Немагнитный механизм рассеяния назад в геликоидальных краевых состояниях[1)]

И. В. Крайнов[+ 2)], *Р. А. Ниязов*[+*], *Д. Н. Аристов*[+*×], *В. Ю. Качоровский*[+]

[+]*Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН, 194021 С.-Петербург, Россия*

[*]*Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", Петербургский институт ядерной физики, 188300 Гатчина, Россия*

[×]*Санкт-Петербургский государственный университет, 199034 С.-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 10 октября 2024 г.
После переработки 1 сентября 2025 г.
Принята к публикации 12 сентября 2025 г.

Исследован механизм индуцированного взаимодействием рассеяния назад в геликоидальных краевых состояниях двумерного топологического изолятора, туннельно связанного с локализованной областью (островком), расположенной вблизи краевого канала. Этот механизм не связан с неупругим рассеянием и обусловлен флуктуациями так называемой нулевой моды в островке. Подробно рассмотрена простейшая модель островка в виде полости в объеме топологического изолятора. Такая полость также обладает геликоидальными краевыми состояниями, туннельно-связанными с геликоидальными состояниями, окружающими топологический изолятор. Ключевую роль играет краевой ток в островке. Хотя среднее значение этого тока равно нулю, его флуктуации, описываемые в приближении нулевой моды, при учете электрон-электронного взаимодействия, действуют подобно магнитному потоку, тем самым допуская процессы рассеяния назад, включающие туннелирование через островок. Выпрямление этих флуктуаций приводит к конечной вероятности рассеяния назад. Этот эффект дополнительно усиливается благодаря процессу сбоя фазы, доминирующий вклад в который также определяется флуктуациями нулевой моды. Примечательно, что для температур, превышающих расстояние между уровнями в островке, скорость рассеяния назад не зависит от температуры, что хорошо согласуется с недавними экспериментами.

DOI: 10.31857/S0370274X25100196

I. Введение. Двумерные (2D) топологические изоляторы (ТИ) – материалы, являющиеся диэлектриками в объеме, но имеющие проводящие геликоидальные краевые состояния (ГКС) на границе – были теоретически предсказаны [1–3] и экспериментально реализованы [4] более пятнадцати лет назад. Ключевое свойство ГКС – это жесткая связь спина с импульсом (*spin-momentum locking*), т.е. изменение направления спина при изменении импульса электрона на противоположное. Это свойство подразумевает, что ГКС образуют идеальные баллистические проводники с топологической защитой от рассеяния назад на немагнитных примесях. Однако на практике эта защита эффективна лишь для коротких образцов с длиной ГКС не более нескольких микрон [5–7]. Рассеяние назад может, очевидным образом, возникать из-за рассеяния на магнитных примесях [8–10]. Обычный немагнитный беспорядок также может приводить к рассеянию назад на краю ТИ в присутствии внешнего магнитного поля, которое нарушает симметрию по отношению к обращению времени, смешивая состояния с противоположными спинами [11]. Последнее утверждение подтверждается экспериментами, демонстрирующими сильное подавление краевого кондактанса во внешних магнитных полях даже в очень коротких образцах (с длиной ГКС ≤ 1 мкм), в частности, в образцах 2D ТИ на основе квантовых ям HgTe (см. работу [7] и ссылки в этой работе). Однако подавление проводимости также явно наблюдается и в отсутствии внешнего магнитного поля для относительно длинных образцов (≥ 3 мкм для квантовой ямы на основе HgTe [7]). Важно, что экспериментально наблюдаемое в этом случае сопротивление не зависит от температуры T в достаточно широком диапазоне (см. вставку на рис. 1a в [7], где сопротивление не зависит от T в интервале $1\,\text{K} < T < 10\,\text{K}$).

[1)]См. дополнительный материал к данной статье на сайте нашего журнала www.jetpletters.ru

[2)]e-mail: igor.kraynov@mail.ru

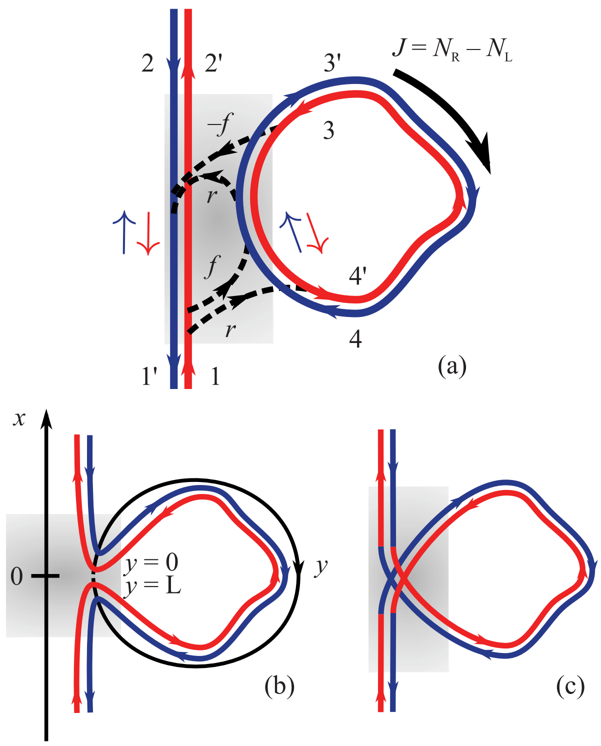

Рис. 1. (Цветной онлайн) (a) – ТО, образованный полостью в объеме ТИ, туннельно связанный с ГКС ТИ. Область контакта показана серым цветом. Пунктирные линии иллюстрируют два процесса, соответствующих рассеянию назад в ГКС, $1 \to 1'$: (i) переход из 1 в $3'$ с амплитудой f, вращение по часовой стрелке с произвольным числом намоток и переход обратно в $1'$ с амплитудой r; (ii) переход из 1 в $4'$ с амплитудой r, вращение против часовой стрелки с произвольным числом намоток и переход обратно в $1'$ с амплитудой $-f$; (b) и (c) – различные геометрии контакта, описываемые одной и той же матрицей $\hat{S}$ (см. (4)): (b) – изогнутый край [20], (c) – спин-флип контакт [21]

Было предложено несколько теоретических механизмов для объяснения экспериментально наблюдаемого сильного рассеяния назад, в частности, механизм, включающий магнитные примеси, связанные с ГКС посредством обменного взаимодействия [10, 12]. В то же время, присутствие таких примесей не было подтверждено экспериментально в структурах, где топологическая защита нарушалась в ГКС длиннее нескольких микрон (см. обсуждение в работе [7]). Рассеяние назад становится также возможным во взаимодействующих системах: механизм, предполагающий наличие электрон-электронного взаимодействия в ГКС в сочетании с обычным рассеянием, был предложен в работе [13], так же, как и механизм, включающий рассеяние со сменой спина, вызванный взаимодействием в заряженном островке, туннельно связанном с ГКС [14, 15]. Оба механизма могли бы, в принципе, объяснить наблюдаемое нарушение топологической защиты. Однако оба сценария предсказывают сильный рост рассеяния назад с температурой, в частности, из-за зависимости от температуры фазового объема, доступного для неупругого рассеяния. Аналогично, точечные немагнитные дефекты также могут вносить вклад в рассеяние назад, которое существенно растет с температурой при учете взаимодействия [16]. Опять, такая сильная температурная зависимость проводимости рассеяния назад плохо согласуется с экспериментальными данными, показывающими более или менее постоянную величину рассеяния назад в широком температурном интервале [7]. Рассеяние назад в ГКС, связанных с островками, также предсказывалось в рамках квазиклассического кинетического подхода [17], который предполагал феноменологически введенную независящую от температуры скорость столкновений со сменой спина внутри островков, однако физические механизмы, ответственные за такие процессы со сменой спина, представлены не были[3)].

В настоящем Письме мы обсуждаем ГКС, туннельно связанные с островком, расположенным около краевого канала, и предлагаем механизм рассеяния назад, индуцированного электрон-электронным взаимодействием. В отличие от ранее обсуждавшихся механизмов, наш сценарий не включает неупругое рассеяние и, как следствие, предсказывает независящую от температуры скорость рассеяния назад в широком температурном диапазоне. Физическая идея, лежащая в основе предлагаемого механизма, основана на так называемых флуктуациях нулевой моды (НМ) в островке.

Мы подробно проанализируем простую модель островка в виде полости в объеме ТИ (см. рис. 1a). Такие полости уже были изготовлены экспериментально [18, 19]. Они также имеют ГКС, которые туннельно связаны с ГКС, окружающими ТИ; мы будем называть такие полости топологическими островками (ТО). Другая модель ТО – это изогнутый край ТИ (см. рис. 1b), обсуждавшийся ранее для невзаимодействующего случая в работе [20], а также изо-

[3)]Различные режимы электрон-электронного рассеяния в зарядовых островках изучались в [15]. Там было показано, что независящее от температуры рассеяние назад может возникнуть в обычных (не топологических) взаимодействующих островках при очень высоких температурах, превышающих Δ/γ (для $\gamma \ll 1/g^{*2/3}$) или $g^*\sqrt{\gamma}\Delta$ (для $\gamma \gg 1/g^{*2/3}$), где Δ – расстояние между уровнями, γ – туннельная прозрачность, а $g^* \gg 1$ – безразмерная проводимость диффузного островка. Такие температуры намного выше Δ.

гнутый край со спин-флип каналами (см. рис. 1c), обсуждавшийся в работе [21].

Ключевую роль в нашем механизме играет краевой ток в ТО. Хотя среднее значение этого тока равно нулю, его флуктуации, возникающие в приближении нулевой моды, при наличии электрон-электронного взаимодействия действуют аналогично магнитному потоку, тем самым допуская процессы рассеяния назад, включающие туннелирование через островок. Выпрямление этих флуктуаций приводит к конечному темпу рассеяния назад. Этот эффект дополнительно усиливается благодаря процессам сбоя фазы, в частности, за счет флуктуаций НМ. Примечательно, что для температур, превышающих расстояние между уровнями в островке, скорость рассеяния назад не зависит от амплитуды флуктуаций (в отличие от ранее обсуждавшихся механизмов рассеяния назад, основанных на различных моделях островков, где независящее от температуры рассеяние назад появлялось при гораздо более высоких T, см. примечание [3)]. Это приводит к независящему от температуры обратному рассеянию на краю ТИ, что может объяснить результаты недавних экспериментов, в частности, почти постоянное краевое сопротивление, наблюдавшееся в работе [7].

II. Модель.

А. Невзаимодействующий случай. Одноэлектронный гамильтониан ТИ задается выражением:

$$H_0 = v_{\mathrm{F}}\hat{p}\hat{\sigma}_z, \tag{1}$$

где $\hat{p} = -i\hbar\partial/\partial x$ – оператор импульса электрона, $\hat{\sigma}_z$ – матрица Паули, а $-\infty < x < \infty$ – координата вдоль края ТИ. Тот же гамильтониан описывает край ТО с заменой $x \to y$, где y – координата вдоль края ТО, имеющего конечную длину L, так что $0 < y < L$ (см. рис. 1b). Для ненулевого потока Φ через ТО следует сделать замену $-i\partial/\partial y \to -i\partial/\partial y + 2\pi\phi/L$, где $\phi = \Phi/\Phi_0$, а $\Phi_0 = hc/e$ – квант потока. Мы моделируем туннельную связь между ТИ и ТО точечным туннельным контактом, предполагая, что туннелирование происходит между точкой $x = 0$ края ТИ и точкой $y = 0$ (или, что эквивалентно, $y = L$) края ТО.

В невзаимодействующем случае краевую проводимость можно найти с помощью формулы Ландауэра:

$$G = \frac{e^2}{h}\int dE\,|t(E)|^2\left(-\frac{\partial f_{\mathrm{F}}}{\partial E}\right), \tag{2}$$

где $t(E)$ – амплитуда прохождения от $x = -\infty$ до $x = \infty$ с учетом туннелирования в ТО, а $f_{\mathrm{F}}(E)$ – функция распределения Ферми.

Поскольку амплитуда прохождения очевидным образом связана с амплитудой отражения $r(E)$ соотношением $|t(E)|^2 + |r(E)|^2 = 1$, выражение для проводимости принимает вид:

$$G = \frac{e^2}{h}\left(1 - R_{bs}\right), \tag{3}$$

где $R_{bs} = \left\langle |r(E)|^2\right\rangle_E$, а $\langle\cdots\rangle$ обозначает $\int dE(\cdots)(-\partial f_{\mathrm{F}}/\partial E)$. В этом разделе мы покажем, что $r(E) \equiv 0$ для любого E в невзаимодействующем случае при $\phi = 0$.

Мы описываем туннельную связь между ГКС ТИ и ТО следующей матрицей рассеяния [22]:

$$\hat{S} = \begin{pmatrix} 0 & t & f & r \\ t & 0 & -r & f \\ -f & -r & 0 & t \\ r & -f & t & 0 \end{pmatrix}, \tag{4}$$

которая связывает выходящие и входящие амплитуды: $C'_i = S_{ij}C_j$, где $i, j = 1, \ldots, 4$ (см. рис. 1a).

Фазы амплитуд рассеяния несущественны для рассматриваемой проблемы, поэтому мы можем выбрать t, r и f вещественными, так что

$$t^2 + r^2 + f^2 = 1.$$

Физический смысл этих амплитуд проиллюстрирован на рис. 1a. Амплитуды r и f описывают переходы из состояний ГКС ТИ в ГКС ТО (и обратно в ТИ) с одинаковыми и противоположными проекциями спинов соответственно, в то время как амплитуда t соответствует распространению вдоль ГКС (как в ТИ, так и в ТО) без рассеяния (см. также обсуждение в [21]). Соответствующие вероятности можно параметризовать следующим образом:

$$t^2 = 1 - 2\gamma, \quad r^2 = 2\gamma\cos^2\beta, \quad f^2 = 2\gamma\sin^2\beta. \tag{5}$$

Здесь туннельная прозрачность γ $(0 < \gamma < 1/2)$ контролирует полную вероятность перехода между ТИ и ТО. Для туннельного контакта этот параметр мал, $\gamma \ll 1$, и в значительной степени определяется туннельным расстоянием. Случай “металлического” контакта, когда ТИ и ТО сильно связаны, можно смоделировать значением $\gamma \approx 1/2$. Параметр β контролирует процессы с переворотом спина, так что при $\beta = 0$ имеем $f = 0$. Различные геометрии края и полости показаны на рис. 1 (см. также обсуждение ниже в разделе V).

Уже из вида матрицы рассеяния (4) и рис. 1 можно заметить возникновение определенных процессов рассеяния назад в ГКС ТИ при $f \neq 0$. Чтобы продемонстрировать это, мы вычислим амплитуды отражения, описывающие два различных процесса рассеяния $1 \to 1'$ на рис. 1.

Рассмотрим распространение частицы с волновым вектором k и энергией $E = \hbar v_{\rm F} k$ из $x = -\infty$. Полная амплитуда рассеяния назад состоит из двух вкладов:

$$r(E) = r_{\rm R} + r_{\rm L},$$

соответствующих распространению по часовой стрелке, $r_{\rm R} = r_{\rm R}(E)$, и против часовой стрелки, $r_{\rm L} = r_{\rm L}(E)$, вдоль края островка.

Амплитуда $r_{\rm R}$ описывает переход из 1 в $3'$ с амплитудой f, вращение по часовой стрелке с произвольным числом намоток и переход обратно из 4 в $1'$ с амплитудой r. Каждая намотка вокруг ТО дает множитель te^{ikL}. Суммируя по числу намоток n, получаем:

$$r_{\rm R} = fe^{ikL} \sum_{n=0}^{\infty} \left(te^{ikL}\right)^n r = \frac{fre^{ikL}}{1 - te^{ikL}}.$$

Амплитуда $r_{\rm L}$ описывает переход из 1 в $4'$ с амплитудой r, вращение против часовой стрелки с произвольным числом намоток и переход обратно из 3 в $1'$ с амплитудой $-f$. Суммируя по числу намоток, получаем:

$$r_{\rm L} = re^{ikL} \sum_{n=0}^{\infty} \left(te^{ikL}\right)^n (-f) = -\frac{fre^{ikL}}{1 - te^{ikL}}.$$

Мы видим, что оба вклада зависят от энергии электрона через волновой вектор k. Каждый из этих вкладов в отдельности привел бы к рассеянию назад. Однако, как видно из приведенных выше уравнений, полная амплитуда рассеяния назад тождественно равна нулю для любой энергии:

$$r(E) = r_{\rm R} + r_{\rm L} \equiv 0,$$

так что, как и ожидалось, одноэлектронная картина не приводит к рассеянию назад благодаря симметрии по отношению к обращению времени.

При наличии внешнего магнитного поля появляются дополнительные фазы к kL, имеющие противоположные знаки для противоположных киральностей: $\varphi_{\rm R} = kL - 2\pi\phi$, $\varphi_{\rm L} = kL + 2\pi\phi$. Результирующие амплитуды $r_{\rm R}$ и $r_{\rm L}$ больше не компенсируют друг друга, и $r(E) \neq 0$.

B. Учет взаимодействия. Как мы покажем в этом разделе, полная амплитуда рассеяния назад также оказывается ненулевой во взаимодействующем случае благодаря так называемым флуктуациям НМ. Мы обсудим физическую природу этих флуктуаций, которые ранее изучались в контексте туннельного транспорта через интерферометр Ааронова–Бома, изготовленный из обычной одноканальной проволоки в бесспиновом [23, 24] и спиновом [25] случаях. Взаимодействие будет учтено внутри ГКС ТО, для $0 < y < L$, в предположении, что безразмерная константа взаимодействия g мала, $g \ll 1$ [4)]. Мы не учитываем взаимодействие между состояниями одинаковой киральности, поскольку оно приводит лишь к перенормировке фермиевской скорости.

Взаимодействие электронов с противоположной киральностью описывается следующим гамильтонианом:

$$\hat{\rm H}_{\rm int} = 2\pi\hbar v_F g \int_0^L dy\, \hat{n}_{\rm R} \hat{n}_{\rm L}, \tag{6}$$

где $\hat{n}_{\rm R,L}(y)$ – плотности правых и левых движущихся электронов. Это взаимодействие приводит к распространению фермионных возбуждений с плазмонной скоростью $u = v_{\rm F}\sqrt{1-g^2}$ [26].

В представлении вторичного квантования невзаимодействующий гамильтониан системы может быть выражен через операторы поля, описывающие электроны в двух терминалах μ_a и μ_b, соединенных с геликоидальным краем ТИ (см. дополнительные материалы):

$$H_0 = \sum_k \hbar v_{\rm F} k \left(\hat{c}_k^{a\dagger} \hat{c}_k^a + \hat{c}_k^{b\dagger} \hat{c}_k^b\right), \tag{7}$$

где $\hat{c}_k^{a(b)}$ – операторы уничтожения электрона в резервуаре $\mu_{a(b)}$. Член взаимодействия (6) также может быть выражен через $\hat{c}_k^{a(b)}$ с использованием выражений (S5), (S6) и (S11) дополнительных материалов.

Строгий расчет проводимости может быть выполнен с использованием формулы Кубо. Этот расчет довольно сложен и будет представлен отдельно [27].

Здесь мы покажем, что наш ключевой результат – сильное рассеяние назад, индуцированное взаимодействием, – может быть получен с использованием квазиклассического приближения, основанного на нескольких допущениях. Во-первых, мы предполагаем, что типичный волновой вектор неоднородности задачи мал по сравнению с фермиевским волновым вектором:

$$q \sim 1/L \ll k_F.$$

[4)]В обозначениях, принятых в теории латтинжеровской жидкости [26], мы предполагаем взаимодействие вида $\pi v_F g_4 (n_{\rm R}(x)^2 + n_{\rm L}(x)^2) + 2\pi v_F g_2 n_{\rm R}(x) n_{\rm L}(x)$ и затем полагаем $g_4 = 0$, $g_2 = g$.

Во-вторых, мы предполагаем слабость электрон-электронного взаимодействия: $g \ll 1$ и $g^2\Lambda \ll 1$, где $\Lambda = \ln(E_\mathrm{F}/T) \gg 1$, а E_F – энергия Ферми ($E_\mathrm{F} \gg T$). Эти условия позволяют в первом приближении пренебречь поправками, возникающими в результате перенормировок, специфичных для латтинжеровской жидкости [26]. Такие поправки будут кратко обсуждены отдельно в конце статьи в разделе V. Важно, что они приводят лишь к перенормировке матрицы рассеяния и не меняют физику обсуждаемого эффекта. Мы также будем предполагать, что

$$T \gg \Delta, \tag{8}$$

где

$$\Delta = \frac{2\pi u}{L} \approx \frac{2\pi v_\mathrm{F}}{L} \tag{9}$$

– расстояние между уровнями одномерных состояний на краю ТО. Типичное значение Δ для ТО с L около 1 мкм составляет 1 К. Следовательно, неравенство (8) выполняется в эксперименте [7], как видно из вставки на рис. 1а этой работы, где экспериментально измеренное значение удельного сопротивления было приблизительно постоянным в температурном интервале $1\,\mathrm{K} < T < 10\,\mathrm{K}$.

Влияние электрон-электронного взаимодействия на одноэлектронные амплитуды прохождения в рамках этого приближения описывается как рассеяние на тепловых электромагнитных шумах, создаваемых баней других электронов. Мы увидим, что ключевой параметр, описывающий взаимодействие в таком подходе, это $g\sqrt{T/\Delta} \gg g$.

В рамках квазиклассического приближения мы заменяем в точных квантовых уравнениях для операторов поля в представлении Гейзенберга (см. выражение (S12) в дополнительных материалах) квантовые операторы плотности $\hat{n}_\mathrm{R}$ и $\hat{n}_\mathrm{L}$ на квазиклассические плотности, которые зависят от y и t через комбинации $y - ut$ и $y + ut$ соответственно. Поскольку член взаимодействия уже пропорционален малой величине g, можно заменить $u \approx v_\mathrm{F}$, приходя таким образом к следующим уравнениям внутри края ТО:

$$\begin{aligned} i\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_\mathrm{F}\frac{\partial}{\partial y}\right)\hat{\Psi}_\mathrm{R} &= 2\pi v_\mathrm{F} g\, n_\mathrm{L}(y + v_\mathrm{F}t)\,\hat{\Psi}_\mathrm{R}, \\ i\left(\frac{\partial}{\partial t} - v_\mathrm{F}\frac{\partial}{\partial y}\right)\hat{\Psi}_\mathrm{L} &= 2\pi v_\mathrm{F} g\, n_\mathrm{R}(y - v_\mathrm{F}t)\,\hat{\Psi}_\mathrm{L}, \end{aligned} \tag{10}$$

где операторы поля $\Psi_\mathrm{R,L}$ определены в дополнительных материалах. Эти уравнения совпадают с уравнениями, описывающими движение электрона в динамическом потенциале:

$$\hat{U}(y,t) = \sum_n \begin{pmatrix} U_{\mathrm{L},n} e^{iq_n(y - v_\mathrm{F}t)} & 0 \\ 0 & U_{\mathrm{R},n} e^{iq_n(y + v_\mathrm{F}t)} \end{pmatrix},$$

$$\begin{aligned} U_{\mathrm{R},n} &= 2\pi\hbar g v_\mathrm{F} \int_0^L n_\mathrm{L}(y) e^{-iq_n y} dy/L, \\ U_{\mathrm{L},n} &= 2\pi\hbar g v_\mathrm{F} \int_0^L n_\mathrm{R}(y) e^{-iq_n y} dy/L, \end{aligned} \tag{11}$$

где $q_n = 2\pi n/L$.

Гамильтониан $\hat{H}_0 + \hat{U}$ с $\hat{H}_0$, заданным выражением (1), состоит из квазистатической части $\hat{H}_0 + \hat{U}_0$, где $\hat{U}_0$ – часть $\hat{U}$ с $n = 0$, и быстро осциллирующей динамической части, описываемой $\hat{U}_n$ с $n \neq 0$. Как показано в дополнительных материалах, быстро осциллирующие члены могут быть обработаны пертурбативно и не приводят к каким-либо переходам в рамках стандартного расчета по золотому правилу в низшем порядке теории возмущений. Поэтому мы пренебрегаем этими членами.

Квазистатический матричный потенциал имеет вид:

$$\hat{U} = \begin{pmatrix} U_{\mathrm{L},0} & 0 \\ 0 & U_{\mathrm{R},0} \end{pmatrix}, \tag{12}$$

где $U_{\mathrm{L},0} = 2\pi\hbar v_\mathrm{F} g N_\mathrm{R}/L$, $U_{\mathrm{R},0} = 2\pi g\hbar v_\mathrm{F} N_\mathrm{L}/L$, и

$$N_\mathrm{R,L} = \int_0^L dy\; n_\mathrm{R,L}$$

– полные числа “правых” и “левых” электронов, распространяющихся в ГКС ТО. Этот гамильтониан существует на краю ТО ($0 < y < L$).

Числа $N_\mathrm{R,L}$ целые и могут медленно флуктуировать из-за туннельной связи с краем ТИ. На первом этапе мы пренебрегаем медленной динамикой $N_\mathrm{R,L}$, предполагая, что они являются статическими целыми числами. Тогда мы приходим к статической одноэлектронной задаче, описываемой гамильтонианом $\hat{H}_0 + \hat{U}_0$ и матрицей рассеяния (4). Эта задача может быть легко решена точно. Рассеянные волны для этого гамильтониана представлены в Дополнительных материалах (см. выражение (S23)). Принципиально важно, что в этом решении амплитуда рассеяния назад не равна нулю:

$$r_\mathrm{bs} = rf\left[\frac{e^{i\varphi_\mathrm{R}}}{1 - te^{i\varphi_\mathrm{R}}} - \frac{e^{i\varphi_\mathrm{L}}}{1 - te^{i\varphi_\mathrm{L}}}\right], \tag{13}$$

где

$$\begin{aligned} \varphi_\mathrm{R} &\approx kL - 2\pi\phi + 2\pi g N_\mathrm{L}, \\ \varphi_\mathrm{L} &\approx kL + 2\pi\phi + 2\pi g N_\mathrm{R}. \end{aligned} \tag{14}$$

Здесь $2\pi g N_\mathrm{R,L}$ – индуцированные взаимодействием поправки к фазам, приобретаемым электронами с противоположной киральностью после распространения по краю ТО (аналогичный результат был получен в работах [23, 24] для обычного интерферометра).

Эти поправки к фазам приводят к зависимости r_{bc} от $N_{\mathrm{R,L}}$. Поэтому наряду с усреднением по энергии туннелирующего электрона, нам также необходимо провести усреднение по распределению и динамике этих чисел, которые могут флуктуировать из-за туннельной связи ТО с ГКС ТИ. Однако для малых γ эта динамика медленная, и в первом приближении можно считать, что эти числа "заморожены" и распределены согласно распределению Гиббса. Следующий шаг – рассмотреть динамику этих флуктуаций по аналогии с [23–25]. Мы проведем соответствующие расчеты ниже.

III. Статические флуктуации. В этом разделе мы рассмотрим статические флуктуации в ТО, т.е. изучим рассеяние назад отдельного электрона, находящегося в тепловой "бане" остальных электронов в ГКС ТО, характеризующейся определенными фиксированными значениями $N_{\mathrm{R,L}}$.

Амплитуда отражения в ГКС для фиксированных $N_{\mathrm{R,L}}$ задается уравнением (13) с фазами $\varphi_{\mathrm{R,L}}$ из (14). Внешнее магнитное поле и электрон-электронное взаимодействие создают разность фаз:

$$\delta\varphi = \varphi_{\mathrm{R}} - \varphi_{\mathrm{L}} = -4\pi\phi - 2\pi g J, \tag{15}$$

где

$$J = N_{\mathrm{R}} - N_{\mathrm{L}}, \tag{16}$$

– незатухающий (*persistent*) ток, циркулирующий вдоль края ТО. Важно, что $\delta\varphi$ не зависит от k и, следовательно, от энергии туннелирующего электрона. Вероятность рассеяния назад для фиксированных $N_{\mathrm{R,L}}$ задается выражением:

$$R_{bs} = |r_{bs}|^2 = \frac{4r^2 f^2 \sin^2(\delta\varphi/2)}{\left|1 - te^{i\varphi_{\mathrm{R}}}\right|^2 \left|1 - te^{i\varphi_{\mathrm{L}}}\right|^2}. \tag{17}$$

Это уравнение все еще зависит от k, входящего в фазы $\varphi_{\mathrm{R,L}}$.

Далее мы усредняем по энергии электрона, предполагая, что выполняется неравенство (8). Важно, что функция распределения Ферми меняется в масштабе энергии порядка T, в то время как амплитуда отражения $r(E)$ осциллирует на гораздо меньшем масштабе Δ. Следовательно, можно сначала усреднить по быстрым осцилляциям на масштабе Δ, пренебрегая вариацией функции распределения, а затем уже усреднить полученные выражения в более широком температурном окне. Для этого мы заменяем в выражении (17), $e^{ikL} \to z$, и интегрируем по комплексной переменной z вдоль контура $|z| = 1$, имея в виду, что $t < 1$. Интеграл дается вкладами двух полюсов, расположенных внутри этого контура. Результат такого расчета зависит от параметров S-матрицы и фазы $\delta\varphi$:

$$\begin{aligned}\langle R_{bs}\rangle_E &= \frac{4r^2 f^2}{r^2+f^2}\frac{(1+t^2)\sin^2(\delta\varphi/2)}{(r^2+f^2)^2 + 4t^2\sin^2(\delta\varphi/2)} = \\ &= \frac{\gamma(1-\gamma)\sin^2(2\beta)\sin^2(\delta\varphi/2)}{\gamma^2 + (1-2\gamma)\sin^2(\delta\varphi/2)}.\end{aligned} \tag{18}$$

Похожее уравнение было ранее получено в работе [20] для невзаимодействующего ($g = 0$) ансамбля ТО, имеющего разные динамические фазы kL, при нулевой температуре и ненулевом магнитном поле.

В отсутствие магнитного поля $\delta\varphi$ определяется исключительно циркулярным током в ТО:

$$\delta\varphi = -2\pi g J. \tag{19}$$

В пределе $g \to 0$ выражение (18) принимает пертурбативную форму относительно взаимодействия:

$$\langle R_{bs}\rangle_E = \frac{4\pi^2 g^2 r^2 f^2 (1+t^2) J^2}{(1-t^2)^3}. \tag{20}$$

Заменяя в этой формуле $J^2 \to J^2_{\mathrm{rms}}$ (см. (27) ниже), получаем пертурбативный результат, который может быть получен прямым суммированием релевантных диаграмм до второго порядка по g [27]. С другой стороны, как видно из (18), теория возмущений перестает работать уже при достаточно слабом взаимодействии. Действительно, предполагая слабую туннельную связь, $\gamma \ll 1$, мы приходим к следующему выражению:

$$\langle R_{bs}\rangle_E = \frac{\gamma\sin^2(2\beta)\sin^2(\pi g J)}{\gamma^2 + \sin^2(\pi g J)}. \tag{21}$$

Поскольку γ мало, член $\sin^2(\pi g J)$ в знаменателе становится существенным при не слишком больших g. Обсудим этот вопрос подробнее. Выражение (18) с $\delta\varphi$, определенным в (19), дает вероятность рассеяния назад при фиксированных $N_{\mathrm{R,L}}$, усредненную по E в температурном окне. Как мы упоминали выше, $N_{\mathrm{R,L}}$ и, следовательно, J флуктуируют. Энергия этих флуктуаций, так называемая энергия НМ, была впервые получена в теории латтинжеровской жидкости [28, 29]:

$$\begin{aligned}\epsilon_{N_{\mathrm{L}},N_{\mathrm{R}}} = \frac{\Delta}{4K}&\left[(N_{\mathrm{L}} + N_{\mathrm{R}} - 2N_0)^2 + \right.\\ &\left.+ K^2(N_{\mathrm{L}} - N_{\mathrm{R}} - 2\phi)^2\right],\end{aligned} \tag{22}$$

где $K = \sqrt{(1-g)/(1+g)} \approx 1 - g$ – так называемый параметр Латтинжера, а N_0 – среднее значение $N_{\mathrm{R,L}}$. Вероятность флуктуации с заданными числами N_{R} и N_{L} задается термодинамическим фактором Гиббса:

$$f_{N_{\mathrm{L}},N_{\mathrm{R}}} = Z^{-1} e^{-\epsilon_{N_{\mathrm{R}},N_{\mathrm{L}}}/T}, \tag{23}$$

где $Z = \sum_{N_{\mathrm{R}},N_{\mathrm{L}}} e^{-\epsilon_{N_{\mathrm{R}},N_{\mathrm{L}}}/T}$.

Следующий шаг – усреднение формулы (21) по флуктуациям НМ. Поскольку по предположению $g \ll 1$, можно пренебречь g в выражении для энергии НМ. (Учет g в энергии НМ приводит к малым поправкам порядка $g \ll 1$, в то время как мы фокусируемся на поправках $\propto gJ$, которые намного больше, поскольку флуктуации J велики, $J \gg 1$ (см. (27) ниже).) По той же причине можно также пренебречь ϕ в $\epsilon_{N_{\mathrm{R}},N_{\mathrm{L}}}$. Тогда выражение для энергии НМ упрощается:

$$\epsilon_{N_{\mathrm{L}},N_{\mathrm{R}}} \approx \frac{\Delta}{2}\left[(N_{\mathrm{R}} - N_0)^2 + (N_{\mathrm{L}} - N_0)^2\right]. \tag{24}$$

Это уравнение можно легко вывести без использования формализма латтинжеровской жидкости. Для этого мы предполагаем, что ТО слабо связана с краем ТИ и, следовательно, в первом приближении ГКС островка представляют собой замкнутую систему. Тогда можно ввести квантовые уровни на краю ТО, нумеруемые индексом j, с энергией $E_j = \Delta j$ и заселенностями $n_{\mathrm{R},j}$ и $n_{\mathrm{L},j}$, которые могут быть 1 с вероятностью $f_j = f_{\mathrm{F}}(E_j)$ и 0 с вероятностью $1 - f_j$. Затем, выражая $N_{\mathrm{R,L}}$ через $n_{\mathrm{R},j}, n_{\mathrm{L},j}$,

$$N_{\mathrm{R}} = \sum_j n_{\mathrm{R},j}, \quad N_{\mathrm{L}} = \sum_j n_{\mathrm{L},j}, \tag{25}$$

и записывая функцию распределения как $f_{N_{\mathrm{R}},N_{\mathrm{L}}} = \left\langle \delta_{N_{\mathrm{R}},\sum_j n_{\mathrm{R},j}} \delta_{N_{\mathrm{L}},\sum n_{\mathrm{L},j}} \right\rangle$ (здесь $\delta_{N,N'}$ – символ Кронекера, и усреднение проводится по реализациям $n_{\mathrm{R},j}, n_{\mathrm{L},j}$), и используя тождество $\delta_{N,N'} = \int_0^{2\pi} \exp[i\chi(N-N')]d\chi/2\pi$, мы получаем:

$$\begin{aligned} &f_{N_{\mathrm{R}},N_{\mathrm{L}}} = \\ &= \int \frac{d\chi_{\mathrm{R}}}{2\pi}\frac{d\chi_{\mathrm{L}}}{2\pi} \left\langle e^{i\chi_{\mathrm{R}}(\sum_j n_{\mathrm{R},j} - N_{\mathrm{R}}) + i\chi_{\mathrm{L}}(\sum_j n_{\mathrm{L},j} - N_{\mathrm{L}})} \right\rangle = \\ &= \int \frac{d\chi_{\mathrm{R}}}{2\pi}\frac{d\chi_{\mathrm{L}}}{2\pi}\ e^{-i(\chi_{\mathrm{R}}N_{\mathrm{R}} + \chi_{\mathrm{L}}N_{\mathrm{L}})} \times \\ &\times \prod_j \left[\left(1 - f_j + f_j e^{i\chi_{\mathrm{R}}}\right)\left(1 - f_j + f_j e^{i\chi_{\mathrm{L}}}\right)\right]. \end{aligned} \tag{26}$$

Используя разложение $\ln[1 - f_j + f_j e^{i\chi}] \approx i f_j \chi - f_j(1-f_j)\chi^2/2$, справедливое для малых χ, и затем интегрируя по $\chi_{\mathrm{R,L}}$ с использованием свойств $N_0 = \sum_j f_j$, $\sum_j f_j(1-f_j) \approx T/\Delta$, мы получаем (23) с $\epsilon_{N_{\mathrm{R}},N_{\mathrm{L}}}$, заданным в (24). Более строгий вывод функции распределения НМ, предполагающий распределение Ферми–Дирака в резервуарах, соединенных с системой, основан на подходе спектральных детерминантов. Мы приводим соответствующий расчет в дополнительных материалах.

Теперь можно провести усреднение по статическим флуктуациям нулевой моды. Среднее значение тока с функцией распределения НМ равно нулю, но его среднеквадратичная (rms) флуктуация отлична от нуля и, более того, велика:

$$J_{\mathrm{rms}} = \sqrt{\langle J^2 \rangle_{\mathrm{ZM}}} = \sqrt{\sum_{N_{\mathrm{R}},N_{\mathrm{L}}} J^2 f_{N_{\mathrm{L}},N_{\mathrm{R}}}} \approx \sqrt{2T/\Delta} \gg 1, \tag{27}$$

где $\langle \cdots \rangle_{\mathrm{ZM}}$ обозначает усреднение по НМ с функцией (23).

Ток J в (15) действует аналогично флуктуирующему магнитному потоку. Следовательно, лежащая в основе механизма рассеяния назад физическая идея – это выпрямление флуктуаций этого эффективного "магнитного потока". Стоит подчеркнуть, что этот механизм не включает неупругое рассеяние и дефазировку, а использует только термодинамическое усреднение по статическим флуктуациям тока НМ. В следующем разделе мы покажем, что процессы сбоя фазы подавляют деструктивную интерференцию между правыми и левыми распространяющимися волнами и, следовательно, дополнительно усиливают рассеяние назад.

Предполагая $\gamma \ll 1$ и $\gamma \ll g\sqrt{T/\Delta}$, мы получаем после усреднения (21) со статистическим весом (23):

$$\mathcal{R} = \langle R_{bc} \rangle_{E,\mathrm{ZM}} = \sum_{N_{\mathrm{R}},N_{\mathrm{L}}} f_{N_{\mathrm{L}},N_{\mathrm{R}}} \langle R_{bc} \rangle_E \approx \gamma \sin^2(2\beta). \tag{28}$$

Таким образом, мы получаем независящую от температуры скорость рассеяния.

Вышеупомянутое условие $\gamma \ll g\sqrt{T/\Delta}$ заслуживает специального комментария. Переписывая его как $T \gg \Delta\gamma^2/g^2$, мы видим, что оно намного сильнее, чем неравенство (8) для $\gamma \gg g$. Однако мы покажем ниже, что учет динамики НМ приводит к смягчению этого условия, так что неравенство (8) является единственным ограничением, требуемым для T [5)].

IV. Эффект сбоя фазы. Мы предполагали выше, что числа $N_{\mathrm{R,\,L}}$ фиксированы, так что "баня",

[5)] Фактор $\sin^2(2\beta)$ также заслуживает комментария. Рассеяние назад появляется только при $\beta \neq 0$, так что оси квантования спина в ГКС ТИ и ТО должны быть разными. Это подразумевает спин-орбитальное взаимодействие в контактах, которое ответственно за передачу импульса, необходимого электрону для рассеяния назад.

создаваемая электронами, распространяющимися на краю ТО, заморожена. Такое приближение подразумевает отсутствие процессов сбоя фазы. В этом разделе мы покажем, что дефазировка увеличивает рассеяние назад. Мы начнем с обсуждения общего механизма сбоя фазы, характеризуемого темпом Γ_φ, а затем рассмотрим процесс сбоя фазы, вызванный динамикой флуктуаций НМ.

A. Общий механизм сбоя фазы. Мы начнем с разделения выражения для усредненного по энергии коэффициента рассеяния назад на классический и интерференционный вклады:

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}^{\text{cl}} + \mathcal{R}^{\text{int}}. \tag{29}$$

Здесь

$$\mathcal{R}^{\text{cl}} = r^2 f^2 \left\langle \left|\frac{1}{1-te^{i\varphi_{\text{R}}}}\right|^2 + \left|\frac{1}{1-te^{i\varphi_{\text{L}}}}\right|^2 \right\rangle_{E,\text{ZM}} = \frac{2r^2f^2}{1-t^2} \tag{30}$$

– это классический вклад, заданный суммой квадратов амплитуд "правых" и "левых" волн, распространяющихся вдоль ГКС ТО (см. (13)). Этот вклад нечувствителен к флуктуациям НМ и сбою фазы. Вклад, описывающий интерференцию между "правыми" и "левыми" волнами, имеет вид:

$$\mathcal{R}^{\text{int}} = -r^2 f^2 \left\langle \frac{e^{i(\varphi_{\text{R}}-\varphi_{\text{L}})}}{(1-te^{i\varphi_{\text{R}}})(1-te^{-i\varphi_{\text{L}}})} + \text{h.c.} \right\rangle_{E,\text{ZM}} = -r^2 f^2 \sum_{n=1}^{\infty} t^{2(n-1)} \left\langle e^{i\delta\phi\, n}\right\rangle_{\text{ZM}} + \text{h.c.}, \tag{31}$$

где $\delta\phi$ задано выражением (15). Нижняя строка этого уравнения получена путем разложения

$$\frac{1}{(1-te^{i\varphi_{\text{R}}})(1-te^{-i\varphi_{\text{L}}})} = \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} t^{n+m} e^{in\varphi_{\text{R}} - im\varphi_{\text{R}}}$$

и наблюдения, что члены с $m \neq n$ выпадают после усреднения по энергии: $\langle \exp[ikL(n-m)]\rangle_E = 0$.

Суммирование в (31) идет по числу намоток n. Поскольку процесс, включающий n намоток, занимает время nL/v_{F}, мы можем ввести в задачу сбой фазы феноменологически, вставив множитель $\exp[-\Gamma_\varphi nL/v_{\text{F}}]$ в аргумент суммы в (31). Тогда выражение для $\mathcal{R}$ принимает вид:

$$\mathcal{R} = r^2 f^2 \sum_{N_{\text{R}},N_{\text{L}}} f_{N_{\text{R}},N_{\text{L}}} \left[\frac{2}{1-t^2} - \left(\frac{1}{1-t^2+z} + \text{h.c.}\right)\right] = \gamma^2 \sin^2(2\beta) \sum_{N_{\text{L}},N_{\text{R}}} f_{N_{\text{R}},N_{\text{L}}} \left[\frac{1}{\gamma} - \frac{2(2\gamma+z_1)}{(2\gamma+z_1)^2+z_2^2}\right], \tag{32}$$

где z_1 и z_2 – действительная и мнимая части переменной $z = e^{\Gamma_\varphi L/v_{\text{F}} - i\delta\varphi} - 1$. Вводя безразмерную скорость сбоя фазы,

$$\gamma_\varphi = \frac{\pi \Gamma_\varphi}{\Delta},$$

и предполагая, что темп сбоя фазы не слишком высокий, $\gamma_\varphi \ll 1$, мы находим, что для малых $\delta\phi$, таких что $\delta\varphi \lesssim \gamma + \gamma_\varphi \ll 1$, выражение (32) упрощается:

$$\mathcal{R} = \gamma^2 \sin^2(2\beta) \times \sum_{N_{\text{L}},N_{\text{R}}} f_{N_{\text{L}},N_{\text{R}}} \left[\frac{1}{\gamma} - \frac{\gamma_\varphi + \gamma}{(\gamma_\varphi+\gamma)^2 + (\pi g J + 2\pi\phi)^2}\right]. \tag{33}$$

Первый и второй члены в квадратных скобках представляют, соответственно, классический и интерференционный вклады, которые компенсируют друг друга, когда γ_φ, ϕ, и J равны нулю.

Уравнения (32) и (33) представляют центральный результат нашей работы. Как видно, для нулевого магнитного поля ($\phi = 0$) как сбой фазы, так и флуктуации тока подавляют интерференционный член, таким образом разрушая деструктивную интерференцию и приводя к универсальному выражению (28), которое не зависит от температуры и свойств ТО и полностью выражается через матричные элементы матрицы рассеяния. Это тот же результат, что и для статических флуктуаций, но условие на температуру слабее, $T \gg \Delta$, при условии, что $\gamma_\varphi \gg \gamma$. Физика смягчения условия на температуру проясняется при рассмотрении второй строки в выражении (33). Интерференционный член зависит как от J, так и от γ_φ. В отсутствие дефазировки (и для $\phi = 0$) ненулевой $\mathcal{R}$ появляется только при $J \neq 0$. Наоборот, для $\gamma_\varphi \gg \gamma$ второй член мал для любого значения J. Другими словами, быстрый сбой фазы подавляет интерференционный член и, следовательно, разрушает компенсацию классического и квантового вкладов. Принципиально важно, что при интенсивном сбое фазы, $\gamma_\varphi \gg \gamma$, выражение (28) справедливо независимо как от силы туннельной связи, так и от силы электрон-электронного взаимодействия.

B. Сбой фазы, обусловленный динамикой флуктуаций НМ. Мы предполагали выше, что числа $N_{\text{R, L}}$ фиксированы, так что "баня" электронов, распространяющихся на краю ТО, заморожена, т.е. числа $n_{\text{R},j}, n_{\text{L},j}$ и, следовательно, $N_{\text{R,L}}$ фиксированы, в то время как сбой фазы определяется какой-то внешней флуктуирующей баней. На самом деле, числа $N_{\text{R,L}}$ медленно меняются во времени на масштабе $\propto 1/\gamma\Delta$ из-за туннельной связи с краем ТИ,

$$N_{\text{R}}(t) = \sum_j n_{\text{R},j}(t), \quad N_{\text{L}} = \sum_j n_{\text{L},j}(t), \tag{34}$$

что также приводит к сбою фазы и, соответственно, к подавлению интерференционного члена $\mathcal{R}^{\rm int}$. Чтобы рассчитать соответствующий темп сбоя фазы, мы сначала перепишем усреднение по НМ в нижней строке выражения (31) с использованием (26) следующим образом (здесь мы полагаем $\phi = 0$):

$$\left\langle e^{in\delta\varphi}\right\rangle_{\rm ZM} = \sum_{N_{\rm R},N_{\rm L}} f_{N_{\rm R},N_{\rm L}} e^{-igJ(N_{\rm R}-N_{\rm L})\Delta t_n} = \\ = \prod_j \left\langle e^{ign_{{\rm R},j}\Delta t_n}\right\rangle \left\langle e^{-ign_{{\rm L},j}\Delta t_n}\right\rangle, \tag{35}$$

где $t_n = nL/v_{\rm F}$ и средние

$$\left\langle e^{ign_{{\rm R},j}\Delta t_n}\right\rangle = \left\langle e^{-ign_{{\rm L},j}\Delta t_n}\right\rangle^* = \left(1 - f_j + f_j e^{ig\Delta t_n}\right) \tag{36}$$

берутся по реализациям чисел заселенности уровней: $n = 1$ с вероятностью f и $n = 0$ с вероятностью $(1 - f)$. Здесь и далее для простоты мы опускаем индексы R, L, j у $n_{{\rm R},j}$ и $n_{{\rm L},j}$), а также индекс j у f_j.

Поскольку $n(t)$ меняется очень медленно, можно учесть динамику НМ, заменив $\left\langle e^{ign\Delta t_n}\right\rangle \to \to \left\langle e^{ig\int_0^{t_n} dt\, n(t)\Delta}\right\rangle$. Следовательно, задача сводится к динамике заселенности отдельного уровня.

Число заполнения уровня флуктуирует между двумя значениями, 0 и 1. Поэтому временная эволюция этих чисел представляет собой телеграфный шум со скоростями Γf_j и $\Gamma(1 - f_j)$ для рассеяния "внутрь" (скорость заполнения пустого уровня с $n = 0$) и "наружу" (скорость опустошения занятого уровня с $n = 1$) соответственно. Здесь Γ – туннельная скорость, которая связана с туннельной прозрачностью,

$$\Gamma = \frac{\gamma\Delta}{\pi}, \tag{37}$$

и мы учитываем, что функция равновесного распределения f при энергии, равной энергии уровня, одинакова для той же энергии края ТИ.

Фазовый фактор, индуцированный взаимодействием с определенным квантовым уровнем, записывается как [23, 24] (подобный подход использовался для описания дефазировки кубита двухуровневым флуктуатором, см. работы [30–32] и ссылки там):

$$\left\langle \exp\left(ig\Delta\int_0^t d\tau\, n(\tau)\right)\right\rangle = \\ = (1 - f)(P_{00} + P_{01}) + f(P_{10} + P_{11}), \tag{38}$$

где $P_{\alpha\beta}$ $(\alpha, \beta = 0, 1)$ – ожидаемое значение фазового фактора $\exp\left(ig\Delta\int_0^t d\tau\, n(\tau)\right)$ с фиксированными начальной и конечной заселенностями уровня, заданными α и β соответственно. Например, P_{01} описывает процесс, в котором уровень был пуст $(n = 0)$ при $t = 0$ и занят $(n = 1)$ в момент t. Функции $P_{\alpha\beta}$ подчиняются управляющим уравнениям:

$$\begin{aligned}
\frac{dP_{00}}{dt} &= -\Gamma f P_{00} + \Gamma(1 - f)P_{01}, \\
\frac{dP_{10}}{dt} &= -\Gamma f P_{10} + \Gamma(1 - f)P_{11}, \\
\frac{dP_{01}}{dt} &= \left[-\Gamma(1 - f) + 2i\pi g\Delta\right] P_{01} + \Gamma f P_{00}, \\
\frac{dP_{11}}{dt} &= \left[-\Gamma(1 - f) + 2i\pi g\Delta\right] P_{11} + \Gamma f P_{10},
\end{aligned} \tag{39}$$

которые должны быть решены со следующими начальными условиями: $P_{01}(0) = P_{10}(0) = 0$, $P_{00}(0) = = P_{11}(0) = 1$. Решая систему (39) и подставляя результат в (35), мы получаем (см. обсуждение в [23, 24]:

$$\left\langle e^{in\delta\varphi}\right\rangle_{\rm ZM} \approx \exp\left[-\frac{2T}{\Delta}(1 - \cos(g\Delta t))\right] e^{-\Gamma_\varphi t}, \tag{40}$$

где первый экспоненциальный член описывает статические флуктуации:

$$\sum_{N_{\rm R},N_{\rm L}} f_{N_{\rm R},N_{\rm L}} e^{-igJ\Delta t} \approx \exp\left[-\frac{2T}{\Delta}(1 - \cos(g\Delta t))\right], \tag{41}$$

в то время как второй отвечает за сбой фазы с темпом $\Gamma_\varphi = 4\Gamma T/\Delta$. Соответствующий безразмерный темп сбоя фазы задается выражением:

$$\gamma_\varphi = 4\gamma T/\Delta. \tag{42}$$

Следовательно, темп сбоя фазы описанным выше телеграфным шумом намного выше туннельной скорости, $\gamma_\varphi \gg \gamma$, так что интерференционный член $\mathcal{R}^{\rm int}$ подавлен, а скорость рассеяния назад задается выражением (28).

Из-за интенсивного сбоя фазы интерференционный вклад мал, но зависит от магнитного потока, демонстрируя осцилляции Ааронова–Бома с амплитудой, меньшей классического вклада в фактор $\sim\gamma/\gamma_\varphi \sim \Delta/T$. Эти осцилляции показаны на рис. 2. Подобно обычным интерферометрам [23], форма осцилляций зависит от соотношения между γ_φ и g: острые пики, разделенные расстоянием $\delta\phi = g/2$ для $\gamma_\varphi \ll g$ (красная кривая на рис. 2), и гармонические осцилляции с периодом $\delta\phi = 1/2$ для $\gamma_\varphi \gg g$ (синяя кривая на рис. 2).

V. Перенормировка матрицы рассеяния. Как было показано в предыдущих разделах, вероятность рассеяния назад в рамках модели с температурно-независимыми параметрами

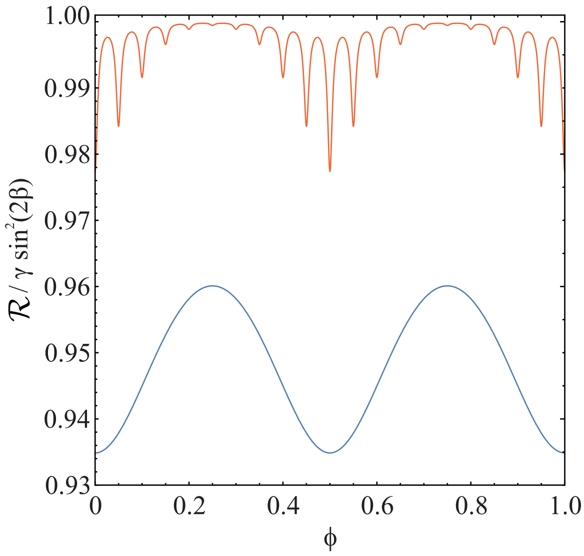

Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимость вероятности рассеяния назад от магнитного потока (33) для $T/\Delta = 3$, $g = 0.1$, γ_φ, заданной (42), и различной туннельной прозрачности: $\gamma = 0.003$ (красная кривая) и $\gamma = 0.07$ (синяя кривая)

S-матрицы не зависит от температуры. На самом деле медленная зависимость от температуры возникает из-за индуцированной взаимодействием перенормировки γ и β [22, 23].

Соответствующие уравнения ренормгруппы (РГ) выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d\gamma}{d\Lambda} &= -g^2\gamma(1-2\gamma)(1-4\gamma+\gamma\sin^2(2\beta)) , \\ \frac{d\beta}{d\Lambda} &= -\tfrac{1}{4}g^2\gamma\sin(4\beta) . \end{aligned} \tag{43}$$

Здесь $\Lambda = \log E_{\rm F}/E$. Эти уравнения описывают РГ поток γ и β в интервале между $E = E_{\rm F}$ и $E = T \ll E_{\rm F}$. Они имеют притягивающую линию стационарных точек $\gamma = 0$ (L1) и две притягивающие стационарные точки: FP2 ($\gamma = 1/2, \beta = 0$) и FP3 ($\gamma = 1/2, \beta = \pi/2$). Три различные устойчивые фазы, соответствующие L1, FP2 и FP3, разделены тремя линиями, пересекающимися в полностью неустойчивой мультикритической точке (см. полную диаграмму РГ-потока в [21]). Окрестности L1, FP2 и FP3, грубо говоря, соответствуют геометриям, показанным на рис. 1 на панелях (a), (b) и (c) соответственно.

Важно отметить, что РГ-поток, предсказываемый системой уравнений (43), является очень медленным, поскольку правая часть этих уравнений пропорциональна g^2. В частности, в случае слабой туннельной связи, $\gamma \ll 1$, показанной на рис. 1a, вероятность рассеяния назад, определяемая последней строкой в (33), подчиняется

$$\frac{d\mathcal{R}}{d\Lambda} = -g^2\mathcal{R}. \tag{44}$$

Решение этого уравнения показывает, что туннельная связь и, следовательно, вероятность рассеяния назад медленно зависят от температуры

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}_0 \left(\frac{T}{E_{\rm F}}\right)^{g^2} , \tag{45}$$

где $\mathcal{R}_0$ – затравочное значение, наблюдаемое при очень высоких температурах, $T \sim E_{\rm F}$.

Обе притягивающие стационарные точки FP2 и FP3 соответствуют "металлическому" контакту, $\gamma \to 1/2$. Для такого контакта основной вклад в $\mathcal{R}$ дают траектории с одной намоткой. Используя (18), находим в окрестности FP2 и FP3: $\mathcal{R} \approx 4(\delta\beta)^2\langle \sin^2(\delta\varphi/2)\rangle_{\rm ZM} \approx 2(\delta\beta)^2$ для высоких T. Здесь $\delta\beta = \beta \ll 1$ для FP2 и $\delta\beta = \pi/2 - \beta \ll 1$ для FP3. Как следует из РГ-уравнений, $(\delta\beta)^2$ демонстрирует скейлинг с тем же критическим показателем g^2, так что выражения (44) и (45) одинаково применимы при достаточно высоких температурах в окрестности L1, FP2 и FP3.

VI. Заключение. В этом Письме мы исследовали механизм рассеяния назад для 2D ТИ, который связан – посредством туннелирования или квазиметаллического контакта – со взаимодействующим островком, расположенным вблизи краевого канала. Такой островок может быть создан искусственно путем формирования полости в объеме ТИ, туннельно связанной с краевыми состояниями (см. рис. 1a). Также островок может появиться, когда граница образца сильно искривлена (см. рис. 1b, c).

Предложенный механизм основан на индуцированной взаимодействием разности фаз между электронными волнами, распространяющимися вокруг края островка по часовой стрелке и против часовой стрелки. Эта разность фаз приводит к появлению рассеяния назад внутри края ТИ в процессах, включающих туннелирование через островок. Она пропорциональна флуктуирующему краевому току J, который циркулирует внутри островка. Статистика и динамика J полностью определяются флуктуациями НМ. Вероятность рассеяния назад является нелинейной функцией от J, так что их выпрямление приводит к обратному рассеянию, которое дополнительно усиливается за счет сбоя фазы флуктуациями НМ.

Важно отметить, что предложенный механизм не включает неупругое рассеяние и, как следствие, темп рассеяния назад не зависит от температуры (за исключением слабой перенормировки амплитуд туннелирования, которая приводит лишь к очень слабой температурной зависимости) при достаточно высоких температурах. Для слабой туннельной связи темп рассеяния назад насыщается на не зависящем от температуры уровне, пропорциональном туннельной прозрачности,

$$\mathcal{R} \propto \gamma, \tag{46}$$

при условии, что температура превышает расстояние между уровнями в островке: $T \gg \Delta$.

Мы рассмотрели здесь простейшую модель баллистического ТО. Простые оценки показывают, что аналогичное не зависящее от температуры (или показывающее очень слабую логарифмическую температурную зависимость) рассеяние назад должно наблюдаться в диффузном островке, туннельно-связанном с краем ТИ [27]. Такое не зависящее от температуры подавление проводимости хорошо согласуется с недавними экспериментальными измерениями краевой проводимости относительно длинных образцов (≥ 3 мкм) квантовой ямы на основе HgTe [7].

Хотя у нас нет достаточной информации о наличии и свойствах островков в образцах, использованных в [7], можно ожидать, что их размер сопоставим с размером краевого состояния ТИ. Для таких островков расстояние между уровнями энергий достаточно мало, $\Delta \lesssim 1$ К. Следовательно, экспериментальное наблюдение не зависящего от температуры краевого сопротивления для температур в интервале $1\,\text{К} < T < 10\,\text{К}$ (см. вставка на рис. 1a в [7]) находится в хорошем качественном согласии с нашей теорией.

Мы благодарим И. В. Горного и В. С. Храпая за полезные обсуждения.

Финансирование работы. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант # 25-12-00212), https://rscf.ru/en/project/25-12-00212/.

Работа Р. А. Ниязова также частично поддержана Фондом развития теоретической физики и математики "БАЗИС".

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

---

1. B. A. Bernevig and S.-C. Zhang, Phys. Rev. Lett. **96**, 106802 (2006).
2. B. A. Bernevig, T. L. Hughes, and S.-C. Zhang, Science **314**, 1757 (2006).
3. C. L. Kane and E. J. Mele, Phys. Rev. Lett. **95**, 146802 (2005).
4. M. König, S. Wiedmann, C. Brüne, A. Roth, H. Buhmann, L.W. Molenkamp, X.-L. Qi, and S.-C. Zhang, Science **318**, 766 (2007).
5. M. König, M. Baenninger, A. G. F. Garcia, N. Harjee, B. L. Pruitt, C. Ames, P. Leubner, C. Brüne, H. Buhmann, L.W. Molenkamp, and D. Goldhaber-Gordon, Phys. Rev. X **3**, 021003 (2013).
6. G. Gusev, Z. Kvon, E. Olshanetsky, and N. Mikhailov, Solid State Commun. **302**, 113701 (2019).
7. E. Olshanetsky, Z. Kvon, G. Gusev, and N. Mikhailov, Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures **147**, 115605 (2023).
8. Y. Tanaka, A. Furusaki, and K. A. Matveev, Phys. Rev. Lett. **106**, 236402 (2011).
9. J. Maciejko, C. Liu, Y. Oreg, X.-L. Qi, C. Wu, and S.-C. Zhang, Phys. Rev. Lett. **102**, 256803 (2009).
10. V. Cheianov and L. I. Glazman, Phys. Rev. Lett. **110**, 206803 (2013).
11. M. V. Durnev and S. A. Tarasenko, Phys. Rev. B **93**, 075434 (2016).
12. P. D. Kurilovich, V. D. Kurilovich, I. S. Burmistrov, Y. Gefen, and M. Goldstein, Phys. Rev. Lett. **123**, 056803 (2019).
13. T. L. Schmidt, S. Rachel, F. von Oppen, and L. I. Glazman, Phys. Rev. Lett. **108**, 156402 (2012).
14. J. I. Vayrynen, M. Goldstein, and L. I. Glazman, Phys. Rev. Lett. **110**, 216402 (2013).
15. J. I. Väyrynen, M. Goldstein, Y. Gefen, and L. I. Glazman, Phys. Rev. B **90**, 115309 (2014).
16. V. A. Sablikov, Phys. Rev. B **102**, 075434 (2020).
17. P. P. Aseev and K. E. Nagaev, Phys. Rev. B **94**, 045425 (2016).
18. H. Maier, J. Ziegler, R. Fischer, D. Kozlov, Z. D. Kvon, N. Mikhailov, S. A. Dvoretsky, and D. Weiss, Nature Commun. **8**, 2023 (2017).
19. J. Ziegler, *Quantum transport in HgTe topological insulator nanostructures*, Ph. D. thesis, University of Regensburg, Regensburg (2019).
20. P. Delplace, J. Li, and M. Büttiker, Phys. Rev. Lett. **109**, 246803 (2012).
21. R. A. Niyazov, D. N. Aristov, and V. Y. Kachorovskii, Phys. Rev. B **108**, 075424 (2023).
22. J. C. Y. Teo and C. L. Kane, Phys. Rev. B **79**, 235321 (2009).
23. A. P. Dmitriev, I. V. Gornyi, V. Y. Kachorovskii, and D. G. Polyakov, Phys. Rev. Lett. **105**, 036402 (2010).
24. A. P. Dmitriev, I. V. Gornyi, V. Y. Kachorovskii, D. G. Polyakov, and P. M. Shmakov, JETP Lett. **100**, 839 (2015).
25. A. P. Dmitriev, I. V. Gornyi, V. Y. Kachorovskii, and D. G. Polyakov, Phys. Rev. B **96**, 115417 (2017).
26. T. Giamarchi, *Quantum Physics in One Dimension*, The international series of monographs on physics, Oxford University Press, Clarendon (2004), v. 121.

27. R. A. Niyazov, I. V. Krainov, D. N. Aristov, and V. Y. Kachorovskii, *A mechanism of strong backscattering in helical edge states*, the paper is being prepared for publication.
28. F. D. M. Haldane, J. Phys. C Solid State Phys. **14**, 2585 (1981).
29. D. Loss, Phys. Rev. Lett. **69**, 343 (1992).
30. Y. M. Galperin, B. L. Altshuler, J. Bergli, and D. V. Shantsev, Phys. Rev. Lett. **96**, 097009 (2006).
31. J. Schriefl, Y. Makhlin, A. Shnirman, and G. Schön, New J. Phys. **8**, 1 (2006).
32. C. Neuenhahn, B. Kubala, B. Abel, and F. Marquardt, Phys. Status Solidi B **246**, 1018 (2009).
33. D. N. Aristov and R. A. Niyazov, Phys. Rev. B **94**, 035429 (2016).