Письма в ЖЭТФ, том 122, вып. 9, с. 589 – 596

Вязкоупругий резонанс в течении двумерных электронов при реалистичных граничных условиях на краях канала

А. Н. Афанасьев, К. А. Барышников, А. В. Коротченков, П. С. Алексеев[1)]

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе, 194021 С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 5 сентября 2025 г.
После переработки 29 сентября 2025 г.
Принята к публикации 2 октября 2025 г.

Построена теория высокочастотных гидродинамических течений двумерных (2D) электронов в образцах наноструктур с малой плотностью дефектов и с краями разной степени неидеальности. Показано, что резонанс в высокочастотных коэффициентах вязкости приводит к зависимости импеданса образца от магнитного поля с острой особенностью, характер которой зависит от типа края: полному прилипанию жидкости к краям отвечает узкий высокий резонанс, увеличение проскальзывания жидкости у краев приводит к сильному уширению пика и уменьшению его амплитуды, а затем к его исчезновению. Таким образом, тип краевых условий является важным фактором, определяющим форму высокочастотных течений 2D электронов. Обсуждаются возможные объяснения аномального магнето-фото-сопротивления, наблюдавшегося в сверхчистых образцах графена и квантовых ямах GaAs, в рамках развитой модели.

DOI: 10.31857/S0370274X25110103

1. Введение. В твердотельных системах с низкой плотностью дефектов межэлектронное взаимодействие может приводить к образованию вязкой жидкости из электронов проводимости и реализации гидродинамического режима транспорта. Около десяти лет назад это было экспериментально продемонстрировано для квазидвумерного слоистого металла $PdCoO_2$ [1], однослойного графена [2–6] и квантовых ям GaAs [7–10]. Гидродинамический режим был обнаружен по специфической зависимости сопротивления от ширины образца [1], по наблюдению отрицательного нелокального сопротивления, связанного с формированием вихрей в образцах сложных геометрий [2, 4], по уменьшению сопротивления образца с температурой (эффект Гуржи) [8]. Гигантское отрицательное магнетосопротивление является еще одним характерным признаком для обнаружения гидродинамического электронного транспорта. Этот эффект наблюдался в высококачественных квантовых ямах GaAs [10–14] и был объяснен в [7] как результат формирования вязкой электронной жидкости [15].

Другие эффекты электронной гидродинамики изучались в последующих работах (см., например, [16–26]). В работе [17] было теоретически изучено высокочастотное течение вязкой электронной жидкости в образце в форме полоски. В [18, 19] было показано, что высокочастотные коэффициенты вязкости 2D электронов в магнитном поле имеют одиночный резонанс на удвоенной циклотронной частоте. В случае сильно неидеальной жидкости такой "вязкоупругий" резонанс проявляется в спектре поперечных магнитозвуковых волн [20, 21]. В работе [24] были изучены эффекты памяти при межэлектронных столкновениях в магнитном поле, приводящие к нетривиальному фото-магнето-сопротивлению.

Высокий узкий пик (или более слабая пикообразная особенность) в магнето-фото-сопротивлении на удвоенной циклотронной частоте наблюдались в сверхчистых образцах квантовых ям GaAs и графена [10, 14, 27–32]. Активно обсуждаются два подхода к объяснению этой особенности. Один из них состоит в прямом расчете отклика электронов на падающее переменное поле в рамках уравнения Больцмана с учетом магнитоплазмонных бернштейновских мод, т.е. внутренних электрических полей от возмущений плотности электронов [30]. Другой подход состоит в решении гидродинамических уравнений типа Навье–Стокса для электронной жидкости с учетом высокочастотной вязкости электронов в магнитном поле и запаздывающих нелинейных слагаемых [20, 21, 24]. К настоящему времени оба эти подхода имеют как сильные, так и слабые стороны в объяснении экспериментов.

Для стационарных гидродинамических течений 2D электронной жидкости очень важными являются граничные условия на краях образца. Например, в работах [33, 34] было показано, что приближенное решение кинетического уравнения в прикраевых сло-

[1)]e-mail: pavel.alekseev@mail.ioffe.ru

ях, где значительная часть электронов отражается от шероховатого края, приводит к уточненным граничным условиям для гидродинамической скорости. Был теоретически изучен вклад в магнетосопротивление от прикраевых полубаллистических слоев [35]. На основе приближенного решения кинетического уравнения в слабом магнитном поле [36] и на основе его точного решения [37] изучен эффект Холла в течении Пуазейля 2D электронов. Показано, что обусловленная столкновениями поправка к холловского сопротивления контролируется как объемным слагаемым холловской вязкости, так и типом граничных условий в данном образце.

В этой работе изучена роль граничных условий в высокочастотном магнетотранспорте вязкой (2D) электронной жидкости. Рассмотрение стартует с упрощенных "квази-диффузных" граничных условий на функцию распределения 2D электронов, которые ранее использовались в работах [38, 39] и описывают частичное прилипание и частичное проскальзывание течения электронов у краев образца. В предположении, что течение описывается гидродинамической функцией распределения, получены граничные условия на гидродинамическую скорость в уравнениях типа Навье–Стокса, содержащие высокочастотную вязкость, магнитное поле и параметр, характеризующий шероховатость краев образца. В этой модели рассчитан линейный отклик электронной жидкости в длинном образце в перпендикулярном магнитном поле на высокочастотное электрическое поле. Магнетоимпеданс образца имеет яркую особенность на удвоенной циклотронной частоте: острый пик при полном прилипании, который с увеличением проскальзывания качественно изменяется, превращаясь сначала в широкий максимум с изломом, а затем полностью исчезая. Обсуждается возможная связь полученных результатов с наблюдениями [10, 14, 27–32] магнето-фото-сопротивления в сверхчистых наноструктурах.

Таким образом, тип краевых условий существенно важен для реализации и свойств высокочастотных гидродинамических течений электронной жидкости.

2. Модель. Рассмотрим высокочастотные течения вырожденных 2D электронов в длинных образцах: $y_L = -W/2 \le y \le y_R = W/2$, $-\infty < x < \infty$. В работе [21] в рамках теории ферми-жидкости Ландау был выполнен вывод нестационарных уравнений гидродинамики электронной жидкости из кинетического уравнения для квазичастиц. Ниже в рамках аналогичного рассмотрения получим граничные условия для уравнений гидродинамики, отвечающие рассеянию электронов на неидеальных краях образца.

В объеме образца релаксацию за счет межчастичных столкновений будем описывать упрощенным интегралом столкновений [4, 22]:

$$St_{\rm bulk}[\,\delta f\,] = -\,\gamma_{\rm b} \sum_{|m|\ge 2} P_m[\,\delta f\,]\,. \qquad (1)$$

Здесь δf – неравновесная часть функции распределения квазичастиц [21], индекс "b" означает величины без учета перенормировок от межэлектронного взаимодействия, P_m – проекторы функции $\delta f(y,\varphi)$ на гармоники $e^{im\varphi}$, φ – угол скорости квазичастиц $\mathbf{v}(\varphi)$. Оператор (1) приводит к релаксации сдвиговых напряжений, пропорциональных амплитудам гармоник δf_m с $|m| = 2$, но не приводит к релаксации гидродинамической скорости $V \sim \delta f_{\pm 1}$.

Следуя работам [38, 39], выберем модельное граничное условие на краях образца, $y_{L,R} = \mp W/2$, задаваемое краевым вкладом:

$$St_{\rm ed}[\delta f] = -a_{\rm b}[\delta(y - y_L) + \delta(y - y_R)]\,(P_1 + P_{-1})[\delta f], \qquad (2)$$

в полный оператор столкновений $St_{\rm bulk}[\delta f] + St_{\rm ed}[\delta f]$.

Описанное граничное условие отчасти похоже на диффузное граничное условие (см., например, [22, 36]), которое отвечает отражению электронов от края во всех направлениях с одинаковой вероятностью за счет макроскопических шероховатостей края. Однако, интеграл (2) более грубо, чем диффузное граничное условие, описывает процесс отражения: конкретные положения краев $y_{L,R}$, от которых происходит случайное отражение, размываются на длину $l_{\rm ed}$. В этих областях формируются падающая и отраженная электронные волны, конкретный вид которых зависит от хаотического электростатического потенциала края с шириной $\sim l_{\rm ed}$.

Будем предполагать, что течение можно описывать гидродинамической функцией распределения, содержащей только гармоники с $|m| \le 2$ [2]):

$$\delta f(y,\varphi) = \sum_{m=1,2\,;\,\pm} \delta f_m(y)\, \exp(\pm i m\varphi). \qquad (3)$$

Будем считать образец узким, много меньше длины волны плазмонов в системе: $W \ll \lambda_p$. В этом

2) Вопрос о применимости гидродинамического описания для высокочастотных течений подробно обсуждался в [21, 24]: это приближение справедливо при большой силе межэлектронного взаимодействия, отвечающей низким плотностям 2D электронов и большим параметрам взаимодействия Ландау ($F_{1,2} \gg 1$); для почти идеального электронного газа применимость гидродинамического описания, по-видимому, определяется свойствами конкретного образца и параметрами течения.

случае функция распределения гидродинамического типа (3) имеет относительно малую нулевую гармонику, $m = 0$, определяющую возмущение плотности электронов, что приводит к подавлению роли внутренних электрических полей [20, 24]. Как следствие, в формировании течения главную роль играет продольная компонента $E_x(t)$ падающего излучения, при этом компонента $E_y(t)$ приводит к относительно малой по величине компоненте $V_y(y,t)$ и малым поправкам к $V_x(y,t)$, которыми мы пренебрежем.

Найдем линейный отклик электронной жидкости $V_x(y,t) \equiv V(y,t)$ на падающее переменное поле $E_x(t) = E\, e^{-i\omega t} + \text{c.c.}$ при наличии магнитного поля $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_z$. Уравнение Больцмана для функции типа (3) в объеме образца приводит к высокочастотному уравнению Навье–Стокса для переменной скорости $V(y,t) = V(y)e^{-i\omega t} + \text{c.c.}$ [20, 21]:

$$-i\omega V = eE/m_\text{b} + \eta_{xx}V'', \qquad (4)$$

где m_b – масса электрона, не перенормированная взаимодействием; $\eta_{xx} = \eta_{xx}(\omega)$ – диагональная компонента высокочастотной вязкости в магнитном поле:

$$\eta_{xx}(\omega) = \eta_0\,\frac{1 - i\omega/\gamma}{(1 - i\omega/\gamma)^2 + (2\omega_c/\gamma)^2}. \qquad (5)$$

Здесь $\eta_0 = v_F^2(1+F_1)(1+F_2)/4\gamma$ – вязкость для стационарных течений в нулевом магнитном поле, $F_{1,2}$ – параметры функции Ландау, $\gamma = (1+F_2)\gamma_\text{b}$, $\omega_c = eB(1+F_2)/[m_\text{b}c(1+F_1)]$ – перенормированная циклотронная частота.

Собственное число уравнения (4):

$$\lambda(\omega) = \sqrt{-i\omega/\eta_{xx}(\omega)}, \qquad (6)$$

определяет характерные масштабы затухания и осцилляций амплитуды скорости $V(y)$. Заметим, что в случае полного прилипания к краям, когда граничные условия принимают вид $V(y_{L,R}) = 0$, в отсутствии магнитного поля и при достаточно низких частотах $\omega \ll \gamma$ возможны два типа течений: переменное течение Пуазейля с параболическим по y профилем $V(y) \sim y^2$, когда выполнено $\omega \ll \eta_0/W^2$, и течение Уомерсли с профилем $V(y) \sim \cosh\big(\sqrt{-i\omega/\eta_0}\, y\big)$, когда $\eta_0/W^2 \ll \omega \ll \gamma$ (см. рис. 1). В конечных магнитных полях течение приобретает более сложный профиль, зависящий от соотношения между ω и ω_c (см. рис. 2 и приложение к работе [20]).

В рамках метода моментов для кинетического уравнения, при умножении интеграла столкновений (2) на скорость квазичастиц $\mathbf{v}(\varphi)$ и усреднении по φ в уравнении (4) возникают краевые слагаемые:

$$-a\,[\delta(y-y_L)V(y_L) + \delta(y-y_R)V(y_R)], \qquad (7)$$

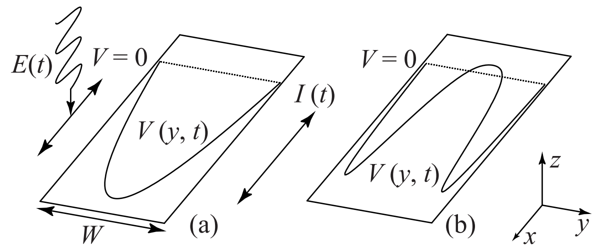

Рис. 1. Переменное во времени течение Пуазейля (a) и течение Уомерсли (b), возникающие как отклик на электрическое поле $E(t)$ в длинной полоске с вязкой 2D электронной жидкостью. Показаны направление полного тока $I(t)$ и профили скоростей $V(y,t) = V(y)e^{-i\omega t} + \text{c.c.}$ для граничных условий полного прилипания $V(y = \pm W/2) = 0$. Случай (a) отвечает более низким частотам $\omega \ll \eta_0/W^2$, случай (b) – более высоким частотам $\eta_0/W^2 \ll \omega \ll \gamma$

где $a = a_\text{b}(1+F_1)$. Интегрирование по y уравнения Навье–Стокса (4) со слагаемыми (7) дает следующие граничные условия: $[\,\pm\,\eta_{xx}(\omega)\,V' - a\,V\,]\,|_{y=y_{L,R}} = 0$. Их можно записать в стандартном виде [33–37]:

$$(\mp l_\text{sl}\,V' + V\,)\,|_{y=y_{L,R}} = 0, \qquad (8)$$

введя максвелловскую длину проскальзывания l_sl, зависящую от частоты и магнитного поля:

$$l_\text{sl}(\omega,\omega_c) = \eta_{xx}(\omega,\omega_c)/a. \qquad (9)$$

Видно, что предел $a \to 0$ отвечает зеркальному граничному условию, $V'|_{y=y_{L,R}} = 0$, а предел $a \to \infty$ – условию полного прилипания, $V|_{y=y_{L,R}} = 0$.

3. Результаты решения уравнений модели. Решение уравнения (4) с граничными условиями (8) дает следующий профиль амплитуды скорости:

$$V(y) = \frac{ieE}{m_\text{b}\omega}\Big[1 - \frac{\cosh(\lambda y)/\cosh(\lambda W/2)}{1 + \lambda l_\text{sl}\tanh(\lambda W/2)}\Big]. \qquad (10)$$

На рисунке 2 представлены вещественная и мнимая части полученной амплитуды скорости для магнитных полей, отвечающих вязкоупругому резонансу.

Полный ток $I = en\int_{y_L}^{y_R} dy\, V(y)$ приобретает вид:

$$I = \frac{ine^2EW}{m_\text{b}\omega}\,\Big[\,1 - \frac{\tanh(\lambda W/2)\,/\,(\lambda W/2)}{1 + \lambda l_\text{sl}\tanh(\lambda W/2)}\,\Big]. \qquad (11)$$

Из формул (10) и (11) видно, что для широких образцов, $W \gg 1/\text{Re}\,\lambda,\ 1/\text{Im}\,\lambda$ (что гарантированно выполняется при $v_F/\gamma \ll W \ll \lambda_p$), основная часть тока $I_{00} = ine^2EW/(m_\text{b}\omega)$ есть кинематический отклик в объеме образца, а гидродинамические процессы происходят в прикраевых областях. Последние определяют вещественную часть тока $\text{Re}\,I$ (11) и поправку

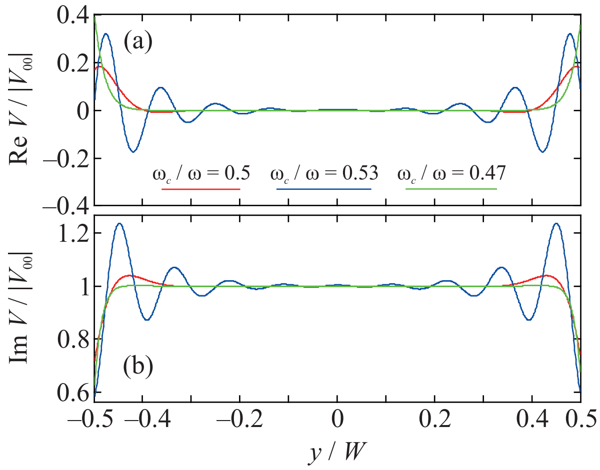

Рис. 2. (Цветной онлайн) Профили скорости для гидродинамического течения вязкой электронной жидкости в перпендикулярном магнитном поле для случая квазидиффузного отражения электронов от края (конечная длина $l_{\rm sl}(\omega,\omega_c)$). Расчеты выполнены при фиксированной частоте падающего излучения ω для параметров $a = v_F$, $\omega/\gamma = 40$ и $W\gamma/v_F = 2$. Красные кривые отвечают магнитному полю точно в резонансе, $\omega_c = \omega/2$, зеленые и синие – несколько выше и несколько ниже резонанса (см. панель (a)). Осцилляции при $\omega_c < \omega/2$ в рамках модели сильно неидеальной жидкости отражают появление стоячих сдвиговых волн в высокочастотном течении (см. подробнее в [20, 24]); для течений почти идеального ферми-газа они, по-видимому, отражают появление эффектов соразмерности ширины образца W и циклотронного диаметра $2v_F/\omega_c$ (см., например, [23])

к мнимой части, $\mathrm{Im}\,(I - I_{00})$, которые не зависят от W в пределе $W \to \infty$. Из (10) и (11) также видно, что для зеркальных краев, $a \to 0$, течение во всем образце представляет собой однородный по y кинематический отклик $V_{00} = ieE/(m_{\rm b}\omega)$.

В случае полного прилипания жидкости к краям (т.е. $l_{\rm sl}(\omega) = 0$ или $a \to \infty$) формула (11) немедленно приводит к ранее известному результату [20]:

$$I_0 = I_{00}\left[\,1 \,-\, \tanh(\lambda W/2)\,/\,(\lambda W/2)\,\right]. \qquad (12)$$

В силу резонансного характера зависимости собственного числа λ (6) от ω_c величина $\mathrm{Re}\,I_0$ (12) для широких образцов имеет острый резонанс на удвоенной циклотронной частоте, $\omega_c = \omega/2$ (см. [20, 24]).

Приведем оценки величин I (11) и I_0 (12) для обсужденного выше случая разумной величины константы a в (2): $a \sim v_F$. В этом случае уравнения (9), (6), (11) для широких образцов дают оценку (как в точке резонанса $\omega_c = \omega/2$, так и при $\omega_c \lesssim \omega/2$):

$$I = I_{00}\,[\,1 - g\,], \qquad g(\omega,\omega_c) \sim i\,(v_F/\omega)\,/\,W. \qquad (13)$$

В системе с полным прилипанием ($a \to \infty$) из формулы (12) получаем оценку при всех ω_c:

$$I_0 = I_{00}\,[\,1 - g_0\,], \quad g_0(\omega,\omega_c) \sim \sqrt{i\eta_{xx}/\omega}\,/\,W. \qquad (14)$$

Видно, что вне резонанса, $|\omega_c - \omega/2| \gg \gamma$, выполнено: $|g_0| \sim v_F/(W\omega) \sim |g|$, но в окрестности резонанса, $|\omega_c - \omega/2| \sim \gamma$, реализуется неравенство: $|g_0| \sim v_F/(W\sqrt{\gamma\omega}) \gg |g|$. При этом величина $g(\omega_c)$ при фиксированной частоте $\omega \gg \gamma$ имеет острый максимум при $\omega_c = \omega/2$ шириной порядка ω, а величина $g_0(\omega_c)$ как функция ω_c имеет узкий асимметричный максимум при $\omega_c = \omega/2$ шириной $\sim \gamma$.

Вещественная часть тока I характеризует мощность, поглощаемую системой, т.е. интенсивность кинетических процессов. Результаты расчета $\mathrm{Re}\,I$ и $\mathrm{Re}\,I_0$ для широких образцов по формулам (11) и (12) представлены на рис. 3: сплошные кривые отвечают конечной большой ширине $v_F/\gamma < W \ll \lambda_p$; штрихованные кривые отвечает предельному случаю $v_F/\gamma \ll W \ll \lambda_p$. Появление проскальзывания в граничных условиях приводит к постепенному превращению высокого узкого резонанса (при полном прилипании, $a \gg v_F$ и $l_{\rm sl} \to 0$) в широкий и относительно низкий острый максимум в случае $a \sim v_F$ и исчезновению пика при $a \ll v_F$.

Опишем подробнее формы кривых $\mathrm{Re}\,I_0(\omega_c)$, $\mathrm{Re}\,I(\omega_c)$ при переходе от случая полного прилипания ($a \gg v_F$) к случаю квази-диффузного отражения ($a \sim v_F$). Резонанс при $\omega_c \approx \omega/2$ в зависимости $\mathrm{Re}\,I_0(\omega_c)$ в соответствии с (12) и (14) имеет для широких образцов следующую форму (см. также рис. 3):

$$\mathrm{Re}\{\,-i\sqrt{i\eta_{xx}(\omega)}\,\} \sim \mathrm{Re}\{\,1/\sqrt{\omega/2 - \omega_c + i\gamma}\,\}. \qquad (15)$$

Для величины $\mathrm{Re}\,I$ с ростом длины прилипания $l_{\rm sl}$ в (9) в точке $\omega_c = \omega/2$ из резонанса постепенно формируется пико образная особенность: вместо высокого узкого пика возникает максимум с резким изломом. Правее этой особенности кривая $\mathrm{Re}\,I(\omega_c)$ плавно падает до нуля, а левее падает до значений в несколько раз меньших, чем $\mathrm{Re}\,I(\omega/2)$. Расчет на основе (11) дает, что при $a = v_F$, $\omega \gg \gamma$ и $W \gg v_F/\gamma$ отношение значений величины $\mathrm{Re}\,I$ в резонансе $\omega_c = \omega/2$ и при $B = 0$ составляет 3 раза.

Из (11) следует, что в пределе максимального проскальзывания $\lambda l_{\rm sl} \to \infty$ (что соответствует $a \to 0$) поправка к объемному кинематическому вкладу в ток I_{00} для широкого образца приобретает вид: $\Delta I = -2\,I_{00}\,/(\lambda^2 l_{\rm sl} W) = 2ne^2Ea/(m\omega^2)$. Это выражение линейно по a и не зависит от вязкости. Вязкость исчезает из выражения ΔI, так как в этом

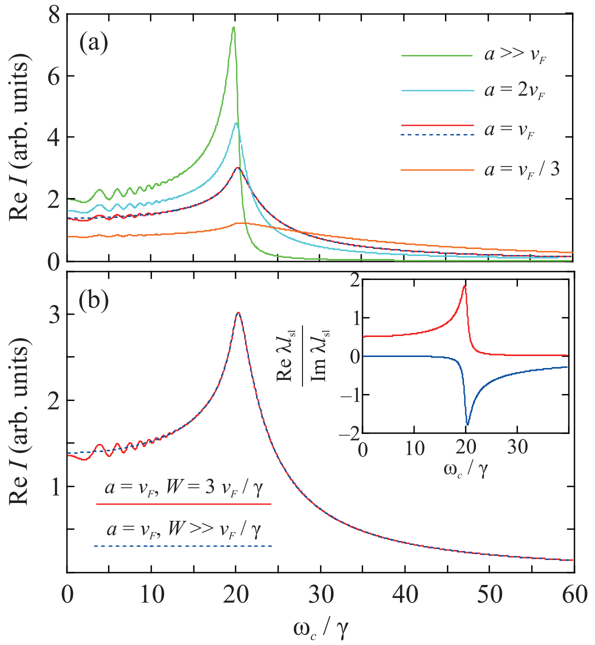

Рис. 3. (Цветной онлайн) (a) – Вещественная часть тока для случая полного прилипания (зеленая кривая для $a \gg v_F$, отвечающая I_0 (12)) и для случая "квазидиффузного отражения" (все остальные кривые для $a \sim v_F$, рассчитанные по формуле (11)). Сплошные кривые отвечают конечной большой ширине образца $W = 3\,(v_F/\gamma)$, штриховая кривая – предельному случаю $v_F/\gamma \ll W \ll \lambda_{\rm p}$. Для всех кривых $\omega/\gamma = 40$. (b) – Красная и синяя кривые – те же, что на панели (a), построенные в большем масштабе по вертикали. Вставка: величина $\lambda l_{\rm sl}$, входящая в знаменатель в (11), и определяющее меру отклонения используемых граничных условий от условий полного прилипания. В пределе $\omega \gg \gamma$ величина $\lambda l_{\rm sl}$ стремится к бесконечности при $\omega_c = \omega/2$, однако при использованном реалистичном отношении $\omega/\gamma = 40$ она относительно невелика, но все равно приводит к значительной роли проскальзывания (см. панель (*a*))

пределе происходит компенсация влияния вязкости на форму граничного условия (8) с $l_{\rm sl}$ (9) и на ширину прикраевого слоя, которая контролируется числом λ (6). Таким образом, при достаточно малых a пик в величине $\mathrm{Re}\, I(\omega_c)$ исчезает и ее амплитуда стремится к нулю, что говорит о качественном изменении фотоотклика с ростом проскальзывания (см. также рис. 3(a)).

Отметим, что межэлектронное взаимодействие, определяющее ферми-жидкостные перенормировки параметров a, η_0, γ, ω_c (см. раздел 2), может оказывать существенное влияние на величину изучаемого эффекта проскальзывания на фотоотклик. Для безразмерной величины $\lambda l_{\rm sl}$, определяющей относительную роль этого эффекта, получаются следующие оценки через параметры модели, не зависящие от межэлектронного взаимодействия, и параметры Ландау, определяющие силу взаимодействия:

$$|\lambda l_{\rm sl}| \sim \frac{p_F/(m_{\rm b} a_{\rm b})}{(1+F_1)^{3/2}} \times \begin{cases} (\omega/\gamma_{\rm b})^{1/2}, & \omega_c = \omega/2, \\ (1+F_2)^{1/2}, & |\omega_c - \omega/2| \gg \gamma. \end{cases}$$

Видно, что в обоих случаях большое межэлектронное взаимодействие, отвечающее сильно неидеальной ферми-жидкости и неравенству $F_1 \gg 1$, приводит к уменьшению параметра $\lambda l_{\rm sl}$ и ослаблению влияния проскальзывания для заданных (p_F, $a_{\rm b}$, $\gamma_{\rm b}$) по сравнению со случаем, в котором $F_1 \ll 1$. Таким образом, в системах с сильным межчастичным взаимодействием ожидается большее прилипание течения к шероховатым краям и более выраженный резонанс при $\omega_c = \omega/2$. Это явление качественно похоже на пиннинг электронных твердотельных систем типа вигнеровского кристалла на беспорядке от дефектов (см., например, обзор [40]).

4. Обсуждение. Выше был изучен линейный отклик электронной жидкости на электрическое поле падающего излучения с учетом проскальзывания жидкости у краев. В экспериментах, в принципе, возможно непосредственное измерение поглощаемой мощности $\mathcal{W} \sim E\,\mathrm{Re}\, I$ падающего излучения, которая непосредственно связана с рассчитанной величиной $\mathrm{Re}\, I$. Однако более доступным экспериментом является измерение фотосопротивления или фотовольтаического эффекта[3)]. Оба эти эффекта являются нелинейными по высокочастотному полю $E(t)$. Поэтому для построения теории этих эффектов в образцах с краями с проскальзыванием необходимо использовать не только рассчитанный в настоящей работе линейный отклик $V(y,t)$, но также ввести в теорию какой-либо механизм нелинейности. Например, в [24] была построена модель нелинейного гидродинамического магнетотранспорта и рассчитано фотосопротивление для случая сильно неидеальной электронной жидкости и полного прилипания, $V|_{y=y_{L,R}} = 0$, при этом учитывались нелинейные эффекты памяти при повторных столкновениях электронов на циклотронных траекториях.

Нелинейный отклик образца (например, фотопроводимость) определяется как вещественной, так и мнимой частями гидродинамической скорости линейного отклика [24]. Кроме того, выражение для

[3)] В работе [41] наблюдалась резкая небольшая особенность при $\omega = 2\omega_c$ в фотовольтаическом эффекте на образцах квантовых ям GaAs с малой плотностью дефектов и разными формами затвора.

фотопроводимости может содержать компоненты тензора потока импульса, вычисленные в первом порядке по $E(t)$, $\Pi_{xy,yy}(y) = -\eta_{xx,xy}(\omega)\, dV/dy$ [24]. Поэтому итоговое фотосопротивление, по-видимому, типично содержит как обе величины $(\mathrm{Re}, \mathrm{Im})\, V(y)$, так и величины $(\mathrm{Re}, \mathrm{Im})\, \Pi_{ik}(y)$. Поэтому вопрос о зависимости фотосопротивления и других нелинейных откликов от магнитного поля не сводится, как считалось в работе [30], к расчету только поглощаемой мощности $\mathcal{W} \sim E\, \mathrm{Re}\, I$. Реальный вид нелинейного отклика может зависеть как от $\mathrm{Re}\, V(y)$, так и от $\mathrm{Im}\, V(y)$ и $(\mathrm{Re}, \mathrm{Im})\Pi_{ik}(y)$, и определяется механизмом нелинейности, важным для конкретной структуры. Например, в работе [24] нелинейный отклик полоски (фотосопротивление) выразился через абсолютную величину комплексной амплитуды скорости течения $V(y)$ таким образом: $\Delta\varrho_\omega \sim \int_0^{W/2} dy\, y^2 |V'(y)|^2$.

В связи с этим, рассмотрим мнимую часть поправки, $\mathrm{Im}\,\Delta I = \mathrm{Im}(I - I_{00})$, к "кинематической" компоненте тока I_{00}. Для широких образцов, $W \gg v_F/\gamma$, величина $\mathrm{Im}\,\Delta I$, как и $\mathrm{Re}\, I$, характеризует кинетические процессы в прикраевых слоях, $(W/2 - |y|) \lesssim v_F/\gamma$, где профиль течения $V(y)$ является пространственно неоднородным. Рассчитаем также некоторую интегральную величину, характеризующую потоки импульса в образце, например: $\langle\Pi_{xy}\rangle = \int_0^{W/2} dy\, \Pi_{xy}(y) \,/\, (W/2)$. Интегрирование по половине сечения образца в $\langle\Pi_{xy}\rangle$ использовано в связи с тем, что $\Pi_{xy}(y)$ – нечетная по y функция. Обе величины $\mathrm{Im}\,\Delta I$ и $\langle\Pi_{xy}\rangle$ построены на рис. 4. Видно, что величины $\mathrm{Re}\,\langle\Pi_{xy}\rangle$ и $\mathrm{Im}\,\langle\Pi_{xy}\rangle$ имеют узкие асимметричные резонансы. Асимметрия резонансов связана с асимметрией функций $\mathrm{Re}\, V$, $\mathrm{Im}\,\Delta V(y, \omega_c)$ по $\omega_c - \omega/2$; малая ширина резонансов обусловлена лоренцевским профилем по $\omega_c - \omega/2$ коэффициента вязкости (5), который является узким при $\omega \gg \gamma$.

В нелинейный отклик обычно входят не сами произведения величин $\mathrm{Re}\, I$, $\mathrm{Im}\,\Delta I$ и $(\mathrm{Re}, \mathrm{Im})\langle\Pi_{xy}\rangle$, а некоторые аналогичные им комбинации, учитывающие пространственную неоднородность $V(y)$ [24]. Однако, из [24] видно, что и эти четыре величины, в определенной степени, могут характеризовать вид фото-магнето-сопротивления.

Отметим, что для течений почти идеального ферми-газа могут играть важную роль старшие гармоники в функции распределения $P_m[\delta f]$, $m \geq 3$, т.е. негидродинамический характер функции распределения f [24, 26]. Наши предварительные расчеты показывают, что рассчитанный в настоящей работе линейный гидродинамический отклик $V(y, t)$ с учетом старших гармоник δf может либо почти полностью

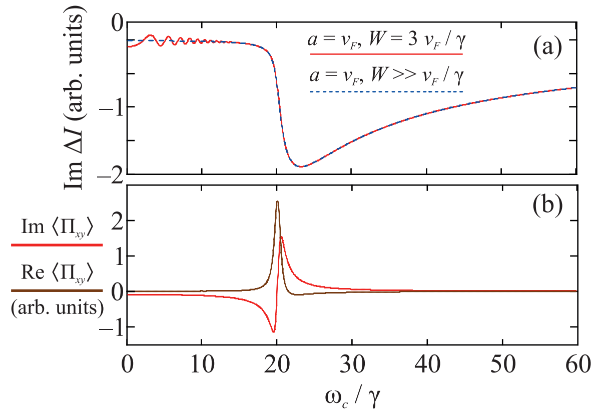

Рис. 4. (Цветной онлайн) (a) – Рассчитанная мнимая часть поправки к току, $\mathrm{Im}\,\Delta I$, для случая квазидиффузного отражения электронов от краев. Расчет сделан для тех же параметров, что и на рис. 3: $\omega/\gamma = 40$; $a = v_F$. Красная кривая отвечает конечной большой ширине образца $W = 3\,(v_F/\gamma)$, синяя кривая – бесконечно широкому образцу. (b) – Вещественная и мнимая части усредненной по образцу xy-компоненты потока импульса $\langle\Pi_{xy}\rangle$, рассчитанные для тех же параметров

сохранять свою форму, либо существенно перестраиваться в зависимости от типа граничных условий. Резкая пикообразная особенность при $\omega_c \approx \omega/2$ может как исчезать, так и сохраняться. Ее конкретная форма, как и в гидродинамическом приближении, зависит от параметров течения и граничных условий. Поэтому вывод о важности типа граничных условий для свойств фотоотклика, по-видимому, сохраняется и с учетом "негидродинамических" вкладов в δf. Этот вопрос требует дальнейших исследований.

Отметим также, что для других геометрий течений 2D электронов, например, для течений в объемном образце с локализованными макроскопическими дефектами тип граничных условий также играет важную роль. Такие системы недавно экспериментально изучались, например, в работах [42–45]. Теория стационарного магнетотранспорта в них построена в работах [46, 47]. В [46], в частности, было показано, что тип граничных условий на краях макроскопических дефектов критически влияет на диссипативную часть $\Delta\varrho_{xy}$ холловского сопротивления. Логично ожидать, что и для высокочастотных течений тип граничных условий на краях макроскопических дефектов также окажется существенно важным.

5. Заключение и благодарности. Установленная связь между типом граничных условий и формой фотоотклика 2D электронов, по-видимому, играет важную роль для объяснения фото-магнето-сопротивления, наблюдавшегося в экспериментах

[10, 14, 27–32] на различных структурах рекордного качества. В частности, различие типа краев в разных образцах может объяснять наличие пикообразной особенности на удвоенной циклотронной частоте в фотосопротивлении части образцов и многообразие наблюдаемых форм этой особенности.

Мы благодарим М. И. Дьяконова за полезные обсуждения и А. П. Алексееву за помощь в работе над текстом статьи.

Финансирование работы. Работа выполнена в рамках Государственного задания Министерства образования и науки Российской Федерации. Данная работа финансировалась за счет средств бюджета Физико-технического института имени А. Ф. Иоффе. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. P. J. W. Moll, P. Kushwaha, N. Nandi, B. Schmidt, and A. P. Mackenzie, Science **351**, 1061 (2016).
2. D. A. Bandurin, I. Torre, R. K. Kumar, M. Ben Shalom, A. Tomadin, A. Principi, G. H. Auton, E. Khestanova, K. S. Novoselov, I. V. Grigorieva, L. A. Ponomarenko, A. K. Geim, and M. Polini , Science **351**, 1055 (2016).
3. M. Polini and A. K. Geim, Phys. Today **73**, 28 (2020).
4. L. Levitov and G. Falkovich, Nature Phys. **12**, 672 (2016).
5. J. A. Sulpizio, L. Ella, A. Rozen, J. Birkbeck, D. J. Perello, D. Dutta, M. Ben-Shalom, T. Taniguchi, K. Watanabe, T. Holder, R. Queiroz, A. Stern, T. Scaffidi, A. K. Geim, and S. Ilani, Nature **576**, 75 (2019).
6. M. J. H. Ku, T. X. Zhou, Q. Li et al. (Collaboration), Nature **583**, 537 (2020).
7. P. S. Alekseev, Phys. Rev. Lett. **117**, 166601 (2016).
8. G. M. Gusev, A. D. Levin, E. V. Levinson, and A. K. Bakarov, AIP Advances **8**, 025318 (2018).
9. A. C. Keser, D. Q. Wang, O. Klochan, D. Y. H. Ho, O. A. Tkachenko,V. A. Tkachenko, D. Culcer, S. Adam, I. Farrer, D. A. Ritchie, O. P. Sushkov, and A. R. Hamilton, Phys. Rev. X **11**, 031030 (2021).
10. X. Wang, P. Jia, R.-R. Du, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldwin, and K. W. West, Phys. Rev. B **106**, L241302 (2022).
11. A. T. Hatke, M. A. Zudov, J. L. Reno, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, Phys. Rev. B **85**, 081304 (2012).
12. L. Bockhorn, P. Barthold, D. Schuh, W. Wegscheider, and R. J. Haug, Phys. Rev. B **83**, 113301 (2011).
13. Q. Shi, P. D. Martin, Q. A. Ebner, W. Wegscheider, and R. J. Haug, Phys. Rev. B **89**, 201301 (2014).
14. Y. Dai, R. R. Du, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, Phys. Rev. Lett. **105**, 246802 (2010).
15. Р. Н. Гуржи, С. И. Шевченко, ЖЭТФ **54**, 1613 (1968).
16. A. I. Berdyugin, S. G. Xu, F. M. D. Pellegrino, R. Krishna Kumar, A. Principi, I. Torre, M. Ben Shalom, T. Taniguchi, K. Watanabe, I. V. Grigorieva, M. Polini, A. K. Geim, and D. A. Bandurin, Science **364**, 162 (2019).
17. R. Moessner, P. Surówka, and P. Witkowski, Phys. Rev. B **97**, 161112 (2018).
18. F. M. D. Pellegrino, I. Torre, and M. Polini, Phys. Rev. B **96**, 195401 (2017).
19. P. S. Alekseev, Phys. Rev. B **98**, 165440 (2018).
20. P. S. Alekseev and A. P. Alekseeva, Phys. Rev. Lett. **123**, 236801 (2019).
21. П. С. Алексеев, ФТП **53**, 1405 (2019).
22. A. N. Afanasiev, P. S. Alekseev, A. A. Greshnov, and M. A. Semina, Phys. Rev. B **104**, 195415 (2021).
23. T. Holder, R. Queiroz, T. Scaffidi, N. Silberstein, A. Rozen, J. A. Sulpizio, L. Ella, S. Ilani, and A. Stern, Phys. Rev. B **100**, 245305 (2019).
24. P. S. Alekseev and A. P. Alekseeva, Phys. Rev. B **111**, 235202 (2025).
25. A. N. Afanasiev, P. S. Alekseev, A. A. Danilenko, A. A. Greshnov, and M. A. Semina, Phys. Rev. B **106**, L041407 (2022).
26. A. N. Afanasiev, P. S. Alekseev, A. A. Greshnov, and M. A. Semina, Phys. Rev. B **108**, 235124 (2023).
27. J. H. Smet, B. Gorshunov, C. Jiang, L. Pfeiffer, K. West, V. Umanksy, M. Dressel, R. Meisels, F. Kuchar, and K. von Klitzing, Phys. Rev. Lett. **95**, 116804 (2005).
28. T. Herrmann, I. A. Dmitriev, D. A. Kozlov, M. Schneider, B. Jentzsch, Z. D. Kvon, P. Olbrich, V. V. Bel'kov, A. Bayer, D. Schuh, D. Bougeard, T. Kuczmik, M. Oltscher, D. Weiss, and S. D. Ganichev, Phys. Rev. B **94**, 081301 (2016).
29. A. T. Hatke, M. A. Zudov, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, Phys. Rev. B **83**, 121301 (2011).
30. D. A. Bandurin, E. Mönch, K. Kapralov, I. Y. Phinney, K. Lindner, S. Liu, J. H. Edgar, I. A. Dmitriev, P. Jarillo-Herrero, D. Svintsov, and S. D. Ganichev, Nature Phys. **18**, 462 (2022).
31. I. Moiseenko, E. Mönch, K. Kapralov, D. Bandurin, S. Ganichev, and D. Svintsov, Phys. Rev. Lett. **134**, 226902 (2025).
32. R. Poudel, U. K. Wijewardena, T. N. Nanayakkara, A. Kriisa, C. Reichl, W. Wegscheider, and R. G. Mani, Sci. Rep. **15**, 27171 (2025).
33. E. I. Kiselev and J. Schmalian, Phys. Rev. B **99**, 035430 (2019).
34. O. E. Raichev, Phys. Rev. B **105**, L041301 (2022).
35. O. E. Raichev, Phys. Rev. B **108**, 125305 (2023).
36. A. N. Afanasiev, P. S. Alekseev, A. A. Danilenko, A. P. Dmitriev, A. A. Greshnov, and M. A. Semina, Phys. Rev. B **106**, 245415 (2022).

37. A. A. Grigorev and A. N. Afanasiev, arXiv: 2505.08478 (2025).
38. H. Guo, E. Ilseven, G. Falkovich, and L. Levitov, Proceedings of the National Academy of Sciences **114**, 3068 (2017).
39. J. Y. Khoo, P.-Y. Chang, F. Pientka, and I. Sodemann, Phys. Rev. B **102**, 085437 (2020).
40. А. А. Шашкин, С. В. Кравченко, Письма в ЖЭТФ **122**, 354 (2025).
41. M. Białek, J. Łusakowski, M. Czapkiewicz, J. Wróbel, and V. Umansky, Phys. Rev. B **91**, 045437 (2015).
42. L. Bockhorn, I. V. Gornyi, D. Schuh, C. Reichl, W. Wegscheider, and R. J. Hauget, Phys. Rev. B **90**, 165434 (2014).
43. L. Bockhorn, D. Schuh, C. Reichl, W. Wegscheider, and R. J. Haug, Phys. Rev. B **109**, 205416 (2024).
44. B. Horn-Cosfeld, J. Schluck, J. Lammert, M. Cerchez, T. Heinzel, K. Pier, H. W. Schumacher, and D. Mailly, Phys. Rev. B **104**, 045306 (2021).
45. J. Estrada-Álvarez, J. Salvador-Sánchez, A. Pérez-Rodríguez, C. Sánchez-Sánchez, V. Clericò, D. Vaquero, K. Watanabe, T. Taniguchi, E. Diez, F. Domínguez-Adame, M. Amado, and E. Díaz, Phys. Rev. X **15**, 011039 (2025).
46. P. S. Alekseev and A. P. Dmitriev, Phys. Rev. B **108**, 205413 (2023).
47. I. V. Gornyi and D. G. Polyakov, Phys. Rev. B **108**, 165429 (2023).