

СПАРИВАНИЕ НОСИТЕЛЕЙ В СОСТОЯНИИ СПИНОВОЙ ЖИДКОСТИ ДОПИРОВАННОГО ДВУМЕРНОГО АНТИФЕРРОМАГНЕТИКА

Я.И.Коган¹⁾, Д.В.Хвещенко

Обсуждается эффективная инфракрасная теория, описывающая динамику носителей заряда в планарном CuO_2 антиферромагнетике, сводящаяся к калибровочной теории с топологическим массовым членом. Обсуждается механизм конденсации, конкуренция между s - и p - волновым спариванием и эффективный лагранжиан Гинзбурга – Ландау.

Открытие ВТСП в квазидвумерных CuO_2 керамиках ¹ стимулировало поток теоретических работ по альтернативным механизмам сверхпроводимости. Одно из направлений, инициированное работой Андерсона ², основывается на существовании антиферромагнетизма в CuO_2 -плоскостях. В отсутствие допирования имеется моттовский изолятор, описываемый моделью сильно коррелированных электронов, в простейшем случае моделью Хаббарда с заполнением $1/2$, с неелевским порядком. При небольшом допировании (порядка процента) неелевский порядок разрушается и возможна новая фаза – резонирующие валентные связи (RVB), описываемая в инфракрасной области калибровочной теорией ^{3, 4}. В данной работе мы получим лагранжиан взаимодействия свободных носителей заряда (электронов или дырок в зависимости от отклонения заполнения от $1/2$) с калибровочными степенями свободы и изучим механизм спаривания.

1. Исходным пунктом является гамильтониан модели Хаббарда:

$$H = - \sum_{ij} t_{ij} \psi_{i\sigma}^+ \psi_{j\sigma} + U \sum_{ij} \psi_{i\uparrow}^+ \psi_{i\uparrow} \psi_{i\downarrow}^+ \psi_{i\downarrow} - \mu \sum_i \psi_{i\sigma}^+ \psi_{i\sigma} . \quad (1)$$

В пределе сильного кулоновского отталкивания $t/U \ll 1$ и слабого допирования можно положить эффективный гамильтониан, описывающий магнитные и зарядовые степени свободы:

$$H_{eff} = \sum_{ij} t_{ij} \chi_{i\sigma}^+ \chi_{j\sigma} + \sum_{ij} J_{ij} \mathbf{n}_i \mathbf{n}_j (1 - \rho_i)(1 - \rho_j), \quad J \sim t^2/U . \quad (2)$$

Множители $(1 - \rho_i)$, $\rho_i = \chi_{i\sigma}^+ \chi_{i\sigma}$ отражают тот факт, что в антиферромагнитном обмене участвуют только узлы с одним электроном, свободные носители отвечают узлам без электронов (дырки) или с двумя электронами (свободные электроны). Следуя ⁴ из (2) получаем лагранжиан

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2} \sum_i \int_0^1 du (\mathbf{n}_i [\partial_t \mathbf{n}_i \partial_u \mathbf{n}_i]) (1 - \rho_i) - \sum_i \chi_{i\sigma}^+ \partial_t \chi_{i\sigma} - \\ & - \sum_{ij} \{ J_{ij} \mathbf{n}_i \mathbf{n}_j (1 - \rho_i)(1 - \rho_j) + t_{ij} \chi_{i\sigma}^+ \chi_{j\sigma} \} + \sum_i \lambda_i (1 + \mathbf{n}_i \vec{\sigma}) \chi_i , \end{aligned} \quad (3)$$

последний член описывает связь $(1 + \mathbf{n}_i \vec{\sigma}) \chi_i = 0$, допускающую только перенос заряда, но

¹⁾ Институт теоретической и экспериментальной физики

не спина. Для разрешения связи используем параметризацию для p_i и $\chi_{i\sigma}$:

$$p_i\sigma = (-)^{P_i} g\sigma^3 g^{-1}, \quad g = \begin{pmatrix} z_1 & z_2 \\ -\bar{z}_2 & \bar{z}_1 \end{pmatrix} \in SU(2) \quad (4)$$

$$P_i = 0, i \in A; \quad P_i = 1, i \in B.$$

$$\chi_{i\alpha} = z_\alpha u_i, \quad i \in A; \quad \chi_{j\alpha} = \epsilon_{\alpha\beta} \bar{z}_\beta v_j, \quad j \in B.$$

Здесь A и B две подрешетки. После интегрирования по быстрым переменным и перенормировок получаем эффективный инфракрасный лагранжиан, в котором бозонные степени свободы описываются калибровочными полями A_μ , являющимися на малых расстояниях составными $A_\mu = i\bar{z}_\mu z$. Итак $\mathcal{L}_{eff} = \mathcal{L}_m + \mathcal{L}_h$, где

$$\mathcal{L}_m = \frac{1}{4\gamma} F_{\mu\nu}^2 + \frac{i\theta}{8\pi^2} \epsilon_{\mu\nu\lambda} F_{\mu\nu} A_\lambda, \quad (5)$$

$$\mathcal{L}_h = \chi^\dagger \left(-\frac{\partial}{\partial t} + i\tau^3 A_0 \right) \chi + \frac{1}{2m} \chi^\dagger (\vec{\nabla} + i\tau^3 \mathbf{A})^2 \chi; \quad \tau^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

причем в непрерывном пределе из двух фермионов u и v на подрешетках A и B возникает один изотопический спинор $\chi = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$, а m — эффективная масса свободного носителя (в ⁵ было показано, что $m \sim \gamma \sim J^{-1}$). Наличие второго члена в (5) означает, что магнитная система находится в фазе киральной спиновой жидкости (CSL) ⁶ с нарушенной P - и T -четностями. В ⁴ было показано, что в этой фазе $\theta = 2\pi$.

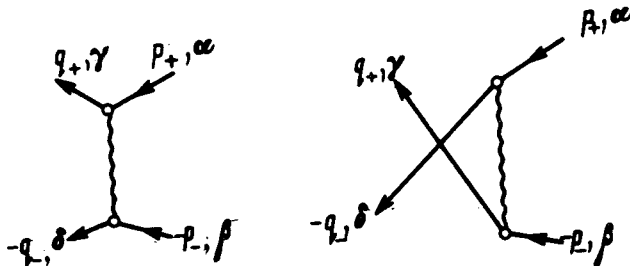


Рис. 1

2. Используя коррелятор

$$\langle A_\mu A_\nu \rangle = \gamma \frac{g_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu / k^2}{k^2 - \mu^2} + i\gamma\mu \frac{\epsilon_{\mu\nu\lambda} k_\lambda}{k^2 (k^2 - \mu^2)}, \quad \mu = \frac{\gamma\theta}{2\pi^2} = \frac{\gamma}{\pi} \quad (7)$$

получаем в пренебрежении запаздыванием (статический предел) амплитуду рассеяния двух частиц (рис. 1)

$$\Gamma_{\alpha\beta, \gamma\delta}(q_+, -q_-; p_+, -p_-) = (\tau^3 \otimes \tau^3)_{\alpha\gamma, \beta\delta} [V(p-q) + U(p-q) \frac{p \wedge q}{(p-q)^2}] + (1 \otimes 1)_{\alpha\gamma, \beta\delta} W(p-q) - \{q \leftrightarrow -q, \gamma \leftrightarrow \delta\}, \quad (8)$$

где потенциалы V, U и W в x -представлении есть

$$V(r) = \frac{\gamma}{2\pi} K_0(\mu r), \quad U(r) = \frac{\gamma}{2m} (1 - \mu r K_1(\mu r)),$$

$$W(r) = \frac{\gamma}{4mr^2} (1 - \mu r K_1(\mu r))^2.$$

Выражение (8) является частным случаем более общего выражения, содержащего также структуры типа $\tau^+ \otimes \tau^-$. Они возникают в моделях, где перескоки электронов совершаются не только между атомами меди, но и на атомы кислорода (модель Эмери⁷), при этом возникает взаимодействие носителей заряда χ с $SU(2)$ триплетом полей A_μ^a , $\mathcal{L}_{int} = g\chi^+ \tau^a A_0^a \chi + \frac{g'}{2m} \chi^+ A_i^a \overleftrightarrow{\nabla}_i \tau^a \chi$, $a = 1, 2, 3$. В этом случае также имеется спаривание, аналогичное получаемому ниже на примере (8).

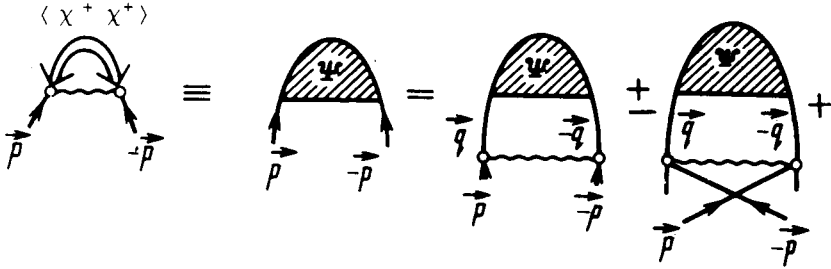


Рис. 2

Уравнение Бете–Солпитера на связанные состояния вблизи особенности по суммарной энергии пары E имеет вид (см. рис. 2)

$$\psi_{\alpha\beta}(\mathbf{p}, E) = \sum_{\mathbf{q}, \omega} \Gamma_{\mu\nu, \alpha\beta}(\mathbf{q}, -\mathbf{q}; \mathbf{p}, -\mathbf{p}) G_{\gamma\mu}(\mathbf{q}) G_{\delta\nu}(-\mathbf{q}) \psi_{\gamma\delta}(\mathbf{q}, E) \quad (9)$$

$$\psi_{\alpha\beta}(\mathbf{p}, E) = \sum_{\mathbf{q}, \omega} \Gamma_{\gamma\delta, \alpha\beta}(\mathbf{q}, -\mathbf{q}; \mathbf{p}, -\mathbf{p}) \langle \chi_{\mathbf{q}, \gamma}^+ \chi_{-\mathbf{q}, \delta}^+ \rangle.$$

Уравнения (9) разделяются на симметричную ψ_S и антисимметричную ψ_A по изоспину части и в обоих каналах возникает притяжение частиц с противоположными изоспинами, $\tau_1^3 + \tau_2^3 = 0$. Если бы у носителей был спин, то помимо изоспинового возникало бы спиновое притяжение⁸. Из (8) и (9) получаем:

$$\psi_{A,S}(\mathbf{p}, E) = \sum_{\mathbf{q}} \frac{1 - n_{\mathbf{q}} - n_{-\mathbf{q}}}{\epsilon_{\mathbf{q}} + \epsilon_{-\mathbf{q}} - 2\epsilon_F - E} \{ [V(\mathbf{p} - \mathbf{q}) + U(\mathbf{p} - \mathbf{q}) \frac{\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}}{(\mathbf{p} - \mathbf{q})^2} - W(\mathbf{p} - \mathbf{q})] \pm \pm [\mathbf{q} \rightarrow -\mathbf{q}] \} \psi_{A,S}(\mathbf{q}, E). \quad (10)$$

Из-за дальнедействующих потенциалов W и $U \frac{\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}}{(\mathbf{p} - \mathbf{q})^2}$, спадающих как $1/r^2$, обычное решение: $\psi = \text{const}$ на поверхности Ферми $|\mathbf{q}| = q_F$ неверно. По-существу, эти члены приводят к сдвигу эффективного углового момента в двухчастичной задаче, и этот эффект надо учесть до перехода к многочастичной задаче вблизи поверхности Ферми. Легко показать, что на расстояниях больше μ^{-1} происходит сдвиг момента на величину $2s$, где $s = \pi/2\vartheta$ – эффективный спин (“трансмутация спина”⁹) и при $\vartheta = 2\pi$ получаем $s = 1/4$ ¹⁰. После несложных преобразований мы приходим к уравнениям на гармоники $\psi_m(q)$ ($m = 2k$ для ψ_A и $m = 2k + 1$ для ψ_S):

$$\psi_m(p) = \int_0^\infty \frac{qdq}{4\pi} \frac{1 - 2n_q}{\xi_q - E} V_{m+2s}(p, q) \psi_m(q), \quad \xi_q = \frac{q^2}{2m} - \epsilon_F, \quad (11)$$

где $V_{m+2s}(p, q) = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} V(\mathbf{p} - \mathbf{q}) \exp(i(m + 2s)\varphi)$ и подставляя $V(\mathbf{p} - \mathbf{q})$ из (8) получаем

$$V_{m+2s}(p, q) = \frac{\gamma}{\mu^2} \left(\frac{pq}{\mu^2 + p^2 + q^2} \right)^{m+2s} \quad (12)$$

Уравнение (11) имеет особенность при $E = -\Delta_m$, где

$$\Delta_m \approx \epsilon_F \exp \left\{ -4\pi(\mu/m)^2 \left(\frac{\mu^2}{2m\epsilon_F} \right)^{|m+2s|} \right\} \quad (13)$$

определяет щель при спаривании с моментом m при нулевой температуре.

3. Обратим внимание на замечательный факт вырождения: конденсаты с моментами m и $-(m+4s)$ ($-(m+1)$ в нашем случае) возникают с понижением температуры одновременно. Эта конкуренция — прямое следствие "трансмутации спина", причем важно то, что в реалистическом случае возникает конкуренция s -волны и одной из p -волн, знак проекции момента определяется $\text{sgn } \vartheta$. Вырождение снимается при учете взаимодействия на малых расстояниях и в случае отталкивательного кора (экранированное кулоновское взаимодействие) конденсат будет образовываться в p -волне и в силу $m = \text{sgn } \vartheta$ P - и T -четности основного состояния будут нарушены, иначе говоря, возникает макроскопическое нарушение этих симметрий.

В условиях, когда связанные состояния существуют уже в двухчастичной задаче (см. ⁸), где обсуждалось образование пары в p -волне в случае слабой связи) сценарий куперовской неустойчивости реализуется лишь при достаточно большой концентрации носителей $n = m\epsilon_F/2\pi$. В случае если $n^{1/2} < L_b^{-1}$, где L_b — характерный размер пары в двухчастичной задаче, то систему правильно рассматривать как неидеальный бозе-газ. При этом энергия связи превосходит температуру вырождения и двумерная сверхтекучесть в системе заряженных бозонов возникает при температуре $T_c = \pi n_B/m \ln \mu^2/n_B$, ¹¹ где плотность бозонов $n_B = n/2$ при малых n и существенно уменьшается при $n \sim L_b^{-2}$, обеспечивая переход к $T_c \sim \Delta_0 = \Delta_{\text{sgn } \vartheta}$ (см. (13)).

Вводя в уравнения (10) суммарный импульс пары \mathbf{Q} и производя градиентное разложение во внешнем электромагнитном поле \mathbf{A}_{ex} , $\mathbf{Q} \rightarrow \mathbf{Q} - 2e\mathbf{A}_{ex}$, мы получаем функционал Гинзбург-Ландау. Наряду со стандартными членами он содержит P -нечетный член пропорциональный $\text{sgn } \vartheta \mu_B (J/t) |\psi|^2 (\text{rot } \mathbf{A})_z^2$. Источником этого члена является орбитальный ток конденсата (p -волна). Он приводит к появлению дополнительного магнитного момента (в пересчете на один узел) порядка $n(\frac{J}{t})\mu_B \sim 10^{-3}\mu_B$ и приводит к ряду экспериментально наблюдаемых эффектов, как-то: эффект Фарадея (вращение плоскости поляризации отраженного света), зависимость нижнего критического поля H_{c1} от направления и т.д. Можно думать, что в силу этого члена в слоистом объемном образце энергетически выгодным будет чередование знаков ϑ соседних слоев, так что макроскопическое магнитное поле генерироваться в образце не будет. Подробное обсуждение изложенного здесь сценария будет опубликовано.

Литература

1. *Bednorz J.G., Muller K.A.* Z. Phys. B, 1986, **64**, 189.
2. *Anderson P.W.* Science, 1987, **235**, 1196.
3. *Baskaran G., Anderson P.W.* Phys. Rev. B, 1988, **37**, 580. *Affleck I., Marston J.B.* 1988, *ibid*, 3744; *Dagotto E., Fradkin E., Moreo A.* Phys. Rev. B, 1988, **38**, 2926.
4. *Wiegmann P.B.* Phys. Rev. Lett., 1988, **60**, 821; *Khveshchenko D.V., Wiegmann P.B.* Preprint IHES P/89/22.
5. *Kane C.L., Lee P.A., Read N.* Preprint MIT, 1988, "The motion of holes in a quantum antiferromagnet".
6. *Wilczek F., Wen X.G., Zee A.* Preprint ITP, 1988, "Chiral spin states and superconductivity".
7. *Emery V.J.* Phys. Rev. Lett., 1987, **58**, 2794.
8. *Коган Я.И.* Письма в ЖЭТФ, 1989, **49**, 194.
9. *Wilczek F.* Phys. Rev. Lett., 1982, **48**, 1144; **49**, 957; *Polyakov A.M.* Mod. Phys. Lett., A, 1988, **3**, 325.
10. *Kalmeyer V., Laughlin R.B.* Phys. Rev. Lett., 1987, **59**, 2095.
11. *Попов В.Н.* Континуальные интегралы в квантовой теории поля и статистической физике", М.: Атомиздат, 1976.