50 равен $\alpha_i = 1/\sqrt{2}$.

Функция корреляции второго порядка $g^{(2)}_{1+2}$ в базисе состояний Шредингера определяется следующим образом:

$$g^{(2)}_{1+2} \approx \frac{2\mathcal{N} \left| c_{200} + c_{020} + \sqrt{2} c_{110} \right|^2}{\left| c_{100} + c_{010} \right|^4}, \quad (3)$$

и для $g^{(2)}_{1+2+3}$

$$g^{(2)}_{1+2+3} \approx 2\mathcal{N} \frac{|c_{200} + \sqrt{2} c_{110} + c_{020} + \sqrt{2} c_{101} + c_{002} + \sqrt{2} c_{011}|^2}{|c_{100} + c_{010} + c_{001}|^4}, \quad (4)$$

где $\mathcal{N} = \sum_{n=0}^{M} \sum_{i+j+k=n} \left| c^{(n)}_{ijk} \right|^2$ – константа, обеспечивающая нормировку волновой функции в усеченном гильбертовом пространстве размерности $M = 4$. Коэффициенты $c^{(n)}_{ijk}$ соответствуют амплитудам состояний с квантовыми числами i, j, k, удовлетворяющими условию $i + j + k = n$, где n – общее число квантовых возбуждений.

Модель. Наша модель состоит из трех цилиндрической формы микрорезонаторов (микростолбиков) с брэгговскими зеркалами (DBR) AlAs/GaAs, λ-полостью GaAs и с квантовыми точками InGaAs, встроенными в полость микрорезонатора [25]. Так как энергия экситон-фотонного взаимодействия (~ 3 мэВ) больше, чем диссипация энергии ~ 100 мкэВ), то происходит гибридизация мод системы в две новые моды – экситонных поляритонов.

Микростолбики расположены достаточно близко друг к другу на расстоянии порядка нескольких микрометров ($\sim 2-4$ мкм) [28]. Энергия туннельного взаимодействия между микростолбиками варьируется в пределах $0.1-1$ мэВ [28].

Локальное калибровочное преобразование операторов $\hat{a}_j \to \hat{a}_j e^{i\phi_j}$ позволяет произвольно изменять фазу на любой отдельной туннельной связи, что в незамкнутой системе эквивалентно полному обнулению фаз во всех связях путем последовательного выбора локальных фаз ϕ_j. Однако для замкнутого контура, например, для тримера, сумма фаз вдоль всех связей ($\Phi = \theta_{12} + \theta_{23} + \theta_{31}$) является калибровочным инвариантом, поскольку локальные фазы ϕ_j взаимно сокращаются при суммировании по всему кольцу [42]. Поэтому данная фаза аналогична потоку Ааронова–Бома и становится фундаментальной физической характеристикой системы, которая определяет ее интерференционные свойства.

Для управления величиной связи между микростолбиками и введения калибровочной фазы используется процедура, предложенная в работе [42]. Для модуляции частоты поляритонной моды можно использовать пьезоактуаторы [43] на основе обратного пьезоэффекта. Регулируя параметры амплитуды и частоты модуляции, можно изменять амплитуду связи между микростолбиками.

Для описания поляритонного тримера была использована модель Бозе–Хаббарда с гамильтонианом, записанным в приближении вращающейся волны в следующем виде:

$$\hat{H} = \hat{\mathbf{a}}^\dagger \mathbf{G}^{(1)} \hat{\mathbf{a}} + \sum_{i=1}^{3} F_i(\hat{a}_i^\dagger + \hat{a}_i) + U \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i \hat{a}_i, \qquad (5)$$

где $\hat{\mathbf{a}} = (\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3)^T$ и $\hat{\mathbf{a}}^\dagger = (\hat{a}_1^\dagger, \hat{a}_2^\dagger, \hat{a}_3^\dagger)$ – обозначение операторов уничтожения и рождения поляритонов в соответствующих модах; F_i – амплитуда лазерного возбуждения i-й моды.

В системе с обычным туннельным взаимодействием эффект суммарной блокады не проявлялся. В связи с этим было предложено ввести калибровочно неустранимую фазу $\hat{a} \to \hat{a}e^{i\Phi}$ [42] в систему, тем самым сделав параметры межмодовой связи комплексно-сопряженными $g \to ge^{i\Phi}$. Фаза Φ была введена в амплитуду связи между первым и вторым микростолбиком: $g_{12} = g_1 e^{i\Phi}$, $g_{21} = g_1 e^{-i\Phi}$.

Матрица $\mathbf{G}^{(1)}$ имеет вид:

$$\mathbf{G}^{(1)} = \begin{pmatrix} \Delta_1 & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & \Delta_2 & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & \Delta_3 \end{pmatrix}, \qquad (6)$$

где $\Delta = \omega - \omega_d$ – величина отстройки частоты накачки ω_d от частоты резонанса ω_i. Амплитуды связи между микростолбиками были обозначены так $g_{23} = g_{32} = g_2$, $g_{13} = g_{31} = g_3$, где фаза была введена для амплитуды связи между первым и вторым микростолбиками $g_{12} = g_1 e^{i\Phi}, g_{21} = g_1 e^{-i\Phi}$ [42]. Для поляритонного тримера были выбраны следующие параметры системы: [40, 44, 45]: $\gamma = 100$ ГГц, $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma$, $U_1 = U_2 = U_3 = 0.01\gamma$, $F_1 = 0.1\gamma$, $F_2 = 0$, $F_3 = 0$ и $\Delta_{1,2,3} = \Delta$.

Мы можем записать следующий эффективный Гамильтониан:

$$\hat{H}_{\text{eff}} = \hat{H} - \frac{i}{2}\sum_{j=1}^{3} \gamma_j \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j. \qquad (7)$$

Уравнение Линдблада на матрицу плотности ρ имеет следующий вид для рассматриваемой системы [46]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \mathcal{L}\rho = -i\left[\hat{H}, \rho\right] + \sum_{j=1}^{3} \gamma_j \mathcal{D}\left[\rho\right], \qquad (8)$$

где $\mathcal{D}[\rho] = \hat{a}_j \rho \hat{a}_j^\dagger - \frac{1}{2}\{\hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j, \rho\}$ – супероператор Линдблада, $\{\cdot,\cdot\}$ – антикоммутатор, а γ_j – коэффициенты диссипации поляритонов; $\mathcal{L}$ – супероператор Лиувилля.

Методы. В общем случае условие идеальной блокады суммарной моды является равенство нулю числителя корреляционной функции $g_\Sigma^{(2)}$, где через Σ мы обозначали некоторые комбинации мод, что можно записать так

$$\mathbf{c}^{(2)} \mathbf{v}^T = 0, \qquad (9)$$

здесь амплитуды двухфотонных состояний системы, описываемые вектором $\mathbf{c}^{(2)} = (c_{200}, c_{020}, c_{002}, c_{110}, c_{101}, c_{011})$, определяют вклад состояний с двумя фотонами в первой, второй и третьей микростолбиковых модах. Вектор $\mathbf{v}$, характеризующий форму суммарной моды, для случая суперпозиции двух мод задается как $\mathbf{v} = (1, 1, 0, \sqrt{2}, 0, 0)$ и соответствует суперпозиции выходных операторов мод 1 и 2: $\hat{b}_{1+2}^{\text{out}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{b}_1^{\text{out}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{b}_2^{\text{out}}$.

В отличие от неконвенциональной блокады, где происходит деструктивная интерференция между различными каналами заселения двухчастичного состояния [36, 37], в блокаде суммарной моды деструктивно интерферируют амплитуды вероятностей состояний во взвешенной сумме (9). Например, для (3) условие на амплитуды можно записать следующим образом:

$$c_{110} = -\frac{c_{200} + c_{020}}{\sqrt{2}}, \qquad (10)$$

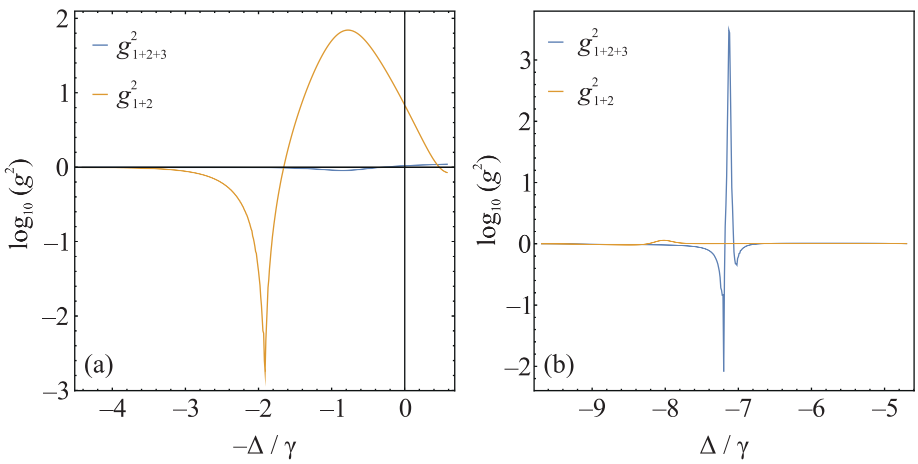

Рис. 1. (Цветной онлайн) (a) – Корреляционная функция второго порядка суммы двух мод $g^{(2)}_{1+2}$ в зависимости от нормированной отстройки Δ/γ и в сравнении с ним функция $g^{(2)}_{1+2}$ при тех же параметрах, см. текст. (b) – Корреляционная функция второго порядка суммы трех мод $g^{(2)}_{1+2+3}$ в зависимости от нормированной отстройки Δ/γ, а также функция $g^{(2)}_{1+2+3}$

и для суммы трех мод (4)

$$c_{101} + c_{110} + c_{011} = -\frac{c_{200} + c_{020} + c_{002}}{\sqrt{2}}. \tag{11}$$

Таким образом, нашей задачей было определить оптимальные параметры системы, при которых квантовый эффект суммарной блокады проявляется наиболее выражено. Для этого мы сначала находим стационарную конфигурацию полей из уравнения Шредингера для Гамильтониана (7). Далее проводилась минимизация корреляционных функций второго порядка (1) и (2) с использованием метода Basin-hopping из пакета SciPy версии 1.15.2 на языке Python. После этого полученные параметры брались как расчетные для нахождения матрицы плотности системы из численного решения уравнения Линдблада (8) с Гамильтонианом (5) в стационарном режиме. Для этой задачи использовалась библиотека QuTiP, версия 5.2.0 [47].

Результаты моделирования. Минимизируя функцию $g^{(2)}_{1+2}$, мы нашли оптимальное значение второго момента суммарного поля $\min(g^{(2)}_{1+2}) \approx 0.003$ при параметрах: $g_1 = 8.63\gamma$, $g_2 = 9.01\gamma$, $g_3 = 2.58\gamma$, $\Phi = 1.716\pi$, $\Delta_{\text{opt}} = -1.91\gamma$, что на порядок лучше, чем для неконвенциональной блокады в поляритонном димере $g^{(2)} \approx 0.01$. Зависимость функции $g^{(2)}_{1+2}$ от отстройки Δ/γ показана на рис. 1a. Эффект суммарной блокады в обычном димере не был обнаружен. Излучение от всей структуры тримера при этих параметрах почти когерентное: $g^{(2)}_{1+2+3} \approx 1$. Также для отдельных микропилларов статистика излучения почти когерентная $g^{(2)}_{1,2,3} \approx 1$.

Оптическая схема для измерения функции корреляции второго порядка $g^{(2)}_{1+2}$ представлена на рис. 2. Излучение, исходящее от каждого из двух микро-

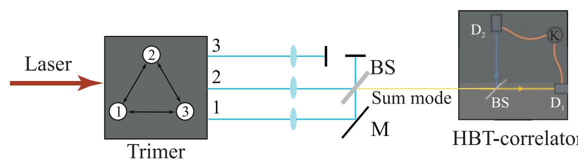

Рис. 2. (Цветной онлайн) Схема для измерения $g^{(2)}_{1+2}$. Обозначения: BS – светоделитель 50:50; M – зеркало; $D_{1,2}$ – сверхпроводящие детекторы одиночных фотонов (SSPD [48]); HBT – коррелятор, работающий на схеме совпадений. Схема совпадений (TCSPC модуль [49]) регистрирует события, когда два детектора срабатывают одновременно (или с заданной временной задержкой)

столбиков, собирается с помощью высокоапертурных объективов (или оптического волокна, сопряженного с резонатором), и далее направляется по отдельным оптическим трактам к первому светоделителю. На этом светоделителе происходит интерференция фотонов из двух разных источников, формируя единый суммарный оптический сигнал. Далее этот объединенный оптический сигнал поступает на коррелятор Хэнбери–Брауна–Твисса (Hanbury Brown–Twiss в англоязычной литературе), и входное излучение разделяется светоделителем на два пучка, каждый из которых направляется на счетчики одиночных фотонов.

Для суммарного излучения полного тримера мы нашли оптимальные значения для функции

$g^{(2)}_{1+2+3}$ со следующим минимальным значением $\min(g^{(2)}_{1+2+3}) = 0.008$. Параметры, минимизирующие функцию $g^{(2)}_{1+2+3}$: $g_1 = 1.20\gamma$, $g_2 = 8.97\gamma$, $g_3 = 0.81\gamma$, $\Phi = 0.207\pi$. В этом случае функция $g^{(2)}_{1+2+3}$ минимизируется при $\Delta_{\rm opt} = -7.2\gamma$. Зависимость функции $g^{(2)}_{1+2+3}$ от отстройки Δ/γ показана на рис. 1b.

Из рисунка 1a и b мы видим, что статистика коллективного излучения чувствительна к изменению параметра отстройки, что характерно для неконвенционального механизма блокады [4], и объясняется плохой обусловленностью матрицы супероператора Лиувилля.

Несмотря на то, что каждый микрорезонатор по отдельности демонстрирует когерентное излучение ($g^{(2)}_i \approx 1$), измерение их суммарной моды выявляет сильную фотонную антигруппировку ($g^{(2)}_{1+2} \approx 0$). Это явление служит прямым подтверждением нелокального квантового характера коллективного эффекта блокады, при котором глобальное состояние системы фундаментально отличается от свойств ее отдельных частей.

Заключение. Эффект суммарной блокады в модели поляритонного тримера представляет собой уникальный квантово-оптический эффект, который проявляется в подавлении двухфотонных корреляций в суммарном излучении, несмотря на когерентную статистику отдельных мод. Этот эффект, достигнутый благодаря интерференции между связанными модами, открывает перспективы для создания квантового мультиплексного ИОФ [50].

Использование калибровочной фазы значительно усиливает проявление блокады, что делает систему более чувствительной к квантовым эффектам. Результаты моделирования показывают, что оптимальные параметры системы можно настроить для достижения максимально выраженного эффекта суммарной блокады.

Для экспериментальной верификации эффекта суммарной блокады требуется высокая точность настройки частоты лазерной накачки и амплитуд туннельного взаимодействия между микростолбиками, поскольку эффект суммарной блокады проявляется в узком диапазоне параметров системы.

Эффект суммарной блокады может стать основой для разработки новых типов ИОФ, что имеет важное значение для квантовых технологий, включая квантовую оптику и квантовую информатику.

Финансирование работы. Работа выполнена в рамках государственного задания в сфере научной деятельности Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (темы FZUN-2024-0018, FZUN-2024-0019, госзадание лГУ).

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. A. Imamoglu, H. Schmidt, G. Woods, and M. Deutsch, Phys. Rev. Lett. **79**, 1467 (1997).
2. I. Carusotto and C. Ciuti, Rev. Mod. Phys. **85**, 299 (2013).
3. H. Paul, Rev. Mod. Phys. **54**(4), 1061 (1982); DOI: 10.1103/RevModPhys.54.1061.
4. E. Zubizarreta Casalengua, J. C. López Carreño, F. P. Laussy, and E. del Valle, Laser and Photonics Rev. **14**, 1900279 (2020).
5. H.-S. Zhong, H. Wang, Y. H. Deng et al. (Collaboration), Science **370**, 1460 (2020).
6. E. Knill, R. Laflamme, G. J. Milburn, Nature **409**, 46 (2001).
7. N. Maring, A. Fyrillas, M. Pont et al. (Collaboration), Nat. Photonics **18**, 603 (2024).
8. N. Sangouard and H. Zbinden, J. Mod. Opt. **59**, 1458 (2012).
9. T. Aichele, G. Reinaudi, and O. Benson, Phys. Rev. B **70**, 235329 (2004).
10. T. Kupko, M. von Helversen, L. Rickert, J.-H. Schulze, A. Strittmatter, M. Gschrey, S. Rodt, S. Reitzenstein, and T. Heindel, npj Quantum Inf. **6**, 29 (2020).
11. H. Weinfurter and A. Zeilinger, Nature **508**, 180 (2014).
12. N. Somaschi, V. Giesz, L. De Santis et al. (Collaboration), Nat. Photonics **10**, 340 (2016).
13. P. Senellart, G. Solomon, and A. G. White, Nat. Nanotechnol. **12**, 1025 (2017).
14. H. Wang, Y. M. He, T. H. Chung et al. (Collaboration), Nat. Photonics **13**, 770 (2019).
15. X. Ding, Y. P. Guo, M. C. Xu et al. (Collaboration), Nat. Photonics **19**, 387 (2025).
16. I. Aharonovich, C. Engen, and M. Toth, Nat. Photonics **8**, 277 (2014).
17. B. Rodiek, M. Lopez, H. Hofer, G. Porrovecchio, M. Smid, X.-L. Chu, S. Gotzinger, V. Sandoghdar, S. Lindner, Ch. Becher, and S. Kuck, Optica **4**, 71 (2017).
18. A. Gali, Rep. Prog. Phys. **83**, 026501 (2019).
19. A. Senichev, Z. O. Martin, S. Peana, D. Sychev, X. Xu, A. S. Lagutchev, A. Boltasseva, and V. M. Shalaev, Science **363**, 1068 (2019).
20. J. J. Hopfield, Phys. Rev. **112**, 1555 (1958).
21. C. Weisbuch, M. Nishioka, A. Ishikawa, and Y. Arakawa, Phys. Rev. Lett. **69**, 3314 (1992).
22. M. M. Glazov, H. Ouerdane, L. Pilozzi, G. Malpuech, A. V. Kavokin, and A. D'Andrea, Phys. Rev. B **80**(15), 155306 (2009); DOI: 10.1103/PhysRevB.80.155306.

23. J. Kasprzak, M. Richard, S. Kundermann, A. Baas, P. Jeambrun, J.M. Keeling, F.M. Marchetti, M.H. Szyma?ska, R. André, J.L. Staehli, V. Savona, P.B. Littlewood, B. Deveaud, and L.S. Dang, Nature **443**, 409 (2006).
24. K.J. Vahala, Nature **424**, 839 (2003).
25. D. Press, T.D. Ladd, B. Zhang, and Y. Yamamoto, Nature **450**, 532 (2007).
26. D. Bajoni, E. Wertz, P. Senellart, A. Miard, E. Semenova, A. Lemaître, I. Sagnes, S. Bouchoule, and J. Bloch , Acta Phys. Pol. A **114**, 933 (2008).
27. T. Klein, S. Klembt, E. Durupt, C. Kruse, D. Hommel, and M. Richard, Appl. Phys. Lett. **107**, 071101 (2015).
28. Y.S. Krivosenko, I.V. Iorsh, and I.A. Shelykh, Phys. Rev. Appl. **19**, 044008 (2023).
29. A. Löffler, J.P. Reithmaier, G. Sęk, C. Hofmann, S. Reitzenstein, M. Kamp, and A. Forchel, Appl. Phys. Lett. **86**, 111105 (2005).
30. A. Delteil, Th. Fink, A. Schade, S. Höfling, Ch. Schneider, and A. İmamoğl, Nature Mater. **18**, 219 (2019).
31. T. Th. H. Do, M. Nonahal, Ch. Li, V. Valuckas, H.H. Tan, A.I. Kuznetsov, H. Son Nguyen, I. Aharonovich, and S.T. Ha, Nat. Commun. **15**, 2281 (2024).
32. A. Verger, C. Ciuti, and I. Carusotto, Phys. Rev. B **73**, 193306 (2006).
33. T.A. Khudaiberganov, I.Yu. Chestnov, and S.M. Arakelian, Appl. Phys. B **128**, 117 (2022).
34. M. Galbiati, L. Ferrier, D.D. Solnyshkov, D. Tanese, E. Wertz, A. Amo, M. Abbarchi, P. Senellart, I. Sagnes, A. Lemaître, E. Galopin, G. Malpuech, and J. Bloch, Phys. Rev. Lett. **108**, 126403 (2012).
35. S. Klembt, T.H. Harder, O.A. Egorov, K. Winkler, R. Ge, M.A. Bandres, M. Emmerling, L. Worschech, T.C.H. Liew, M. Segev, C. Schneider, and Höfling, Nature **562**, 552 (2018).
36. H. Flayac and V. Savona, Phys. Rev. A **88**, 033836 (2013).
37. H. Flayac and V. Savona, Phys. Rev. A **96**, 053810 (2017).
38. R.T. Grant, P. Michetti, A.J. Musser, P. Gregoire, T. Virgili, E. Vella, M. Cavazzini, K. Georgiou, F. Galeotti, C. Clark, and J. Clark, Adv. Opt. Mater. **4**(10), 1615 (2016);
DOI: 10.1002/adom.201600337.
39. H. Eleuch, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **41**(5), 055502 (2008);
DOI: 10.1088/0953-4075/41/5/055502.
40. S.S. Demirchyan, T.A. Khudaiberganov, I.Yu. Chestnov, and A. P. Alodzhants, Journal of Optical Technology **84**, 75 (2017).
41. С. Я. Килин, Квантовая оптика: Поля и их детектирование, Наука и техника, Минск (1990).
42. A. A. Clerk, SciPost Physics Lecture Notes **44**, 1 (2022).
43. H. Tian, J. Liu, A. Attanasio et al. (Collaboration), Adv. Opt. Photonics **16**, 749 (2024).
44. A. Baas, J. Ph. Karr, H. Eleuch, ans E. Giacobino. Phys. Rev. A **69**(2), 023809 (2004);
DOI: 10.1103/PhysRevA.69.023809.
45. I. Carusotto and C. Ciuti, Phys. Rev. Lett. **93**(16), 166401 (2004);
DOI: 10.1103/PhysRevLett.93.166401.
46. M.O. Scully and M.S. Zubairy, *Quantum Optics*, Cambridge University Press, Cambridge (1997) [M.O. Scully and M.S. Zubairy, *Quantum Optics*, FIZMATLIT, Moscow (2003)].
47. J.R. Johansson, P.D. Nation, and F. Nori, Comput. Phys. Commun. **184**, 1234 (2013).
48. C.M. Natarajan, M.G. Tanner, and R.H. Hadfield, Supercond. Sci. Technol. **25**, 063001 (2012).
49. D. O'Connor, *Time-correlated Single Photon Counting*, Academic Press, N.Y. (1984).
50. E. Meyer-Scott, C. Silberhorn, and A. Migdall, Rev. Sci. Instrum. **91**, 041101 (2020).