Письма в ЖЭТФ, том 122, вып. 9, с. 580 – 588

Магнитоплазмоны и электронный магнитозвук в гидродинамическом режиме электронного транспорта в графене

Д. В. Фатеев[+*1)], *А. А. Шамарина*[+*], *В. В. Попов*[+]

[+]*Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, 410010 Саратов, Россия*

[*]*Саратовский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, 410012 Саратов, Россия*

Поступила в редакцию 26 августа 2025 г.
После переработки 26 сентября 2025 г.
Принята к публикации 28 сентября 2025 г.

Теоретически исследованы поверхностные электромагнитные волны в графене в гидродинамическом режиме в присутствии постоянного магнитного поля. Получен антисимметричный тензор проводимости графена с учетом пространственной дисперсии. Показано, что пространственная дисперсия приводит к одноосной анизотропии проводимости графена в дополнение к гиротропии графена в магнитном поле. Вычислены дисперсионные, магнитополевые и концентрационные зависимости частоты магнитоплазменно-звуковых волн. При больших волновых векторах магнитоплазменные волны трансформируются в электронный магнитозвук с практически линейной зависимостью частоты от волнового вектора. Показано, что влияние магнитогиротропии графена на гибридизацию поляризации магнитоплазмонов уменьшается в квази-электростатическом режиме.

DOI: 10.31857/S0370274X25110094

1. Введение. Магнитоплазмоника изучает свойства плазмонов в магнитном поле, позволяющие управлять плазмонными резонансами. Графен, будучи двумерным материалом с нулевой эффективной массой индивидуального носителя заряда [1, 2], оказывается исключительно привлекательной платформой для изучения и практического применения магнитоплазменных явлений. Циклотронная масса в графене не равна нулю, а зависит от концентрации носителей заряда и, таким образом, отражает коллективный характер циклотронного движения носителей заряда в графене [3]. В то же время коллективная циклотронная масса носителей заряда в графене на два порядка величины меньше, чем в типичных плазмонных материалах (например, металлах и полупроводниках), что приводит к сильным магнитооптическим эффектам (эффекты Фарадея и Керра) даже в одноатомном графеновом слое [4–6]. Высокая добротность плазменных резонансов и возможность электростатического легирования графена позволяют возбуждать плазмонные моды в графене в широком диапазоне частот, от гигагерцевого (ГГц) до инфракрасного (ИК).

В двумерной электронной системе (ДЭС), в том числе в графене, в отсутствие магнитного поля существуют независимые типы поперечно-магнитных (ТМ) и поперечно-электрических (ТЕ) электромагнитных волн. При этом в обычной ДЭС с массивными носителями заряда только волны с ТМ поляризацией могут образовывать поверхностные (двумерные) плазмоны (в общем случае, поверхностные плазмон-поляритоны), тогда как ТЕ волны являются излучающими. В квазиэлектростатическом пределе $\omega/c \ll k$, где ω и k – соответственно частота и волновое число плазмона и c – скорость света, дисперсия двумерных плазмонов имеет корневой вид $\omega(k) \propto \sqrt{k}$ в пренебрежении пространственной дисперсией проводимости ДЭС. Заметим, что, в отличие от обычной ДЭС, в графене могут существовать поверхностные электромагнитные волны с ТЕ поляризацией, связанные с межзонными переходами носителей заряда на ИК частотах [7]. Как было теоретически показано позднее, ТЕ электромагнитные волны, не связанные с межзонными переходами носителей заряда, могут существовать в графене с дрейфом носителей заряда на ТГц частотах [8]. Поперечно-электрические поверхностные волны в графене образуются чисто вихревыми электромагнитными полями, и их скорость близка к скорости света. Волны с ТЕ поляризацией не связаны с плазменными колебаниями в графене, поскольку они не сопровождаются осцилляциями электрических зарядов.

Так же как в обычной ДЭС [9], приложение постоянного магнитного поля нормально к плоскости графена приводит к тензорному характеру проводимости графена. Как будет показано ниже, в этом

[1)]e-mail: fateevdv@yandex.ru

случае поверхностные волны, направляемые графеном, нельзя разделить на независимые ТМ и ТЕ типы волн. Таким образом, в присутствии внешнего магнитного поля поверхностная волна в графене представляет собой, в общем случае, гибридную волну со смешанной ТЕ + ТМ поляризацией, свойства которой зависят от величины магнитного поля.

Экспериментальные исследования магнитоплазмонов в графене начались вскоре после практического получения графена и демонстрации его уникальных электронных свойств. Одним из первых важных результатов стало наблюдение циклотронного резонанса (ЦР) в однослойном графене [10]. С помощью магнито-спектроскопии фотопроводимости в работе [10] была изучена поглощающая способность графена в магнитном поле и на ее основе экспериментально определена скорость носителей заряда (электронов и дырок). Экспериментально обнаружено аномально большое вращение плоскости поляризации при прохождении ТГц излучения через одно- и многослойный графен [5], которое показало, что одиночный слой графена в магнитном поле 7 Тл способен поворачивать плоскость поляризации на величину порядка 6°, что является рекордной величиной для монослоя материала. Были обнаружены краевые магнитоплазмоны в графене [11]. При криогенных температурах (< 50 К) наблюдались неэквидистантные уровни Ландау в графене [12] и расщепление дисперсии магнитоплазмона на гармониках частоты ЦР (моды Бернштейна) [13, 14]. При температурах выше 50 К энергетические уровни размываются из-за их температурного уширения и становится возможным классическое описание движения носителей заряда в графене.

Наиболее естественным классическим подходом является гидродинамическое описание движения носителей заряда в графене. Гидродинамический режим реализуется, если частота электрон-электронных столкновений в графене γ_{ee} является наибольшей характерной частотой в системе [15, 16]. Такой режим возникает в графене при температурах выше 50 К на частотах ниже 5 ТГц. В этом случае носители заряда фактически образуют вязкую электронную жидкость, описываемую гидродинамическими уравнениями – "релятивистским" аналогом классических уравнений Навье–Стокса [17–20]. С использованием гидродинамического подхода была предсказана возможность возбуждения ТЕ поверхностных волн на ТГц частотах [8], эффекты диссипативного усиления плазмонов [21] и полного преобразования поляризации электромагнитной волны [22] в графене с дрейфом носителей заряда. Экспериментальные свидетельства возникновения гидродинамического режима в графене получены в работах [23–25]. Гидродинамический подход позволяет описать пространственную дисперсию проводимости графена $\sigma(\omega, k)$, т.е. зависимость проводимости от волнового числа [26, 27], путем учета гидродинамического давления электронной жидкости в графене. Пространственная дисперсия приводит к модификации известных и возникновению новых типов волн в графене. Наряду с плазмонами возникают акустические волны. В электрон-дырочном графене звуковые волны соответствуют амбиполярному движению носителей заряда под действием сил давления [28]. Электрон-дырочный звук был исследован в работах [29, 30]. В работе [30] для электрон-дырочного звука был введен специальный термин "демон" (от англ. *demon* – Distinct Electron Motion), предложенный ранее Д. Пайнсом [31] для нейтральной энергетической волны, не несущей осциллирующего заряда. Экспериментальные свидетельства возбуждения "демонов", энергетических волн и электрон-дырочного звука в графене приведены в работе [24]. Следует отметить, что корневая дисперсия, характерная для длинноволновых графеновых плазмонов, с укорочением длины волны плазмона в баллистическом режиме трансформируется в линейную дисперсию с постоянной фазовой скоростью, равной скорости Ферми [32]. Взаимодействие плазмонов и звуковых волн в графене с пространственной дисперсией в гидродинамическом режиме теоретически рассмотрено в работах [16, 26, 33, 34]. Специфика графена заключается в том, что фазовая скорость звуковой волны, равная $v_{\mathrm{F}}/\sqrt{2}$, не зависит от концентрации электронов в графене и определяется только постоянным зонным параметром – постоянной скоростью Ферми в графене. В ДЭС с параболическим энергетическим спектром носителей заряда скорость звуковой волны определяется тем же выражением, но скорость Ферми зависит от концентрации частиц. Зависимость частоты двумерных плазмонов от концентрации носителей заряда в графене также принципиально отличается от этой зависимости для ДЭС с параболическим энергетическим спектром носителей заряда (вследствие зависимости коллективной массы носителей заряда от их концентрации в графене). Таким образом, дисперсионные, магнитополевые и концентрационные зависимости частоты магнитоплазменнозвуковых волн должны значительно отличаться для ДЭС с параболическим энергетическим спектром носителей заряда и для графена за счет принципиального различия относительного изменения плазмонного, циклотронного и звукового вкладов в частоту общей магнитоплазменнозвуковой волны в этих системах. Эти отличительные особенности требуют специального рассмотрения особенностей взаимодействия магнитоплазмонов и звуковых волн в графене.

В данной работе теоретически рассматривается влияние пространственной дисперсии в графене на свойства магнитоплазменных волн в гидродинамическом режиме. Вычислены дисперсионные, магнитополевые и концентрационные зависимости частоты магнитоплазменнозвуковых волн. Показано, что влияние магнитогиротропии графена на распространение магнитоплазмонов уменьшается в квазиэлектростатическом режиме.

2. Гидродинамическая проводимость графена. Замечательным свойством графена является линейный энергетический спектр дираковских электронов. Это делает графен привлекательным для различных исследований и потенциальных приложений. Благодаря особенностям линейного энергетического спектра электронов, гидродинамические уравнения динамики электронов в графене отличаются от уравнений динамики электронов в классической ДЭС.

Рассмотрим систему гидродинамических уравнений для графена [20, 35]:

$$\begin{cases} e\dfrac{\partial n}{\partial t} - \nabla \mathbf{j} = 0, \\ \dfrac{\partial \mathbf{S}}{\partial t} + \nabla \hat{\Pi} + en\mathbf{E} + en\mathbf{v} \times \mathbf{B} = -\mathbf{S}\gamma, \\ \dfrac{\partial W}{\partial t} + v_{\mathrm{F}}^2 \nabla \mathbf{S} - e\mathbf{E}\mathbf{j} = 0, \end{cases} \tag{1}$$

где n – концентрация носителей заряда в однокомпонентном графене (для определенности, электронов), $\mathbf{j}$ – плотность поверхностного электрического тока, $\mathbf{S}$ – гидродинамический импульс электронов на единичной площади, $\mathbf{E}$ – напряженность электрического поля, $\mathbf{B}$ – индукция магнитного поля, $\mathbf{v}$ – гидродинамическая скорость электронов, $v_{\mathrm{F}} = 10^6$ м/с – скорость Ферми в графене, W – поверхностная плотность полной энергии электронов, e – элементарный заряд ($e > 0$), γ – скорость релаксации импульса электронов в графене ($\gamma = 1/\tau$, где τ – время рассеяния импульса электронов). Возможность рассмотрения только одного сорта носителей заряда (электронов), требует выполнения условия $E_{\mathrm{F}} \gg k_{\mathrm{B}}T$, где E_{F} – энергия Ферми и k_{B} – постоянная Больцмана. В случае невыполнения этого условия необходим учет межзонных переходов в графене, приводящих к появлению в графене дырок (наряду с электронами). При выполнении неравенства $E_{\mathrm{F}} \gg k_{\mathrm{B}}T$ межзонные переходы несущественны и они не учитываются в используемом нами гидродинамическом подходе.

Тензор плотности потока импульса $\widehat{\mathbf{\Pi}}$ определяется выражением $\widehat{\mathbf{\Pi}} = P\hat{\mathbf{I}} + \mathbf{S} \otimes \mathbf{v}$, где P – гидродинамическое давление и выражение $\mathbf{S} \otimes \mathbf{v}$ обозначает диадное произведение векторов $\mathbf{S}$ и $\mathbf{v}$. Заметим, что уравнение баланса энергии записано в адиабатическом приближении, означающем, что термодинамический процесс происходит при постоянной температуре электронной жидкости, и ее энергия изменяется только за счет работы электрического поля. Очевидно, что адиабатическое приближение справедливо только при достаточно большой частоте осцилляций электрического поля, $\omega > \gamma_\varepsilon$, где γ_ε – скорость релаксации энергии электронов в графене за счет их охлаждения при рассеянии на фононах и примесях. Типичная иерархия характерных скоростей релаксации в графене имеет вид $\gamma_{ee} \gg \gamma \gg \gamma_\varepsilon$, где $\gamma_{ee} \approx 3 \times 10^{13}\,\mathrm{с}^{-1}$ [36], $\gamma \approx 3 \times 10^{12}\,\mathrm{с}^{-1}$ [39, 40] и $\gamma_\varepsilon \approx \approx 0.6 \times 10^{12}\,\mathrm{с}^{-1}$ [37, 38] при температуре $T > 250\,\mathrm{К}$. Эти оценки дают частотный диапазон, в котором правомерно гидродинамическое описание графена в адиабатическом приближении $0.1\,\mathrm{ТГц} < \omega/2\pi < < 5\,\mathrm{ТГц}$.

Соотношения между физическими величинами, входящими во второе и третье уравнения системы (1), имеют вид

$$\begin{cases} \mathbf{S} = \rho \mathbf{v}, \\ W = \rho v_{\mathrm{F}}^2 - P, \\ P = \dfrac{\rho(v_{\mathrm{F}}^2 - v^2)}{3}, \end{cases} \tag{2}$$

где ρ – гидродинамическая плотность массы электронов. Полная энергия W в гидродинамических уравнениях представляет собой сумму внутренней энергии термодинамической системы в стационарном состоянии и кинетической энергии гидродинамического движения. Заметим, что пространственная дисперсия возникает из-за неэлектромагнитного переноса импульса и энергии электронов. Эти эффекты описываются вторыми слагаемыми в уравнениях баланса импульса и энергии в системе гидродинамических уравнений (1).

Пусть графен находится в плоскости XOY. Внешнее постоянное магнитное поле $\mathbf{B}_0$ направлено по нормали к плоскости графена (рис. 1). Поскольку вектор скорости (и импульса) электронов имеет только две компоненты $\mathbf{v} = \{v_x, v_y\}$, магнитная сила Лоренца записывается в виде

$$en\mathbf{v} \times \mathbf{B} = \{env_yB_z, -env_xB_z, 0\}, \tag{3}$$

где $\mathbf{B}$ – полное магнитное поле, включающее внешнее статическое и осциллирующее магнитные поля.

Тогда в координатном представлении система гидродинамических уравнений (1) записывается в виде

$$\begin{cases} \dfrac{\partial n}{\partial t} + \dfrac{\partial (n v_x)}{\partial x} + \dfrac{\partial (n v_y)}{\partial y} = 0, \\ \dfrac{\partial (\rho v_x)}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{1}{3}\rho(v_{\mathrm{F}}^2 - v^2) + \dfrac{2}{3}\rho v_x^2\right) \\ \quad + \dfrac{\partial(\rho v_y v_x)}{\partial y} + enE_x + env_yB_z = -\gamma\rho v_x, \\ \dfrac{\partial(\rho v_y)}{\partial t} + \dfrac{\partial(\rho v_x v_y)}{\partial x} \\ \quad + \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{1}{3}\rho(v_{\mathrm{F}}^2 - v^2) + \dfrac{2}{3}\rho v_y^2\right) \\ \quad + enE_y - env_xB_z = -\gamma\rho v_y, \\ \dfrac{\partial W}{\partial t} + v_F^2\dfrac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + v_F^2\dfrac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} \\ \quad - en(E_xv_x + E_yv_y) = 0. \end{cases} \tag{4}$$

Предполагая малость искомых величин, можно перейти к линейной форме уравнений, представляя все переменные величины в уравнениях (4) в виде

$$f(x,y,t) = f_0 + f_1\exp(-i\omega t + ik_x x + ik_y y),$$

где f_0 – стационарная часть величины, $f_1\exp(-i\omega t + ik_x x + ik_y y)$ – малое возмущение, распространяющееся как плоская волна, k_x, k_y – волновые числа. Пропускание постоянного электрического тока смещения в графене в данной статье не рассматривается, и поэтому линеаризация уравнений (4) оставляет зависимость только от постоянной части магнитного поля $\mathbf{B}_0$. Линеаризованная система уравнений имеет вид

$$\begin{cases} -\omega n_1 + n_0(k_xv_{x1} + k_yv_{y1}) = 0, \\ -i\omega\rho_0v_{x1} + i\dfrac{v_{\mathrm{F}}^2}{3}k_x\rho_1 + en_0E_{x1} \\ \quad + en_0v_{y1}B_{z0} = -\gamma\rho_0v_{x1}, \\ -i\omega\rho_0v_{y1} + i\dfrac{v_{\mathrm{F}}^2}{3}k_y\rho_1 + en_0E_{y1} \\ \quad - en_0v_{x1}B_{z0} = -\gamma\rho_0v_{y1}, \\ -\omega\dfrac{2}{3}\rho_1 + \rho_0(k_xv_{x1} + k_yv_{y1}) = 0. \end{cases} \tag{5}$$

Заметим, что слагаемое, описывающее работу электрического поля в уравнении баланса энергии, при линеаризации системы выпадает из системы уравнений (5), поскольку оно является нелинейным в отсутствие постоянного дрейфа электронов. Без ограничения общности рассмотрения, будем искать решение системы уравнений (5) для направления распространения волны в графене вдоль оси OX, считая задачу однородной по оси OY. В этом случае система уравнений преобразуется к виду

$$\begin{cases} n_1 = n_0\dfrac{k_x}{\omega}v_{x1}, \\ \left[\omega(\omega+i\gamma) - \dfrac{1}{2}v_{\mathrm{F}}^2k_x^2\right]\rho_0v_{x1} \\ \quad + ien_0B_{z0}\omega v_{y1} = -i\omega en_0E_{x1}, \\ \omega(\omega+i\gamma)\rho_0v_{y1} \\ \quad - ien_0B_{z0}\omega v_{x1} = -i\omega en_0E_{y1}, \\ \rho_1 = \dfrac{3}{2}\rho_0\dfrac{k_x}{\omega}v_{x1}. \end{cases} \tag{6}$$

В общем случае, гидродинамические уравнения должны содержать члены, учитывающие вязкость электронной жидкости. Для оценки роли вязкости было выполнено решение полных гидродинамических уравнений (6) с учетом коэффициентов вязкости по формулам из работ [41, 42]. Это решение дает поправку к частоте магнитоплазменно-звуковой моды менее 1 % в рассматриваемом диапазоне параметров. В то же время, вязкость приводит к незначительному (менее 10 %) росту затухания магнитоплазменных волн. Это свидетельствует о том, что большие величины скорости электрон-электронного рассеяния в гидродинамическом режиме приводят к значительному уменьшению влияния вязкости на свойства магнитоплазмонов в графене, по крайней мере, вплоть до величин волновых чисел $k_x = (1 \div 2) \times 10^7\,\text{м}^{-1}$. Вывод о возможности пренебрежения влиянием вязкости на распространение коллективных мод в гидродинамическом режиме электронного транспорта в графене был, в частности, сделан в работе [34].

Решение системы уравнений (6) для гидродинамической скорости электронов имеет вид

$$\begin{aligned} v_{x1} &= \frac{en_0}{\rho_0}\frac{-i\omega(\omega+i\gamma)E_{x1} - \omega\omega_c E_{y1}}{(\omega+i\gamma)\big(\omega(\omega+i\gamma) - \omega_{\mathrm{s}}^2\big) - \omega\omega_{\mathrm{c}}^2}, \\ v_{y1} &= \frac{en_0}{\rho_0}\frac{\omega\omega_c E_{x1} - \big(i\omega(\omega+i\gamma) - \omega_{\mathrm{s}}^2\big)E_{y1}}{(\omega+i\gamma)\big(\omega(\omega+i\gamma) - \omega_{\mathrm{s}}^2\big) - \omega\omega_{\mathrm{c}}^2}, \end{aligned} \tag{7}$$

где $\omega_{\mathrm{c}} = en_0B_{z0}/\rho_0$ – циклотронная частота и $\omega_{\mathrm{s}} = v_{\mathrm{F}}k_x/\sqrt{2}$ – частота электронного звука в графене [26, 43]. Тензор двумерной динамической проводимости графена получается при линеаризации выражения для плотности двумерного электрического тока $\mathbf{j} = -en\mathbf{v}$ в графене:

$$\hat{\sigma}(\omega, k_x) = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix}, \tag{8}$$

где

$$\sigma_{xx} = \frac{e^2 n_0^2}{\rho_0} \frac{i\omega(\omega+i\gamma)}{(\omega+i\gamma)\big(\omega(\omega+i\gamma)-\omega_{\rm s}^2\big)-\omega\omega_{\rm c}^2},$$

$$\sigma_{xy} = -\sigma_{yx} = \frac{e^2 n_0^2}{\rho_0} \frac{\omega\omega_{\rm c}}{(\omega+i\gamma)\big(\omega(\omega+i\gamma)-\omega_{\rm s}^2\big)-\omega\omega_{\rm c}^2},$$

$$\sigma_{yy} = \frac{e^2 n_0^2}{\rho_0} \frac{i\omega(\omega+i\gamma)-\omega_{\rm s}^2}{(\omega+i\gamma)\big(\omega(\omega+i\gamma)-\omega_{\rm s}^2\big)-\omega\omega_{\rm c}^2}.$$

Зависимость элементов тензора проводимости графена от волнового числа k_x является следствием пространственной дисперсии, возникающей из-за дополнительного (неэлектродинамического) транспорта электронов, в частности за счет гидродинамического давления. Влияние пространственной дисперсии в графене возрастает с ростом волнового числа, что, как будет показано ниже, существенно влияет на дисперсию медленных магнитоплазмонов. Пространственная дисперсия оставляет анизотропной проводимость графена даже в отсутствие постоянного магнитного поля, поскольку $\sigma_{xx} \neq \sigma_{yy}$, причем анизотропия растет с ростом волнового числа. Тензор (8) переходит к известной форме локальной магнитопроводимости графена при $\omega_{\rm s} = 0$. Заметим, что переход от кинетических уравнений к гидродинамическим при $k_{\rm B}T \ll E_{\rm F}$ позволяет приближенно записать достаточно простые выражения [44] для вычисления стационарных величин концентрации электронов $n_0 = E_{\rm F}^2/(\pi\hbar^2 v_{\rm F}^2)$ и плотности массы электронов $\rho_0 = m_g n_0$, где $m_g = E_{\rm F}/v_{\rm F}^2$ – коллективная ("релятивистская" [32], "фиктивная" [45]) масса электрона в графене.

3. Дисперсионное уравнение для поверхностных электромагнитных волн в графене. Для нахождения дисперсионного уравнения поверхностных волн в графене необходимо решить уравнения Максвелла в окружающих графен диэлектрических средах *1* и *2* (рис. 1) с учетом граничных условий в плоскости графена. Граничные условия в плоскости графена имеют вид

$$\begin{cases} E_x^{(1)}\big|_{z=0} = E_x^{(2)}\big|_{z=0}, \\ E_y^{(1)}\big|_{z=0} = E_y^{(2)}\big|_{z=0}, \\ H_y^{(2)}\big|_{z=0} - H_y^{(1)}\big|_{z=0} = \sigma_{xx}E_x^{(1)}\big|_{z=0} + \sigma_{xy}E_y^{(1)}\big|_{z=0}, \\ H_x^{(1)}\big|_{z=0} - H_x^{(2)}\big|_{z=0} = \sigma_{yx}E_x^{(1)}\big|_{z=0} + \sigma_{yy}E_y^{(1)}\big|_{z=0}, \end{cases}$$

где H_x и H_y – компоненты вектора напряженности магнитного поля волны. Будем искать решение в виде плоской волны, представляя пространственно-временную зависимость искомых электромагнитных полей в виде $\propto \exp(-i\omega t + ik_x x + ik_z z)$. В отличие от случая изотропного графена, тензорный характер

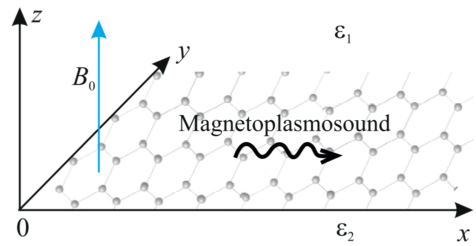

Рис. 1. (Цветной онлайн) Схематическое изображение исследуемой структуры

проводимости графена в магнитном поле приводит к связи всех шести компонент электромагнитного поля волны. В результате получаем дисперсионное уравнение для гибридных TM + TE поверхностных магнитоплазменных волн в графене [8]

$$\left(k_z^{(1)} - k_z^{(2)} + \omega\mu_0\sigma_{yy}\right)\left(\frac{\varepsilon_1}{k_z^{(1)}} - \frac{\varepsilon_2}{k_z^{(2)}} + \frac{\sigma_{xx}}{\omega\varepsilon_0}\right) = \frac{\mu_0}{\varepsilon_0}\sigma_{xy}\sigma_{yx}, \tag{9}$$

где $k_z^{(1,2)} = \pm\sqrt{\omega^2\varepsilon_{1,2}/c^2 - k_x^2}$ – поперечные волновые числа, $c = 1/\sqrt{(\varepsilon_0\mu_0)}$ – скорость света, ε_0 и μ_0 – соответственно электрическая и магнитная постоянные. Знак перед радикалом выбирается из условия поверхностности волны (спада поля волны при удалении от графена). В отсутствие внешнего магнитного поля недиагональные элементы тензора проводимости графена равны нулю и уравнение (9) распадается на два независимых дисперсионных уравнения для TE волн – первая скобка в левой части уравнения (9) – и TM волн – вторая скобка в левой части уравнения (9). Интересным фактом является то, что анизотропия проводимости графена $\sigma_{xx} \neq \sigma_{yy}$, связанная с наличием пространственной дисперсии, не приводит к образованию гибридных TE + TM волн. Заметим, что дисперсионное уравнение для TE волн в исследуемом гидродинамическом режиме не имеет решения в виде поверхностных электромагнитных волн, поскольку межзонные процессы не учитываются в гидродинамических уравнениях, а внутризонная проводимость графена имеет индуктивный характер. В то же время, поверхностные TE волны в графене могут существовать в ТГц частотном диапазоне в присутствие дрейфа носителей заряда [8] вследствие того, что внутризонная проводимость графена может иметь емкостной характер в этом случае.

В квази-электростатическом пределе $c \to \infty$ уравнение (9) также распадается на два независимых дисперсионных уравнения для TE и TM волн с компонентами электромагнитного поля соответственно (H_x, H_z, E_y) и (E_x, E_z, H_y) даже в присутствие внешнего магнитного поля. При этом дисперсионное уравнение для TE волн, $k_z^{(1)} - k_z^{(2)} = 0$, не имеет решений в виде поверхностных волн, поскольку в силу этого уравнения поперечные волновые числа в средах *1* и *2* имеют одинаковые знаки. Квази-электростатическое дисперсионное уравнение для волн с TM поляризацией

$$\frac{\varepsilon_1}{k_z^{(1)}} - \frac{\varepsilon_2}{k_z^{(2)}} + \frac{\sigma_{xx}}{\omega\varepsilon_0} = 0 \qquad (10)$$

сохраняет зависимость собственных решений только от одного элемента тензора проводимости σ_{xx}, которая, в отличие от случая изотропного графена, зависит от величины внешнего магнитного поля. В квази-электростатическом пределе связь между поперечными и продольным волновыми числами сводится к виду $k_z^{(1,2)} = \pm i k_x$. Исчезновение TE составляющих электромагнитного поля в поверхностной волне в квази-электростатическом пределе можно объяснить следующим образом. Поперечно-электрическая поляризация возбуждается однородным (вдоль оси OY) осциллирующим электрическим током, возбуждаемым магнитной силой Лоренца. Однако электромагнитные поля, возбуждаемые однородным осциллирующим электрическим током, имеют чисто вихревую природу, и поэтому они исчезающе малы в квази-электростатическом пределе. Таким образом, влияние магнитогиротропии графена, приводящей к гибридной TE + TM поляризации магнитоплазмонов, уменьшается в квази-электростатическом режиме, так что магнитоплазмон приобретает преимущественно TM поляризацию. Последний результат является достаточно общим для ДЭС любого типа, а не только для графена. В то же время, сказанное не означает, что в поверхностной волне с TM поляризацией в ДЭС в статическом магнитном поле в квази-электростатическом пределе отсутствует движение электрических зарядов поперек направления распространения волны. Разумеется, что однородные осциллирующие электрические токи вдоль оси OY возбуждаются и в этом случае из-за тензорного характера проводимости графена в магнитном поле, но они не приводят к возбуждению электромагнитных полей с TE поляризацией по вышеуказанной причине. Необходимо отметить, что в латерально ограниченных структурах, например, в графеновой полоске, поперечные к направлению распространения поверхностной волны электрические токи сопровождаются накоплением и осцилляциями электрических зарядов на боковых ребрах полоски, что приводит к формированию волноводной моды магнитоплазмона.

Подстановка выражения для σ_{xx} из (8) в уравнение (10) позволяет записать аналитическое выражение для дисперсии магнитоплазменных волн в графене с пространственной дисперсией в квази-электростатическом пределе. В отсутствие затухания ($\gamma = 0$) получаем

$$\omega = \sqrt{\omega_\mathrm{c}^2 + \frac{e^2 n_0^2}{\rho_0\varepsilon_0(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}k_x + \frac{v_\mathrm{F}^2}{2}k_x^2}, \qquad (11)$$

что дает выражение для квадрата частоты магнитоплазмона в графене с пространственной дисперсией в виде суммы квадратов частот $\omega^2 = \omega_\mathrm{c}^2 + \omega_\mathrm{pl}^2 + \omega_\mathrm{s}^2$, где

$$\omega_\mathrm{pl} = \sqrt{\frac{e^2 n_0^2}{\rho_0\varepsilon_0(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}k_x}$$

– частота двумерного плазмона в графене в нулевом магнитном поле.

Учет затухания в дисперсионном уравнении (10) приводит к алгебраическому уравнению третьей степени относительно частоты

$$\omega\left((\omega + i\gamma) - \frac{\omega_\mathrm{c}^2}{(\omega+i\gamma)}\right) = \frac{e^2 n_0^2}{\rho_0\varepsilon_0(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}k_x + \frac{v_\mathrm{F}^2}{2}k_x^2, \qquad (12)$$

для которого только одно решение соответствует поверхностной волне:

$$\begin{gathered}\omega = \frac{2^{1/3}(3G - \gamma^2 + 3\omega_\mathrm{c}^2)}{3\Delta^{1/3}} + \frac{2^{2/3}\Delta^{1/3}}{6} - i\frac{\gamma}{2},\\ \Delta = \left[4(-3G + \gamma^2 - 3\omega_\mathrm{c}^2)^3 - \right.\\ \left. - \gamma^2(9G - 2(\gamma^2 + 9\omega_\mathrm{c}^2))^2\right]^{1/2} + \\ + i\gamma(9G - 2\gamma^2 - 18\omega_\mathrm{c}^2),\\ G = \frac{e^2 n_0^2 k_x}{\rho_0\varepsilon_0(\varepsilon_1+\varepsilon_2)} + \frac{v_\mathrm{F}^2 k_x^2}{2}.\end{gathered} \qquad (13)$$

В высокодобротных системах, $\omega/\gamma \gg 1$, влиянием затухания можно пренебречь и с достаточной точностью рассматривать дисперсию магнитоплазменных волн в графене на основе выражения (11).

4. Результаты расчетов и дискуссия. Пространственная дисперсия дает существенный вклад в анизотропию динамической проводимости графена (8) в дополнение к гиротропии графена в магнитном поле, рис. 2a и b. Кривые без пространственной дисперсии на рис. 2a и b получены при $\omega_\mathrm{s} = 0$. Учет пространственной дисперсии смещает резонансы проводимости графена в соответствии с формулой сложения квадратов частот осцилляторов $\omega^2 = \omega_\mathrm{c}^2 + \omega_\mathrm{s}^2$.

Дисперсия поверхностных магнитоплазменных волн в графене с учетом пространственной дисперсии демонстрирует значительную трансформацию при больших значениях волновых чисел по сравнению с моделью графена без пространственной дисперсии (рис. 3). Трансформация дисперсии происходит из-за влияния звукового транспорта электронов в графене. Сдвиг частоты магнитоплазмона

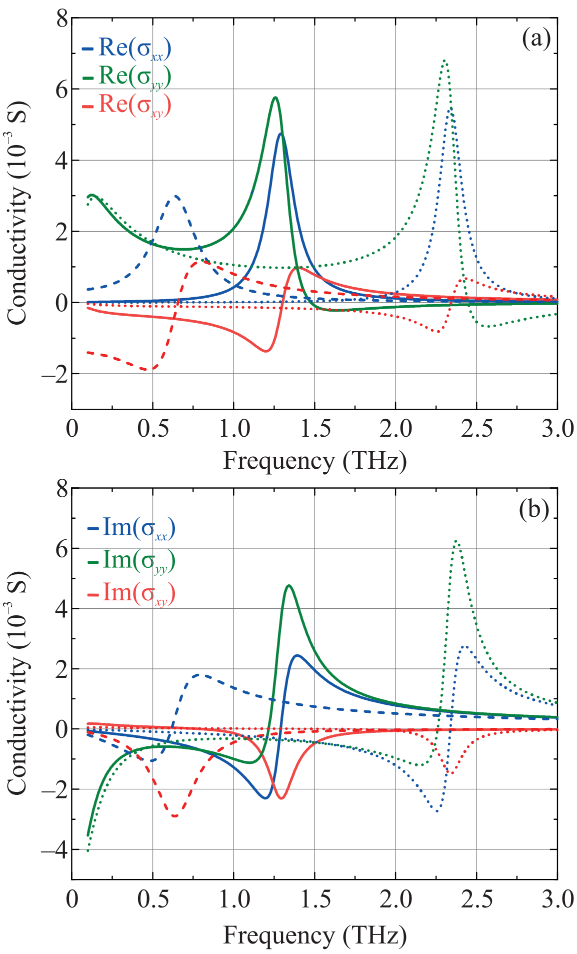

Рис. 2. (Цветной онлайн) Спектры действительных (a) и мнимых (b) частей элементов тензора проводимости графена $\hat{\sigma}$ с учетом (сплошные линии – для волнового вектора $k_x = 10^7\,\text{м}^{-1}$ и точечные линии – для волнового вектора $k_x = 2\times10^7\,\text{м}^{-1}$) и без учета (штриховые линии) пространственной дисперсии. Синим цветом обозначены элементы тензора σ_{xx}, красным – σ_{xy} и зеленым – σ_{yy}. Параметры: $E_{\text{F}} = 80$ мэВ, $\tau = 1$ пс и $B_0 = 0.2$ Тл

из-за пространственной дисперсии составляет 15% при волновых векторах порядка $10^7\,\text{м}^{-1}$. Усиление влияния электронного звука на дисперсию магнитоплазмонов также имеет место при уменьшении плазмонного вклада в дисперсию, что происходит при уменьшении концентрации электронов (энергии Ферми) и/или увеличении диэлектрической проницаемости окружающих сред (рис. 3). В этом случае различие частот магнитоплазмонов с учетом и без учета пространственной дисперсии может достигать 30 %. Дисперсия магнитоплазмона становится практически линейной при больших волновых числах из-за доминирования звукового транспорта электронов. В этом случае магнитоплазменная волна по

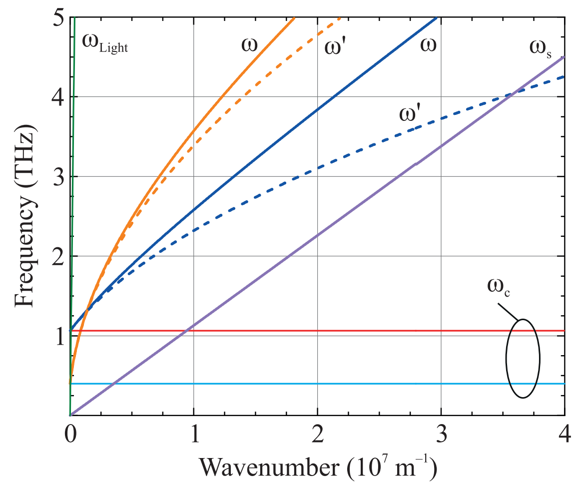

Рис. 3. (Цветной онлайн) Дисперсия магнитоплазмонов в графене с учетом (сплошные линии – ω) и без учета (пунктирные линии – ω') пространственной дисперсии. Оранжевые кривые соответствуют $E_{\text{F}} = 80$ мэВ и синие кривые – $E_{\text{F}} = 30$ мэВ. Вспомогательные линии: зеленая линия (ω_{Light}) – дисперсия света, частоты циклотронного резонанса (ω_{c}) при $E_{\text{F}} = 30$ мэВ (красная прямая линия) и $E_{\text{F}} = 80$ мэВ (голубая прямая линия), сиреневая прямая линия (ω_{s}) – дисперсия электронного звука в графене. Параметры: $B_0 = 0.2$ Тл, $\gamma = 0$

сути является электронной магнитозвуковой волной (в качестве вспомогательных линий рис. 3 показана линейная дисперсия электронного звука).

Хотя сама частота электронного звука в графене $\omega_{\text{s}} = v_{\text{F}} k_x/\sqrt{2}$ не зависит от магнитного поля, частота электронного магнитозвука зависит от магнитного поля за счет изменения циклотронной частоты (рис. 4). Однако, при этом изменение магнитного поля не меняет характер дисперсионной зависимости электронного магнитозвука, оставляя ее линейной при больших волновых числах.

Уникальная зависимость частоты ЦР в графене от концентрации электронов создает возможность управления частотой электронного магнитозвука с помощью изменения концентрации электронов в графене (рис. 5). Однако вместе с ростом концентрации электронов в графене растет и влияние плазмонных эффектов, что трансформирует магнитозвуковую моду в магнитоплазмон. В то же время, различие кривых с учетом и без учета пространственной дисперсии (рис. 5) остается достаточно существенным.

Сравнивая частоты плазмонов и электронного звука, можно оценить величины волновых чисел

$$k_x > \frac{2e^2 n_0^2}{v_{\text{F}}^2 \rho_0 \varepsilon_0 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)},$$

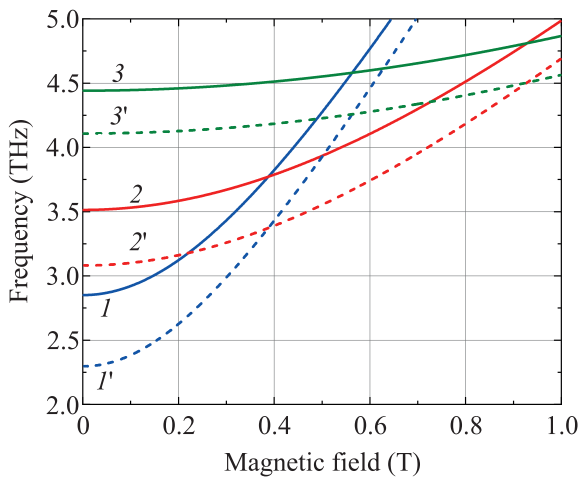

Рис. 4. (Цветной онлайн) Зависимость частоты электронного магнитозвука от магнитного поля с учетом (арабские цифры) и без учета (арабские цифры со штрихами) пространственной дисперсии при разных энергиях Ферми. Параметры: $E_{\rm F} = 25$ мэВ (кривые *1* и *1′*), $E_{\rm F} = 45$ мэВ (кривые *2* и *2′*), $E_{\rm F} = 80$ мэВ (кривые *3* и *3′*) при $k_x = 1.5 \times 10^7$ м$^{-1}$ и $\gamma = 0$

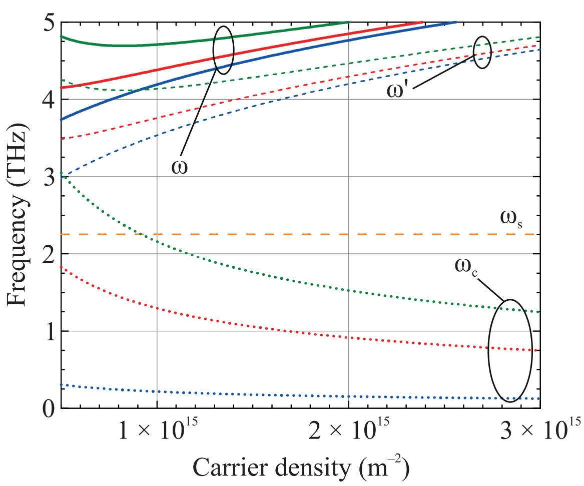

Рис. 5. (Цветной онлайн) Зависимость частоты электронного магнитозвука от концентрации электронов с учетом (ω – сплошные кривые) и без учета (ω' – пунктирные кривые) пространственной дисперсии при $B_0 = 0.05$ Тл (синие кривые), $B_0 = 0.3$ Тл (красные кривые) и $B_0 = 0.5$ Тл (зеленые кривые) для значения волнового числа $k_x = 2 \times 10^7$ м$^{-1}$. Вспомогательные точечные кривые (тех же цветов) показывают зависимости циклотронной частоты от концентрации электронов в графене ($\omega_{\rm c}$) при тех же величинах B_0, горизонтальная красная штриховая линия показывает частоту электронного звука в графене ($\omega_{\rm s}$)

при которых эффекты пространственной дисперсии являются доминирующими, и поверхностная волна преобладающе является электронным магнитозвуком.

4. Заключение. В работе исследована гидродинамика электронов в графене в постоянном магнитном поле. Получен тензор динамической проводимости графена с учетом пространственной дисперсии. Изучены дисперсионные, магнитополевые и концентрационные зависимости частоты магнитоплазменнозвуковых волн. Показано, что влияние магнитогиротропии графена уменьшается в квазиэлектростатическом режиме. Это приводит к тому, что магнитоплазмон приобретает преимущественно ТМ поляризацию с ростом волнового числа. Последний результат является достаточно общим для ДЭС любого типа, а не только для графена. При больших волновых числах магнитоплазмонов (превышающих 10^7 м$^{-1}$) магнитоплазмон трансформируется в электронный магнитозвук. Результаты могут быть полезны при создании магнитоуправляемых плазмонных устройств на основе графена для ТГц диапазона частот.

Финансирование работы. Работа поддержана грантом Российского научного фонда # 22-19-00611-П, https://rscf.ru/project/22-19-00611/.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov, D. Jiang, Y. Zhang, S. V. Dubonos, I. V. Grigorieva, and A. A. Firsov, Science, **306**(5696), 666 (2004).
2. K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov, D. Jiang, M. I. Katsnelson, I. V. Grigorieva, S. V. Dubonos, and A. A. Firsov, Nature **438**(7065), 197 (2005).
3. S. Bhandari, G. H. Lee, A. Klales, K. Watanabe, T. Taniguchi, E. Heller, P. Kim, and R. M. Westervelt, Nano Lett. **16**(3), 1690 (2016).
4. I. Crassee, M. Orlita, M. Potemski, A. L. Walter, M. Ostler, T. Seyller, I. Gaponenko, J. Chen, and A. B. Kuzmenko, Nano Lett. **12**, 2470 (2012).
5. I. Crassee, J. Levallois, A. L. Walter, M. Ostler, A. Bostwick, E. Rotenberg, T. Seyller, D. van der Marel, and A. B. Kuzmenko, Nat. Phys. **7**, 48 (2011).
6. M. Tamagnone, A. Fallahi, J. R. Mosig, and J. Perruisseau-Carrier, Nat. Photonics **8**, 556 (2014).
7. S. A. Mikhailov and K. Ziegler, Phys. Rev. Lett. **99**, 016803 (2007).
8. I. M. Moiseenko, V. V. Popov, and D. V. Fateev, J. Phys.: Condens. Matter **34**, 295301 (2022).
9. A. V. Chaplik, Surf. Sci. Rep. **5**, 289 (1985).
10. R. S. Deacon, K. C. Chuang, R. J. Nicholas, K. S. Novoselov, and A. K. Geim, Phys. Rev. B **76**, 081406(R) (2007).

11. N. Jiao, S. Kang, K. Han, X. Shen, and W. Wang, Phys. Rev. B **99**, 195440 (2019).
12. B. J. Russell, B. Zhou, T. Taniguchi, K. Watanabe, and E. A. Henriksen, Phys. Rev. Lett. **120**, 047401 (2018).
13. R. Roldán, M. O. Goerbig, and J. N. Fuchs, Phys. Rev. B **83**, 205406 (20110.
14. D. A. Bandurin, E. Mönch, K. Kapralov, I. Y. Phinney, K. Lindner, S. Liu, J. H. Edgar, I. A. Dmitriev, P. Jarillo-Herrero, D. Svintsov, and S. D. Ganichev, Nat. Phys. **18**(4), 462 (2022).
15. D. A. Bandurin, A. V. Shytov, L. S. Levitov, R. K. Kumar, A. I. Berdyugin, M. Ben Shalom, I. V. Grigorieva, A. K. Geim, and G. Falkovich, Nat. Commun. **9**, 4533 (2018).
16. D. Svintsov, Phys. Rev. B **97**, 121405(R) (2018).
17. A. Lucas and K. C. Fong, J. Phys. Condens. Matter **30**, 053001 (2018).
18. D. Svintsov, V. Vyurkov, V. Ryzhii, and T. Otsuji, Phys. Rev. B **88**, 245444 (2013).
19. S. Rudin, Int. J. High Speed Electron. Syst. **20**, 567 (2011).
20. B. N. Narozhny, Ann. Phys. **411**, 167979 (2019).
21. I. M. Moiseenko, D. V. Fateev, and V. V. Popov, Phys. Rev. B **109**, L041401 (2024).
22. I. M. Moiseenko, D. V. Fateev, and V. V. Popov, Phys. Rev. B **110**, L081402 (2024).
23. Y. Dong, L. Xiong, I. Y. Phinney et al. (Collaboration), Nature **594**(7864), 513 (2021).
24. W. Zhao, S. Wang, S. Chen, Z. Zhang, K. Watanabe, T. Taniguchi, A. Zettl, and F. Wang, Nature **614**, 688 (2023).
25. M. J. Ku, T. X. Zhou, Q. Li et al. (Collaboration), Nature **583**(7817), 537 (2020).
26. D. V. Fateev and V. V. Popov, Semiconductors **54**, 941 (2020).
27. D. Svintsov, Phys. Rev. B **100**, 195428 (2019).
28. D. Svintsov, V. Vyurkov, S. Yurchenko, T. Otsuji, and V. Ryzhii, J. Appl. Phys. **111**, 083715 (2012).
29. A. Lucas, Phys. Rev. B **93**, 245153 (2016).
30. Z. Sun, D. N. Basov, and M. M. Fogler, Phys. Rev. Lett. **117**, 076805 (2016).
31. D. Pines, Can. J. Phys. **34**, 1379 (1956).
32. E. H. Hwang and S. Das Sarma, Phys. Rev. B **75**, 205418 (2007).
33. U. Briskot, M. Schütt, I. V. Gornyi, M. Titov, B. N. Narozhny, and A. D. Mirlin, Phys. Rev. B **92**(11), 115426 (2015).
34. B. N. Narozhny, I. V. Gornyi, and M. Titov, Phys. Rev. B **103**(11), 115402 (2021).
35. E. H. Hasdeo, J. Ekström, E. G. Idrisov, and T. L. Schmidt, Phys. Rev. B **103**, 125106 (2021).
36. R. Krishna Kumar, D. A. Bandurin, F. M. Pellegrino et al. (Collaboration), Nat. Phys. **13**(12), 1182 (2017).
37. Y. W. Tan, Y. Zhang, K. Bolotin, Y. Zhao, S. Adam, E. H. Hwang, S. Das Sarma, H. L. Stormer, and P. Kim, Phys. Rev. Lett. **99**, 246803 (2007).
38. M. Orlita, C. Faugeras, P. Plochocka, P. Neugebauer, G. Martinez, D. K. Maude, A. L. Barra, M. Sprinkle, C. Berger, W. A. De Heer, and M. Potemski, Phys. Rev. Lett. **101**, 267601 (2008).
39. J. M. Dawlaty, S. Shivaraman, M. Chandrashekhar, F. Rana, and M. G. Spencer, Appl. Phys. Lett. **92**, 042116 (2008).
40. P. A. George, J. Strait, J. Dawlaty, S. Shivaraman, M. Chandrashekhar, F. Rana, and M. G. Spencer, Nano Lett. **8**, 4248 (2008).
41. P. S. Alekseev, Phys. Rev. B **98**(16), 165440 (2018).
42. K. Kapralov and D. Svintsov, Phys. Rev. B **106**(11), 115415 (2022).
43. B. Wunsch, T. Stauber, F. Sols, and F. Guinea, New J. Phys. **8**, 318 (2006).
44. A. H. Castro Neto, F. Guinea, N. M. Peres, K. S. Novoselov, and A. K. Geim, Rev. Mod. Phys. **81**(1), 109 (2009).
45. V. Ryzhii, A. Satou, and T. Otsuji, J. Appl. Phys. **101**(2), 024509 (2007).