Письма в ЖЭТФ, том 122, вып. 9, с. 534 – 537

Об уточнении теории первичной рекомбинации и проблеме напряжения Хаббла

А. В. Шепелев[1)]

Российский государственный университет нефти и газа имени И. М. Губкина, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 24 апреля 2025 г.
После переработки 16 сентября 2025 г.
Принята к публикации 25 сентября 2025 г.

Значения постоянной Хаббла, полученные по данным ранней и поздней Вселенной, различаются на 10 %, что составляет порядка пяти стандартных отклонений. Данные, полученные коллаборацией DESI, могут помочь решить эту проблему. Эти данные очень хорошо согласуются с полученным ранее уточнением стандартной теории рекомбинации, и значением постоянной Хаббла $H_0 = 73.5$ км/с/Мпк по измерениям в поздней Вселенной.

DOI: 10.31857/S0370274X25110032

1. Введение. Напряжение Хаббла является интригующей проблемой астрофизики в последнее десятилетие. Использование имеющейся на сегодня модели рекомбинации первичной плазмы приводит к низкой оценке постоянной Хаббла. Прямые измерения, проводимые в поздней Вселенной, дают более высокие оценки. Каждый тип исследований демонстрирует надежную точность и относительно малый уровень погрешности, но различие результатов измерений, полученных при разных подходах, составляет около пяти стандартных отклонений. Обзор последних результатов измерений и предложенных решений проблемы приведен в [1]. Согласно измерениям постоянной Хаббла, базирующихся на данных по барионным акустическим осцилляциям (БАО) и реликтовому излучению (космическому микроволновому фону), среднее значение постоянной Хаббла можно принять равным $H_0 = 68.0$ км/с/Мпк. Согласно [2–4], ее среднее значение составляет приблизительно 73.5 км/с/Мпк. Последние данные DESI [5] дают возможность прояснить вопрос о предпочтительном значении постоянной Хаббла, если принять во внимание уточнение теории первичной рекомбинации.

2. Скорость рекомбинации. Интерпретация объективных данных, основанных на представлениях о ранней Вселенной, в значительной степени опирается на стандартную теорию рекомбинации (СТР) и зависит от точности, с которой определяется скорость рекомбинации[2)]. Одним из важнейших предсказаний СТР является величина красного смещения последнего рассеяния z_* и вытекающее отсюда согласно ΛCDM-модели значение звукового горизонта эпохи рекомбинации r_*:

$$r_* = \int_{z_*}^{\infty} \frac{c_s}{H_0\sqrt{\Omega_{r\nu}(1+z)^4+\Omega_m(1+z)^3+1-\Omega_{r\nu}-\Omega_m}}dz, \tag{1}$$

где c_s – скорость звука.

Согласно СТР, скорость рекомбинации медленнее, чем следует из закона Саха, определяющего степень ионизации плазмы в зависимости от температуры при термодинамическом равновесии. СТР объясняет это медленным расселением $2p$-состояния водорода из-за высокой спектральной плотности энергии резонансного Ly_α-излучения, возникающего при рекомбинации. Ly_α-излучение, возникающее при переходе атома водорода из возбужденного $2p$-состояния в основное $1s$-состояние, немедленно поглощается другими атомами в $1s$-состоянии, переводя их в $2p$-состояние. Это приводит к перенаселению атомов

[1)]e-mail: shepelev@rambler.ru

[2)]При определении космологических параметров на основе результатов эксперимента Planck [6] авторы прямо указывают: “Поскольку результаты анализа параметров Planck в решающей степени зависят от точности истории рекомбинации, мы также проверили, следуя Lewis et al. (2006), что нет никаких веских доказательств простых отклонений от предполагаемой истории. Однако мы отмечаем, что любое отклонение от предполагаемой истории может значительно сместить параметры по сравнению с представленными здесь результатами, и мы не проводили подробный анализ чувствительности”.

в $2p$-состояниях, которые затем легко ионизируются равновесным планковским фоновым излучением. В результате скорость образования атомов оказывается низкой, так как согласно СТР спектральная плотность энергии Ly_α-излучения велика и многократно превышает спектральную плотность энергии планковского фона на Ly_α-частоте [7]. СТР объясняет высокую спектральную плотность энергии Ly_α-излучения накоплением Ly_α-фотонов из-за их медленного выхода из частотной полосы взаимодействия $\Delta\nu$ вследствие "покраснения" в результате хаббловского сдвига частоты [8]. Изменение красного смещения, соответствующее этому времени выхода из взаимодействия, составляет

$$\Delta z_H = z\frac{\Delta\nu}{\nu} \approx 4\cdot 10^{-2}. \qquad (2)$$

Таким образом, согласно СТР в первичной плазме при рекомбинации присутствуют собственно электрон-протонная плазма, атомы водорода, находящиеся с ними в состоянии практически полного термодинамического равновесия [9], излучение с планковским спектром, и узкополосное "надпланковское" Ly_α-излучение; в результате температура излучения на Ly_α-частоте T_L превышает температуру остальных компонентов.

Очевидно, термодинамика диктует неизбежность процесса выравнивания всех температур, но СТР игнорирует этот процесс для "надпланковского" Ly_α-излучения.

Установление скорости этого процесса является задачей кинетики и сводится к рассмотрению возбуждения кинетических степеней свободы атомов водорода. Атом в поле изотропного фонового излучения подвергается действию случайной силы за счет передачи ему импульса поглощенного фотона. Затем атом возвращается в исходное состояние, повторно испуская фотон в случайном направлении. Средний импульс атома остается равным нулю при усреднении по ансамблю. Однако средний квадрат импульса отличен от нуля и изменяется. Расчет удобно проводить, переходя в систему отсчета, связанную с атомом, движущимся со скоростью V. В данной системе излучение не является изотропным, и атом получает импульс в направлении, противоположном направлению движения. Это взаимодействие можно рассматривать как релятивистский эффект. Проведенный в [10] расчет дает уравнение для скорости изменения абсолютной величины импульса P:

$$\frac{dP}{dt} = -V\frac{g_2}{g_1}\frac{c}{8\pi\nu^2}A\rho = -Vm\xi, \qquad (3)$$

которое для скорости атома принимает вид

$$\frac{dV}{dt} = -\xi V. \qquad (4)$$

Здесь g_1 и g_2 – статистические веса соответствующих состояний, $A = 4.67\cdot 10^8\,\text{с}^{-1}$ – коэффициент Эйнштейна для перехода $2p$–$1s$, ρ – спектральная плотность энергии Ly_α-излучения, m – масса атома. Сами по себе эти дифференциальные уравнения приводят к абсурдному результату: $V, P \to 0$ при $t\to\infty$; это означает, что скорость любого атома, а значит, и температура газа, находящегося во взаимодействии с излучением с произвольной температурой, со временем станет равной нулю. Причина в том, что уравнения (3), (4) отвечают модели сплошной среды, тогда как в действительности взаимодействие атомов с излучением имеет ярко выраженный дискретный характер. Поэтому процесс не может быть адекватно описан стандартным дифференциальным уравнением (4), которое поэтому заменяется стохастическим дифференциальным уравнением, учитывающим дискретность, в данном случае уравнением Ланжевена

$$\frac{dV}{dt} = -\xi V + f(t), \qquad (5)$$

которое давно и успешно используется для количественного анализа дискретных случайных процессов [11]. Параметр ξ в этом уравнении представляет собой усредненное значение параметра ξ из уравнения (4) за интервал времени, много больший длительности акта взаимодействия излучения с атомом (времени жизни $2p$-состояния, ≈ 2 нс), но малый по сравнению с характерным временем изменения скорости атома ($\sim 10^6$ с [10]); так как функция выбирается удовлетворяющей условию $\langle f(t)\rangle = 0$, параметры ξ из уравнений (4) и (5) совпадают. Случайная функция $f(t)$ получила название ланжевеновского источника. (Нужно отметить, что рассматриваемое взаимодействие атомов водорода с излучением во многом схоже со взаимодействием броуновской частицы с молекулами жидкости [10]). Разделение на вязкую (стоксовскую) силу и ланжевеновский источник является оправданным, если выполняется следующее условие на время корреляции: время Δt, при котором $\langle f(t)f(t+\Delta t)\rangle \ll \langle f(t)f(t)\rangle$, много меньше, чем ξ^{-1}. Очевидно, Δt порядка времени жизни $2p$-состояния, а величина ξ^{-1}, как видно из дальнейшего, на много порядков больше. Процесс является марковским.

Решение уравнения Ланжевена (5) хорошо известно, приведено, например, в [11, 12], и позволяет определить динамику величин, усредненных по ансамблю. В данном случае это уравнение приводит к зависимости среднего квадрата скорости атома от времени [10]:

$$V^2 = V_0^2 e^{-2\xi t} + \frac{3kT_L}{m}(1 - e^{-2\xi t}), \tag{6}$$

и дает зависимость от времени кинетической (тепловой) энергии атомов водорода в единице объема [10]:

$$W(t) = \frac{3}{2} n k_B \Delta T \left(1 - e^{-\frac{t}{t_r}}\right), \tag{7}$$

где

$$t_r = \left(\frac{g_2}{g_1}\frac{cA\rho}{4\pi m\nu^2}\right)^{-1},$$

ΔT – разность температур атомов и излучения на Ly_α-частоте, t_r – характерное время, n – концентрация атомов.

В силу требования баланса энергии, получаемая атомами кинетическая энергия равна такому же уменьшению энергии излучения, что проявляется в уменьшении частоты Ly_α-излучения, в результате чего Ly_α-фотоны выходят из допплеровской полосы. Отсюда следует верхняя оценка времени, в течение которого за счет обмена импульсами фотонов с атомами температура Ly_α-излучения уменьшается вдвое [10]:

$$\Delta t = \frac{128\pi}{3} \ln 2 \frac{g_1}{g_2} \frac{T_P}{\Delta T} \frac{\tau}{\lambda^3 n}. \tag{8}$$

Здесь $\tau_{2p} = 2.14 \cdot 10^{-9}$ с – время жизни возбужденного $2p$-состояния, $\lambda = 0.1216 \cdot 10^{-6}$ м – длина волны Ly_α-излучения. Отношение $\frac{T_P}{\Delta T}$ зависит от z и составляет порядка 5–7 [10].

Соответствующее этому времени изменение красного смещения составляет $\Delta z_L \approx 3 \cdot 10^{-4}$ (использовались приведенные в [7, 8, 13] данные по Ly_α-излучению), тогда как согласно (2), $\Delta z_H \approx 4 \cdot 10^{-2}$. Кроме того, спектральная плотность энергии Ly_α-излучения на этой длине волны уменьшается еще в несколько раз быстрее, чем его температура [14].

Таким образом, обмен импульсами между атомами и Ly_α-излучением выводит это излучение из взаимодействия более, чем на два порядка быстрее, чем хаббловское смещение. Соответственно возрастает скорость рекомбинации за счет $2p$–$1s$ перехода, так как вероятность этого процесса (согласно уточненной трехуровневой модели рекомбинации) пропорциональна скорости выхода Ly_α-излучения из взаимодействия с атомами. Поэтому влияние этого излучения на скорость рекомбинации нельзя считать существенным, и можно полагать, что скорость рекомбинации достаточно точно соответствует закону Саха.

3. Красное смещение последнего рассеяния и звуковой горизонт эпохи рекомбинации. Чем выше скорость рекомбинации, тем больше значение красного смещения z_*, соответствующее концу рекомбинации, и, согласно (1), тем меньше значение акустического горизонта. Значение z_* определяется как максимум функции видности [15]:

$$g(z) = \frac{g\tau(z)}{dz} \cdot \exp(-\tau(z)), \tag{9}$$

представляющей собой вероятность последнего рассеяния как функцию красного смещения z. Здесь

$$\tau(z) = \tag{10}$$

$$= \int_0^z \frac{\sigma_T c n_e}{(1+z) H_0 \sqrt{\Omega_{r\nu}(1+z)^4 + \Omega_m (1+z)^3 + 1 - \Omega_{r\nu} - \Omega_m}} dz$$

– оптическая толщина, σ_T – сечение томсоновского рассеяния, n_e – концентрация электронов. Полагая, что концентрация электронов хорошо описывается уравнением Саха, численное решение дает значение красного смещения последнего рассеяния $z_{*1} \simeq 1279$ [16], тогда как, согласно СТР, эта величина составляет $z_* \simeq 1089$. По результатам [5], $\Omega_m = 0.295$, $\Omega_{r\nu} = 1.2 \cdot 10^{-4}$, и, в соответствии с (1), отношение величин звуковых горизонтов эпохи рекомбинации $\frac{r_{*1}}{r_*}$ для $z_{*1} \simeq 1279$ и $z_* \simeq 1089$ составляет

$$\frac{r_{*1}}{r_*} \approx \frac{\sqrt{\frac{\Omega_m}{z_{*1}} + \Omega_{r\nu}}}{\sqrt{\frac{\Omega_m}{z_*} + \Omega_{r\nu}}} = 0.947. \tag{11}$$

4. Данные DESI и проблема напряжения Хаббла. Размер барионных акустических осцилляций (БАО) пропорционален величине r_*: $r_d = 1.02 r_*$ с практически одинаковым коэффициентом пропорциональности между r_d и r_* для всех моделей рекомбинации [17]. Небольшое различие объясняется необходимостью дополнительного времени для прекращения торможения барионов излучением. Согласно СТР, величина r_d составляет $r_d = 147.09$ Мпк [5]. Таким образом, согласно (11),

$$r_{d1} = 0.947 r_d = 139.3\,\text{Мпк}$$

при величине красного смещения последнего рассеяния $z_{*1} \simeq 1279$. Произведение этой величины на значение постоянной Хаббла 73.5 км/с/Мпк, полученное по результатам согласованных измерений в поздней Вселенной [4], составляет

$$r_{d1} \cdot h_0 = 139.3 \cdot 0.735 = 102.4 \pm 1.5\,\text{Мпк}.$$

Последние опубликованные результаты непосредственного измерения величины этого произведения, полученные коллаборацией DESI [5], дают для него значение

$$r_{d1} \cdot h_0 = 101.8 \pm 1.3\,\text{Мпк}.$$

Это очень хорошее совпадение является важным аргументом, подтверждающим значение постоянной Хаббла, близкое к 73.5 км/с/Мпк, и можно с большой долей уверенности считать, что проблема напряжения Хаббла разрешается на основании уточнения теории первичной рекомбинации. Для этого требуется применить аппарат статистических дифференциальных уравнений наряду с обычными дифференциальными. Можно ожидать, что уточнение теории первичной рекомбинации приведет и к уточнению рода космологических параметров, установленных по результатам эксперимента Planck.

Автор благодарен участникам теоретического семинара ИЯИ РАН за полезное обсуждение.

Финансирование работы. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

Конфликт интересов. Автор данной работы заявляет, что у него нет конфликта интересов.

1. E. Di Valentino, O. Mena, S. Pan, L. Visinelli, W. Yang, A. Melchiorri, D. F. Mota, A. G. Riess, and J. Silk, Class. Quant. Grav. **38**(15), 153001 (2021).
2. A. G. Riess, W. Yuan, M. Macri et al. (Collaboration), Astrophys. J. Lett. **934** (1), L7 (2022).
3. T. de Jaeger, L. Galbany, A. G. Riess, B. E. Stahl, B. J. Shappee, A. V. Filippenko, and W. Zheng, Mon. Not. R. Astron. Soc. **514**(3), 4620 (2022).
4. D. Brout, D. Scolnic, B. Popovoc et al. (Collaboration), Astrophys. J. **938**(2), 110 (2022).
5. A. G. Adame, J. Aguilar, S. Ahlen et al. (Collaboration), DESI 2024 VI; arxiv:2404.03002 (2024).
6. RA. R. Ade, N. Aghanim, C. Armitage-Caplan et al. (Collaboration), A&A **571**, A16 (2014).
7. J. Chluba and R. A. Sunyaev, A&A **475**, 109 (2007).
8. V. G. Kurt and N. N. Shakhvorostova, Phys.-Uspekhi **57**(4), 389 (2014).
9. S. Seager, D. D. Sasselov, and D. Scott, ApJS**128**, 407 (2000).
10. A. Shepelev, Mon. Not. R. Astron. Soc. **486**, 2165 (2019).
11. W. T. Coffey, Yu. P. Kalmykov, J. T. Waldron, *The Langevin Equation: With Applications to Stochastic Problems in Physics, Chemistry and Electrical Engineering*, World Scientific Publishing Co., Singapore (2004).
12. R. Balescu, *Equilibrium and Nonequilibrium Statistical Mechanics*, A Wiley-Intersciense Publication John Wiley and Sons, N.Y. (1975).
13. J. A. Rubino-Martin, J. Chluba, and R. A. Sunyaev, Mon. Not. R. Astron. Soc. **371**, 1939 (2006).
14. A. Shepelev, J. Astrophys. Astron. **43**(2), 0055 (2022).
15. N. Padmanabhan and D. P. Finkbeiner, Phys. Rev. D **72**, 023508 (2005).
16. A. Shepelev, Univ. J. Phys. Appl. **18**(1), 1 (2024).
17. K. Jedamzik, L. Pogosian, and G. B. Zhao, Commun. Phys. **4**, 123 (2021).