Письма в ЖЭТФ, том 122, вып. 12, с. 843 – 847

Квантовое кулоновское увлечение куперовских пар

А. Латышев[+1)], *А. Г. Семенов*[*], *А. Д. Заикин*[*×]

[+] *Laboratoire de Physique des Solides, CNRS UMR 5802-University Paris-Saclay, France*

[*] *Отделение теоретической физики им. И. Е. Тамма, Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия*

[×] *Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики", 101000 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 22 октября 2025 г.
После переработки 2 ноября 2025 г.
Принята к публикации 2 ноября 2025 г.

Показано, что система из двух последовательно соединенных резистивно шунтированных джозефсоновских контактов может демонстрировать новый квантовый кулоновский эффект увлечения, обусловленный котуннелированием куперовских пар. В режиме кулоновской блокады один из переходов способен нести ненулевой электрический ток при приложении внешнего напряжения к другому переходу. Это явление является результатом нетривиального взаимного влияния макроскопической квантовой когерентности, диссипации и электрон-электронных взаимодействий и, как представляется, может быть непосредственно реализовано в будущих экспериментах.

DOI: 10.7868/S3034576625120201

Введение. Джозефсоновские контакты [1] являются удобной платформой как для исследования широкого круга фундаментально важных физических явлений, так и для разработки разнообразных прикладных устройств. Одно из ключевых направлений исследований в джозефсоновских наноструктурах связано с изучением взаимосвязи между макроскопическими квантовомеханическими эффектами, диссипацией и электрон-электронными взаимодействиями [2–4]. Эти системы позволяют реализовывать сверхпроводящие кубиты для квантовой обработки информации [5, 6], а также рассматриваются в качестве перспективной основы для построения квантового эталона электрического тока [7, 8].

Одним из фундаментальных проявлений электрон-электронных взаимодействий в мезо- и наноструктурах является так называемый *кулоновский эффект увлечения* (Coulomb drag), т.е. возникновение электрического тока в одном из двух электрически не связанных проводников за счет переноса импульса и энергии движущимися зарядами в другом. Это явление было предсказано достаточно давно [9] и впоследствии подробно исследовано в нормальных металлических, полупроводниковых и джозефсоновских структурах. В недавних работах была выделена новая группа явлений, которую можно обозначить как *квантовое кулоновское увлечение* [10, 11]. В отличие от традиционных механизмов увлечения, такие эффекты носят принципиально иной характер, поскольку неизбежно связаны с наличием в системе макроскопической квантовой когерентности.

В работах [10, 11] рассматривалось квантовое кулоновское увлечение, возникающее за счет когерентного котуннелирования флюксонов [12] через пару джозефсоновских нанопереходов, соединенных параллельно и находящихся в сверхпроводящем режиме. В подобных системах джозефсоновские фазовые переменные слабо флуктуируют, и приложенный к одному переходу ток может индуцировать конечное напряжение на другом. Связь между переходами при этом обеспечивается коррелированным туннелированием квантов магнитного потока через оба перехода.

В настоящей работе анализируется противоположный режим, в котором роли канонически сопряженных зарядовой и фазовой переменных по сути меняются местами. Мы показываем, что в этом случае возникает близкий по своей природе квантовый эффект увлечения, фактически двойственный по отношению к эффекту, предложенному в [10, 11]. Он обусловлен когерентным котуннелированием куперовских пар через два резистивно шунтированных джозефсоновских перехода, соединенных последовательно. В рассматриваемом режиме кулоновской блокады оба перехода оказываются динамически скоррелированными за счет процессов туннелирования более высокого порядка, так что при приложении внешнего напряжения к одному из них через

1) e-mail: alexlatyshev92@gmail.com

второй, находящийся без внешнего напряжения, переход протекает ненулевой ток.

Следует отметить, что кулоновское увлечение куперовских пар уже кратко обсуждалось в работе [10] на основе аргументов фазово-зарядовой дуальности. Хотя такие аргументы хорошо обоснованы для одиночного джозефсоновского перехода, для более сложных структур, подобных той, которая рассматривается здесь и в работе [10], обращение к дуальности требует дополнительного обсуждения и уточнения. В частности, полезно иметь строгий и внутренне согласованный вывод эффекта, не опирающийся напрямую на соображения дуальности. Именно такая постановка реализована в настоящей работе для структуры, которая, как будет видно ниже, *не* полностью эквивалентна схеме, рассмотренной в [10].

Модель и эффективное действие. Рассмотрим систему, изображенную на рис. 1. Она состоит из двух последовательно соединенных сверхпроводящих переходов с джозефсоновскими энергиями связи E_{J1} и E_{J2} и емкостями C_1 и C_2. К центральному сверхпроводящему островку подключена емкость C_g, в то время как правый остров заземлен. Это позволяет свести число независимых динамических переменных – джозефсоновских фаз – к двум. Тем самым данная схема отличается от структуры, показанной на рис. 3 работы [10] и описываемой тремя независимыми фазовыми переменными. Оба перехода шунтированы резисторами $R_k \gg R_Q = \pi/(2e^2) \simeq 6.45$ кОм. Дополнительно предполагается, что $E_{Jk} \ll \tilde{E}_C = e^2/2C_\Sigma$, где $C_\Sigma = C_1 + C_2 + C_g$. При этих условиях система находится в режиме сильной кулоновской блокады: последовательное туннелирование куперовских пар через оба джозефсоновских перехода сильно подавлено, поскольку каждое туннельное событие, связанное с добавлением куперовской пары на центральный остров или ее уходом, увеличивает энергию системы примерно на $\tilde{E}_C$ и тем самым оказывается энергетически невыгодным.

Приложение внешнего напряжения V_x к первому переходу, как показано на рис. 1, приводит к возникновению через него малого тока утечки $I_1 \propto E_{J1}^2$, обусловленного слабым туннелированием куперовских пар [3, 4, 13, 14]. На уровне простого рассмотрения можно было бы ожидать, что ток I_2 через второй переход должен обращаться в нуль, поскольку к этому переходу внешнее напряжение непосредственно не приложено. Далее мы покажем, что такое заключение является слишком поспешным: ток I_2 на самом деле отличен от нуля благодаря кулоновскому увлечению, связанному с котуннелированием куперовских пар через всю систему.

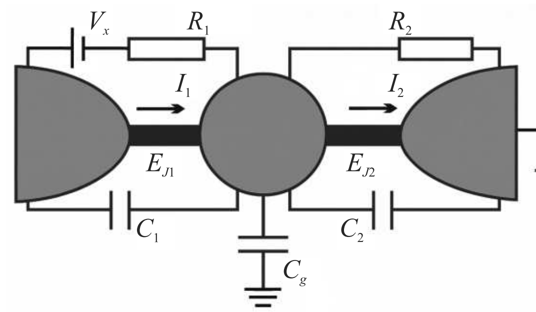

Рис. 1. Рассматриваемая система. Оба джозефсоновских перехода работают в режиме глубокой кулоновской блокады, так что сквозной сверхток через систему отсутствует. Токи I_1 и I_2 обусловлены диссипативным туннелированием куперовских пар

Стандартным образом представим большую статистическую сумму $\mathcal{Z}$ для нашей системы в виде функционального интеграла по фазовым переменным φ_1 и φ_2, соответствующим первому и второму переходам:

$$\mathcal{Z} = Tr(e^{-\beta H}) = \int \mathcal{D}\varphi_1 \mathcal{D}\varphi_2 \, e^{-S[\varphi_1,\varphi_2]}, \tag{1}$$

где

$$S[\varphi_1,\varphi_2] = \sum_{i,j=1,2} \int_0^{1/T} d\tau \Big[\frac{1}{8e^2} C_{ij}\dot{\varphi}_i\dot{\varphi}_j - E_{Jj}\cos\varphi_j\Big] + \\ + \sum_{j=1,2} \frac{T^2\alpha_j}{8} \int_0^{1/T} d\tau d\tau' \frac{[\varphi_j(\tau)-\varphi_j(\tau')]^2}{\sin^2(\pi T(\tau-\tau'))} \tag{2}$$

представляет эффективное действие нашей системы, $\alpha_j = R_Q/R_j$, а C_{ij} – элементы емкостной матрицы

$$\check{C} = \begin{pmatrix} C_1 & -C_1 \\ -C_1 & C_\Sigma \end{pmatrix}. \tag{3}$$

В режиме сильной кулоновской блокады фазовые переменные φ_1 и φ_2 испытывают сильные флуктуации, и поэтому оказывается удобным воспользоваться так называемым смешанным фазово-зарядовым представлением [3]. Применяя стандартные преобразования Хаббарда–Стратоновича отдельно к зарядовому и диссипативному слагаемым, получаем

$$\exp\Big(-\frac{1}{8e^2}\sum_{i,j=1,2}\int d\tau C_{ij}\dot{\varphi}_i\dot{\varphi}_j\Big) = \\ = \int \mathcal{D}Q_1\mathcal{D}Q_2 \exp\Big(-\frac{1}{2}\sum_{i,j=1,2}\int d\tau Q_i[C_{ij}]^{-1}Q_j\Big) \times \\ \times \exp\Big(-i\sum_{i=1,2}\int d\tau \frac{Q_i\dot{\varphi}_i}{2e}\Big), \tag{4}$$

и

$$\exp\Big(-\sum_{j=1,2}\frac{T^2R_q}{8R_j}\int d\tau d\tau'\frac{[\varphi_j(\tau)-\varphi_j(\tau')]^2}{\sin^2(\pi T(\tau-\tau'))}\Big) = \\ = \int\mathcal{D}q_1\mathcal{D}q_2\exp\Big(-i\sum_{j=1,2}\int d\tau\frac{\dot\varphi_j q_j}{2e}\Big)\times \\ \times\exp\Big(-\sum_{j=1,2}\frac{\pi T^2R_j}{4}\int d\tau d\tau'\frac{(q_j(\tau)-q_j(\tau'))^2}{\sin^2(\pi T(\tau-\tau'))}\Big). \tag{5}$$

Здесь $Q_{1,2}$ описывают заряды на соответствующих конденсаторах, а временные производные зарядовых переменных $q_{1,2}$ определяют токи через резисторы $R_{1,2}$. В пределе сильной кулоновской блокады все зарядовые переменные флуктуируют существенно слабее, чем фазы $\varphi_{1,2}$.

Внешнее напряжение V_x, приложенное к первому переходу, учитывается добавлением к эффективному действию зависящего от q слагаемого:

$$S[V_x] = S - \int_0^{1/T} d\tau\, q_1 V_x. \tag{6}$$

Котуннелирование куперовских пар и кулоновское увлечение. В пределе малых джозефсоновских энергий связи, представляющем интерес в данной работе, свободную энергию $\mathcal{F} = -T\log\mathcal{Z}$ можно вычислять по теории возмущений по параметру E_{Jk}. Основной вклад в $\mathcal{F}$ в этом случае дают процессы четвертого порядка, соответствующие двум актам туннелирования куперовских пар через оба перехода, $\propto E_{J1}^2E_{J2}^2$. Следуя, по существу, той же схеме, что и в работе [3] (см. разделы 3.3.4 и 3.3.5), разложим выражение (1) по E_{Jk} до наинизшего ненулевого порядка и, пользуясь формулами (2)–(6), проинтегрируем по всем фазовым и зарядовым переменным φ_j и q_j, Q_j. В результате приходим к выражению

$$\mathcal{F} = -\frac{TE_{J1}^2E_{J2}^2}{4}\int_0^{1/T}d\tau_1 d\tau_1'\int_0^{1/T}d\tau_2 d\tau_2' e^{2eV_x(\tau_1'-\tau_1)}\times \\ \times e^{-[F(\tau_1'-\tau_2)-F(\tau_2'-\tau_1)]}\, e^{-[F(\tau_2-\tau_2)-F(\tau_2'-\tau_1')]}\times \\ \times e^{-\sum_{k=1}^2 G_{kk}(\tau_k'-\tau_k)}, \tag{7}$$

где G_{kk} и F – диагональные и недиагональные элементы матричной мацубаровской функции Грина

$$\mathcal{G}(\tau) = \begin{bmatrix} G_{11}(\tau) & F(\tau) \\ F(\tau) & G_{22}(\tau)\end{bmatrix}. \tag{8}$$

Интегрирование в (7) выполняется по моментам времени τ_k и τ_k', в которые происходят туннельные события куперовских пар в k-м переходе. Соответствующая конфигурация схематически показана на рис. 2.

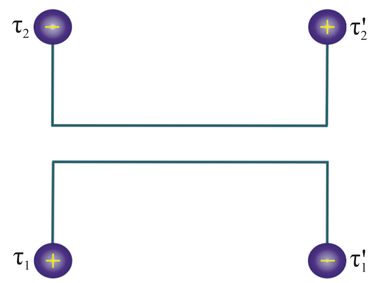

Рис. 2. (Цветной онлайн) Типичная диаграмма, описывающая котуннелирование куперовских пар в рассматриваемой системе

В режиме кулоновской блокады куперовские пары туннелируют через оба перехода практически одновременно, так что зарядовая энергия центрального островка, за исключением коротких промежутков времени порядка $1/\tilde{E}_C$, остается неизменной. Такое совместное туннелирование обычно обозначают как котуннелирование куперовских пар. Технически это означает, что интегралы по разностям времен $\tau_1-\tau_2$ и $\tau_1'-\tau_2'$ сходятся на коротком масштабе $\sim 1/\tilde{E}_C$, а основной вклад в интеграл (7) дает область, где $\tau_1\approx\tau_2$, $\tau_1'\approx\tau_2'$ и при этом $\tau_k'-\tau_k$ велики. Учитывая это, перепараметризуем переменные интегрирования следующим образом: $\tau_1\to\tau_1$, $\tau_1'\to\tau+\tau_1$, $\tau_2\to\tau_1+\tau_2$ и $\tau_2'\to\tau+\tau_1+\tau_2'$, где предполагается, что $\tau\gg\tau_2,\tau_2'$. При таком преобразовании подынтегральное выражение в (7) перестает зависеть от τ_1, и интегрирование по этой переменной становится тривиальным. В пределе достаточно низких температур получаем

$$\mathcal{F} = \frac{E_{J1}^2E_{J2}^2A}{4}\int_0^{+\infty}d\tau\, e^{-\sum_{k=1,2}G_{kk}(\tau)+2F(\tau)+2eV_x\tau}, \tag{9}$$

где

$$A = \int_{-\infty}^{+\infty}d\tau_2 d\tau_2'\, e^{-F(\tau_2)-F(\tau_2')}. \tag{10}$$

Согласно (2), соответствующая функция Грина (8) в частотном представлении имеет вид

$$\check{\mathcal{G}}^{-1}(\omega_n) = \frac{1}{4e^2}\left[\check{C}\omega_n^2 + \check{R}^{-1}|\omega_n|\right], \tag{11}$$

где емкостная матрица $\check{C}$ определена в (3), а

$$\check{R} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2\end{bmatrix}. \tag{12}$$

При больших временах $\tau\gg(\alpha_k\tilde{E}_C)^{-1}$ доминирующий вклад обусловлен омической диссипацией.

Для диагональных элементов функции Грина получаем [3]

$$G_{kk}(\tau) = 4e^2TR_k \sum_{\omega_n=2\pi nT} \frac{(1-e^{-i\omega_n\tau})}{|\omega_n|} = \\ = \frac{2}{\alpha_k}\log\left|\frac{\sin(\pi T\tau)}{\pi T\tau_{RC}}\right|, \quad (13)$$

где $1/\tau_{RC} \sim \tilde{E}_C \min(\alpha_1,\alpha_2)$ играет роль эффективного обратного RC-времени. Соответствующая недиагональная часть (11) в этом пределе исчезает, $F(\tau) = 0$, что связано с диагональной структурой матрицы $\check{R}$.

В противоположном пределе $\tau_k \ll 1/(\tilde{E}_C\alpha_k)$ вклад диссипативного слагаемого в (11) можно опустить. Тогда

$$F(\tau_k) = 8e^2[\check{C}^{-1}]_{12}\int_0^{+\infty}\frac{d\omega}{2\pi}\frac{\cos(\omega\tau_k)-1}{\omega^2} = \\ = 2e^2|\tau_k|/(C_2+C_g) \quad (14)$$

и, подставляя это в (10), находим $A = (C_g+C_2)^2/e^4$.

Интеграл в (9) расходится на больших временах, что отражает типичную неустойчивость токовых состояний. Следуя хорошо известной процедуре [3, 4, 15], деформируем контур интегрирования по времени в (9) так, чтобы стало возможным аналитическое продолжение и, тем самым, выделение мнимой части свободной энергии $\Im\mathcal{F}$. Используя выражение (13) и стандартное соотношение для скорости распада [15]

$$\Gamma = 2\,\Im\mathcal{F}, \quad (15)$$

получаем скорость котуннелирования куперовских пар в виде

$$\Gamma_{\cot}(V_x) = \\ = \frac{[(C_g+C_2)E_{J1}E_{J2}]^2}{4e^4/\tau_{RC}^2}\left(\frac{1}{2\tau_{RC}\pi T}\right)^{1-2\left(\frac{1}{\alpha_1}+\frac{1}{\alpha_2}\right)} \times \\ \times \exp\left(\frac{eV_x}{T}\right)\frac{\left|\mathit{\Gamma}(1/\alpha_1+1/\alpha_2+ieV_x/(\pi T))\right|^2}{\mathit{\Gamma}(2/\alpha_1+2/\alpha_2)}. \quad (16)$$

Условие детального баланса также дает

$$\Gamma_{\cot}(-V_x) = \exp\left(-\frac{eV_x}{T}\right)\Gamma_{\cot}(V_x). \quad (17)$$

Из последнего соотношения непосредственно следует, что при приложении к первому переходу внешнего напряжения V_x через второй переход протекает ненулевой индуцированный ток I_2, который определяется как

$$I_2 = 2e\big[\Gamma_{\cot}(V_x) - \Gamma_{\cot}(-V_x)\big]. \quad (18)$$

Комбинируя выражения (16)–(18), получаем оценку

$$\frac{I_2}{V_x} \sim \left(\frac{\tau_{RC}E_{J1}E_{J2}}{e/(C_g+C_2)}\right)^2 \times \\ \times \begin{cases}(eV_x\tau_{RC})^{\frac{2}{\alpha_1}+\frac{2}{\alpha_2}-2}, & eV_x \gg T,\\ (T\tau_{RC})^{\frac{2}{\alpha_1}+\frac{2}{\alpha_2}-2}, & eV_x \ll T.\end{cases} \quad (19)$$

Это выражение справедливо в режиме $E_{Jk} \ll \tilde{E}_C$ при выполнении условий $eV_x, T \ll 1/\tau_{RC}$.

Таким образом, котуннелирование куперовских пар позволяет эффективно управлять средним током, протекающим через один резистивно шунтированный джозефсоновский переход, посредством приложения напряжения V_x к другому переходу, соединенному с ним последовательно, как показано на рис. 1.

Как уже отмечалось выше, кулоновское увлечение куперовских пар кратко обсуждалось ранее на основе аргументов фазово-зарядовой дуальности [10]. Проведенный здесь более детальный анализ показывает, что, сохраняя общий смысл этих аргументов, необходимо уточнить параметры рассматриваемой системы (делая схему несколько отличной от анализируемой в [10]) и выполнить прямой расчет индуцированного тока куперовских пар в рамках строгого формализма, не апеллирующего непосредственно к фазово-зарядовой дуальности. Именно такой расчет реализован в настоящей работе.

Заключение. Мы показали, что котуннелирование куперовских пар через два последовательно соединенных резистивно шунтированных джозефсоновских перехода приводит к возникновению нового квантового кулоновского эффекта увлечения. В режиме кулоновской блокады, когда последовательное туннелирование существенно подавлено, доминирующий вклад в перенос заряда дается процессами четвертого порядка по джозефсоновским энергиям связи, $\propto E_{J1}^2E_{J2}^2$. Примечательно, что даже при отсутствии локально приложенного напряжения один из переходов может нести ненулевой электрический ток, несмотря на нахождение в "изоляторном" режиме.

Проведенный анализ показывает, что соответствующий нелокальный индуцированный ток демонстрирует степенную зависимость как от приложенного напряжения, так и от температуры, что отражает нетривиальное сочетание дальнодействующей квантовой когерентности, диссипации и электрон-электронных корреляций. Рассматриваемый эффект является, по существу, зарядово-дуальным по отношению к эффекту увлечения, обусловленному котуннелированием флюксонов [10, 11], и открывает новые возможности для нелокального управления коррелированным переносом заряда в джозефсоновских наноструктурах. По-видимому, он может быть непосредственно реализован в эксперименте, например, в установках, аналогичных тем, что использовались в недавних работах [16, 17].

Финансирование работы. А. Г. Семенов поддержан грантом Фонда развития теоретической физики и математики "БАЗИС".

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. A. Barone and G. Paterno, *Physics and Applications of the Josephson Effect*, John Wiley and Sons, N.Y. (1982).
2. A. O. Caldeira and A. J. Leggett, Phys. Rev. Lett. **46**, 211 (1981).
3. G. Schön and A. D. Zaikin, Phys. Rep. **198**, 237 (1990).
4. A. D. Zaikin and D. S. Golubev, *Dissipative Quantum Mechanics of Nanostructures: Electron Transport, Fluctuations and Interactions*, Jenny Stanford, Singapore (2019).
5. Y. Makhlin, G. Schön, and A. Shnirman, Rev. Mod. Phys. **73**, 357 (2001).
6. A. Blais, A. L. Grimsmo, S. M. Girvin, and A. Wallraff, Rev. Mod. Phys. **93**, 025005 (2021).
7. Z. M. Wang, J. S. Lehtinen, and K. Yu. Arutyunov, Appl. Phys. Lett. **114**, 242601 (2019).
8. R. S. Shaikhaidarov, K. H. Kim, J. W. Dunstan, I. V. Antonov, S. Linzen, M. Ziegler, D. S. Golubev, V. N. Antonov, E. V. Il'ichev, and O. V. Astafiev, Nature **608**, 45 (2022).
9. M. B. Pogrebinsky, Fiz. Tekh. Poluprovodn. **11**, 637 (1977) [Sov. Phys. Semicond. **11**, 372 (1977)].
10. A. G. Semenov, A. Latyshev, and A. D. Zaikin, Phys. Rev. Lett. **134**, 086001 (2025).
11. A. G. Semenov, A. Latyshev, and A. D. Zaikin, Phys. Rev. B **112**, 144501 (2025).
12. A. Latyshev, A. G. Semenov, and A. D. Zaikin, Condens. Matter **8**, 5 (2023).
13. M. P. A. Fisher and W. Zwerger, Phys. Rev. B **32**, 6190 (1985).
14. S. V. Panyukov and A. D. Zaikin, J. Low Temp. Phys. **73**, 1 (1988).
15. U. Weiss, *Quantum Dissipative Systems*, World Scientific, Singapore (2008).
16. F. Kaap, D. Scheer, F. Hassler, and S. Lotkhov, Phys. Rev. Lett. **132**, 027001 (2024).
17. I. Antonov, R. Shaikhaidarov, K. H. Kim, D. Golubev, S. Linzen, E. V. Il'ichev, V. N. Antonov, and O. V. Astafiev, arXiv:2504.08692 (2025).