Письма в ЖЭТФ, том 122, вып. 7, с. 403 – 409 © 2025 г. 10 октября

Комбинированные состояния дробного квантового эффекта Холла в двухслойных электронных системах

С. И. Дорожкин[+1)], *А. А. Капустин*[+], *Ю. Х. Смет*[*]

[+]*Институт физики твердого тела им. Ю. А. Осипьяна РАН, 142432 Черноголовка, Россия*

[*]*Max-Planck-Institut für Festkörperforschung, Heisenbergstrasse 1, D-70569 Stuttgart, Germany*

Поступила в редакцию 3 июля 2025 г.
После переработки 17 августа 2025 г.
Принята к публикации 5 сентября 2025 г.

На образцах с электронной системой, образованной двумя слоями двумерных электронов различной плотности в широкой (60 нм) GaAs квантовой яме, выполнены исследования состояний дробного квантового эффекта Холла. Эксперимент проведен при температуре 45 мК в наклонном магнитном поле, где эти состояния лучше выражены. Обнаружено, что незначительные изменения соотношения между плотностями электронов, производимые при помощи затворных напряжений, могут приводить к существенному изменению картины наблюдаемых состояний. При различных комбинациях плотностей электронов в слоях обнаружены хорошо выраженные квантованные плато холловского сопротивления $R_{xy} = q(h/e^2)$ с квантовыми числами $q = 4/5, 3/4, 3/8$ и $3/7$. С использованием магнетоемкостной методики установлено, что состояния с $q = 4/5$ и $3/4$ ($q = 3/8$ и $3/7$) возникают в условиях, когда в слое с большей плотностью электронов существует несжимаемое состояние, обусловленное скачком химического потенциала слоя между различными спиновыми подуровнями Ландау, происходящем при заполнении электронами слоя целого числа подуровней, равного единице (двойке). Установлено, что при сканировании магнитного поля возможна реализация двух состояний дробного квантового эффекта Холла с $q = 3/8$ и $3/7$ в пределах одного и того же несжимаемого состояния в слое большей плотности, уширенного по полю за счет перехода электронов между слоями, происходящего при изменении поля.

DOI: 10.31857/S0370274X25100047, EDN: LQQFHC

Дробный квантовый эффект Холла [1] (ДКЭХ) является одним из наиболее ярких эффектов, обусловленных электрон-электронными корреляциями. Его теоретическое описание привело к появлению или реализации ряда новых физических концепций, таких как дробный заряд квазичастиц [2], энионы [3, 4], композитные фермионы [5] и др. (см. обзоры [6–8]). Как и целочисленный квантовый эффект Холла (ЦКЭХ) [9], ДКЭХ наблюдается в двумерных и квазидвумерных электронных системах (ЭС) и проявляется в плато холловского сопротивления R_{xy} на его зависимостях от магнитного поля или плотности электронов в системе. Значения холловского сопротивления на плато имеют квантованные значения $q(h/e^2)$, с квантовыми числами $q = 1/n$ в целочисленном и $q = k/n$ в ДКЭХ. Здесь n и k – целые числа, $k > 1$ и нечетное для большинства известных состояний ДКЭХ. Уникально высокая точность квантованных значений холловского сопротивления и их воспроизводимость в разных двумерных электронных системах стали основанием для выбора этого метода в качестве стандарта электрического сопротивления. Плато холловского сопротивления расположены около значений факторов заполнения $\nu = 1/q$ спиновых подуровней Ландау электронами системы и сопровождаются глубокими минимумами диагональных компонент тензоров магнетосопротивления и магнетопроводимости. Здесь $\nu = n_s/N_0$, где n_s – поверхностная плотность электронов в ЭС и $N_0 = eB_\perp/hc$ – вырожденность спинового подуровня в магнитном поле с компонентой $B_\perp$, перпендикулярной ЭС. Эти минимумы обусловлены энергетическими щелями в спектре электронной системы, приводящими к скачкам химического потенциала μ и соответствующим им минимумам сжимаемости электронной системы $K = n_s^{-2}(\partial\mu/\partial n_s)^{-1}$.

Основные группы состояний ДКЭХ в двумерных электронных системах, так называемые серии Джэйна [7], наблюдаются на факторах заполнения нижнего спинового подуровня, даваемых формулой $\nu_p^{\mathrm{J}} = n/(2np \pm 1)$ ($p = 1, 2, \dots$). Эта формула получается в модели невзаимодействующих частиц - композитных фермионов [5, 7], образованным электроном и

1)e-mail: dorozh@issp.ac.ru

$2p$ квантами магнитного потока, и предсказывает состояния только при дробных факторах заполнения с нечетным знаменателем. Подобная серия на факторах заполнения $1 < \nu < 2$: $\nu_1^{\mathrm{J},1} = 1 + n/(2n \pm 1)$ может быть интерпретирована [10] в терминах композитных фермионов со спином. При $\nu > 2$ картина ДКЭХ усложняется, в частности, в силу смешивания состояний разных уровней Ландау. Так в дополнение к состояниям на факторах заполнения $\nu_1^{\mathrm{J},2} = 2 + n/(2n \pm 1)$ было установлено [11, 12] существование состояния ДКЭХ на факторе заполнения $\nu_{\mathrm{ED}} = 5/2$ ($q = 2/5$) с четным знаменателем, природа которого до сих пор является предметом активных дискуссий.

Вообще экспериментальное обнаружение состояний ДКЭХ, не описываемых в терминах невзаимодействующих композитных фермионов и, особенно, имеющих четное значение k (четный знаменатель в факторе заполнения), всегда являлось предметом специального внимания и вызовом для теории, которая предлагала новые нетривиальные подходы к описанию таких состояний, одним из которых является спаривание композитных фермионов (см. работу [13] и ссылки в ней). В недавней работе [14] на основании рассмотрения смешивания электронных состояний различных уровней Ландау были получены следующие формулы для факторов заполнения из интервала $2 < \nu < 3$, при которых ожидается существование состояний ДКЭХ: $\nu^{2+} = 2 + n/(nm - 1)$ и $\nu^{2-} = 3 - n/(nm - 1)$, где $m \geq 3$ – целое число. Эти формулы описывают все известные состояния ДКЭХ в указанном интервале, включая $\nu = 5/2$, и предсказывают новые состояния с четными k.

В тексте статьи мы ограничимся обзором экспериментальных результатов, полученных на образцах с электронными каналами в гетероструктурах GaAs/AlGaAs, к категории которых относятся исследованнные нами образцы. Длительное время состояния ДКЭХ с четным k удавалось наблюдать только в таких системах. В них на протяжении почти 40 лет были последовательно обнаружены состояния ДКЭХ на следующих факторах заполнения с четным знаменателем $\nu_{\mathrm{ED}} = 5/2$ [11, 12], $1/2$ [15, 16], $3/2$ [17], $1/4$ [18], $1/6$ и $1/8$ [19]. Отметим, что все перечисленные дроби, кроме $5/2$, первоначально наблюдались в двухслойных электронных системах преимущественно в широких квантовых ямах GaAs. Все эти состояния наблюдались при низких температурах масштаба 30 мК или даже ниже 10 мК [12], причем минимумы магнетосопротивления на факторах заполнения $1/4$, $1/6$ и $1/8$ были слабо выражены даже при таких условиях. Хорошие квантовые плато холловского сопротивления наблюдались только при $\nu_{\mathrm{ED}} = 5/2$ и $1/2$.

В предыдущей нашей работе [20] при температуре 0.5 К наблюдались глубокие минимумы магнетосопротивления на факторе заполнения $5/4$ с четным знаменателем, сопровождающиеся плато при $R_{xy} \approx (4/5)(h/e^2)$. Эксперимент был выполнен на образцах с двухслойной электронной системой в одиночной GaAs квантовой яме шириной 60 нм в условиях большой разности плотности электронов в слоях. Характерные для ДКЭХ особенности возникали в области полных факторов заполнения $1 < \nu < 2$ при отклонении магнитного поля от нормали к плоскости квантовой ямы на угол $\Theta \sim 40^\circ$, при этом наблюдалось исчезновение состояний целочисленного квантового эффекта Холла на факторах заполнения единица и двойка. В данной работе мы представляем результаты измерений в наклонном магнитном поле, выполненных при температуре 45 мК на двух образцах, изготовленных из той же пластины гетероструктуры GaAs/AlGaAs. Эти результаты демонстрируют хорошо выраженные и воспроизводимые плато холловского сопротивления $R_{xy} = (4/5)(h/e^2)$, а также состояния ДКЭХ на факторах заполнения $7/3$, $8/3$ и $4/3$. Установлено, что все эти состояния ДКЭХ возникают в присутствии несжимаемого состояния в слое большей плотности, соответствующего заполнению электронами этого слоя одного или двух спиновых подуровней Ландау.

Эксперименты были выполнены на двух образцах, расположенных на одном куске пластины гетероструктуры GaAs/AlGaAs, выращенной методом молекулярно-пучковой эпитаксии. Исходно в одиночной GaAs квантовой яме шириной 60 нм около ее верхней стенки возникала двумерная электронная система за счет стекания туда электронов из слоя доноров, расположенного на расстоянии 65 нм от этой стенки. Поверхностная плотность электронов при этом составляла 18×10^{10} см$^{-2}$. Полная плотность электронов в яме n_s могла изменяться при приложении электрического напряжения между омическими контактами к электронной системе, изготовленными диффузией сплава NiGeAu с поверхности гетероструктуры, и двумя полевыми электродами (затворами), расположенными по разные стороны от квантовой ямы. Задний (нижний) затвор был образован слоем сильно легированного GaAs, изготовленным в процессе выращивания гетероструктуры, а передний (верхний) – напылением пленки CrAu на поверхность гетероструктуры. Расстояния между затворами и ближайшими к ним краями квантовой ямы составляли $d_b = 850$ нм и $d_f = 140$ нм, соответственно. Возможности изменения плотности электронов в слоях приложением затворных напряжений были ограничены из-за возникновения утечек на затворы или появления заметной нестабильности плотности электронов. Для измерений был выбран диапазон напряжений, в котором неконтролируемые изменения плотности электронов наблюдались только на больших масштабах времени и имели несущественную величину. При приложении к заднему затвору напряжения $V_{\mathrm{BG}} > 0.15$ В около нижней стенки квантовой ямы возникал второй слой двумерных электронов. Расстояние между слоями, определяемое из изменения емкости между задним затвором и электронной системой при возникновении второго слоя, составляло $d \approx 34$ нм (подробнее см. работу [21]). В исследованных образцах удавалось изменять плотность электронов в нижнем слое n_{BL} от нуля до $n_{\mathrm{BL}} = 6.6 \times 10^{10}\,\text{см}^{-2}$. В исследованном интервале плотностей электронов их средняя подвижность лежала в диапазоне от $8 \times 10^6\,\text{см}^2$/В.с до $12 \times 10^6\,\text{см}^2$/В.с. Максимальная величина подвижности наблюдалась при заполнении только одного верхнего слоя.

Используя четыре селективных усилителя SR 830 с низкочастотными генераторами и фазочувствительными детекторами, мы могли одновременно измерять до восьми компонент четырех различных низкочастотных сигналов, разделяя их по частоте (использовались частоты до 100 Гц) и фазе. Экспериментально были выполнены измерения двух типов: одновременные измерения холловских сопротивлений R_{xy} и магнетосопротивлений R_{xx} с разных образцов и одновременные измерения на одном образце величин R_{xx}, R_{xy} и двух низкочастотных импедансов между электронной системой и двумя затворами. Измерения второго типа проводились при уменьшенном транспортном токе через образец (5 нА) во избежание перегрузок в цепях измерения импедансов. Импедансы определялись из величины и фазы переменного тока соответствующей частоты, протекающего между затворами и электронной системой в квантовой яме при модуляции затворных напряжений на двух различных частотах от генераторов двух фазочувствительных усилителей SR 830. Ток преобразовывался в переменное напряжение усилителем тока SR 570, и каждая из двух частотных составляющих этого напряжения детектировалась соответствующим усилителем SR 830. Подробно эта методика описана в работах [21, 22]. Измерения были выполнены при температуре 45 мК в криостате растворения ^{3}He в ^{4}He, оборудованном сверхпроводящим соленоидом с критическим полем 14 Тл. Бо́льшая часть измерений, однако, была выполнена в полях до 13 Тл. Образец в соленоиде был установлен таким образом, что угол Θ между направлением магнитного поля и нормалью к плоскости квантовой ямы составлял 45°. С целью проверки возможного проявления эффектов латеральной анизотропии магнетотранспорта в режиме ДКЭХ [23, 24], обусловленных компонентой магнитного поля $B_{\|}$, параллельной электронной системе, в данной работе магнетотранспортные измерения были выполнены в геометрии, когда транспортный ток был параллелен $B_{\|}$, тогда как в работе [20] направление тока было перпендикулярным $B_{\|}$.

На рисунке 1 показаны холловские сопротивления, измеренные одновременно на разных образцах при одинаковых затворных напряжениях. Отметим, что, несмотря на небольшие различия в положении некоторых фрагментов кривых по магнитному полю, на обоих образцах очень хорошо воспроизводят-

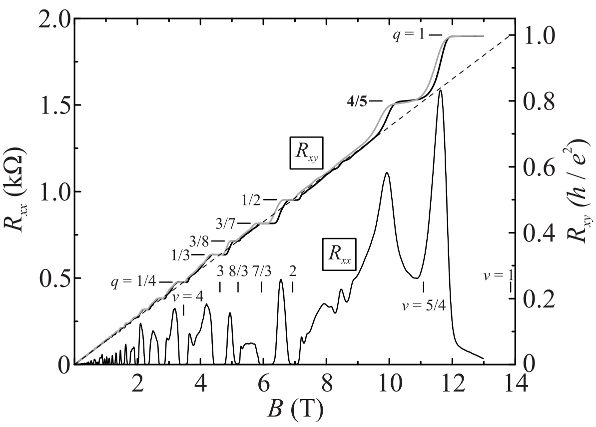

Рис. 1. Зависимости холловских сопротивлений R_{xy} (правая ось), измеренных одновременно на образце 1 (темная кривая) и образце 2 (светлая кривая), а также магнетосопротивления R_{xx} образца 1 (левая ось) от величины магнитного поля, отклоненного на 45° от нормали к плоскости электронной системы. Все кривые измерены одновременно при температуре $T = 45$ мК. Горизонтальными отрезками отмечены положения холловских сопротивлений с величинами $R_{xy} = q(h/e^2)$ и значениями q, указанными около отрезков. Вертикальными отрезками указаны положения полных факторов заполнения ν, определенные из положения минимумов магнетосопротивления при $\nu \geq 3$. Тонкая пунктирная прямая определяет средний наклон темной холловской кривой в полях, меньших 10 Тл. Затворные напряжения на обоих образцах $V_{\mathrm{FG}} = 0$ В, $V_{\mathrm{BG}} = 0.74$ В. Плотности электронов, определенные из периодичности осцилляций Шубникова–де Гааза в слабых магнитных полях на образце 1, $n_{\mathrm{BL}} = 5.1 \times 10^{10}\,\text{см}^{-2}$, $n_{\mathrm{FL}} = 18.7 \times 10^{10}\,\text{см}^{-2}$ и $r = n_{\mathrm{BL}}/n_{\mathrm{FL}} = 0.27$. Частота тока через образец 1 (2) – 13.5 Гц (19.4 Гц), величина обоих токов – 100 нА

ся все наблюдаемые плато квантового эффекта Холла. Необходимо отметить следующие важные особенности приведенных результатов. *1.* Единственное плато холловского сопротивления в интервале факторов заполнения $1 < \nu < 2$ наблюдается при $R_{xy} = (4/5)(h/e^2)$. Оно хорошо выражено на обоих образцах, а его правый край находится при $\nu = 5/4$. Плато сопровождается глубоким минимумом в магнетосопротивлении. Эти факты не оставляют сомнений в правильной идентификации этого состояния как аномального состояния ДКЭХ с четным значением $k = 4$. *2.* При $\nu > 2$ наблюдаются еще два однозначно идентифицируемых состояния ДКЭХ с $q = 3/8$ и $3/7$. Отметим большую ширину второго плато и сопутствующего ему глубокого минимума магнетосопротивления, превышающего соответствующую величину для состояния ЦКЭХ с $R_{xy} = (1/2)(h/e^2)$ при $\nu = 2$. Подчеркнем идущее в ноль значение магнетосопротивления в состоянии с $\nu = 7/3$ в использованной конфигурации с током вдоль $B_\parallel$. Этот результат радикально отличается от наблюдения в такой же геометрии довольно большой величины магнетосопротивления при сохранении квантового плато на образцах с чисто двумерной электронной системой [23]. *3.* На рисунке 1 присутствуют все состояния ЦКЭХ из интервала $1 \leq \nu \leq 10$.

Всем отмеченным плато квантового эффекта Холла, кроме с $q = 4/5$, соответствуют области магнетосопротивления, в которых оно стремится к нулю. Заметим также, что, если центры всех плато с $q < 4/5$ находятся при факторах заполнения $\nu = 1/q$, попадая в результате на идущую через начало координат пунктирную прямую линию, то плато с $q = 4/5$ полностью лежит выше этой линии. Как следствие, его центр находится при $\nu > 5/4$, и эта особенность сохраняется при всех исследованных комбинациях затворных напряжений, при которых существует это плато. Такой же факт наблюдается для плато на факторе заполнения $\nu = 1$, когда оно прописано полностью (см. рис. 3a). Отметим и то, что минимум магнетосопротивления около $\nu = 5/4$ на рис. 1 также смещен в меньшее магнитное поле относительно этого значения.

В отличие от чисто двумерных электронных систем, в двухслойных системах набор наблюдаемых состояний ДКЭХ оказывается сильно зависящим от распределения плотности электронов по слоям, что демонстрирует сравнение данных, приведенных на рис. 1 и 2. По сравнению с рис. 1, на рис. 2 полная плотность электронов увеличилась примерно на 4.5 %, однако это произошло почти исключительно за счет увеличения плотности в заднем слое на примерно на 20 %, в результате чего отношение плотностей r возросло с 0.27 до 0.33. Это привело к исчезновению плато с $q = 4/5, 1/2$ и $3/7$ и близких к нулю значений магнетосопротивления, соответствующих двум последним состояниям. В то же время сохранилось плато с $q = 3/8$ и возникло хорошо выраженное состояние ДКЭХ с $q = 3/4$. Кроме того, появилось плато со значением q, близким к $2/5$, которое может быть проявлением возникновения состояния дробного квантового эффекта Холла на факторе заполнения $\nu = 5/2$, для убедительного наблюдения которого в двумерных электронных системах требуются образцы экстраординарного качества и температуры ниже 10 мК [12]. В нашем же эксперименте минимум магнетосопротивления, сопутствующий этому плато, выражен слабо. Отметим, что изменение распределения электронной плотности не оказало заметного влияния на состояния ЦКЭХ с $q < 1/2$ ($\nu > 2$).

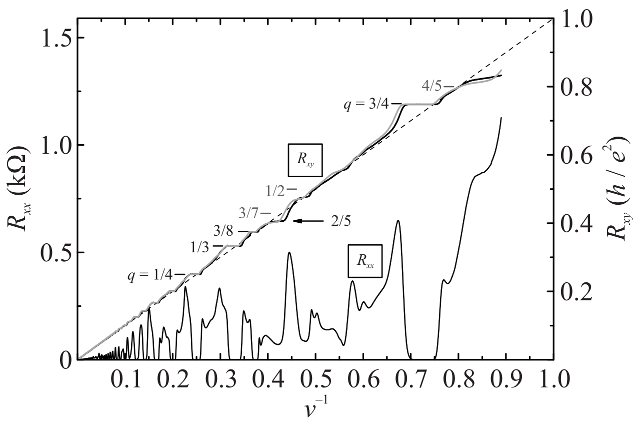

Рис. 2. Данные, аналогичные приведенным на рис. 1, для другого значения напряжения на заднем затворе $V_{\mathrm{BG}} = 0.9$ В, представленные в функции обратной величины ν^{-1} полного фактора заполнения ν, пропорциональной $B_\perp$. Светлыми горизонтальными отрезками отмечены ожидаемые положения плато с $q = 4/5, 1/2, 3/7$, исчезнувшие в результате изменения затворного напряжения V_{BG} от значения, соответствующего рис. 1. Горизонтальной стрелкой отмечено положение плато, ожидаемое для состояния ДКЭХ на факторе заполнения $\nu = 5/2$. Плотности электронов в слоях $n_{\mathrm{BL}} = 6.2 \times 10^{10}$ см$^{-2}$, $n_{\mathrm{FL}} = 18.7 \times 10^{10}$ см$^{-2}$ и $r = n_{\mathrm{BL}}/n_{\mathrm{FL}} = 0.33$, $B_\perp(\nu = 1) = 10.3$ Тл

В работе [20] было обнаружено, что состояния ДКЭХ с $q = 4/5$ и $3/4$ возникают в комбинации с несжимаемым состоянием на факторе заполнения $\nu_{\mathrm{FL}} = 1$ в переднем слое, имеющем большую плотность электронов. Этот факт подтверждается результатами данной работы, полученными при помощи емкостных измерений и приведенными на рис. 3.

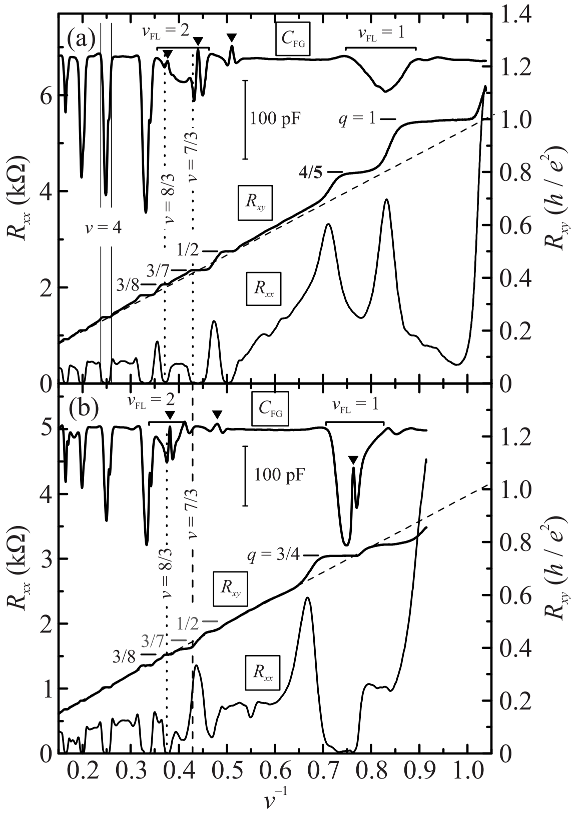

Рис. 3. Одновременно измеренные на образце 1 магнетосопротивление R_{xx} (левая шкала), холловское сопротивление R_{xy} (правая шкала) и магнетоемкость $C_{\rm FG}$ при $V_{\rm FG} = 0$ В и двух значениях напряжения на заднем затворе, представленные в функции ν^{-1}. (a) – $V_{\rm BG} = 0.69$ В, плотности электронов в слабых магнитных полях $n_{\rm BL} = 5.1 \times 10^{10}$ см$^{-2}$, $n_{\rm FL} = 18.0 \times 10^{10}$ см$^{-2}$, $r = n_{\rm BL}/n_{\rm FL} = 0.28$ (эти значения близки к значениям для образца 1 на рис. 1), $B_\perp(\nu = 1) = 9.55$ Тл. (b) – $V_{\rm BG} = 0.9$ В, $n_{\rm BL} = 6.5 \times 10^{10}$ см$^{-2}$, $n_{\rm FL} = 17.7 \times 10^{10}$ см$^{-2}$, $r = 0.37$, $B_\perp(\nu = 1) = 10.03$ Тл. Горизонтальными скобками отмечены минимумы магнетоемкости, соответствующие несжимаемым состояниям переднего слоя на факторах заполнения в нем $\nu_{\rm FL} = 1$ и 2. Точечные вертикальные линии отмечают положения несжимаемых состояний ДКЭХ на факторах заполнения $\nu = 8/3$ (панели (a) и (b)) и $\nu = 7/3$ (панель (a)). Пунктирная вертикальная прямая на панели (b) проведена через значение $\nu = 7/3$. Треугольниками отмечены пики в емкости, обсуждаемые в тексте. Остальные обозначения такие же, как на рис. 1 и 2

Как хорошо известно [25–27], в величину емкости, измеряемую между электронной системой и затвором, входит величина сжимаемости системы, имеющая квантовую природу. В случае изучаемых в этой работе образцов с двухслойными ЭС и двумя затворами минимумы в сжимаемости каждого из слоев, сопутствующие щелям в энергетическом спектре этого слоя, приводят к минимумам емкости между этим слоем и соседним с ним затвором [21, 28]. На рисунке 3 приведены результаты одновременных измерений магнетотранспорта и магнетоемкости $C_{\rm FG}$ между передним затвором и электронным каналом для образца 1. На этом рисунке хорошо видны два типа минимумов емкости $C_{\rm FG}$, отличающихся прежде всего своей шириной по магнитному полю. Минимумы, соответствующие целочисленным факторам заполнения $\nu > 2$, имеют малую ширину, равную ширине соответствующих минимумов магнетосопротивления, как это продемонстрировано на рис. 3a парой тонких вертикальных прямых, ограничивающих область несжимаемого состояния всей электронной системы на факторе заполнения $\nu = 4$. Наряду с этими минимумами емкости наблюдаются два широких минимума, соответствующие несжимаемым состояниям переднего слоя на факторах заполнения в нем $\nu_{\rm FL} = 1$ и 2 (см. также работу [29]). Ширина этих минимумов отмечена на рис. 3a и b горизонтальными скобками. Нетрудно видеть, что плато с $q = 4/5$ на рис. 3a и $q = 3/4$ на рис. 3b попадают в область минимумов емкости с $\nu_{\rm FL} = 1$, как это было обнаружено в работе [20]. Обратимся теперь к состояниям ДКЭХ с $q = 3/8$ и $3/7$. На рисунке 3a наблюдаются оба эти состояния, попадая в область несжимаемого состояния в переднем слое при $\nu_{\rm FL} = 2$. На рисунке 3b в область соответствующего широкого минимума в емкости попадает только фактор заполнения $\nu = 8/3$, в результате чего состояние ДКЭХ с $q = 3/7$ на этом рисунке отсутствует. Эти данные демонстрируют установленную в этой работе связь наблюдаемых состояний ДКЭХ с существованием несжимаемого состояния при целочисленном факторе заполнения в слое с большей плотностью электронов (верхнем слое).

Важным наблюдением данной работы является возможность реализации различных состояний ДКЭХ при одном и том же несжимаемом состоянии в одном из слоев и постоянной величине полной плотности электронов в системе. На рисунке 3a в область минимума емкости при $\nu_{\rm FL} = 2$ попадают два состояния ДКЭХ на факторах заполнения $\nu = 8/3$ и $7/3$, отмеченные вертикальными точечными линиями. Существование несжимаемого состояния в переднем слое в широкой области магнитных полей, включающей в себя как сжимаемые, так и несжимаемые состояния всей электронной системы, является неоспоримым свидетельством ее двухслойного характера в соответствующей области магнитных полей. Тогда простейшая интерпретация состояний

ДКЭХ при $\nu = 8/3$ и $7/3$ могла бы состоять в комбинации независимых несжимаемых состояний ЦКЭХ на факторе заполнения $\nu_{\rm FL} = 2$ и ДКЭХ на факторах заполнения $\nu_{\rm BL} = 2/3$ и $1/3$. Рассмотрим подробнее, что следует из такой интерпретации, исходя из данных на рис. 3а. Из положения состояний ДКЭХ по магнитному полю прямо определяются плотности электронов в разных слоях при соответствующих факторах заполнения: $n_{\rm FL}(\nu = 8/3, \nu_{\rm FL} = 2) = 17.3 \times 10^{10}\,\text{см}^{-2}$, $n_{\rm FL}(\nu = 7/3, \nu_{\rm FL} = 2) = 19.8 \times 10^{10}\,\text{см}^{-2}$, $n_{\rm BL}(\nu = 8/3, \nu_{\rm BL} = 2/3) = 5.8\times 10^{10}\,\text{см}^{-2}$, $n_{\rm BL}(\nu = 7/3, \nu_{\rm BL} = 1/3) = 3.3 \times 10^{10}\,\text{см}^{-2}$. Таким образом, рассматриваемое объяснение предполагает значительное перераспределение плотности электронов между слоями, происходящее при изменении магнитного поля между значениями, соответствующими полным факторам заполнения $\nu = 8/3$ и $7/3$. При этом плотность электронов в переднем слое возрастает примерно на 14 %, а в заднем уменьшается более, чем на 40 %. Такое изменение вполне возможно вследствие равенства электрохимических потенциалов разных слоев и перехода химического потенциала в переднем слое на факторе заполнения $\nu_{\rm FL} = 2$ на нижний уровень Ландау, что сопровождается его уменьшением на величину циклотронной энергии $\hbar\omega_c$. Здесь $\omega_c = eB_\perp/m^*c$ – циклотронная частота электронов с эффективной массой m^* (в GaAs $m^* = 0.067m_e$, где m_e – масса свободного электрона). Рассматривая двухслойную электронную систему в широкой квантовой яме в модели двух заполненных электронами узких потенциальных ям (детали такой модели представлены в работах [28, 30]), легко получить следующее соотношение для оценки величины изменения электронной плотности в слоях: $\delta n_{\rm FL} = -\delta n_{\rm BL} \approx \hbar\omega_c\chi(d+d_f)/4\pi e^2 dd_f$, где $\chi \sim 13$ – средняя диэлектрическая проницаемость материала гетероструктуры. Это соотношение дает значение $\delta n_s = 1.8 \times 10^{10}\,\text{см}^{-2}$ для магнитного поля $B_\perp = 3.9$ Тл, соответствующего положению экстремума минимума емкости при $\nu_{\rm FL} = 2$.

Приведенная оценка дает правильный масштаб величины перераспределения плотности электронов между слоями, необходимой для объяснения экспериментальных данных в рамках простой модели, что свидетельствует о вкладе этого эффекта в изучаемые явления. Эффект перераспределения электронов между слоями, обусловленного магнетоосцилляциями химического потенциала слоев, можно считать хорошо установленным (см., например, работы [31–34]). Экспериментально наблюдалось [33, 28] и значительное уширение несжимаемых состояний в отдельных слоях, обусловленное этим эффектом. Эти явления, однако, до сих пор изучались почти исключительно в режиме целочисленного квантового эффекта Холла в рамках приближения Хартри без учета межэлектронных корреляций, ответственных за ДКЭХ. Интерпретация результатов, представленных в этой работе, а также в работе [20], в рамках только такого приближения, очевидно, является совершенно недостаточной, так как все состояния ДКЭХ наблюдаются нами исключительно в условиях существования несжимаемого состояния с целочисленным фактором заполнения в одном из слоев, что указывает на существенную роль межслоевых корреляционных эффектов. Особая роль этих эффектов в наших условиях значительного разбаланса слоев может быть обусловлена тем фактом, что ближайшими соседями электронов слоя малой плотности (заднего слоя) являются электроны другого (переднего) слоя. Сделанный вывод о роли межслоевых корреляций особенно очевиден для состояния с $q = 4/5$, так как рассмотренная простая интерпретация предполагает существование состояния ДКЭХ на факторе заполнения $\nu_{\rm BL} = 1/4$ в заднем слое в умеренных магнитных полях и сравнительно высоких температурах (0.5 К в работе [20]), тогда как такое состояние в одиночных слоях в гетероструктурах GaAs/AlGaAs до сих пор не наблюдалось даже в гораздо более сильных полях и при гораздо более низких температурах.

Неожиданным экспериментальным результатом явилось наблюдение узких пиков в емкости, отмеченных на рис. 3 треугольниками. Эти пики, по нашим оценкам, также связаны с перераспределением электронов между слоями. Пики, находящиеся в области несжимаемых состояний всей ЭС на полных факторах заполнения $\nu = 8/3$ и $7/3$, по-видимому, обусловлены изменением химического потенциала заднего слоя в состояниях ДКЭХ на факторах заполнения $\nu_{\rm BL} = 2/3$ и $1/3$ в этом слое. Причиной возникновения пика около $\nu = 2$ может быть переход системы в однослойное несжимаемое состояние [29].

Остается неясным отсутствие на рис. 3а минимумов емкости в состояниях КЭХ на полных факторах заполнения $\nu = 2$ и 1, хотя эти состояния в магнетотранспорте выражены достаточно хорошо. Отметим, однако, что эти состояния не наблюдались в магнетотранспорте при температуре 0.5 К и таком же угле Θ в работе [20]. По-видимому, это обстоятельство связано с малой величиной соответствующих энергетических щелей. Во всяком случае, этот факт дополнительно свидетельствует о существенном отличии состояний целочисленного квантового эффекта Холла на этих факторах заполнения от состояний, наблюдаемых при $\nu \geq 3$, как это было продемонстрировано в работе [29].

Основным результатом проведенного исследования является наблюдение серии комбинированных состояний дробного квантового эффекта Холла, включающих в себя несжимаемое состояние одного из слоев с целочисленным фактором заполнения спиновых подуровней Ландау в слое, равном единице или двойке. Установлено, что эти несжимаемые состояния существуют в широких интервалах магнитных полей за счет перераспределения электронов между слоями, происходящего при изменении поля. Показано, что в области существования одного несжимаемого состояния слоя с фактором заполнения двойка могут реализоваться два различных состояния ДКЭХ. Установлены новые особенности аномального состояния ДКЭХ с плато холловского сопротивления при $R_{xy} = (4/5)(h/e^2)$.

Авторы выражают свою большую благодарность В. Уманскому за изготовление использованной в этой работе гетероструктуры GaAs/AlGaAs высокого качества, А. В. Щепетильникову и Г. А. Николаеву за помощь в работе с криостатом растворения ^{3}He в ^{4}He.

Финансирование работы. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (Грант РНФ # 24-22-00312).

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. D. C. Tsui, H. L. Stormer, and A. C. Gossard, Phys. Rev. Lett. **48**, 1559 (1982).
2. R. B. Laughlin, Phys. Rev. Lett. **50**, 1395 (1983).
3. F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. **49**, 957 (1982).
4. D. Arovas, J. R. Schrieffer, and F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. **53**, 722 (1984).
5. J. K. Jain, Phys. Rev. Lett. **63**, 199 (1989).
6. Perspectives on Quantum Hall Effects, ed. by S. Das Sarma and A. Pinczuk, Wiley, N.Y. (1997).
7. J. K. Jain, *Composite Fermions*, Cambridge University Press, Cambridge, UK (2007).
8. *Fractional Quantum Hall Effects New Developments*, ed. by B. I. Halperin and J. K. Jain, World Scientific, Singapore (2020).
9. K. von Klitzing, G. Dorda, and M. Pepper, Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980).
10. R. R. Du, A. S. Yeh, H. L. Stormer, D. C. Tsui, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, Phys. Rev. Lett. **75**, 3926 (1995).
11. R. L. Willett, J. P. Eisenstein, H. L. Stormer, D. C. Tsui, A. C. Gossard, and J. H. English, Phys. Rev. Lett. **59**, 1776 (1987).
12. W. Pan, J.-S. Xia, V. Shvarts, D. E. Adams, H. L. Stormer, D. C. Tsui, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldwin, and K. W. West, Phys. Rev. Lett. **83**, 3530 (1999).
13. A. Sharma, A. C. Balram, and J. K. Jain, Phys. Rev. B **109**, 035306 (2024).
14. Sudipto Das, Sahana Das, and Sudhansu S. Mandal, Phys. Rev. Lett. **132**, 106501 (2024)
15. Y. W. Suen, L. W. Engel, M. B. Santos, M. Shayegan, and D. C. Tsui, Phys. Rev. Lett. **68**, 1379 (1992).
16. J. P. Eisenstein, G. S. Boebinger, L. N. Pfeiffer, K. W. West, and S. He, Phys. Rev. Lett. **68**, 1383 (1992).
17. Y. W. Suen, H. C. Manoharan, X. Ying, M. B. Santos, and M. Shayegan, Phys. Rev. Lett. **72**, 3405 (1994).
18. D. R. Luhman, W. Pan, D. C. Tsui, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldwin, and K. W. West, Phys. Rev. Lett. **101**, 266804 (2008)
19. C. Wang, P. T. Madathil, S. K. Singh, A. Gupta, Y. J. Chung, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldwin, and M. Shayegan, Phys. Rev. Lett. **134**, 046502 (2025).
20. С. И. Дорожкин, А. А. Капустин, И. Б. Федоров, В. Уманский, Ю. Х. Смет, Письма в ЖЭТФ **117**, 72 (2023).
21. S. I. Dorozhkin, A. A. Kapustin, I. B. Fedorov, V. Umansky, K. von Klitzing, and J. H. Smet, J. Appl. Phys. **123**, 084301 (2018).
22. С. И. Дорожкин, А. А. Капустин, И. Б. Федоров, В. Уманский, Ю. Х. Смет, Письма в ЖЭТФ **117**, 935 (2023).
23. J. Xia, J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, Nature Phys. **7**, 845 (2011).
24. C. Nayak, Nature Phys. **7**, 836 (2011).
25. T. P. Smith, B. B. Goldberg, P. J. Stiles, and M. Heiblum, Phys. Rev. B **32**, 2696(R) (1985).
26. S. Luryi, Appl. Phys. Lett. **52**, 501 (1988).
27. S. V. Kravchenko, V. M. Pudalov, and S. G. Semenchinsky, Phys. Lett. A **141**, 71 (1989).
28. А. А. Капустин, С. И. Дорожкин, И. Б. Федоров, В. Уманский, Ю. Х. Смет, Письма в ЖЭТФ **110**, 407 (2019).
29. S. I. Dorozhkin, A. A. Kapustin, I. B. Fedorov, V. Umansky, and J. H. Smet, Phys. Rev. B **102**, 235307 (2020).
30. И. Б. Федоров, С. И. Дорожкин, А. А. Капустин, Поверхность # 11, 62 (2021).
31. A. G. Davies, C. H. W. Barnes, K. R. Zolleis, J. T. Nicholls, M. Y. Simmons, and D. A. Ritchie, Phys. Rev. B **54**, R17331 (1996).
32. V. V. Solovyev, S. Schmult, W. Dietsche, and I. V. Kukushkin, Phys. Rev. B **80**, 241310(R) (2009).
33. С. И. Дорожкин, Письма в ЖЭТФ **103**, 578 (2016).
34. H. Deng, Y. Liu, I. Jo, L. N. Pfeiffer, K. W. West, K. W. Baldwin, and M. Shayegan, Phys. Rev. B **96**, 081102(R) (2017).