Письма в ЖЭТФ, том 50, вып. 4, стр. 205 – 207 25 августа 1989 г.

ИЗУЧЕНИЕ ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ ФАЗЫ В ДВУХУРОВНЕВОЙ СИСТЕМЕ С ПОМОЩЬЮ ЯМР ЭХА

В.Н.Лисин, Г.Г.Федорук, Е.П.Хаймович

В двухуровневой системе наблюдена топологическая фаза Берри–Аронова–Анандана, создаваемая во время циклической эволюции под действием 2π-импульса во вращающейся системе координат.

Берри [1] открыл, что при адиабатической эволюции системы вдоль замкнутой кривой в параметрическом пространстве гамильтониана наряду с обычной динамической фазой у вектора состояния возникает дополнительная геометрическая фаза. В 1987 году Аронов и Анандан [2] распространили понятие геометрической фазы на неадиабатическую эволюцию. В [3] было обнаружено проявление геометрической фазы в экспериментах по ядерному спиновому эху в трехуровневой системе с неэквидистантным спектром. Циклическая эволюция создавалась дополнительным 2π-импульсом. При этом отмечалось, что в двухуровневых системах геометрическая фаза ненаблюдаема.

В настоящей работе изучается проявление геометрической фазы в ЯМР спиновом эхе на двухуровневой системе. На первый взгляд кажется, что 2π-импульс в данной системе не изменяет наблюдаемых величин из-за 4π-симметрии; волновая функция при повороте на 2π изменяет знак, поэтому наблюдаемая величина, определяемая произведением волновых функций, не изменяется. Однако, если частота 2π-импульса отстроена от резонансной частоты, фаза волновой функции в лабораторной системе координат, приобретаемая под действием 2π-импульса, будет отличаться от π, что и приведет к изменению наблюдаемых величин. Действительно, во вращающейся системе координат эволюция состояния системы при импульсном воздействии имеет хорошо известный вид [4]:

$$|\tilde{\psi}(t)\rangle = \exp\{-i\check{H}t\}\ |\tilde{\psi}(0)\rangle = \exp\{-it\Omega\mathbf{nS}\}\ |\tilde{\psi}(0)\rangle, \tag{1}$$

где $\check{H} = \Omega\mathbf{nS}$; $\Omega = \sqrt{(\omega_0 - \omega)^2 + \omega_1^2}$; ω_0, ω, ω_1 – соответственно частоты резонансная, переменного поля и Раби при нулевой расстройке; $\mathbf{n}$ – единичный вектор вдоль эффективного магнитного поля; $\mathbf{S}$ – спин частицы. Тогда в момент окончания 2π-импульса (импульс с длительностью $T = 2\pi/\Omega$) из (1) следует для $s = 1/2$, что $|\tilde{\psi}(T)\rangle = -|\tilde{\psi}(0)\rangle$. Видно, что эволюция состояния системы под действием 2π-импульса приводит во вращающейся системе координат к появлению у волновой функции фазы, равной π. Эту фазу можно разбить на динамическую и геометрическую части: $|\tilde{\psi}(T)\rangle = \exp[i\gamma_d + i\gamma(C)]\,|\tilde{\psi}(0)\rangle$. Если начальное состояние является собственным для S_z ($|\tilde{\psi}(0)\rangle = |m\rangle$), то по определению [2]

$$\gamma_d = -\int_0^T \langle \tilde{\psi}(t)|\tilde{H}(t)|\tilde{\psi}(t)\rangle dt = -m(\omega_0 - \omega)T. \tag{2}$$

Для вычисления геометрической фазы $\gamma(C)$ необходимо перейти в проективное гильбертово пространство $|\tilde{\psi}'(t)\rangle$ такое, чтобы $|\tilde{\psi}'(T)\rangle = |\tilde{\psi}'(0)\rangle$. Из (1) следует, что $|\tilde{\psi}'(t)\rangle = \exp(i\Omega t/2)\,|\tilde{\psi}(t)\rangle$ удовлетворяет этому условию. Поэтому по определению [2]

$$\gamma(C) = i\oint_{(C)} \langle \tilde{\psi}'(t)\,|d/dt|\,\tilde{\psi}'(t)\rangle dt = -mO(C), \tag{3}$$

где $O(C)$ – телесный угол, под которым во вращающейся системе координат видна из начала замкнутая траектория, описываемая концом вектора спина, первоначально направленного по оси z:

$$O(C) = T(\Omega - \Omega_z) = 2\pi(1 - \cos\Theta),\quad \cos\Theta = (\omega_0 - \omega)/\Omega. \tag{4}$$

В лабораторной системе координат имеем

$$|\psi(T)\rangle = \exp\{-iT\omega S_z\} \, |\tilde{\psi}(T)\rangle = \exp\{i\gamma_m(C)\} \, |\psi_0(T)\rangle, \tag{5}$$

где $\psi_0(T) = \exp(-i\omega_0 mT)\,|m\rangle$ – волновая функция в отсутствие 2π-импульса. Таким образом, под действием 2π-импульса волновая функция в лабораторной системе координат приобретает фазу, отличную от π, и равную геометрической фазе во вращающейся системе координат.

Эволюция оператора плотности $\rho = |m\rangle\langle m'|$ под действием 2π-импульса, как следует из (5), имеет вид

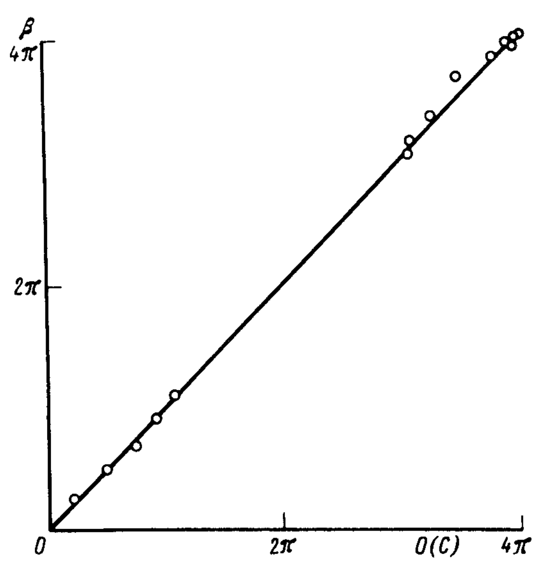
$$\rho_{mm'}(T) = \rho_0(T)\exp\{i[\gamma_m(C) - \gamma_{m'}(C)]\}, \tag{6}$$

где $\rho_0(T) = \exp[-i\omega_0 T(m-m')]\,|m\rangle\langle m'|$ – оператор плотности в тот же момент времени при отсутствии 2π-импульса. Наблюдаемый сигнал эха определяется компонентами ρ_{-+} матрицы плотности ($m = -1/2, m' = 1/2$). Поэтому, как следует из (3), (4) и (6), влияние 2π-импульса сводится к изменению фазы сигнала $[\cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow \cos(\omega t + \varphi + \beta)]$ на величину β, определяемую топологическими фазами векторов состояний во вращающейся системе координат

$$\beta = O(C). \tag{7}$$

Топологическая фаза наблюдаема, если $\omega \neq \omega_0$.

Экспериментально геометрическая фаза в двухуровневой системе может быть реализована воздействием дополнительного 2π-импульса в промежутке между двумя импульсами, разделенными интервалом τ и формирующими сигнал эха в момент времени 2τ, либо между вторым возбуждающим импульсом и сигналом эха. 2π-импульс может быть создан воздействием третьего РЧ импульса с частотой, равной или отличающейся от частоты импульсов, формирующих эхо-сигнал в момент времени 2τ. В случае одинаковых частот трех РЧ импульсов импульсы, формирующие 2τ-эхо, воздействуют резонансно ($\omega = \omega_0$), а 2π-импульс подается на спиновую систему, когда ее резонансная частота изменена импульсом поляризующего магнитного поля. Нами была реализована эта ситуация и нерезонансный 2π-импульс подавался в интервале между τ и 2τ, а сигнал 2τ-эхо наблюдался при $\omega = \omega_0$.



Измерения проводились на 14,4 МГц спектрометре ЯМР при комнатной температуре для протонов в воде или в глицерине. Импульс поляризующего магнитного поля создавался с помощью катушек Гельмгольца радиусом 15 мм. Амплитуда радиочастотного поля измерялась по частоте переходных нутаций, наблюдаемых во время действия импульсов, и по зависимости амплитуды сигнала эха от площади второго импульса. Величина отстройки от резонанса $\omega_0 - \omega$ определялась по изменению частоты сигнала свободной индукции при воздействии импульса поляризующего магнитного поля. Этот же сигнал использовался для контроля формы импульса. При формировании сигнала эха вводился контролируемый градиент поляризующего магнитного поля. При этом ширина неоднородной линии $1/T^* \ll (\omega_0 - \omega)/2\pi$, а длительность импульсов $t_i \ll T^*$. Геометрическая фаза определялась относительно динамической фазы, обусловленной эволюцией спиновой системы при воздействии двух РЧ импульсов и импульса магнитного поля, и измерялась по отношению амплитуд сигналов эха, регистрируемых в момент времени 2τ по ортоганальным (X и Y) каналам фазочувствительного детектора. Фаза сигнала при отсутствии 2π-импульса выбиралась равной нулю (Y-составляющая $= 0$).

Измеренные значения β в зависимости от величины телесного угла $O(C)$ приведены на рисунке. Видно, что экспериментальные точки с хорошей степенью точности совпадают с теоретически предсказываемой зависимостью $\beta = O(C)$, и можно сделать вывод, что в двухуровневой системе наблюдалась геометрическая фаза.

Авторы признательны И.З.Рутковскому и А.Д.Тарасевичу за помощь в проведении эксперимента.

Литература

1. *Berry M.V.* Proc. Roy. Soc. London A., 1984, **392**, 45.
2. *Aharonov Y., Anandan J.* Phys. Rev. Lett., 1987, **58**, 1593.
3. *Suter D. et al.* Phys. Rev. Lett., 1988, **60**, 1218.
4. *Абрагам А.* Ядерный магнетизм. М.: ИЛ, 1963.

Казанский физико-технический институт им.Е.К.Завойского
Академии наук СССР

Научно-исследовательский институт
прикладных физических проблем им. А.Н.Севченко

Поступила в редакцию
25 июля 1989 г.