Письма в ЖЭТФ, том 122, вып. 9, с. 545 – 553

Релаксация одиночного атома в поле широкополосного сжатого света

А. И. Трубилко[+1)], *А. М. Башаров*[*1)]

[+] *Санкт-Петербургский университет государственной противопожарной службы МЧС России, 196105 С.-Петербург, Россия*

[*] *Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", 123182 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 1 сентября 2025 г.
После переработки 16 сентября 2025 г.
Принята к публикации 23 сентября 2025 г.

Излучение квантовой частицы в термостатном электромагнитном поле с ненулевой плотностью фотонов рассмотрено в условиях, когда значительно штарковское взаимодействие частицы и поля. Установлены новые фундаментальные эффекты – подавление излучения штарковским взаимодействием в интенсивном широкополосном поле, дополнительный "распадный" сдвиг энергии распадающегося уровня, не связанный с лэмбовским и штарковскими сдвигами уровней. Новый эффект подавления излучения является дополнительным к эффекту подавления релаксации поляризации квантовой частицы в сжатом поле, обнаруженному ранее Гардинером. Новый эффект может проявляться независимо от установленного Гардинером.

DOI: 10.31857/S0370274X25110059

1. Введение. 40 лет назад Гардинер [1] рассмотрел задачу о релаксации одиночного атома с помощью квантовых стохастических дифференциальных уравнений (КСДУ) [2], управляемых квантовыми винеровскими процессами – порождающим и уничтожающим с произвольной плотностью числа фотонов. Математики Хадсон и Партасарати [3] независимо дали строгое обоснование таким понятиям КСДУ, как порождающий, уничтожающий и считающий процессы, их дифференциалам Ито и алгебре дифференциалов Ито в случае нулевой плотности числа фотонов. Здесь порождающий и уничтожающий процессы представляли винеровские процессы с нулевой плотностью фотонов. С практической точки зрения КСДУ стали важным инструментом исследования открытых квантовых систем и получения кинетических уравнений для матриц плотности открытых систем и/или их подсистем [4–7] наряду с другими общими подходами [8–12].

В контексте обсуждения нового КСДУ, полученного в нашей статье в экспоненциальной форме, будем говорить о КСДУ Гардинера и Коллетт как о КСДУ винеровского типа. О КСДУ Хадсона и Партасарати говорим как о КСДУ невинеровского типа. Каждый тип КСДУ ассоциирован с алгеброй дифференциалов Ито основных учтенных квантовых случайных процессов: КСДУ винеровского типа определяется алгеброй, которую называем алгеброй Гардинера–Коллет, КСДУ невинеровского типа Хадсона и Партасарати определяется алгеброй Хадсона–Партасарати. Новое КСДУ определяется алгеброй дифференциалов Ито двухквантовых процессов Леви.

В работе [1] предсказано подавление релаксации одной из квадратурных компонент поляризации атома при резонансном взаимодействии с интенсивным электромагнитным полем в сжатом состоянии. При этом показано, что скорость релаксации другой квадратурной компоненты поляризации атома увеличивается. Таким образом, в сжатом поле происходит деление квадратурных компонент поляризации атома на медленно и быстро затухающие по сравнению с обычным спонтанным распадом атома. При этом было использовано КСДУ, управляемое только квантовыми винеровскими процессами. В дальнейшем этот эффект не только неоднократно теоретически исследовался [13–18], но и предпринимались многочисленные попытки его экспериментального подтверждения. Этому способствовал прогресс в спектроскопии одиночного атома [19] и успехи в создании мощных источников сжатого света [20, 21]. Тем не менее, на атомах и молекулах эффект не наблюдался. Однако в случае сверхпроводящих квантово-когерентных структур (искусственных кубитов [22]) эффект неоднократно подтвержден в микроволновом сжатом поле [23, 24]. Было проде-

[1)] e-mail: trubilko.andrey@gmail.com; basharov@gmail.com

монстрировано двухкратное уменьшение времени релаксации одной из поперечных компонент поляризации одиночного кубита [23]. Отметим также и экспериментальное наблюдение в аналогичной постановке изменения структуры компонент известного триплета Апанасевича–Моллоу в резонансной флуоресценции уединенного искусственного кубита при совместном действии на него сильной резонансной переходу когерентной волны и широкополосного сжатого света [24]. В контексте нашего исследования подчеркнем, что в работах [1, 13–18] отсутствовал учет следующих порядков малости в разложении эффективного оператора взаимодействия атома с сжатым полем.

В данной статье эффект подавления релаксации одной из квадратурных компонент поляризации атома исследован методом КСДУ со следующими отличиями от [1, 13–18]: 1. Учтен следующий порядок малости в разложении эффективного оператора взаимодействия атома со сжатым полем. 2. Использовано КСДУ, управляемое как квантовыми винеровскими процессами, так и двухквантовыми процессами Леви, в том числе и квантовым считающим процессом. При этом геометрия задачи и связанный с ней исходный оператор взаимодействия атома и квантованного электромагнитного поля такая же, как и в работе [1].

Установлено: 1. Второй порядок малости в разложении эффективного оператора взаимодействия атома со сжатым полем имеет другие алгебраические свойства и, как следствие, в КСДУ и кинетическом уравнении "встраивается" в слагаемые, определяемые первым порядком малости. Поэтому, при сохранении иерархии малости, второй порядок малости влияет на картину динамики, определяемой первым порядком; 2. Роль слагаемого второго порядка малости определяется, главным образом, интенсивностью света, а не фактом его сжатия; 3. Картина релаксации одиночного атома отлична от предсказаний работ [1, 13–17] – в зависимости от параметров оператора второго порядка малости по взаимодействию с сжатым полем и интенсивности сжатого поля, релаксация обеих квадратурных компонент поляризации атома может быть одновременно подавлена, хотя, по-прежнему, квадратурные компоненты поляризации атома затухают по-разному, если воздействующее поле находится в сжатом состоянии. Эти факты также не противоречат экспериментам [23, 24]. 4. При произвольных параметрах оператора второго порядка малости по взаимодействию со сжатым полем нет простого деления [1, 13–17] квадратурных компонент поляризации атома на медленно и быстро затухающую по сравнению с временем спонтанного излучения атома.

Таким образом, в поле сжатого света существуют два механизма подавления релаксации одиночного атома. Один из них описан в работе Гардинера [1], учитывающий только первый порядок взаимодействия по полю, и реализуется только, если поле сжато. Другой механизм представлен в данной работе и обусловлен значительной интенсивностью воздействующего широкополосного электромагнитного поля, находящегося в термостатном состоянии, и учетом второго порядка взаимодействия по полю. В определенном в статье смысле новый механизм подавления релаксации схож с невинеровскими процессами подавления релаксации вакуумным полем с нулевой плотностью числа фотонов, введенными в работах [25, 26], только в случае ненулевой плотности фотонов и значительного штарковского взаимодействия. В работах [25, 26] роль штарковского взаимодействия усиливалась числом атомов в ансамбле одинаковых атомов. В отличие от работ [25, 26] в предложенном механизме важна лишь плотность фотонов широкополосного квантованного поля, которая в [25, 26] строго равна нулю.

2. Представление оператора взаимодействия одиночной частицы квантовыми случайными процессами. Модель взаимодействия одиночного атома и квантованного широкополосного электромагнитного поля описана в [1], а также в [25]. В [26] рассмотрен локализованный ансамбль из большого числа одинаковых атомов, но в общих формулах возможен переход к случаю одного атома. Будем следовать работам [25, 26], подчеркивая то новое, что предложено в данной работе.

Предполагаем, что атом находится в поле мощного резонансного широкополосного квантованного электромагнитного поля. Резонансность означает, что центральная частота поля совпадает с частотой некоторого заселенного оптически разрешенного перехода в атоме $E_2 \to E_1$. Величины E_n обозначают энергии атомных уровней, $(E_2 - E_1)/\hbar = \Omega$ – частота резонансного перехода. Широкополосность означает, что эффективная ширина спектра квантованного электромагнитного поля значительно превышает однородную ширину линии резонансного перехода.

Бозонные операторы $b^{\dagger}_{\omega}$ и b_{ω} рождения и уничтожения фотона частоты ω электромагнитного поля дельта-коррелированы, поскольку на временах, порядка времен излучения атома, поля считаем стационарными полями. В приближении Найквиста (постоянство спектра в рассматриваемой области) имеем средние значения [4]:

$$\langle b^\dagger_\omega b_{\omega'}\rangle = n(\omega)\delta_{\omega,\omega'}, \langle b_\omega b^\dagger_{\omega'}\rangle = (1+n(\omega))\delta_{\omega,\omega'}, \quad (1)$$
$$\langle b_\omega b_{\omega'}\rangle = m(\omega)\delta_{2\Omega,\omega+\omega'}, \langle b^\dagger_\omega b^\dagger_{\omega'}\rangle = m^*(\omega)\delta_{2\Omega,\omega+\omega'}$$
$$\langle b^\dagger_\omega\rangle = \langle b_\omega\rangle = 0,$$

причем $n(\omega)$ и $m(\omega)$ считаем примерно постоянными в спектральной области вблизи Ω (в дальнейшем – рассматриваемый спектральный диапазон). Здесь использован дельта-символ Кронекера, чтобы $n(\omega)$ и $m(\omega)$ считать безразмерными.

В отличие от работ [1, 13–18, 25, 26] считаем, что операторы $b^\dagger_\omega$ и b_ω (и поле) получены преобразованием Боголюбова некоторых исходных бозонных операторов $a^\dagger_\omega$ и a_ω, а также $a^\dagger_{\omega'}$ и $a_{\omega'}$, следующими соотношениями:

$$b_\omega = ua_\omega + va^\dagger_{2\Omega-\omega}, b^\dagger_\omega = u^*a^\dagger_\omega + v^*a_{2\Omega-\omega}. \qquad (2)$$

Считаем $u(\omega)$ и $v(\omega)$ константами в рассматриваемом спектральном диапазоне, однако при дальнейшем вычислении параметров штарковского сдвига квантовых уровней учитываем их конечные ширины их эффективного спектрального диапазона (формула (14), выражение для $p_\pm$).

Чтобы сохранялись коммутационные соотношения, необходимо выполнение условия

$$|u|^2 - |v|^2 = 1,$$

так что считаем $u = \operatorname{ch} r$, $v = e^{i\phi}\operatorname{sh} r$, где r и ϕ – характеристики поля. При этом, наряду с (1) имеем

$$\langle a_\omega a^\dagger_{\omega'}\rangle = \delta_{\omega,\omega'},\ \langle a^\dagger_\omega a_{\omega'}\rangle = \langle a^\dagger_\omega\rangle = \langle a_\omega\rangle = 0,$$
$$n = \operatorname{sh}^2 r, \quad m = e^{i\phi}\operatorname{ch} r\operatorname{sh} r. \qquad (3)$$

Таким образом, и поле, и вводимый преобразованием Боголюбова (2) набор операторов a_ω и $a^\dagger_\omega$, отвечают вакуумному широкополосному полю с нулевой плотностью фотонов. Это позволяет в задаче о релаксации атома в сжатом поле использовать подход [25, 26]. Отметим, что преобразование Боголюбова в теории открытых систем часто применяется, см., например, [27–30]. При этом общим основанием для применения преобразования Боголюбова могут служить идеи термополевой динамики [31]. В нашем случае можно прибегнуть к описанию генерации сжатого поля вырожденным параметрическим генератором, как это продемонстрировано в задаче о триггерном сверхизлучении [30]. Однако можно и просто перейти к новому набору операторов a_ω и $a^\dagger_\omega$ на том основании, что математический аппарат для них хорошо развит [3, 5, 7, 25, 26].

Заметим, что преобразование (2) хорошо вписывается в общую схему исследования открытых квантовых систем и получения кинетического уравнения при помощи алгебраической резонансной теории возмущений (АРТВ) и КСДУ. Перечислим основные этапы общей схемы [6] применительно к рассматриваемой задаче.

1. Эффективный гамильтониан задачи H^{Eff}, получаемый из исходного гамильтониана при помощи АРТВ [6, 7], состоит из гамильтониана двухуровневой системы H^{TL}, гамильтониана сжатого поля H^F, оператора резонансного перехода H^{Tr} и оператора штарковского взаимодействия H^{St}:

$$H^{\text{Eff}} = H^{TL} + H^F + V^{Tr} + H^{St}, \qquad (4)$$
$$H^{TL} = \hbar\Omega R_3, H^F = \int \hbar\omega b^\dagger_\omega b_\omega, V^{Tr} =$$
$$= \int \Gamma_\omega b^\dagger_\omega d_{12}(\omega)R_- d\omega + \int \Gamma_\omega b_\omega d_{21}(\omega)R_+ d\omega,$$
$$H^{St} = \int \Gamma_\omega\Gamma_{\omega'} b^\dagger_\omega b_{\omega'}\Big(\frac{1}{2}\Pi_+(\omega,\omega') + \Pi_-(\omega,\omega')R_3\Big)d\omega d\omega'.$$

Здесь операторы

$$R_3 = \frac{1}{2}\Big(|E_2\rangle\langle E_2| - |E_1\rangle\langle E_1|\Big),$$
$$R_+ = |E_2\rangle\langle E_1|, R_- = |E_1\rangle\langle E_2|$$

реализуют двумерное неприводимое представление su(2)-алгебры с коммутационными соотношениями $\Big[R_3, R^\pm\Big] = \pm R^\pm$, $\Big[R^+, R^-\Big] = 2R_3$, частота перехода между ними Ω учитывает лэмбовский сдвиг

$$\Big(\sum_\omega \Gamma^2_\omega \sum_j \frac{|d_{2j}|^2}{\hbar^2(\omega_{2j}-\omega)} - \sum_\omega \Gamma^2_\omega \sum_j \frac{|d_{1j}|^2}{\hbar^2(\omega_{1j}-\omega)}\Big).$$

Через Γ_ω обозначена константа связи квантовой частицы с квантованным электромагнитным полем.

Для удобства мы используем то суммирование, то интегрирование по частотам. Переход от одного представления к другому стандартный и обсуждался, например, в [7].

В случае одноквантового резонанса квантованного электромагнитного поля с оптически разрешенным переходом $E_2 \to E_1$ величина d_{12} – матричный элемент оператора дипольного момента атома, а величина $\Pi_\pm(\omega,\omega')$ выражается через стандартные параметры теории многофотонного резонанса [6, 7],

$$\Pi_\pm(\omega,\omega') = \frac{1}{2}\Big\{\Pi_1(\omega) + \Pi_1(\omega') \pm (\Pi_2(\omega) + \Pi_2(\omega'))\Big\},$$
$$\Pi_k(\nu) = \sum_{jk} \frac{|d_{kj}|^2}{\hbar}\Big(\frac{1}{\omega_{kj}+\nu} + \frac{1}{\omega_{kj}-\nu}\Big).$$

Здесь d_{kj} – матричный элемент оператора дипольного момента для перехода $E_k \to E_j$ частоты ω_{kj} в рассматриваемом атоме.

В работе Гардинера [1] и в других исследованиях [13–18] все так же, за исключением принятого условия $H^{St} = 0$, т.е. цитированные исследования учитывали в эффективном гамильтониане только слагаемые первого порядка по константе связи со сжатым полем, говоря о приближении вращающейся волны.

2. Переход к переменным $a^\dagger_\omega$ и a_ω преобразует слагаемые V^{Tr} и H^{St} эффективного гамильтониана к новым операторам, которые представим через квантовые случайные процессы в картине Дирака. После перехода к новым переменным

$$V^{Tr}(t) = \int d\omega\Gamma(\omega)\Big(u^* a^\dagger_\omega + v^* a_{2\Omega-\omega}\Big) d_{12} R_- e^{i(\omega-\Omega)t} + \\ + \Big(u a_\omega + v a^\dagger_{2\Omega-\omega}\Big) d_{21} R_+ e^{-i(\omega-\Omega)t}, \tag{5}$$

$$H^{St}(t) = \int d\omega \int d\omega^{'} \Gamma(\omega)\Gamma(\omega^{'}) \Big\{ |u|^2 a^\dagger_\omega a_{\omega'} + \\ + |v|^2 (a^\dagger_\omega a_{\omega'} + \delta_{\omega,\omega'}) + u^* v a^\dagger_\omega a^\dagger_{\omega'} + u v^* a_\omega a_{\omega'} \Big\} \times \\ \times e^{-i(\omega^{'}-\omega)t} \Big(\frac{1}{2}\Pi_+(\omega,\omega^{'}) + \Pi_-(\omega,\omega^{'}) R_3\Big).$$

Исходя из структуры выписанных операторов взаимодействия, удобно ввести следующие операторы квантовых случайных процессов с независимыми приращениями [25–33]:

$$a(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i(\omega-\Omega)t} a_\omega, a^\dagger(t) = \\ = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega^{'} e^{-i(\omega^{'}-\Omega)t} a^\dagger_{\omega^{'}}, \tag{6}$$

$$A(t) = \int_0^t a(s)ds, A^\dagger(t) = \int_0^t a^\dagger(s)ds,$$

$$\Lambda(t) = \int_0^t a^\dagger(s)a(s)ds, \Phi(t) = \frac{1}{2}\int_0^t a(s)a(s)ds, \Phi^\dagger(t) = \\ = \frac{1}{2}\int_0^t a^\dagger(s)a^\dagger(s)ds.$$

Их дифференциалы Ито

$$dA(t) = A(t+dt) - A(t) = a(t)dt, \\ dA^\dagger(t) = a^\dagger(t)dt, \\ d\Lambda(t) = a^\dagger(t)a(t)dt, \\ d\Phi(t) = a(t)a(t)dt, \\ d\Phi^\dagger(t) = a^\dagger(t)a^\dagger(t)dt, \tag{7}$$

обладают нулевыми средними

$$\langle dA(t)\rangle = \langle dA^\dagger(t)\rangle = \langle d\Lambda(t)\rangle = \langle d\Phi(t)\rangle = \langle d\Phi^\dagger(t)\rangle = 0,$$

и в силу условия (3) и $\Big[a(t), a^\dagger(s)\Big] = \delta(t-s)$ для (7) можно написать соотношения

$$dA(t)dA^\dagger(t) = dt,\ d\Lambda(t)d\Lambda(t) = d\Lambda(t), \tag{8} \\ d\Lambda(t)dA^\dagger(t) = dA^\dagger(t),\ dA(t)d\Lambda(t) = dA(t), \\ \Phi(t)d\Phi^\dagger(t) = d\Lambda(t) + \gamma_\Phi dt, \\ d\Phi(t)d\Lambda(t) = 2d\Phi(t),\ d\Lambda(t)d\Phi^\dagger(t) = 2d\Phi^\dagger(t), \\ d\Phi(t)dA^\dagger(t) = dA(t),\ dA(t)d\Phi^\dagger(t) = dA^\dagger(t),$$

которые следует понимать как равенство соответствующих стохастических интегралов от произвольных неупреждающих операторов (см. [4]).

Важным моментом здесь является перенормировка квадрата дельта-функции [32, 33],

$$\delta^2(t-s) \to 2\gamma_\Phi \delta(t-s), \tag{9}$$

которую используют в квантовой теории поля [27]. Перенормировку нетрудно обосновать для определенного класса пробных функций [34, 35], а константа γ_Φ вводится и понимается как безразмерная константа двухфотонного распада, как и в работах [32, 33]. С точки зрения используемого подхода [25, 26] новым является учет двухквантовых процессов Леви $\Phi(t)$, $\Phi^\dagger(t)$.

Представим операторы V^{Tr} и H^{St} в терминах введенных случайных процессов. Прежде всего, записываем стандартное формальное решение уравнение Шредингера для оператора эволюции $U(t)$ в картине Дирака:

$$U(t) = I + \left(-\frac{i}{\hbar}\right)\int_0^t V^{\mathrm{Eff}}(t^{'})dt^{'} + \left(-\frac{i}{\hbar}\right)^2 \times \\ \times \int_0^t \int_0^{t^{'}} V^{\mathrm{Eff}}(t^{'}) V^{\mathrm{Eff}}(t^{''}) dt^{'} dt^{''} + ... \\ \overset{\mathrm{Def}}{=} \overleftarrow{T} \exp\left(-\frac{i}{\hbar}\int_0^t V^{\mathrm{Eff}}(t^{'})dt^{'}\right). \tag{10}$$

Интегралы понимаем как стохастические интегралы. При этом выражение $V^{\mathrm{Eff}}(t^{'})dt^{'}$ в экспоненте воспринимаем как сумму слагаемых следующего вида:

$$V^{Tr}(t)dt = Y dA^\dagger(t) + Y^\dagger dA(t), Y = \\ = \Gamma(u^* d_{12} R_- + v d_{21} R_+), \tag{11}$$

$$H^{St}(t)dt = S_3\Big(Y_\Lambda d\Lambda(t) + Y_\Phi d\Phi^\dagger(t) + Y^*_\Phi d\Phi(t)\Big) + \\ + \left(\frac{1}{2}p_+ + p_- R_3\right)dt, \tag{12}$$

$$Y_\Lambda = \Gamma^2\big(|u|^2 + |v|^2\big),\ Y_\Phi = 2\Gamma^2 u^* v, \\ S_3 = \left(\frac{1}{2}\Pi_+ + \Pi_- R_3\right),$$

$$p_\pm = \int \Gamma^2_{2\Omega-s}|v(2\Omega-s)|^2\Pi_\pm(2\Omega-s,2\Omega-s)ds \approx$$
$$\approx \int \Gamma^2_\omega|v(\omega)|^2\Pi_\pm(\omega,\omega)d\omega.$$

Считаем, что в частотных областях ω и $2\Omega-\omega$ параметры Γ_ω, $\Pi_\pm(\omega,\omega^{'})$, $u(\omega)$ и $v(\omega)$ постоянны и равны Γ, $\Pi_\pm$, u и v соответственно.

Таким образом, дифференциал Ито оператора эволюции $dU(t)=U(t+dt)-U(t)$ в картине Дирака дается выражением

$$dU(t) = \qquad (13)$$
$$=\left(\exp\left(-\frac{i}{\hbar}\left[YdA^\dagger(t)+Y^\dagger dA(t)+S_3(Y_\Lambda d\Lambda(t)+\right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left.+Y_\Phi d\Phi^\dagger+Y^*_\Phi d\Phi)+\left(\frac{1}{2}p_++p_-R_3\right)dt\right]\right)-1\right)U(t).$$

Об этом уравнении говорим как о КСДУ в экспоненциальной форме. Величины $\frac{1}{2}(p_+\pm p_-)$ определяют дополнительные штарковские сдвиги резонансных уровней, и в дальнейшем будем считать их учтенными в перенормированных энергиях резонансных уровней, а в формуле (13) их исключим.

Для работы с дифференциалами Ито введенных стохастических процессов и получения из (13) СДУ необходимо было провести соответствующее обезразмеривание уравнений и входящих величин. Эта процедура проводится каждый раз при использовании КСДУ в описании физических процессов [26].

3. Кинетическое уравнение уединенного атома. Динамика атомных средних. Для матрицы плотности $\rho(t)$ всей системы – уединенного атома и его окружающего электромагнитного поля в сжатом состоянии – имеем следующее уравнение в представлении взаимодействия

$$\rho(t)=U(t)\rho(0)U^\dagger(t),$$

где $\rho(t)=|\Psi_0\rangle\langle\Psi_0|$ – матрица плотности всей системы в начальный момент времени. Использование стандартной в теории КСДУ цепочки преобразований

$$d\rho(t)=\rho(t+dt)-\rho(t)=$$
$$=\Big(U(t)+dU(t)\Big)|\Psi_0\rangle\langle\Psi_0|\Big(U^\dagger(t)+dU^\dagger(t)\Big)=$$
$$=dU(t)|\Psi_0\rangle\langle\Psi_0|U^\dagger(t)+U(t)|\Psi_0\rangle\langle\Psi_0|dU^\dagger(t)+$$
$$+dU(t)|\Psi_0\rangle\langle\Psi_0|dU^\dagger(t)$$

позволяет получить, путем усреднения по состоянию электромагнитного поля, матрицу плотности $\rho^S(t)$ открытой системы, в роли которой в данном случае выступает уединенный атом $\rho^S(t)=Tr_F\rho(t)$. При этом

$$Tr_FdA(t)=Tr_FdA^\dagger(t)=$$
$$=Tr_Fd\Lambda(t)=Tr_Fd\Phi(t)=Tr_Fd\Phi^\dagger(t)=0.$$

Используя представление экспоненты в виде ряда и полагая в (8) $d\Phi(t)d\Phi^\dagger(t)=\gamma_\Phi dt$, где γ_Φ определяет скорость двухквантового распада кубита в вакуумное поле с нулевой плотностью числа фотонов, получим следующее уравнение динамики открытой системы, без учета динамической части, определяющей только все сдвиги энергетических уровней атома

$$\frac{\partial\rho^A}{\partial\tau}= \qquad (14)$$
$$=\Big\{\Big(\chi^*R^-v^*+\chi R^+u\Big)\frac{\mathcal{Y}_1+i\mathcal{R}}{\mathcal{R}^2}\Big(\chi R^+v+\chi^*R^-u^*\Big)\rho^A+$$
$$+\rho^A\Big(\chi^*R^-v^*+\chi R^+u\Big)\frac{\mathcal{Y}_1^\dagger-i\mathcal{R}}{\mathcal{R}^2}\Big(\chi R^+v+\chi^*R^-u^*\Big)+$$
$$+\frac{\mathcal{Y}_1}{\mathcal{R}}\Big(\chi R^+v+\chi^*R^-u^*\Big)\rho^A\Big(\chi^*R^-v^*+\chi R^+u\Big)\frac{\mathcal{Y}_1^\dagger}{\mathcal{R}}\Big\}+$$
$$+\frac{1}{4}\Gamma_\Phi\Big[uv^*\Big(\frac{1}{2}\eta_++\eta_-R_3\Big)\times$$
$$\times\frac{\mathcal{Y}_2+i2\mathcal{R}}{\mathcal{R}^2}\Big(\frac{1}{2}\eta_++\eta_-R_3\Big)u^*v\rho^A+\rho^Auv^*\times$$
$$\times\Big(\frac{1}{2}\eta_++\eta_-R_3\Big)\frac{\mathcal{Y}_2^\dagger-i2\mathcal{R}}{\mathcal{R}^2}\Big(\frac{1}{2}\eta_++\eta_-R_3\Big)u^*v+$$
$$+\frac{\mathcal{Y}_2}{\mathcal{R}}\Big(\frac{1}{2}\eta_++\eta_-R_3)u^*v\rho^A\Big(\frac{1}{2}\eta_++\eta_-R_3\Big)uv^*\frac{\mathcal{Y}_2^\dagger}{\mathcal{R}}\Big].$$

Уравнение записано в обезразмеренном виде. Здесь введено безразмерное время $\tau=\Omega t$, нормированные константы

$$\chi=\frac{\sqrt{2\pi}\Gamma d_{21}}{\hbar\sqrt{\Omega}},$$
$$\Gamma_\Phi=\frac{4\pi}{\hbar}\Gamma^2\gamma_\Phi,\eta_\pm=\frac{2\pi}{\hbar}\Gamma^2(\Pi_2\pm\Pi_1)$$

и операторозначные функции

$$\mathcal{Y}_1=\Big(\exp\big(-i\mathcal{R}\big)-1\Big),\ \mathcal{Y}_2=\Big(\exp\big(-i2\mathcal{R}\big)-1\Big),$$
$$\mathcal{R}=(|u|^2+|v|^2)\left(\frac{1}{2}\eta_++\eta_-R_3\right), \qquad (15)$$

которые понимаются как их разложения в ряд по оператору $\mathcal{R}$.

Представленное уравнение, описывающее динамику релаксации отдельного атома при взаимодействии с широкополосным полем в сжатом состоянии, учитывает эффекты как первого, так и второго порядков по константе взаимодействия. Отметим, что оно имеет линдбладовский вид и представлено в ведущем порядке по этой константе. Однако анализируемое уравнение существенно отличается от известных учетом влияния считывающего процесса. Последний встраивается в операторные выражения от остальных образующих введенной алгебры операторов (8). Подчеркнем, что мы использовали приближение, в котором отсутствует учет влияния считывающего процесса на слагаемые, отвечающие оптической когерентности широкополосного электромагнитного поля. Первое слагаемое в правой части в фигурных скобках обусловлено встраиванием в операторо-значные выражения, характерные для резонансного характера взаимодействия атома с полем, оно получено нами в работе [30] для динамики атомного ансамбля в широкополосном сжатом электромагнитном поле. Эти слагаемые описывают эффекты линейного поглощения и испускания атомом ввиду квазирезонансного характера взаимодействия атома с внешним квантованным полем, которые описываются порождающим и уничтожающим квантовыми стохастическими процессами. Другое слагаемое правой части в квадратных скобках обусловлено учетом встраивания считывающего процесса в слагаемые, определяемые оптической когерентностью действующего на атом сжатого широкополосного поля и имеющие тот же порядок по взаимодействию, что и штарковское слагаемое, описывающее считывающий процесс. Оптическая когерентность внешнего поля, порождающая алгебру операторов $d\Phi^\dagger(t)$, $d\Phi(t)$ и $d\Lambda(t)$, определяет нерезонансный характер взаимодействия атома с полем и в дальнейшем обуславливает процесс дефазировки атомного состояния, схожий со стандартным описанием столкновительных процессов. Процессы, обусловленные интерференцией слагаемых от оптической когерентности и операторов порождающего и уничтожающего процессов, опущены, поскольку их проявление обнаруживается в следующих за ведущим порядках взаимодействий, где считывающий процесс по-прежнему имеет черты встраивания в такого же типа операторо-значные выражения. Нетрудно заметить, что считывающий процесс приводит к подавлению эффективной константы релаксации и возможному замораживанию состояния атома с увеличением интенсивности сжатого светового поля.

С помощью уравнения (14) стандартным образом получим следующие уравнения динамики средних от атомных операторов

$$\frac{\partial\langle R_3\rangle}{\partial\tau} = |\chi|^2 2\Big(|v|^2\mathcal{F}^{(+)} - |u|^2\mathcal{F}^{(-)}\Big) - |\chi|^2 4\Big(|v|^2\mathcal{F}^{(+)} + |u|^2\mathcal{F}^{(-)}\Big)\langle R_3\rangle,$$
$$\frac{\partial\langle R^+\rangle}{\partial\tau} = -|\chi|^2\Big(|v|^2\mathcal{F}^{(+)} + |u|^2\mathcal{F}^{(-)}\Big)\langle R^+\rangle + \\ + \chi^{*2}u^*v^*\mathcal{M}\langle R^-\rangle - \frac{1}{4}\Gamma_\Phi|u|^2|v|^2\mathcal{N}\langle R^+\rangle, \tag{16}$$

где функции, продуцированные считающим процессом, определены следующими выражениями

$$\mathcal{F}^{(\pm)} = \frac{1-\cos\Big((|u|^2+|v|^2)(\eta_+/2 \pm \eta_-)\Big)}{\Big((|u|^2+|v|^2)(\eta_+/2 \pm \eta_-)\Big)^2},$$
$$\mathcal{M} = \frac{1-\cos\Big((|u|^2+|v|^2)(\eta_+/2+\eta_-)\Big) - \cos\Big((|u|^2+|v|^2)(\eta_+/2-\eta_-)\Big) + \cos\Big(2(|u|^2+|v|^2)\eta_-\Big)}{\Big((|u|^2+|v|^2)(\eta_+/2+\eta_-)\Big)\Big((|u|^2+|v|^2)(\eta_+/2-\eta_-)\Big)},$$
$$\mathcal{N} = 1-\cos\Big(4(|u|^2+|v|^2)\eta_-\Big). \tag{17}$$

Выражение для среднего от оператора $\langle R^-\rangle$ следует из второго уравнения (16) посредством эрмитового и комплексных сопряжений. Подчеркнем, что соответствующие дополнительные "распадные" сдвиги энергии (*additional decayings shifts*) распадающегося уровня, не связанные с лэмбовским и штарковскими сдвигами уровней, обусловлены проявлением следующих слагаемых представленного уравнения (14)

$$H^{ADS} = i\Big(\chi^* R^- v^* + \chi R^+ u\Big)\frac{\sin\mathcal{R}-\mathcal{R}}{\mathcal{R}^2}\Big(\chi R^+ v + \chi^* R^- u^*\Big) \\ + i\frac{1}{4}\Gamma_\Phi|u|^2|v|^2\Big(\Big(\frac{1}{2}\eta_+ + \eta_- R_3\Big)\frac{\sin 2\mathcal{R}-2\mathcal{R}}{\mathcal{R}^2}\Big(\frac{1}{2}\eta_+ + \eta_- R_3\Big)\Big) \tag{18}$$

и связаны с проявлением эффектов считывающего процесса. Эти сдвиги в дальнейшем сняты дополнительными унитарными преобразованиями и при записи приведенных уравнений (16) уже опущены.

Отметим следующие важные обстоятельства. Уравнения (16) отвечают обычной релаксации двухуровневого атома в вакуумное окружение в случае как невинеровской динамики, при этом следует положить $u = 1, v = 0$, так и в случае винеровской динамики, описываемой исключительно порождающим и уничтожающим процессами, следует также положить нулю и константы $\eta_+ = \eta_- = 0$.

Для начального состояния термостата в сжатом состоянии, без учета эффектов второго порядка, полученное уравнение сводится к уравнению Гардинера [1]. Это демонстрируется путем соответствующих разложений гармонических функций в ряды с учетом их первых неисчезающих порядков в полученных выражениях. Учет эффектов второго порядка, как считывающего процесса, так и процессов, определенных операторами $d\Phi^\dagger(t)$, $d\Phi(t)$, приводит к изменению скорости распада за счет характерного множителя в аргументах от гармонических функций.

Математическая причина подавления скорости атомных релаксаций как поляризационных компонент, так и инверсии напрямую связана именно со встраиванием считывающего оператора в операторозначные выражения от других операторов, образующих алгебры в соответствующих порядках разложения оператора эволюции системы. Физическая же причина означенного явления состоит именно в интерференции альтернатив различных каналов релаксации, проявляющихся при учете штарковского взаимодействия. Это наиболее ярко видно для стандартной модельной ситуации. Положим в (16), (17) для простоты коэффициент $\eta_- = 0$. Нетрудно видеть, что в этом случае процессы двухфотонной дефазировки в рассматриваемом приближении перестают играть сколь-нибудь заметную роль, и уравнения динамики средних от наблюдаемых операторов атома сводятся к виду уравнений, впервые полученных Гардинером [1]

$$\begin{aligned} \frac{\partial\langle R_3\rangle}{\partial\tau} &= -2\gamma_N\langle R_3\rangle - \gamma, \\ \frac{\partial\langle R_y\rangle}{\partial\tau} &= \gamma_M\langle R_x\rangle - \gamma_-\langle R_y\rangle, \\ \frac{\partial\langle R_x\rangle}{\partial\tau} &= \gamma_M\langle R_y\rangle - \gamma_+\langle R_y\rangle. \end{aligned} \tag{19}$$

Мы намеренно оставили известный вид уравнений релаксации компонент R_3, $R^\pm = 1/2(R_x \pm iR_y)$, в котором все константы релаксации γ, $\gamma_N = \gamma(|u|^2 + |v|^2)$, $\gamma_\pm = (\gamma/2)(|u|^2 + |v|^2 \pm |u||v|\cos\phi)$, $\gamma_M = \gamma|u||v|\sin\phi$ приобретают один и тот же масштабный множитель

$$\gamma \to \frac{1-\cos\left((|u|^2+|v|^2)\frac{\eta_+}{2}\right)}{\left((|u|^2+|v|^2)\frac{\eta_+}{2}\right)^2}\gamma.$$

Здесь $\gamma = 2|\chi|^2$, а ϕ – разностная фаза воздействующего на атом поля и атомной когерентности. Нетрудно видеть, что при значениях аргумента $(|u|^2 + |v|^2)\eta_+/2 = 2\pi k, k = 1,2,3...$ скорость всех атомных компонент в используемых приближениях оказывается полностью подавленной. Таким образом, масштабирующий коэффициент $(|u|^2 + |v|^2)$, определяемый интенсивностью сжатого света, воздействующего на атом, приводит к изменению эффективности подавления релаксации.

Приведем оценки рассматриваемого явления, при этом мы воспользуемся экспериментальными данными из работы [23]. Здесь рассмотрена релаксация искусственного кубита (трансмона) в широкополосном сжатом электромагнитном поле. Саму постановку задачи удается осуществить благодаря прогрессу волноводной квантовой электродинамики (w-QED). Авторам удалось использовать двухуровневую систему с частотой рабочего перехода $\Omega = 39$ ГГц, скорость релаксации в вакууме при этом отвечает значению $\gamma = 1.51$ МГц. Широкополосное сжатое поле, взаимодействующее с переходом, имеет ширину спектра $\delta\omega = 13$ МГц. Авторы представили экспериментальные данные вплоть до области значений параметра $|v|^2 \approx 2.5$ (в используемых нами обозначениях). При таких условиях продемонстрированы изменения скорости квадратурных компонент поляризации атома и его населенности, как это и следует из теории Гардинера. Следует подчеркнуть, что мы рассматриваем модельную ситуацию в определенных выше приближениях, поэтому оценка представленного нами эффекта полного подавления скорости релаксации осуществляется при выполнении следующего первого условия $(|u|^2 + |v|^2)\eta_+/2 = 2\pi$. Оценивая значение константы как отношение скорости спонтанной релаксации в вакууме к полуширине спектра сжатого электромагнитного поля $\eta_+/2 \approx \approx (2\gamma/\delta\omega)$ [36], получим значение параметра $|v|^2 \approx \approx 14$, что примерно в пять раз больше, чем используемое в эксперименте. Это означает необходимость использования высокоинтенсивного источника сжатого света. Проявление обнаруженного эффекта может быть зафиксировано со значений параметра $|v|^2 \gtrsim 5$, однако на границе этой области его проявление оказывается в пределах погрешности эксперимента, но с ростом значения этого параметра оно может быть зарегистрировано в условиях эксперимента [23].

4. Заключение. Результаты данной работы являются одним из примеров открытых квантовых систем, динамика которых демонстрирует особенности, названные в [36] невинеровскими. Суть особенностей – влияние процессов второго порядка по взаимодействию с окружением открытой системы на процессы первого порядка в релаксационной динамике открытой системы. Ранее [37], увеличение роли процессов второго порядка было обусловлено увеличением числа одинаковых нерезонансных частиц окружения при одновременном росте процессов первого порядка. Тем не менее, в модельных ситуациях [26] существовали значения параметров, при которых процессы релаксации оказывались полностью подавленными при определенном числе частиц в ансамбле, так что можно было говорить о стабилизации возбужденного состояния локализованного ансамбля одинаковых частиц. При этом важной особенностью первых проявлений невинеровской динамики было требование к состоянию окружения, отвечающего нулевой плотности фотонов (нулю температуры). В нашей работе установлено, что проявления невинеровской динамики также возможны и в случае одной частицы.

Математическим основанием для обнаружения и исследования невинеровской динамики в предыдущих работах [25, 26] служило КСДУ, управляемое алгеброй Хадсона–Партасарати для дифференциалов Ито основных квантовых случайных процессов [36]. В нашей работе мы опирались на обобщенное КСДУ [33], в котором наряду с квантовым считающим процессом Хадсона–Партасарати $\Lambda(t)$ учтены другие двухквантовые процессы (у нас обозначены как $\Phi(t)$ и $\Phi^{\dagger}(t)$) и описываются в [33] как квантовые процессы Леви. В обоих случаях связующим звеном между физической формулировкой задачи и математическим ее обоснованием и решением служило экспоненциальное представление КСДУ, впервые введенное для разных аспектов в работах [26, 38]. Представленная формулировка динамики квантовой открытой системы с использованием экспоненциальной формы КСДУ (13) и КСДУ в виде разложения по базисным случайным процессам [33] может быть применена и к другим открытым системам с целью исследования новых особенностей невинеровской динамики в виде линейного разложения по базисным случайным процессам [33].

Авторы выражают благодарность Калачеву А.А. и Сазонову С.В. за полезные обсуждения работы на ее ранних этапах.

Финансирование работы. Данная работа финансировалась за счет средств бюджета Национального исследовательского центра “Курчатовский институт” и Санкт-Петербургского университета государственной противопожарной службы МЧС России. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

Конфликт интересов Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. C. W. Gardiner, Phys. Rev. Lett. **56**, 1917 (1986); DOI: 10.1103/PhysRevLett.56.1917.
2. C. W. Gardiner and M. J. Collett, Phys. Rev. A **31**, 3761 (1985); DOI: 10.1103/PhysRevA.31.3761.
3. R. L. Hudson and K. R. Parthasarathy, Comm. Math. Phys. **109**, 301 (1984); DOI:10.1007/BF01210951.
4. C. W. Gardiner and P. Zoller, *Quantum noise. A Handbook of Markovian and Non-Markovian Quantum Stochastic Methods*, Springer (2004).
5. А. С. Холево, *Статистическая структура квантовой теории*, ИКИ, М. (2003).
6. A. I. Maimistov and A. M. Basharov, *Nonlinear optical waves*, Kluwer Academic, Dordrecht (1999).
7. А. М. Башаров, ЖЭТФ **158**, 978 (2020); DOI: 10.31857/S004445102011019X.
8. Л. В. Келдыш, ЖЭТФ **48**, 1515 (1965).
9. L. Accardi, Y. G. Lu, and I. Volovich, *Quantum theory and its stochastic limit*, Springer-Verlag, Berlin (2002); DOI:10.1007/978-3-662-04929-7.
10. H.-P. Breuer and F. Petruccione, *Theory of open quantum systems*, Oxford University Press, N.Y. (2002); DOI:10.1093/acprof:oso/9780199213900.001.0001.
11. A. E.Teretenkov, Physics of Particles and Nuclei **56**, 1018 (2025); DOI: 10.1134/S1063779625700121.
12. A. E.Teretenkov, Entropy **26**, 14 (2024); DOI: 10.3390/e26010014.
13. A. S. Parkins and C. W. Gardiner, Phys. Rev. A **37**, 3867 (1988); DOI: 10.1103/PhysRevA.37.3867.
14. A. S. Parkins and C. W. Gardiner, Phys. Rev. A **40**, 2534 (1989); DOI: 10.1103/PhysRevA.50.1792.
15. А. М. Башаров, ЖЭТФ **111**, 25 (1997).
16. А. М.Башаров, В. Д.Попов, Оптика и спектроскопия **90**, 986 (2001).
17. V. Link, W. T. Strunz, and K. Luoma, Entropy. **24**, 352 (2022); DOI: 10.3390/e24030352.
18. X.-L. Yin, H.-W. J. Lee, and G. Zhang, Phys. Rev. A **111**, 033707 (2025); DOI: 10.1103/PhysRevA.111.033707.

19. А. В. Наумов, *Спектроскопия одиночных молекул как метод нанодиагностики неупорядоченных твердых сред*, МПГУ, М. (2015).
20. T. Ishakov, M. V. Chekhova, and G. Leuchs, Phys. Rev. Lett. **102**, 183602 (2009); DOI: 10.1103/PhysRevLett.102.183602.
21. K. Hashimoto, D. B. Horoshko, and M. V. Chekhova, Adv. Quant. Technol. **8**, 2300299 (2025); DOI: 10.1002/qute.202300299.
22. И. С. Беседин, Г. П. Федоров, А. Ю. Дмитриев, В. В. Рязанов, Квантовая электроника **48**, 880 (2018).
23. K. W. Murch, S. J. Weber, K. M. Beck, E. Ginossar, and I. Siddiqi, Nature **499**, 62 (2013); DOI: 10.1038/nature12264.
24. D. M. Toyli, A. W. Eddins, S. Boutin, S. Puri, D. Hover, V. Bolkhovsky, W. D. Oliver, A. Blais, and I. Siddiqi, Phys. Rev. X **6**, 031004 (2016); DOI: 10.1103/PhysRevX.6.031004.
25. A. M. Basharov, Phys. Lett. A **375**, 784 (2011); DOI: 10.1016/j.physleta.2010.11.066.
26. A. M. Basharov, Phys. Rev. A **84**, 013801 (2011); DOI: 10.1103/PhysRevA.84.013801.
27. Н. Н. Боголюбов, А. А. Логунов, И. Т. Тодоров, *Основы аксиоматического подхода в квантовой теории поля*, Наука, М. (1969).
28. A. E. Teretenkov, Infin. Dimens. Anal. Quantum Probab. Relat. Top. **22**, 19300019 (2019).
29. A. E. Teretenkov, Math. Notes **102**, 6 (2017); DOI: 10.1134/S0001434617010370.
30. А. И. Трубилко, А. М. Башаров, Письма в ЖЭТФ **122**, 25 (2025); DOI: 10.31857/S0370274X25070049.
31. Х. Умэдзава, Х. Мацумото, М. Татики, *Термополевая динамика и конденсированные состояния*, Мир, М. (1985).
32. L. Accardi, U. Franz, and M. Skeide, Commun. Math. Phys. **228**, 123 (2002).
33. L. Accardi and A. Boukas, *Ito Calculus and Quantum White Noise Calculus*, in: F. E. Benth, G. Di Nunno, T. Lindstrom, B. Oksendal, T. Zhang (editors), *Stochastic Analysis and Applications. Abel Symposia*, Springer, Berlin, Heidelberg (2007), v. 2; DOI:10.1007/978-3-540-70847-62.
34. В. К. Иванов, Докл. АН СССР **246**, 805 (1979).
35. В. С. Владимиров, *Методы теории функций многих комплексных переменных*, Наука, М. (1964).
36. А. М. Башаров, ЖЭТФ **140**, 431 (2011).
37. А. М. Башаров, Письма в ЖЭТФ **107**, 151 (2018); DOI: 10.7868/S0370274X18030025.
38. A. Barchielli, Phys. Rev. A **34**, 1642 (1986); DOI: 10.1103/PhysRevA.34.1642.