Письма в ЖЭТФ, том 122, вып. 8, с. 467 – 475

Эффект фокусировки рентгеновских лучей в турбулентной плазменной структуре с потоками быстрых частиц

В. С. Захаров[+1)], *С. В. Захаров*[+], *Т. В. Шмелева*[*]

[+]*Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", 123060 Москва, Россия*

[*]*EATS, 91400 Orsay, France*

Поступила в редакцию 23 июня 2025 г.
После переработки 5 сентября 2025 г.
Принята к публикации 7 сентября 2025 г.

Предложена теоретическая модель экспериментально наблюдаемого явления коллимации мягкого излучения из капиллярного разряда с полыми электродами без физического применения коллимирующей оптики. Эффект фокусировки и каналирования жесткого излучения при малом отличии показателя преломления плазмы разряда по отношению к значению в вакууме возможен при его многократном преломлении на возмущениях плотности, обусловленных генерацией мелкомасштабных волн в результате двухпотоковых плазменных неустойчивостей. Методом численного решения уравнения эйконала показана возможность такой фокусировки в периодической плазменной структуре. В условиях турбулентной плазменной структуры для почти параксиальных лучей усреднением уравнений по ансамблю стохастических волновых возмущений получены условия для фокусировки жесткого излучения и численно продемонстрирован эффект фокусировки и каналирования внутренней части пучка, подобный наблюдаемому в капиллярном разряде. Показана квазипериодическая структура лучей при каналировании с чередованием пучностей и узлов. В силу фундаментальности рассматриваемых процессов можно ожидать, что явление фокусировки и каналирования рентгеновского излучения волнами плотности должно наблюдаться не только в капиллярных разрядах, но и в джетах из аккреционных дисков вокруг звезд и черных дыр, что качественно продемонстрировано при сравнении результатов численной трассировки с астрономическими наблюдениями с помощью телескопа Chandra (CXO).

DOI: 10.31857/S0370274X25100114

Введение. В работе [1] сообщалось о получении теплового (некогерентного) коллимированного мягкого рентгеновского излучения, соответствующего диапазону экстремального ультрафиолета (*extreme ultraviolet*, EUV), из газового капиллярного разряда с полыми электродами без физического применения коллимирующей оптики. Другими словами, в таком капиллярном разряде создается внутренняя плазменная структура (*intrinsic plasma structure* [1]), способная преломлять лучи EUV-излучения плазмы и направлять их вдоль оси разряда, т.е. возникает своеобразный эффект плазменного линзирования (*plasma-lens* [1]) собственного относительно жесткого излучения (с энергией квантов значительно больше, чем первый потенциал ионизации атомов). Особенностью импульсного газового капиллярного разряда с полыми электродами является формирование значительных потоков быстрых электронов, инициирующих разряд [1, 2–4 и др.], вдоль оси капилляра из прикатодной полости в направлении полого анода и за него вдоль газовой струи. Газовая струя формируется при импульсном расширении газа из прикатодной полости вдоль капилляра и из капилляра за анод в вакуум. Градиент плотности газа вдоль капилляра создается с целью квазитрехмерного сжатия плазмы при разряде [5] для увеличения плотности, температуры и, соответственно, интенсивности излучения. Измеренный поперечный размер источника EUV излучения составляет менее 180 мкм [1]. Проекция излучения капиллярного источника в EUV-диапазоне с длиной волны 13.5 нм (с энергией кванта $\hbar\omega = 92$ эВ), представляющего интерес для EUV-литографии и ее приложений, из работы [1] представлена на рис. 1. Можно видеть, что внутренняя часть пучка излучения фокусируется к оси, достигая в диаметре по полувысоте около 300 мкм, что на расстоянии 104 см лишь немногим превышает размер самого источника, а внешняя часть расходится.

Парадокс эффекта фокусировки жесткого излучения на первый взгляд состоит в том, что отличие показателя преломления (n) среды по отношению к значению в вакууме очень мало $\delta n = 1 - n \ll 1$ даже

[1)]e-mail: zakharovvas@gmail.com

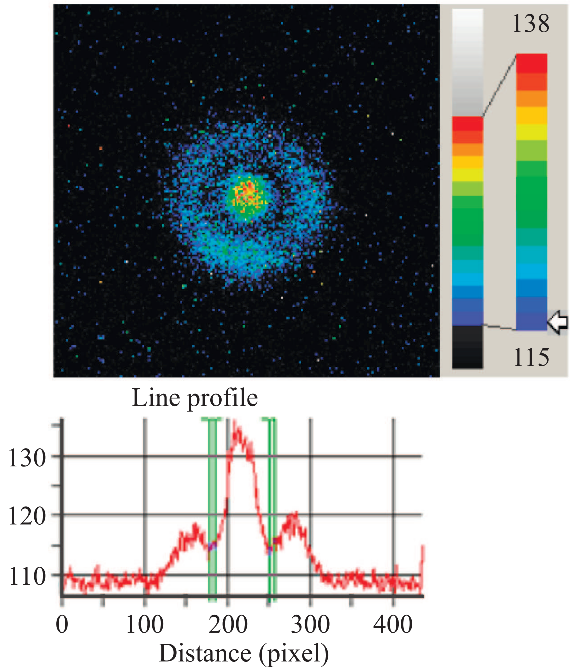

Рис. 1. (Цветной онлайн) Изображение капиллярного источника излучения, регистрируемое на ПЗС (с размером пикселя около 11 мкм) за EUV SPF фильтром (в псевдоцветах соответствующих интенсивности) на расстоянии 104 см от источника (рис. 8 [1])

в твердом веществе. Причем это отличие уменьшается по мере увеличения энергии кванта и уменьшения плотности среды:

$$n^2 = 1 - \frac{\omega_e^2}{\omega^2} f_1(\omega), \tag{1}$$

где $\omega_e^2 = \max(\omega_{pe}^2, \omega_{ae}^2)$, $\omega_{pe}^2 = \frac{4\pi N_e e^2}{m_e}$ – электронная плазменная частота, N_e – плотность свободных электронов, $\omega_{ae}^2 = \frac{4\pi N_a e^2}{m_e}$, N_a – атомная плотность материала среды, f_1 – форм-фактор, определяемый атомной структурой материала в анализе Крамерса–Кронига. Например, если рассматривать мягкое рентгеновское излучение, соответствующее EUV-диапазону с длиной волны 13.5 нм, то добавка показателя преломления имеет порядок $\delta n \sim 0.01 \div 0.1$ в твердом веществе и снижается пропорционально плотности в газе.

Объяснить наблюдаемый эффект каналирования полным внутренним отражением от капилляра не удается, так как материал капилляра для разряда [1] – керамика из окиси алюминия обычного промышленного качества (без полировки) имеет показатель преломления для EUV (13.5 нм) около $n = 0.987$, т.е. $\delta n = 1 - n = 0.013$, длиной около 1.6 см и внутренним диаметром 1.6 мм, так что лучи под углом полного внутреннего отражения на внутренней поверхности капилляра практически отсутствуют. Поэтому потребовался иной подход к объяснению явления, на что и указывается в работе [1] и др.

Как известно, если две грани преломляющей призмы в вакууме расположены под углом α друг к другу, то отклонение луча составит $\delta\theta \sim \delta n \cdot \mathrm{tg}(\alpha)$ (здесь и ниже мы будем предполагать малые углы падения). Таким образом, если $\delta n \ll 1$, то при пересечении рефракционных поверхностей, находящихся под углом друг к другу, как в оптической призме, потребуется многократное преломление $N = \frac{\theta}{\delta n \cdot \mathrm{tg}(\alpha)} \gg \gg 1$, чтобы отклонить луч на некоторый существенный угол θ.

Каким образом в плазме могли бы возникать структуры с многократным преломлением жесткого излучения? Можно предположить, что в неоднородной плазме раскачиваются мелкомасштабные колебания плотности с определенными пространственными и плотностными характеристиками. В присутствии значительных потоков быстрых электронов это могут быть двухпотоковые неустойчивости плазмы, такие как бунемановская неустойчивость [6], пучковая неустойчивость, которая возникает, когда ускорена или инжектирована в плазму лишь доля электронов, и ионно-звуковая неустойчивость [7, 8]. В случае замагниченной плазмы имеют место также другие ветви колебаний плазмы и соответствующие неустойчивости.

Двухпотоковые неустойчивости связаны с эффектом резонанса колебаний быстрых частиц в потоке и колебаний с волновым вектором $\mathbf{k}$ в плазме за счет допплеровского сдвига частот, при котором достигается максимум инкремента неустойчивости $\gamma(\mathbf{k})$. В случае бунемановской неустойчивости из-за малости отношения массы электрона к массе иона $m_e/m_i \ll 1$, т.е. и $\omega_{pi}/\omega_{pe} \ll 1$, резонанс имеет место при $(\mathbf{k}, \mathbf{u}) \approx \omega_{pe}$ (в пренебрежении действием магнитного поля), где $\mathbf{u}$ – вектор скорости быстрых частиц, при $u > v_{Te}$ возбуждаемые волны направлены преимущественно вдоль направления потока (в данной работе – по оси Z) со значительно меньшей поперечной компонентой волнового вектора. По мере торможения потока при $v_{Ti} < u < v_{Te}$ бунемановская неустойчивость вырождается в ионно-звуковую, при которой возбуждаемые волны направлены под углом к направлению потока. Бунемановская неустойчивость, как и ионно-звуковая, изучена в различных условиях как механизм турбулентности в лабораторной и космической плазме [9–12]. Пучковая неустойчивость имеет резонанс также при $(\mathbf{k}, \mathbf{u}) \approx \omega_{pe}$, вызывает быстрые ленгмюровские колебания плотности электронов и ведет к релаксации функции распределения пучка электронов [13]. Энергия пучка в этом случае перераспределяется только в электронной компоненте и не может приводить к глубокой модуляции плотности плазмы на линейной стадии. Но с ростом энергии на нелинейной стадии ленгмюровские волны способны рождать интенсивные звуковые колебания с волновым числом $q \sim k$ при модифицированном распаде и модуляционной неустойчивости [14] с переходом в режим т.н. сильной турбулентности, которая также может продолжать накачиваться электронным пучком [15].

В приближении холодной плазмы при неустойчивости Бунемана раскачиваются продольные электростатические волны с волновым вектором $\mathbf{k}$ преимущественно по направлению потока электронов в максимуме инкремента при значении продольной компоненты волнового вектора

$$k_{z0} \approx \frac{\omega_{pe}}{u}. \qquad (2)$$

Важно отметить, что волновое число колебаний плотности плазмы пропорционально квадратному корню самой плотности и варьируется с ней, приводя к эффекту нелинейного укручения волн.

Волны плотности плазмы вызывают вариации показателя преломления согласно (1) $\delta n = 1 - n \approx \approx \frac{\omega_e^2}{2\omega^2} f_1(\omega)$. При достаточно мелкомасштабной волновой структуре плотности (электростатические колебания плазмы ограничены снизу по длине волны масштабом радиуса Дебая) предполагаемый луч может пересекать большое количество “преломляющих поверхностей” и тем самым существенно отклоняться даже при очень малом возмущении плотности. Очевидно, что развитие турбулентности таких волн с различными фазами значительно усложняет простую картину эффекта фокусировки.

Фокусировка рентгеновских лучей в периодической плазменной среде. Для анализа возможности фокусировки EUV и рентгеновского излучения в плазменной преломляющей структуре при многочисленных рефракциях воспользуемся высокоточной трассировкой лучей. Как известно, трассировка лучей в преломляющих средах может быть описана уравнением эйконала (S) [16]:

$$(\nabla S)^2 = \left(\frac{n\omega}{c}\right)^2, \qquad (3)$$

где $n(\mathbf{r})$ – распределение показателя преломления, c – скорость света в вакууме. Отсюда следует уравнение траектории луча:

$$\frac{d}{dl}\left[n(\mathbf{r})\frac{d\mathbf{r}}{dl}\right] = \nabla n(\mathbf{r}), \qquad (4)$$

где l – длина траектории луча.

Рассмотрим плоскую траекторию луча $\mathbf{r} = (r, 0, z)$ в аксиально-симметричной преломляющей среде $n(r, z)$. Тогда из уравнения (4) следует уравнение для координат траектории:

$$\frac{d^2 r}{dz^2} = \left[1 + \left(\frac{dr}{dz}\right)^2\right] \times$$

$$\times \left\{\left[1 + \left(\frac{dr}{dz}\right)^2\right] \frac{\partial \ln(n)}{\partial r} - \frac{dr}{dz}\frac{\partial \ln(n)}{dz}\right\}$$

или

$$\frac{d\theta}{dz} = \cos^{-2}(\theta)\frac{\partial \ln(n)}{\partial r} - \mathrm{tg}(\theta)\frac{\partial \ln(n)}{\partial z}, \qquad (5)$$

где $\theta = \mathrm{arctg}\left(\frac{dr}{dz}\right)$ – угол наклона луча к оси Z.

В случае почти параксиального пучка ($\theta \ll 1$) рентгеновских лучей и малого изменения показателя преломления $\delta n(r, z) = 1 - n \ll 1$. Уравнения (5) можно упростить

$$\frac{d^2 r}{dz^2} = -\frac{\partial \delta n}{\partial r} + \frac{dr}{dz}\frac{\partial \delta n}{\partial z}$$

или

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} + \theta\left(\frac{\partial \theta}{\partial r} - \frac{\partial \delta n}{\partial z}\right) = -\frac{\partial \delta n}{\partial r}, \qquad (6)$$

если перейти к частным производным с $\frac{d}{dz} = \frac{\partial}{\partial z} + \theta\frac{\partial}{\partial r}$, решение которого в интегральной форме:

$$\theta(r, Z) = \left[\theta_0 - \int\limits_0^Z \frac{\partial \delta n}{\partial r} e^{-\int\limits_0^{\cancel{z}} \sigma d\zeta} d\,\cancel{z}\right] e^{\int\limits_0^Z \sigma d\cancel{z}}, \qquad (7)$$

где $\theta_0 = \theta(0)$, $\sigma = \frac{\partial \delta n}{\partial z}$, а интегралы берутся вдоль траекторий. Отсюда следует известное достаточное условие того, что угол луча $\theta(z)$ к оси убывает, если добавка показателя преломления (т.е. плотность плазмы) растет вместе с радиусом $\frac{\partial \delta n}{\partial r} > 0$, приводя при достаточном увеличении к явлению полного внутреннего отражения.

В качестве квазипериодической матрицы преломления, создаваемой модуляциями плотности, будем использовать вариации показателя преломления в виде, моделирующем волны, возбуждаемые двухпотоковой неустойчивостью, с учетом генерации обертонов при нелинейном укручении фронта волны:

$$\delta n(\phi, \varphi) = \frac{\delta n_0}{\pi} \times$$

$$\times \left[\pi - \frac{4\cos(k_z z + \varphi)}{\pi} + \frac{4\cos(k_r r + \phi)\cos(k_z z + \varphi)}{3\pi} - \right.$$

$$- \sin(k_r r + \phi) + \frac{\sin(k_r r + \phi)\cos(2k_z z + \varphi)}{2} -$$

$$\left. - \frac{\sin(2k_r r + \phi)}{2} - \frac{\sin(3k_r r + \phi)}{3}\right], \qquad (8)$$

где δn_0 – фоновое (невозмущенное) значение добавки показателя преломления, $\mathbf{k} = (k_r, 0, k_z)$ волновой вектор с радиальной и аксиальной компонентами возмущений в условиях аксиальной симметрии, ϕ и φ – соответствующие фазовые сдвиги[2)] . Визуализация распределения (8) представлена в Приложении, рис. 1A.

Трассировка лучей по уравнению (5) с распределением (8) была решена численно для типичных для капиллярных разрядов параметров распределения $\delta n_0 = 10^{-(6\div 8)}$ и волновых числах при различных начальных углах θ_0 и радиусах (расстояниях от оси симметрии) r_0, с нулевыми фазами ϕ и φ. Некоторые полученные траектории лучей показаны на рис. 2 в безразмерных переменных. Лучи с малым θ_0 после многократных преломлений на модуляциях направляются к оси и фокусируются на различных расстояниях от входа в зависимости от θ_0 и положения r_0, а при больших углах θ_0 лучи неограниченно расходятся, испытывая незначительные колебания. Например, для заданного распределения (8), при соотношении радиальной и аксиальной компонент волнового вектора $k_r/k_z = 0.2$ и начального радиуса $r_0 = 0$ фокусировка световых лучей происходит при углах $\mathrm{tg}(\theta_0) < 0.0048$. По мере торможения пучка и увеличения отношения компонент волнового вектора до $k_r/k_z = 1$, для распределения (8) при начальном радиусе лучей $r_0 = 0$ граница фокусировки световых лучей снижается до $\mathrm{tg}(\theta_0) < 0.0024$, а длина фокусировки возрастает. При смещении источника лучей по крайней мере до $r_0 = 0.1/k_z$ граница фокусировки не меняется.

Расстояние, на котором лучи фокусируются, зависит в основном от начального угла луча, положения и амплитуды изменения показателя преломления δn. Следует обратить внимание на то,что уравнение (5) с распределением типа (8) имеет самоподобную структуру относительно замены переменных положения луча (r, z) на безразмерные $(k_z r, k_z z)$, если зафиксировать соотношение k_r/k_z. Это означает, что такое фокусное расстояние можно контролировать (укорачивать или удлинять) изменением периода матрицы (длины волны колебаний).

Следует отметить, что для расчета подобных траекторий точность трассировки лучей должна быть достаточно высокой. Для решения задачи был разработан специальный высокоточный вычислительный код на основе неявной численной схемы с использованием метода Ньютона решения нелинейных уравнений.

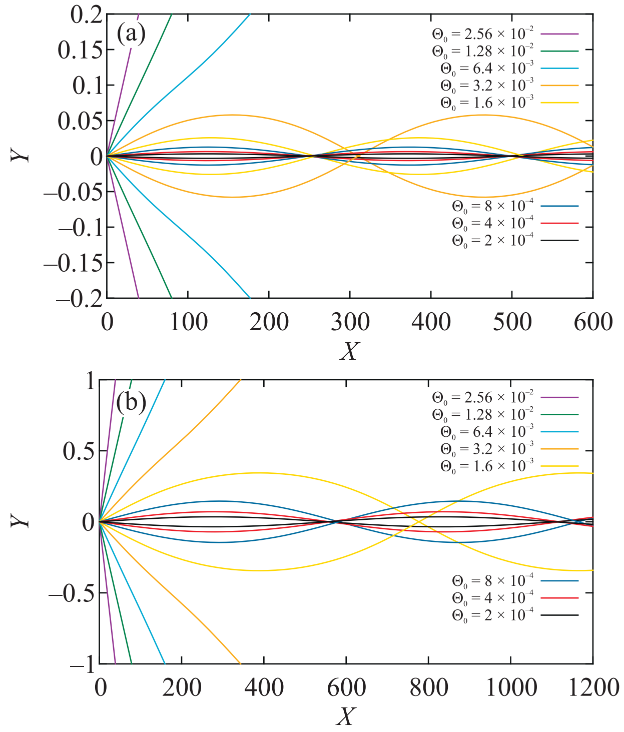

Рис. 2. (Цветной онлайн) Расчетные плоские траектории лучей в периодической аксиально-симметричной плазменной структуре с $\delta n_0 = 10^{-6}$ и возбужденными волнами плотности с различными граничными углами входа лучей ($2 \cdot 10^{-4} \leq \mathrm{tg}(\theta_0) \leq 2.56 \cdot 10^{-3}$) в безразмерных переменных $X = zk_z$, $Y = rk_r$ (или $Y = -rk_r$) при нескольких значениях k_r/k_z: (a) – для $k_r = 0.2k_z$ лучи с $\mathrm{tg}(\theta_0) < 4.8 \cdot 10^{-3}$ фокусируются на различном расстоянии, а лучи с большим $\mathrm{tg}(\theta_0)$ выходят из канала возбуждения волн; (b) – для $k_r = k_z$ лучи с $\mathrm{tg}(\theta_0) < 2.4 \cdot 10^{-3}$ фокусируются, а лучи с большим $\mathrm{tg}(\theta_0)$ выходят из канала

Преломляющая структура, аналогичная (8), может быть изготовлена в принципе из твердых материалов и применена для фокусировки и каналирования жесткого излучения подобно уже известным периодическим структурам типа составных преломляющих линз [17] и другим. Однако поглощение рентгеновских квантов при фотоионизации является одним из основных процессов, ограничивающих эффективность использования твердых материалов для транспортировки жесткого излучения.

Фокусировка рентгеновских лучей в турбулентной плазменной среде. Чтобы аналитически вывести каналирующие свойства турбулентной рефракционной структуры, рассмотрим упро-

[2)] Хотя в цилиндрической геометрии более адекватным было бы разложение по функциям Бесселя, но для простоты анализа мы применяем здесь разложение по тригонометрическим функциям и рассматриваем только плоские приосевые траектории.

щенное уравнение (6). Представим изменение показателя преломления как сумму медленно меняющихся и быстро осциллирующих с координатами членов, т.е. $\delta n(r,z) = \tilde{\eta}(k_r r, k_z z) + \bar{\eta}(r,z) \ll 1$ с $\tilde{\eta}, \bar{\eta} \ll 1$. Решение для траектории луча будем искать так же как сумму быстро осциллирующих и медленно меняющихся функций, т.е. $r(z) - r_0 = \tilde{\rho}(k_r r, k_z z) + \bar{\rho}(r,z)$. Тогда, предполагая, что k_r, k_z достаточно велики, мы можем получить уравнение для медленной составляющей траектории луча посредством усреднения уравнения (6) по периоду колебаний (по длине свыше длины корреляций):

$$\begin{cases} \bar{\rho}'' = -\bar{\eta}'_r + \langle \tilde{\rho}' \tilde{\eta}'_z \rangle + \bar{\rho}' \bar{\eta}'_z, \\ \tilde{\rho}'' = -\tilde{\eta}'_r + \tilde{\rho}' \bar{\eta}'_z + \bar{\rho}' \tilde{\eta}'_z. \end{cases} \tag{9}$$

Здесь усреднение по периодам вдоль траекторий или по пространству показано угловыми скобками $\langle \ldots \rangle$.

Интегрируя второе уравнение из системы (9), затем умножая его на $\tilde{\eta}'_z$, усредняя по периоду колебаний и пренебрегая изменением медленноменяющихся функций на длинах периода колебаний, получим выражение для среднего $\langle \tilde{\rho}' \tilde{\eta}'_z \rangle = -\langle \tilde{\eta}'_z \int \tilde{\eta}'_r dz \rangle$, и после его подстановки в первое уравнение (9) найдем уравнение для медленной составляющей траектории луча: $\bar{\rho}'' - \bar{\rho}' \bar{\eta}'_z = -\bar{\eta}'_r - \langle \tilde{\eta}'_z \int \tilde{\eta}'_r dz \rangle$, решение которого в интегральной форме для среднего угла луча (медленной части) $\bar{\theta} \approx \bar{\rho}'$ аналогично (7):

$$\bar{\theta}(r, Z) = \tag{10}$$

$$= \left[\bar{\theta}_0 - \int\limits_0^Z \left(\bar{\eta}'_r + \left\langle \tilde{\eta}'_{\not{z}} \int\limits_0^{\not{z}} \tilde{\eta}'_r d\zeta \right\rangle \right) e^{-\int\limits_0^{\not{z}} \bar{\eta}'_\zeta d\zeta} d\not{z} \right] e^{\int\limits_0^Z \bar{\eta}'_{\not{z}} d\not{z}},$$

где $\bar{\theta}_0 = \bar{\theta}|_{Z=0}$ и интегралы берутся вдоль траекторий.

Отсюда следует, как и в (7), что средний угол луча $\bar{\theta}$ убывает, если добавка показателя преломления $\delta n(r,z) = \tilde{\eta}(k_r r, k_z z) + \bar{\eta}(r,z)$ (т.е. плотность плазмы) в среднем растет по радиусу $\bar{\eta}'_r > 0$, но еще, если модуляции имеют структуру такую, что среднее корреляции вдоль траекторий положительно $\left\langle \tilde{\eta}'_z \int\limits_0^z \tilde{\eta}'_r d\zeta \right\rangle > 0$, которое может быть эффективным, если модуляция $\delta n^2 z^2 k_r k_z$ достаточно высока.

Если угловой разброс скоростей и разброс энергий быстрых частиц мал, то спектр волновых чисел колебаний определяется угловым распределением возбуждаемых волн. С увеличением разброса скоростей расширяется и спектр волновых чисел. Но за счет экспоненциального роста неустойчивых гармоник спектр со временем сужается вокруг точки максимума инкремента, и при тысячекратном росте амплитуды колебаний ширина спектра волновых чисел на полувысоте определяется шириной $\Delta \mathbf{k}$, на которой инкремент уменьшается на $\Delta\gamma(\mathbf{k}) = -0.1\gamma(k_{z0})$, т.е. $\Delta k_r = \pm 0.2 k_{z0}$, $\Delta k_z = \pm 0.06 k_{z0}$ для бунемановской неустойчивости, как это можно оценить из дисперсионного соотношения для плазмы с потоком быстрых частиц [8]. Тем самым в линейной фазе спектр такой турбулентности представляет собой случайный набор пакетов волн с волновыми числами, близкими к максимуму инкремента k_{z0}, т.е. имеет относительно регулярную стратифицированную структуру. В результате нелинейного укручения волн в цугах генерируются высшие гармоники, которые обусловлены и связаны с основным цугом волны.

В качестве турбулентной матрицы преломления, создаваемой модуляциями плотности, будем использовать вариации показателя преломления в виде, моделирующем стохастический ансамбль волн типа (8), генерируемых двухпотоковой неустойчивостью, с равномерно распределенными случайными амплитудами $0 < \xi < 2$, фазами $0 \le \phi \le 2\pi$ и $0 \le \varphi \le 2\pi$ и волновыми числами $-0.2k_{z0} < k_r < 0.2k_{z0}$, $0.94k_{z0} <$ $< k_z < 1.06k_{z0}$:

$$\delta n(r,z) = \sum_{\xi,\phi,\varphi,k_r,k_z} \xi \cdot \delta n(k_r r, k_z z, \phi, \varphi) \Bigg/ \sum_{\xi} \xi, \tag{11}$$

так что среднее значение $\langle \delta n \rangle = \delta n_0$. Визуализация распределения (11) представлена в Приложении, рис. 2A.

Трассировка лучей по уравнению (5) с распределением (11) также была произведена численно при типичных для капиллярных разрядов параметрах показателя преломления $\delta n_0 = 10^{-(6 \div 8)}$, для различных начальных углов $\theta_0 = \theta(0)$ и начальных радиусов r_0. Типичные траектории лучей можно увидеть на рис. 3 в безразмерных переменных для показателя преломления $\delta n_0 = 10^{-6}$ (рис. 3a) и $\delta n_0 = 10^{-8}$ (рис. 3b, c). Лучи при больших углах θ_0 неограниченно расходятся, испытывая в процессе небольшие колебания. Лучи с меньшим θ_0 после многократных преломлений и отражений на модуляциях направляются к оси и фокусируются на различном расстоянии в зависимости от своего начального угла θ_0, а затем либо сразу выходят из канала, либо делают это после многократного преломления и отражения в стратах. При еще меньших углах θ_0 лучи фокусируются, затем вновь испытывают многократное преломление, уменьшают угол и отражаются в приосевой зоне, расходятся и снова пересекают ось и т.д., оставаясь в канале, причем первые фокусы относительно близки фокусам для бóльших углов. Чередование

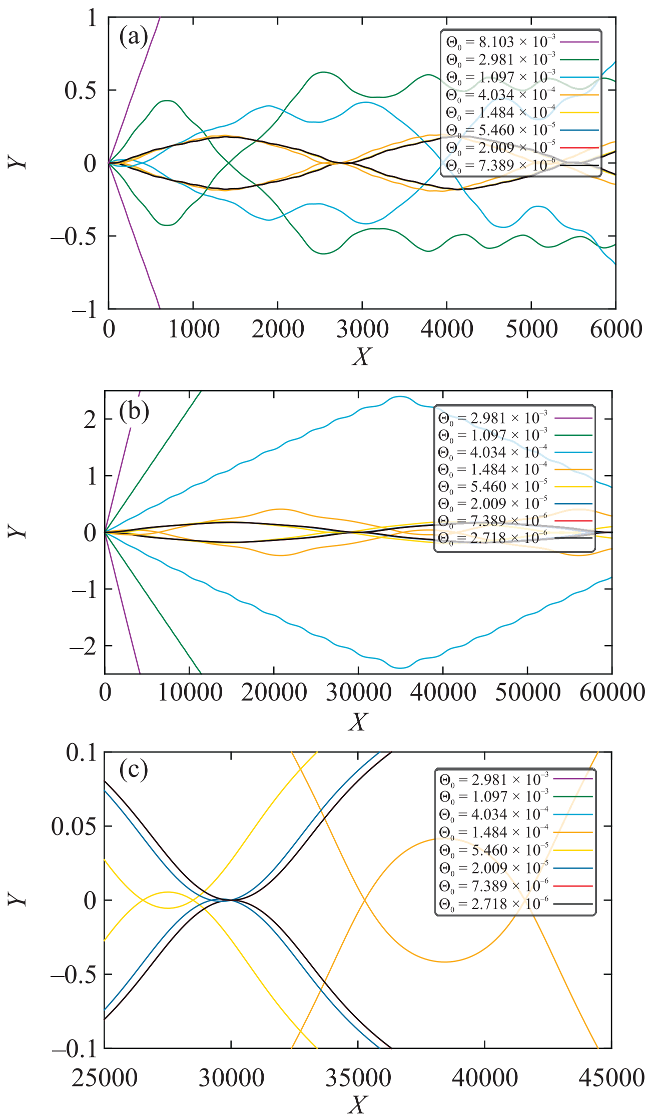

Рис. 3. Расчетные плоские траектории лучей в аксиально-симметричной турбулентной плазменной структуре с различными углами входа ($2.7 \cdot 10^{-6} \leq \mathrm{tg}(\theta_0) \leq 8 \cdot 10^{-3}$) в безразмерных переменных $X = z \cdot k_{z0}$, $Y = r \cdot 0.2k_{z0}$ (или $Y = -r \cdot 0.2k_{z0}$) при следующих значениях δn_0: (a) – при $\delta n_0 = 10^{-6}$ лучи с $\mathrm{tg}(\theta_0) > 5 \cdot 10^{-3}$ сразу выходят из канала возбуждения волн, лучи с $7 \cdot 10^{-4} < \mathrm{tg}(\theta_0) < 5 \cdot 10^{-3}$ фокусируются и затем покидают канал, лучи с $\mathrm{tg}(\theta_0 < 7 \cdot 10^{-4}$ фокусируются и остаются в канале; (b) – при $\delta n_0 = 10^{-8}$ лучи с $\mathrm{tg}(\theta_0) > 7 \cdot 10^{-4}$ выходят из канала сразу, лучи с $2.7 \cdot 10^{-4} < \mathrm{tg}(\theta_0) < 7 \cdot 10^{-4}$ фокусируются и затем покидают канал, лучи с $\mathrm{tg}(\theta_0) < 2.7 \cdot 10^{-4}$ фокусируются и остаются в канале; (c) – детализация приосевой зоны $25000 < X < 45000$ и $-0.1 < Y < 0.1$ при $\delta n_0 = 10^{-8}$, все лучи с $\mathrm{tg}(\theta_0) < 2.7 \cdot 10^{-4}$ пересекают ось, отражаются и вновь пересекают ось (лучи $\mathrm{tg}(\theta_0) < 10^{-5}$ сливаются на графике)

пучностей и узлов захваченных лучей света заканчивается только тогда, когда меняется или исчезает плазменно-волновая структура.

Различие между периодической и стохастической плазменными структурами, как это видно из сравнения рис. 2 и 3, состоит именно в наличии, в случае стохастической структуры, “захваченных” квазипараксиальных лучей, отражающихся в приосевой зоне. Это обусловлено повышением плотности плазмы в этой зоне так, что лучи с достаточно малым углом падения испытывают полное внутреннее отражение при уменьшении показателя преломления среды. Детально пример хода “захваченных” лучей в приосевой зоне представлен на рис. 3c.

С уменьшением плотности газа и, соответственно, добавки в показатель преломления, фокусное расстояние увеличивается, а граничные угловые характеристики “захваченных” в канале и выходящих из него лучей уменьшаются. Если сравнивать результаты на рис. 3a и b, c с δn_0, отличающимся на два порядка, то видно, что длина фокусировки возросла в 10 раз, т.е. величины изменились как $\delta n_0^{-1/2}$, что находится в качественном соответствии с формулами (2) и (10), а предельный угол “захваченных” в канале лучей уменьшился в 3 раза.

Обсуждение и заключение. Предложенная теоретическая модель экспериментально наблюдаемой фокусировки и каналирования рентгеновского излучения волнами плотности, возбуждаемыми в плазме капиллярных разрядов со значительной долей ускоренных электронов и потоков плазмы, подтверждена компьютерными расчетами. Даже при очень малом отклонении показателя преломления от его значения в вакууме заметная доля лучей испытывает существенное отклонение за счет многократного преломления лучей на мелкомасштабных волновых вариациях плотности плазмы. Рассмотренная турбулентная плазменная структура обеспечивает фокусировку и каналирование доли рентгеновских лучей вдоль оси, качественно соответствуя данным экспериментов с капиллярными разрядами, представленными на рис. 1.

В качестве конкретного примера приведем оценки эффекта фокусировки излучения в EUV-диапазоне с длиной волны 13.5 нм (с энергией кванта $\hbar\omega = 92$ эВ) в капиллярном разряде с полыми электродами [1] с диаметром отверстия капилляра 1.6 мм и длиной – 16 мм, со следующими параметрами плазмы: используемая газовая смесь (по атомарному составу) He(55 %):N(41 %):Xe(4 %) с градиентом плотности от анодной части (со стороны выхода EUV излучения), соответствующим давлению 0.1 торр, к катодной части с давлением 4 торр; ток разряда с максимальным напряжением до 23 кВ достигал 4.5 кА; температура плазмы в максимуме EUV излучения достигает 30 эВ. При таких параметрах плазмы токовая скорость электронов внутри капилляра превышает скорость ионного звука, развивается ионно-звуковая неустойчивость, приводя к турбулентному нагреву, что наряду с магнитным сжатием плазмы и создает необходимую температуру для ионизации ксенона до Xe^{+10}, основного излучателя на 13.5 нм. Прикладываемое напряжение в капиллярном разряде с полыми электродами вызывает поток электронов вдоль оси капилляра от катода к аноду, электроны от которого регистрируются и за анодом, со средней энергией $2 \div 4$ кэВ. Радиальное магнитное сжатие плазмы с аксиальным градиентом плотности вызывает аксиальные потоки плазмы подобно джетам. Аксиальный поток электронов со скоростью в десяток раз больше тепловой должен вызывать бунемановскую и пучковую неустойчивость с продольным волновым числом $k_z \approx \frac{\omega_{pe}}{u} \approx 10^3\,\text{см}^{-1}$. Показатель преломления для света с $\lambda = 13.5$ нм в газе с давлением 0.1 торр составит порядка $\delta n_0 = 10^{-8}$. Тогда, согласно рис. 3b, можно оценить, что лучи с $\mathrm{tg}(\theta_0) > 7 \cdot 10^{-4}$, слабо преломляясь, выходят из канала, образуя нимб вокруг луча, как на рис. 1, лучи с меньшими углами фокусируются на различном расстоянии, значительно снижая интенсивность света в кольце вокруг луча, а лучи с $\mathrm{tg}(\theta_0) < 2.7 \cdot 10^{-4}$ фокусируются на расстоянии около $20 \div 45$ см и остаются в канале, периодически фокусируясь, пока возбуждение волн сохраняется. С учетом того, что размер самого источника около 180 мкм [1], показанные на рис. 1 размеры колец и центрального луча близки к расчетным.

В заключение отметим, что в силу фундаментальности рассматриваемых процессов можно ожидать, что явление фокусировки и каналирования рентгеновского излучения волнами плотности должно наблюдаться не только в капиллярных разрядах, но и в астрофизических объектах, таких как джеты из аккреционных дисков вокруг звезд и черных дыр. Пример изображения релятивистского джета в галактике M87 в скоплении галактик в созвездии Девы [18], полученный телескопом Chandra X-ray Observatory (CXO) в диапазоне энергии квантов 0.2–10 кэВ, представлен на рис. 4 [19, 20].

Типичная морфология релятивистского джета представляет собой структуру,часто периодическую, состоящую из ряда областей повышенной яркости, называемых также узлами, физическая природа ко-

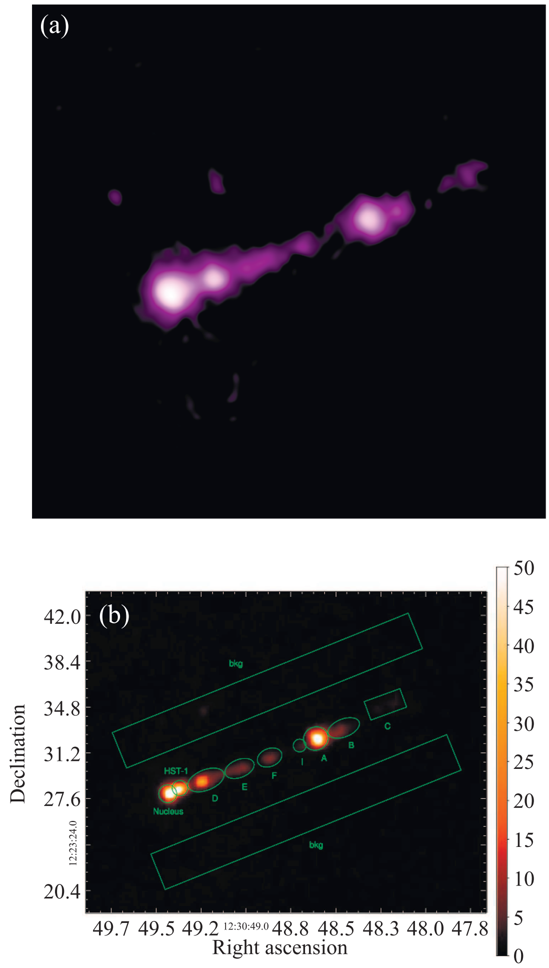

Рис. 4. (Цветной онлайн) Релятивистский джет в галактике M87 (созвездие Девы): (a) – изображение джета телескопом Chandra X-ray Observatory (CXO) в диапазоне энергии квантов 0.2–10 кэВ [19]; (b) – расположение узлов HST-1, A-I в джете [20]

торых активно обсуждается, но до конца не ясна. Такие структуры сопровождаются потоками быстрых частиц и плазмы. Этими проявлениями астрофизические джеты имеют сходство с лабораторной плазмой капиллярных разрядов, где радиальное магнитное сжатие плазмы с аксиальным градиентом плотности вызывает аксиальные потоки плазмы, а прикладываемое напряжение в капиллярном разряде с полыми электродами вызывает поток электронов вдоль оси капилляра от катода к аноду и за него вдоль газовой струи.

Поток быстрых электронов должен возбуждать волны плотности в джете посредством двухпотоковых плазменных неустойчивостей типа бунемановской, пучковой и др. Потоки газа/плазмы влияют на структуру джетов через развитие неустойчивости тангенциального разрыва типа Кельвина–Гельмгольца (КГ) (H. Helmholtz, 1868; W. Kelvin, 1871), возникающей в областях сдвига или перегиба скоростей в потоке и приводящей к формированию винтовых структур потоков [21, 22], однако в силу гидродинамического характера неустойчивости КГ плотность газа/плазмы модулируется незначительно.

Если качественно сравнить периодическую структуру на изображении джета на рис. 4 с результатами на рис. 3, то можно отметить, что изображение на рис. 4 соответствует пучностям и узлам пучка рентгеновского излучения, которые формируются при прохождении и многократном преломлении пучка излучения в волнах плотности плазмы, подобно механизму описанному выше. Зная числовые значения расстояний между узлами L, угловые и частотные характеристики регистрируемого рентгеновского излучения, и основываясь на результатах вышеприведенной модели, можно получить оценки плотности в джетах, а также характеристики вариаций плотности в возбуждаемых волнах. Действительно, если оценивать из рис. 3b, расстояние между узлами как $L \approx (2 \div 3) \cdot k_z^{-1} \delta n_0^{-1/2}$, учесть соотношения (1) и (2), а также то, что джет релятивистский и поток частиц идет со скоростью близкой к световой (c) $u \approx c$, то для ионизованного газа со средним зарядом $\bar{Z}$ при частоте квантов ω получим:

$$L \approx (4 \div 6) \frac{\omega c}{\omega_{ae}^2 \sqrt{\bar{Z}}}, \tag{12}$$

откуда следуют выражения для оценки плотности $N_a(\text{см}^{-3}) \approx (60 \div 90) \frac{(\hbar\omega)_{keV}}{L_{ly}\sqrt{\bar{Z}}}$, где $(\hbar\omega)_{keV}$ – энергия квантов света в кэВ и L_{ly} – расстояние между узлами в световых годах. В качестве примера приведем оценку для джета в галактике M87. Ближайший к черной дыре узел HST-1 расположен на расстоянии $L_{HST1} \approx 230ly$ от нее, второй узел $D - L_D \approx 700ly$, последующие E, F, I, B, C расположены примерно в $700ly$ от предыдущего, исключая узел A, который явно обусловлен дополнительными эффектами. Типичное для межзвездного газа $\bar{Z} \sim 0.01 \div 1$ (для M87 нет уточняющих данных), наблюдаемый диапазон энергий рентгеновских квантов (рис. 4) $\hbar\omega = 0.2 \div 10$ кэВ, тогда из (12) оценим плотность: от узла HST-1 с $N_a \sim 0.05 \div 40\,\text{см}^{-3}$ к узлу D с $N_a \sim 0.016 \div 13\,\text{см}^{-3}$. Средняя плотность межзвездной среды, как известно, составляет от $10 \div 300\,\text{см}^{-3}$ молекул и атомов водорода с добавкой гелия в относительно плотных холодных облаках, занимающих малый объем всего межзвездного газа, но составляющих более 60 % его массы, до частично ионизованного межоблачного газа плотностью $0.1 \div 1\,\text{см}^{-3}$ и ионизованного коронального газа малой плотности $0.001 \div 0.005\,\text{см}^{-3}$, занимающих половину объема всего газа. Данных о плотности и ионизации газа непосредственно в джете M87 нет, но известно, что в диске вблизи черной дыры M87 на расстоянии порядка $0.2ly$ газ полностью ионизован и его электронная плотность (а значит и атомарная плотность водорода) составляет $10^{(4 \div 7)}\,\text{см}^{-3}$. Если предположить, что в джете газ расширяется обратно пропорционально квадрату радиуса, то около узла HST-1 плотность должна быть $\sim 0.007 \div 8\,\text{см}^{-3}$. Оценка плотности в джете из (12), с одной стороны, укладывается в интервал оценок измерений, но с другой имеет тенденцию к увеличению плотности, что вполне ожидаемо и, вероятно, подтвердится по мере получения новых данных.

Может возникнуть вопрос, насколько поглощение квантов света или их деградация при комптоновском рассеянии могут повлиять на их распространение и фокусировку? Сравним соответствующие длины обратного тормозного поглощения (l_{rb}) и комптоновского/томсоновского рассеяния (l_{cs}) с длиной фокусировки из (12): $\frac{L}{l_{rb}} \sim \frac{\nu_{ei}}{\omega} \ll 1$, (где ν_{ei} – частота электрон-ионных столкновений), $\frac{L}{l_{cs}} \sim \alpha \ll 1$ (где $\alpha \approx 1/137$ – постоянная тонкой структуры) или в классическом томсоновском пределе $\frac{L}{l_{cs}} \sim \frac{r_e}{\lambda} \ll 1$ (где r_e – классический радиус электрона, $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$ – длина волны рассеиваемого излучения). При наличии в газе связанных электронов поглощение квантов происходит также за счет фотоионизации. Соотношение характерной длины фотоионизации (l_{ph}) с длиной фокусировки (12) $\frac{L}{l_{ph}} \sim \left(\frac{4I}{\hbar\omega}\right)^{5/2}$, где I – потенциал ионизации связанных электронов, и для типичного водородно-гелиевого состава космической плазмы поглощение рентгеновских квантов мало. Так что существенного влияния эти диссипативные процессы на эффект фокусировки в рассматриваемых условиях оказывать не должны.

Работа выполнена в рамках тематического плана Национального исследовательского центра “Курчатовский институт”.

Финансирование работы. Данная работа финансировалась за счет средств бюджета Национального исследовательского центра “Курчатовский институт”. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют,что у них нет конфликта интересов.

Приложение

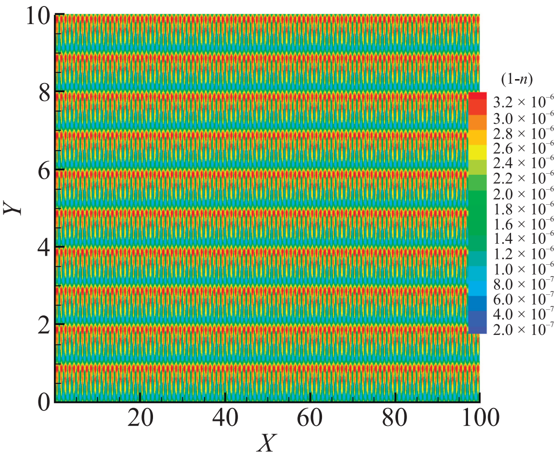

Рис. 1А. (Цветной онлайн) Распределение добавки в показатель преломления $\delta n = 1 - n$ в аксиально-симметричной периодической плазменной структуре с возбужденными волнами плотности (8) в безразмерных переменных $X = zk_z$, $Y = rk_r$ ($k_r/k_z = 0.2$) при $\delta n_0 = 10^{-6}$ (красный цвет соответствует максимальной величине, синий минимальной)

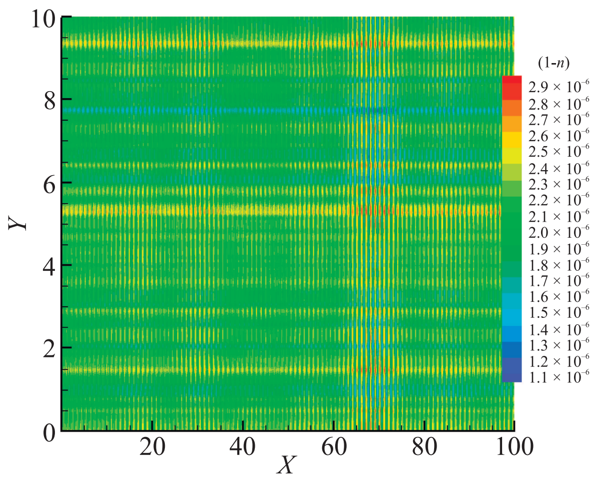

Рис. 2А. (Цветной онлайн) Распределение добавки в показатель преломления $\delta n = 1 - n$ в аксиально-симметричной турбулентной плазменной структуре с возбужденными волнами плотности (11) в безразмерных переменных $X = zk_{z0}$, $Y = r{\cdot}0.2k_{z0}$ при $\delta n_0 = 10^{-6}$ (красный цвет соответствует максимальной величине, синий минимальной)

---

1. P. Choi, S. V. Zakharov, R. Aliaga-Rossel, A. Bakouboula, O. Benali, Ph. Bove, M. Cau, G. Duffy, O. Iwase, B. Lebert, K. Powell, O. Sarroukh, C. Zaepffel, and V. S. Zakharov, J. Micro/Nanolith. MEMS MOEMS **11**(2), 021107-1 (2012).
2. M. Favre, P. Choi, H. Chuaqui, I. Mitchell, E. Wyndham, and A. M. Lenero, Plasma Sources Sci. Technol. **12**, 78 (2003).
3. S. V. Zakharov, V. S. Zakharov, V. G. Novikov, M. Mond, and P. Choi, Plasma Sources Sci. Technol. **17**(2), 024017 (2008).
4. S. V. Zakharov, V. S. Zakharov, P. Choi, A. Y. Krukovskiy, V. G. Novikov, A. D. Solomyannaya, A. V. Berezin, A. S. Vorontsov, M. B. Markov, and S. V. Parotkin, Proc. of SPIE, Extreme Ultraviolet Lithography II, ed. by B. M. La Fontaine and P. P. Naulleau **77969**, 796932 (2011).
5. S. V. Zakharov and P. Choi, IEEE Conf. Rec.Pulsed Power Plasma Science 2001, Las Vegas, 2001, Conference Proceedings; ISBN 0-7803-7120-8. 73.
6. O. Buneman, Phys. Rev. **115**, 503 (1959).
7. Н. Кролл, А. Трайвелпис, *Основы физики плазмы*, Мир, М. (1975).
8. А. И. Ахиезер, И. А. Ахиезер, Р. В. Половин, А. Г. Ситенко, К. Н. Степанов, *Электродинамика плазмы*, Наука, М. (1974).
9. H. Che, J. Drake, M. Swisdak, and P. Yoon, Phys. Rev. Lett. **102**, 145004 (2009).
10. H. Che, J. Drake, M. Swisdak, and P. Yoon, Geophys. Res. Lett. **37**, L11105 (2010).
11. H. Che, Mod. Phys. Lett. A **31**, 1630018 (2016).
12. L. P. Dyrud and M. M. Oppenheim, J. Geophys. Res.: Space Phys. **111**, A01302 (2006).
13. А. А. Иванов, *Научные труды*, Физматлит, М. (2012).
14. *Основы физики плазмы*, под ред. А. А. Галеева, Р. Судана, Энергоатомиздат, М. (1984), т. 2.
15. В. В. Горев, С. В. Захаров, Физика плазмы **5**, 796 (1979).
16. Л. Д. Ландау, Е. М. Лившиц, *Теоретическая физика, Том II, Теория поля*, Наука, М. (1988).
17. A. Snigirev, Appl. Opt. **37**(4), 653 (1998); doi:10.1364/AO.37.000653.
18. S. S. Doeleman, V. L. Fish, D. E. Schenck et al. (Collaboration), Science **338**(6105), 355 (2012).
19. B. Snios, P. E. J. Nulsen, R. P. Kraft, C. C. Cheung, E. T. Meyer, W. R. Forman, C. Jones, and S. S. Murray, Astrophys. J. **879**, 8 (2019).
20. X.-N. Sun, R.-Zh. Yang, F. M. Rieger, R.-Y. Liu, and F. Aharonian, A&A **612**, A106 (2018).
21. R. C.Walker, P. E. Hardee, F. B. Davies, Ch. Ly, and W. Junor, Astrophys. J. **855**, 128 (2018).
22. A. S. Nikonov, Y. Y. Kovalev, E. V. Kravchenko, I. N. Pashchenko, and A. P. Lobanov, Mon. Not. R. Astron. Soc. **526**(4), 5949 (2023).