Письма в ЖЭТФ, том 123, вып. 1, с. 13 – 22

Влияние температуры кристалла и внутрирезонаторных потерь на солитонный режим фемтосекундного лазера на кристалле хром–форстерит

А. А. Воронин[+*1)], *А. А. Ланин*[+×], *Н. Ю. Делекторский*[+], *А. А. Иванов*[+°], *А. Б. Федотов*[+*]

[+]*Физический факультет, МГУ имени М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия*

[*]*Российский квантовый центр, 143025 Сколково, Россия*

[×]*ООО "ЛИФТ Центр", 143025 Сколково, Россия*

[°]*Курчатовский комплекс кристаллографии и фотоники*
Национального исследовательского центра "Курчатовский институт", 119333 Москва, Россия

Поступила в редакцию 15 октября 2025 г.
После переработки 13 ноября 2025 г.
Принята к публикации 17 ноября 2025 г.

В настоящей работе представлены исследования режимов формирования фемтосекундных импульсов в резонаторе хром-форстеритового лазера с учетом вызванных изменением температуры кристалла внутрирезонаторных потерь, которые влияют на положение центральной длины волны генерируемого импульса. Развита численная модель, учитывающая ключевые особенности, свойственные хром-форстеритовым лазерам. Хорошее совпадение моделируемых и экспериментальных спектров подтверждает достоверность модели. Спектральные положения боковых пиков Келли 1-го и 2-го порядков помогают аккуратно установить дисперсию резонатора в точках фазового согласования, а также подтверждают солитонный режим генерации. Анализ усиления и потерь элементов резонатора показывает, что увеличение энергии генерируемых импульсов при уменьшении температуры кристалла вызвано как увеличением времени жизни лазерного уровня, так и ростом сечения усиления вследствие сдвига центральной длины волны генерации.

DOI: 10.7868/S3034576626010024

Введение. Интерес к технологичным источникам фемтосекундных импульсов с центральной длиной волны, отличной от значения в области 800 нм, характерной для наиболее распространенных Ti:Sapphire лазерных систем, стимулировал к развитию фемтосекундных источников на кристалле Cr^{4+}:Mg_2SiO_4 [1–5]. Важным технико-экономическим преимуществом хром-форстеритовых лазеров является возможность использования относительно недорогого и стабильного иттербиевого лазера в качестве излучения накачки. Другой важной особенностью является спектр усиления активной среды 1.2–1.35 мкм. Этот диапазон совпадает с длиной волны нуля дисперсии плавленного кварца около 1.27 мкм и попадает в область низких потерь оптических волноводов, что, в частности, определило использование хром-форстеритовых генераторов фемтосекундных импульсов для эффективного формирования суперконтинуума [6] и реализации широкополосных и перестраиваемых источников фемтосекундных импульсов, основанных на эффекте солитонного самосдвига частоты в фотонно-кристаллических волокнах [7]. Диапазон генерации хром-форстеритовых источников попадает в область прозрачности биологических тканей около 1300 нм, что определяет возможность их приложения в схемах оптической биовизуализации и ряда методов оптической микроскопии [8–13]. В настоящее время для получения перестраиваемых фемтосекундных импульсов с мегагерцовой частотой повторения в диапазоне 1.2–1.7 мкм для задач многофотонной микроскопии биологических тканей наиболее часто используют волоконные иттербиевые технологии с последующим нелинейно-оптическим понижением частоты (даун-конверсией) [14–16]. Однако использование форстеритовых лазеров для этих целей также остается востребованным направлением [17–19]. Другим направлением применения хром-форстеритовых источников является генерация мощных сверхкоротких импульсов в среднем

[1)]e-mail: aa.voronin@physics.msu.ru

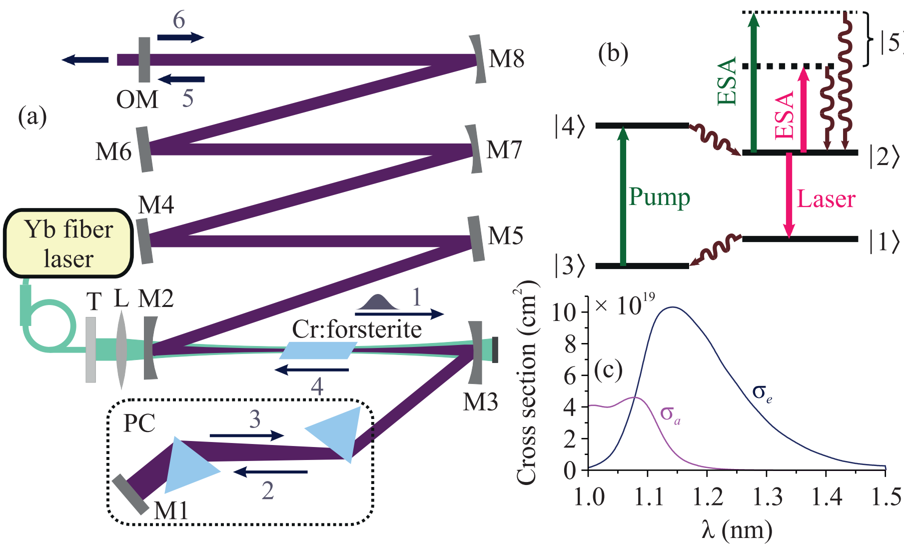

Рис. 1. (Цветной онлайн) (a) – Экспериментальная схема. Yb fiber laser – волоконный иттербиевый лазер накачки; T – телескоп; L – линза; M1–M8 – зеркала; PC – призменный компрессор; Cr:forsterite – лазерный кристалл; OM – выходное зеркало резонатора. (b) – Схема моделируемых уровней кристалла Cr^{4+}:Mg_2SiO_4. ESA – переходы с лазерного уровня 2 на вышестоящие уровни. (c) – Сечения усиления $\sigma_e(\omega)$ и поглощения $\sigma_a(\omega)$ лазерного излучения в кристалле хром–форстерит

инфракрасном диапазоне [20–22] и исследования генерации гармоник высоких порядков [23, 24].

Моделирование твердотельных лазеров, работающих в солитонном режиме [25–28], традиционно проводится либо с помощью решения уравнения Гинзбурга–Ландау с распределенными параметрами [29], либо с помощью прямого поэлементного моделирования резонатора [27, 28, 30]. В нашей работе мы выбрали второй подход, так как импульс за один обход резонатора сжимается и растягивается более, чем в два раза [31]. В предлагаемой модели скоростные уравнения для динамики населенностей уровней кристалла, широко использующиеся при моделировании непрерывных лазеров [32–35], совмещены с моделью распространения фемтосекундного импульса по резонатору в солитонном режиме. Тем самым спектральные профили усиления и потерь активной среды могут меняться при распространении импульса по кристаллу и учитываются более аккуратно, чем в традиционных моделях [27, 31], в которых профиль усиления входит в приближении заданной параболической формы с фиксированной и неизменной центральной длиной волны.

В настоящей работе показано, что увеличение энергии генерируемых импульсов при уменьшении температуры кристалла вызвано как увеличением времени жизни лазерного уровня, так и увеличением сечения усиления вследствие сдвига центральной длины волны генерации. Величина и спектральная зависимость потерь импульса за проход по резонатору определяют центральную длину волны генерации. Представлена модель хром- форстеритового лазера с учетом скоростных уравнений активной среды, профиля усиления кристалла и спектрально неоднородных резонаторных потерь. Спектральные положения первых и вторых боковых пиков Келли помогают определить дисперсию резонатора вблизи длин волн фазового согласования солитона и дисперсионных волн. Предлагаемые результаты позволят улучшить параметры хром-форстеритовых лазеров, получить стабильные и перестраиваемые импульсы с энергиями десятки наноджоулей и частотой повторения десятки мегагерц для задач оптической микроскопии биологических тканей [18, 19, 36].

Методы. *Экспериментальная реализация.* В наших экспериментах резонатор хром-форстеритового лазера построен по стандартной Z-образной схеме с удлиненным плечом выходного зеркала (OM на рис. 1a), синхронизация мод осуществляется за счет керровской нелинейности, для накачки кристалла используется волоконный иттербиевый лазер. Резонатор удлинен до 9.5 м, что позволило получить энергию в импульсе до 30 нДж при частоте повторения около 16 МГц. В работе [31] исследована динамика сверхкороткого импульса внутри подобного резонатора, а в [37, 38] проведен экспериментальный анализ генерации импульсов большой внутрирезонаторной пиковой мощности. Кристалл Cr^{4+}:Mg_2SiO_4 помещен между двумя сферическими зеркалами с фокусным расстоянием ≈ 75 мм. Сферические зеркала M7, M8 с фокусным расстоянием 1 м используются для компенсации дифракционной расходимости пучка в длинном плече резонатора. Пара призм из стекла SF57 используется для компенсации дисперсии групповых скоростей. Температура поверхности кристалла варьировалась от 6 до 16 °C. Спектры характеризовались с помощью инфракрасного волоконного спектрометра с интегрирующей сферой.

Чтобы проанализировать динамику временной и спектральной формы импульса в резонаторе хромфорстеритового лазера, разработана численная модель, содержащая скоростные уравнения для лазерной среды, уравнение распространения фемтосекундного импульса в лазерном кристалле и других элементах резонатора, учитывающее эффекты дисперсии, фазовой самомодуляции, неоднородных по спектру усиления и потерь, насыщающегося поглощения с мгновенным откликом. В нашей модели лазерный импульс поочередно проходит элементы резонатора, продвигаясь по направлениям стрелок 1–6 в соответствии со схемой, показанной на рис. 1a. Моделирование распространения лазерного импульса осуществляется последовательно по этой цепочке с применением соответствующих уравнений для каждого элемента резонатора, с учетом двухкратного прохождения импульса лазерного кристалла и призменного компрессора. Начальное поле задается как белый шум с пиковой мощностью на десять порядков меньше пиковой мощности генерируемого импульса. Для обеспечения установления стабильной генерации импульса требуется не менее 500 проходов импульса по резонатору.

Численное моделирование. Динамика населенности уровней лазерного кристалла моделируется с помощью скоростных уравнений для системы из пяти эффективных уровней, участвующих в генерации (рис. 1b). В работе [33] показано, что скоростные уравнения для такой системы имеют стационарное решение:

$$N_2(z) = \left[\frac{P_p(z)/P_{sa}}{1 + P_p(z)/P_{sa} + P_c(z)(1+f_{25})/P_{se}}\right],$$
$$N_1(z) = 1 - N_2(z), \qquad (1)$$

где N_1 и N_2 – населенности уровней 1> и 2> соответственно (рис. 1b), z – координата распространения, $P_p(z)$ – средняя мощность излучения накачки, которая определена по закону Бугера $P_p(z) = P_{p0}\exp(-\alpha_p z)$ при распространении по кристаллу в направлении 1 и $P_p(z) = P_{p0}\exp(-\alpha_p(L-z))$ при распространении по кристаллу в обратном направлении 4, $P_{p0} = 6$ Вт – средняя мощность излучения накачки на входе в кристалл, $\alpha_p = n_c\sigma_a(\omega_p)$ – коэффициент поглощения излучения накачки активной средой, $n_c = 2\cdot 10^{18}$ см$^{-3}$ – концентрация лазерных ионов, $P_c(z) = P_+(z) + P_-(z)$ – суммарная средняя мощность лазерного излучения, распространяющегося в обоих направлениях по кристаллу, вычисляемая суммарно на текущем и предыдущем проходе импульса по кристаллу, и связанная с интенсивностью $|A_{+-}(z,t)|^2$ как $P_{+-}(z) = \pi R^2[\int_{\infty}^{\infty}|A_{+-}(z,t)|^2 dt]/t_{\rm cav}$, $t_{\rm cav} = 2L_{\rm res}/c$ – время обхода импульсом резонатора, $L_{\rm res}$ – длина резонатора, $R = 35$ мкм – эффективный радиус лазерного пучка в кристалле, f_{25} – отношение сечения перехода 2>–5> к сечению перехода 2>–1> (рис. 1b), $L = 1$ см – длина кристалла, $P_{\rm sa} = \hbar\omega_p/[\sigma_a(\omega_p)\tau_f(T)]$, $P_{\rm se} = \hbar\omega_l/[\sigma_e(\omega_l)\tau_f(T)]$, $\sigma_a(\omega), \sigma_e(\omega)$ – сечения поглощения и усиления, показанные на рис. 1c [39, 40], ω – частота, ω_p и ω_l – центральные частоты излучения накачки и лазерного излучения.

Время жизни лазерного уровня 2> кристалла (рис. 1b) сильно зависит от температуры $\tau_f(T) \approx 3.87 - 0.0490\cdot T$ [33], T – температура в центре кристалла, выраженная в градусах Цельсия. Температура T в центре кристалла выше измеряемой на практике температуры на его поверхности $T_b = T - \delta T$ на величину δT, которая в нашей работе составляет $\delta T = 20$ °C. Параметр δT сложным образом зависит от геометрии кристалла, его теплопроводности и мощности излучения накачки, и оценивается в диапазоне от 5 до 40 °C [33, 34].

Решения системы (1) для N_1 и N_2 встроены в уравнение распространения фемтосекундных импульсов по кристаллу

$$\frac{dA(z,\omega)}{dz} = i\hat{D}(\omega)A(z,\omega) +$$
$$+ \frac{n_c}{2}\left[N_2(z)(1-f_{25})\sigma_e(\omega) - N_1(z)\sigma_a(\omega)\right]A(z,\omega) +$$
$$+ i\frac{\omega}{c}n_2 F[|A(z,t)|^2 A(z,t)] -$$
$$- F[q_0 A(z,t)/(1+|A(z,t)|^2/I_{\rm sat})], \qquad (2)$$

где $A(z,t)$ – комплексная амплитуда лазерного поля, $A(z,\omega) = F[A(z,t)]$, $F[\cdot]$ – Фурье преобразование, t – время в сопровождающей лазерный импульс системе координат, n_c – концентрация ионов активной среды, $n_2 = 6\cdot 10^{-16}$ см^2/Вт – нелинейный показатель преломления, $\hat{D}(\omega) = k(\omega) - k(\omega_l) - \partial k(\omega)/\partial\omega|_{\omega=\omega_l}(\omega - \omega_l)$ – дисперсионный оператор, $k(\omega) = \omega n_{CrF}(\omega)/c$, $n_{CrF}(\omega) = 1 + A\lambda^2/(B + \lambda^2 + C\lambda^{-2})$ – показатель преломления кристалла, вычисленный по формуле Селлмейера [41], где $A = 1.5695$, $B = -0.0162$ мкм^2,

$C = 0.0005$ мкм^4, а длина волны λ выражена в микрометрах. Дисперсия лазерного кристалла $\beta_2^{cr}(\omega) = (\partial^2 k(\omega)/\partial\omega^2)L$ показана кривой *2* на рис. 2a. Синхронизация мод в нашей модели осуществляется распределенным по кристаллу насыщающимся поглощением с мгновенным откликом [42] с интенсивностью насыщения $I_{\text{sat}} = 0.5$ МВт и интегральной глубиной модуляции за два прохода по кристаллу (т.е. за один обход резонатора) $q = 5\,\%$, соответствующей величине распределенной по кристаллу глубины модуляции $q_0 = -\log(1-q)/(4L)$. Уравнение (2) решено методом расщепления по физическим факторам, в котором линейные этапы осуществляются Фурье-методом, а нелинейные методом Рунге–Кутты 4-го порядка точности.

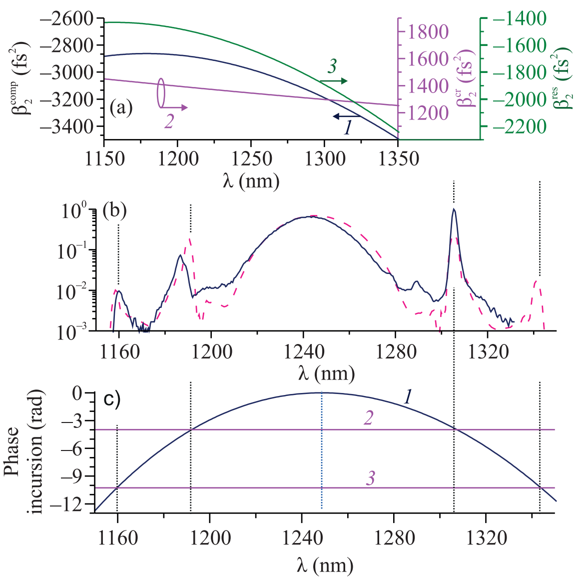

Рис. 2. (Цветной онлайн) (a) – Удвоенная дисперсия лазерного кристалла $2\beta_2^{cr}(\omega)$ (кривая *1*), удвоенная дисперсия компрессора $2\beta_2^{\text{comp}}(\omega)$ (кривая *2*), интегрированная за один обход резонатора дисперсия $\beta_2^{\text{res}}(\omega)$ (кривая *3*). (b) – Спектр выходного 100-фс импульса лазера с энергией 30 нДж при $T_b = 6\,^\circ$C, $P_{p0} = 6$ Вт. Сплошная кривая – экспериментальный спектр, штриховая – соответственный ему расчетный с параметрами, приведенными в тексте работы, $\lambda_F = 1208$ нм. (c) – Фазовый набег $\phi_{dw}(\omega)$ дисперсионных волн за один обход резонатора (кривая *1*). Кривыми *2* и *3* показаны фазовые набеги $\phi_{\text{sol}} - 2\pi$ и $\phi_{\text{sol}} - 4\pi$, где ϕ_{sol} – фазовый набег солитонного импульса за один проход резонатора

Для моделирования компрессора рассчитана модуляция фазы (чирп), приобретаемый импульсом за один проход по компрессору, по формуле, учитывающей геометрический и материальный вклады компрессора

$$\beta_2^{\text{comp}}(\omega) = \beta_2^{\text{geom}}(\omega) + \beta_2^{\text{mat}}(\omega). \tag{3}$$

Геометрический вклад рассчитан по формуле [43, 44]

$$\beta_2^{\text{geom}}(\omega) = \frac{\lambda^3}{2\pi c^2}\frac{d^2 P}{d\lambda^2}, \tag{4}$$

где $P(\lambda)$ – оптический путь спектральной компоненты с длиной волны λ в компрессоре,

$$\frac{d^2 P(\lambda)}{d\lambda^2} = 4l\left[\frac{d^2 n_{pr}(\lambda)}{d\lambda^2}\sin\theta + \left(2n_{pr}(\lambda) - \frac{1}{n_{pr}(\lambda)^3}\right) \times \right.$$
$$\left. \times \left(\frac{dn_{pr}(\lambda)}{d\lambda}\right)^2 \sin\theta - 2\left(\frac{dn_{pr}(\lambda)}{d\lambda}\right)^2 \cos\theta\right], \tag{5}$$

где $n_{pr}(\lambda)$ – показатель преломления стекла SF57 призм, вычисленный по формуле Селлмейера $n_{pr}(\lambda) = [1 + B_1\lambda^2/(\lambda^2 - C_1) + B_2\lambda^2/(\lambda^2 - C_2) + B_3\lambda^2/(\lambda^2 - C_3)]^{1/2}$ с коэффициентами $B_1 = 1.816513710$, $B_2 = 0.428893641$, $B_3 = 1.071862780$, $C_1 = 0.014370420$ мкм^2, $C_2 = 0.0592801172$ мкм^2, $C_3 = 121.41994200$ мкм^2 [45], λ выражена в микрометрах. В наших расчетах расстояние между призмами $l = 34.3$ см, $\theta = \arcsin(2d/l)$, $d = 1.8$ мм – диаметр лазерного пучка на призмах.

Вклад материала призм в дисперсию компрессора рассчитан по формуле

$$\beta_2^{\text{mat}}(\omega) = (\partial^2 k_{pr}(\omega)/\partial\omega^2) l_{pr}, \tag{6}$$

где $k_{pr} = \omega n_{pr}(\omega)/c$, а длина оптического пути внутри двух призм l_{pr} взята 11 мм. Дисперсия компрессора $\beta_2^{\text{comp}}(\omega)$ показана кривой *1* на рис. 2a. Нелинейным набегом фазы компрессора можно пренебречь из-за того, что площадь сечения пучка на призмах $\pi d^2/4 \approx 2.5$ мм^2 в 650 раз больше чем площадь сечения лазерного пучка в кристалле $\pi R^2 = 0.0038$ мм^2 . Соответственно интенсивность излучения в компрессоре в 650 раз меньше, чем в кристалле.

Результаты и обсуждение. Одним из ключевых параметров режима работы лазера является интегральная дисперсия, испытываемая импульсом за один обход по резонатору $\beta_2^{\text{res}}(\omega) = 2\beta_2^{\text{cr}}(\omega) + 2\beta_2^{\text{comp}}(\omega)$. При наших параметрах $\beta_2^{\text{res}}(\omega_l) \approx -1600$ фс^2 (рис. 2a). Другим ключевым параметром является B-интеграл

$$B = \frac{\omega_l n_2}{c}\int_0^L \max_t(|A(z,t)|^2)dz, \tag{7}$$

накапливаемый импульсом за один обход по резонатору. Аномальная дисперсия резонатора дает возможность распространяться импульсу в солитонном режиме так, что за один обход по резонатору дисперсионный набег фазы в первом приближении компенсируется нелинейным фазовым набегом. Соотношение параметров фундаментального солитона [46], диктуемое этим принципом, в случае распространения импульса по резонатору, можно записать в виде $(\tau/1.76)^2/|\beta_2^{\mathrm{res}}|/ \approx B$, где τ – длительность импульса на выходе резонатора. Для импульса, показанного на рис. 2b, $\tau \approx 100$ фс, $B \approx 1.9$, а $(\tau/1.76)^2/|\beta_2^{\mathrm{res}}| \approx 2.0$. Совпадение этих величин подтверждает солитонный режим распространения импульса по резонатору. Хорошее соответствие спектров (рис. 2b), полученных численным моделированием и экспериментально, говорит об адекватности предложенной численной модели и выбранных параметров.

Вследствие относительно малого коэффициента усиления хром-форстеритовые лазеры имеют длинные кристаллы, что определяет влияние дисперсии на возможность растяжения импульса более, чем в два раза. Подробное исследование динамики временной формы импульса в резонаторе представлено в работе [31]. Из-за этих периодических возмущений солитонного режима временная форма импульса внутри резонатора [31] отличается от классической формы гиперболического секанса, свойственной идеальному солитону [46]. В наших расчетах при увеличении длины кристалла L до 2 см ни при каком варьировании расстояния между призмами l и мощности накачки P_{p0} не удавалось получить стабильный режим генерации с энергией больше 25 нДж.

Типичный экспериментальный спектр на выходе лазера показан на рис. 2b. Боковые компоненты Келли показывают, что спектр солитона простирается далеко от центральной длины волны до длин волн фазового согласования между дисперсионными волнами и солитоном. Набег спектральной фазы дисперсионных волн за один проход по резонатору $\phi_{dw}(\omega) = \int_{\omega_l}^{\omega}\int_{\omega_l}^{\omega'} \beta_2^{\mathrm{res}}(\omega'')d\omega' d\omega''$ показан кривой *1* на рис. 2c. Набег спектральной фазы солитона за проход не зависит от частоты и определяется B-интегралом $\phi_{\mathrm{sol}} = B$. На рисунке 2c показаны фазовые набеги $\phi_{dw}(\omega)$ (кривая *1*), $\phi_{\mathrm{sol}} - 2\pi$ (кривая *2*) и $\phi_{\mathrm{sol}} - 4\pi$ (кривая *3*), показывающие фазовое согласование на их пересечении $\phi_{dw}(\omega) = \phi_{\mathrm{sol}} - 2m\pi$, m – целое. На этих длинах волн солитон передает свою энергию бегущим с отличной от солитона групповой скоростью дисперсионным волнам на каждом проходе резонатора, что проявляется в спектре в виде пиков Келли. Так как положение пиков определяется B-интегралом и дисперсией резонатора, а B-интеграл нетрудно оценить из энергии выходного импульса, то положения боковых компонент Келли помогают точно определить дисперсию резонатора в этих точках. Совпадение боковых компонент первого, а тем более и второго порядка (рис. 2b) с экспериментом говорит, во-первых, об адекватности выбранной дисперсии элементов резонатора, во-вторых, о том, что солитонный режим еще не сильно возмущен, и на длинах волн компонент Келли даже второго порядка, лежащих далеко от центральной длины волны солитона, еще происходит компенсация нелинейного и дисперсионного фазовых набегов солитона.

При изменении температуры T_b поверхности хром-форстеритового кристалла изменялась центральная длина волны генерации (рис. 3a). Их сравнение с соответствующими расчетными спектрами показано на панелях 3b–f. В эксперименте наблюдается уменьшение центральной длины волны спектра генерируемого импульса при уменьшении температуры и увеличение энергии выходного импульса. Этот эффект, во-первых, связан с увеличением времени жизни лазерного уровня $\tau_f(T)$, которое составляет $\tau_f(T) \approx 2.1$ мкс при $T_b = 16\,^\circ$C и $\tau_f(T) \approx 2.6$ мкс при $T_b = 6\,^\circ$C, во-вторых, с увеличением сечения усиления $\sigma_e(\lambda)$ при уменьшении центральной длины волны лазера (рис. 1c), которое составляет $\sigma_e = 4.7 \cdot 10^{-19}$ см^2 на длине волны 1264 нм и $\sigma_e = 5.8 \cdot 10^{-19}$ см^2 на длине волны 1243 нм. Оба эти эффекта при уменьшении температуры T_b приводят к увеличению энергии импульса, которая составляет около 20 нДж при $T_b = 16\,^\circ$C (рис. 3f) и около 30 нДж при $T_b = 6\,^\circ$C (рис. 3b).

Численное моделирование показывает, что центральная длина волны спектра выходного импульса определяется балансом усиления и внутрирезонаторных потерь на одном проходе резонатора. Для характеризации величины этого усиления введена функция

$$g(\omega) = \exp\Big[n_c \int_0^L [N_2(z)(1-f_{25})\sigma_e(\omega) - \\ - N_1(z)\sigma_a(\omega)]dz\Big], \tag{8}$$

показывающая во сколько раз усиливается импульс за один проход по резонатору (розовые сплошные кривые на рис. 4).

Интеграл (8) имеет вид линейной комбинации спектров усиления [$\sigma_e(\omega)$ и поглощения $\sigma_a(\omega)$]. В случае, если внутрирезонаторные потери не зависят от частоты (рис. 4a), центральная длина волны выходного импульса находится на длине волны около 1218 нм (штриховая вертикальная прямая на рис. 4a) вблизи максимума профиля усиления на длине волны 1212 нм (пунктирная вертикальная прямая на рис. 4a). Внутрирезонаторные потери в этом случае

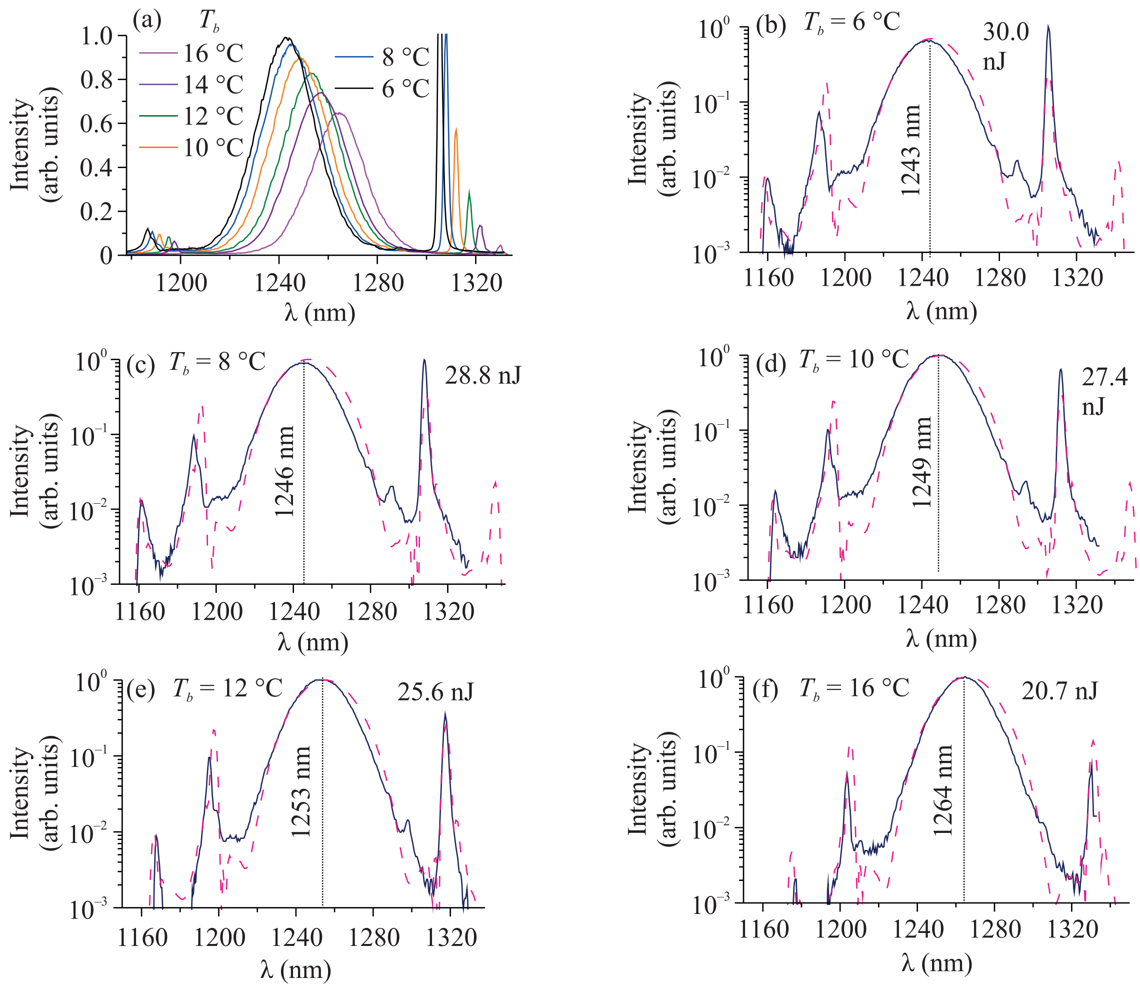

Рис. 3. (Цветной онлайн) (a) – Экспериментальные выходные спектры лазера при мощности излучения накачки $P_{p0} = 6$ Вт и различных значениях температуры поверхности кристалла T_b, подписанных на панели. (b)–(f) – Сравнение экспериментальных спектров с расчетными при $T_b = 6\,^\circ$C и $\lambda_F = 1208$ нм (b), $T_b = 8\,^\circ$C и $\lambda_F = 1212$ нм (c), $T_b = 10\,^\circ$C и $\lambda_F = 1216$ нм (d), $T_b = 12\,^\circ$C и $\lambda_F = 1222$ нм (e), $T_b = 16\,^\circ$C и $\lambda_F = 1236$ нм (f)

определяются коэффициентом пропускания выходного зеркала $\xi = 10\,\%$ и глубиной модуляции q насыщающегося поглотителя. Их удобно отобразить на графике в виде коэффициентов $\epsilon_1 = 1/(1-\xi)$ и $\epsilon_2 = 1/[(1-\xi)(1-q)]$, которые характеризуют величину ослабления импульса за один проход. Так как потери насыщающегося поглотителя различаются в различных частях импульса и его спектра, то горизонтальными прямыми *2* и *3* на рис. 4a показано минимальное (ϵ_1) и максимальное (ϵ_2) значение ослабления импульса. По положению спектра импульса относительно $g(\omega)$, ϵ_1 и ϵ_2 видно, что спектр импульса находится в области равенства коэффициентов усиления и ослабления импульса за один проход. Примечательно, что вследствие насыщения усиления при стабильной генерации импульса, центральная длина волны спектра выходного импульса не зависит от величины сечения $\sigma_e(\omega_l)$ на центральной частоте импульса от мощности накачки P_p, времени жизни лазерного уровня τ_f, но зависит от величины резонаторных потерь, в том числе коэффициента пропускания выходного зеркала и глубины модуляции насыщающегося поглощения.

Центральная длина волны лазерного импульса, получаемая в предположении не зависящих от частоты резонаторных потерь (рис. 4a), отлична от экспериментально измеренной (рис. 4b), поэтому в модель резонатора на каждом проходе был введен дополнительный спектральный высокочастотный фильтр с коэффициентом пропускания спектральной интенсивности $T_F(\omega) = (1-\gamma) + \gamma\exp(-(\omega/\omega_{sl})^{400})$ с поглощением $\gamma = 15\,\%$ и границей высокочастотной области потерь на длине волны $\lambda_F = 2\pi c/\omega_{sl}$. С учетом такого фильтра коэффициенты $\epsilon_1(\omega) =$

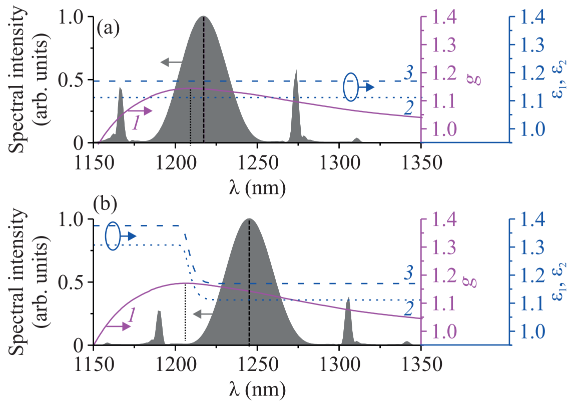

Рис. 4. (Цветной онлайн) Расчетные спектры выходного импульса лазера при $T_b = 6\,^\circ$C (сплошная заливка), коэффициент g (кривая *1*), показывающий, во сколько раз усиливается импульс в кристалле за один обход резонатора, коэффициенты ϵ_1, ϵ_2 (кривые *2* и *3*), показывающие, во сколько раз ослабляется импульс за один обход резонатора. На панели (a) показаны результаты расчетов при не зависящих от частоты резонаторных потерях, панель (b) показывает результаты расчетов при введенном в резонатор спектральном фильтре $T_{sl}(\omega)$ с $\lambda_F = 1208$ нм

$= 1/[(1-\xi)T_F(\omega)]$ и $\epsilon_2(\omega) = 1/[(1-\xi)(1-q)T_F(\omega)]$ приобретают частотную зависимость (кривые *2* и *3* на рис. 4b). Такие потери не могли быть вызваны спектром пропускания зеркал M1–M8, имеющих пропускание более 99 % в диапазоне 1200–1500 нм, но могли быть вызваны, к примеру, частичным обрезанием лазерного пучка в компрессоре. При $\lambda_F = 1208$ нм центральная длина волны моделируемого импульса составляет около 1245 нм и совпадает с экспериментальной. Смещение центральной длины волны на рис. 3 обусловлено смещением границы высокочастотных потерь резонатора при изменении температуры. При температуре $16\,^\circ$C $\lambda_F \approx 1236$ нм, в то время как при температуре $6\,^\circ$C $\lambda_F \approx 1208$ нм. Таким образом, центральная длина волны импульса изменяется из-за смещения спектральной области, в которой усиление и внутрирезонаторные потери сбалансированы, что обеспечивает управление не только центральной длиной волны, но и позволяет получить импульсы с энергией до 30 нДж.

Для демонстрации устойчивости предлагаемой модели по отношению к вариациям параметров на рис. 5 представлены временные формы и спектр выходного импульса при варьировании расстояния между призмами и, соответственно, дисперсии резонатора в диапазоне от -1600 до -6800 фс^2 (панели 5a, b), а также при варьировании нелинейности кристалла от $3 \cdot 10^{-16}$ до $12 \cdot 10^{-16}$ см^2/Вт. При увеличении параметра $|\beta_2^{\mathrm{res}}|$ и, соответственно, влияния дисперсии компрессора, длительность генерируемого импульса увеличивается от 85 до 170 фс, что и ожидается из соотношения параметров фундаментального солитона [46], а ширина его спектра уменьшается с 42 до 14 нм. При увеличении коэффициента нелинейности кристалла временная форма импульса заметно отличается от формы гиперболического секанса, характерной для временной формы и формы спектра идеального солитона, в то время как форма спектра все еще неплохо соответствует ей. Это свидетельствует об увеличении нелинейного чирпа выходного импульса. Кроме того, при увеличении нелинейности кристалла боковые пики Келли смещаются в сторону центральной длины волны спектра солитона, где его спектральная интенсивность больше. Это приводит к увеличению потерь солитона в боковые пики Келли и росту этих пиков. В работе [37] исследован предел нелинейности резонатора и показано, что нелинейный фазовый набег не может превышать 4π. Применять данную модель к более высоким энергиям импульса следует осторожно, так как модель одномерная и не учитывает изменение устойчивости резонатора при эффектах самофокусировки лазерного пучка в кристалле. Критическая мощность самофокусировки на длине волны 1250 нм при $n_2 = 6 \cdot 10^{-16}$ см^2/Вт составляет $P_{\mathrm{cr}} \approx 3.9$ МВт. Энергия импульса в резонаторе достигает 300 нДж, длительность импульса в кристалле за счет его чирпа приблизительно в 2 раза больше спектрально-ограниченной длительности и составляет около 200 фс, следовательно пиковая мощность импульса составляет около $P_{\mathrm{peak}} \approx 1.5$ МВт. Применимость модели ограничивается пиковой мощностью импульса в кристалле на уровне одной критической мощности самофокусировки.

Заключение. Таким образом, в работе представлены исследования режимов формирования фемтосекундных импульсов в резонаторе хром-форстеритового лазера с учетом вызванных изменением температуры кристалла внутрирезонаторных потерь, которые влияют на положение центральной длины волны генерируемого импульса. Спектральная область баланса усиления и потерь импульса за обход резонатора определяет центральную длину волны генерируемого импульса. Развита детальная численная модель твердотельного фемтосекундного хром-форстеритового лазера, работающего в солитонном режиме. Проведенный анализ показывает, что увеличение энергии импульсов при охлаждении кристалла вызвано как увеличением времени жизни верхнего лазерного уровня, так и увеличением

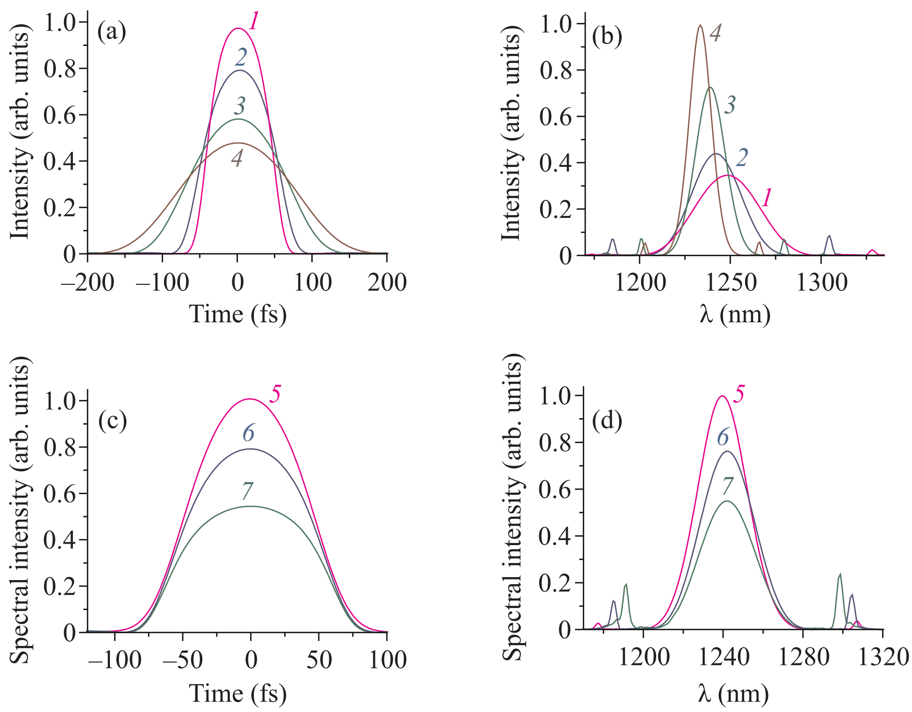

Рис. 5. (Цветной онлайн) Временные профили (a), (c) и спектры (b), (d) генерируемых импульсов на выходном зеркале лазера при изменении: (a), (b) – дисперсии резонатора и (c), (d) – нелинейности кристалла. На панелях (a), (b) – коэффициент нелинейности $n_2 = 6\cdot10^{-16}$ см^2/Вт фиксирован, а расстояние между призмами и дисперсия резонатора составляют $l = 31.3$ см, $\beta_2^{\text{res}} \approx -830$ фс^2 (кривая *1*); $l = 34.3$ см, $\beta_2^{res} \approx -1600$ фс^2 (кривая *2*); $l = 44$ см, $\beta_2^{\text{res}} \approx -4200$ фс^2 (кривая *3*); $l = 54$ см, $\beta_2^{\text{res}} \approx -6800$ фс^2 (кривая *4*). На панелях (c), (d) параметры дисперсии $l = 34.3$ см, $\beta_2^{\text{res}} \approx -1600$ фс^2 фиксированы, а коэффициент нелинейности кристалла варьируется и составляет $n_2 = 3\cdot10^{-16}$ см^2/Вт (кривая *5*), $n_2 = 6\cdot10^{-16}$ см^2/Вт (кривая *6*), $n_2 = 12\cdot10^{-16}$ см^2/Вт (кривая *7*). Параметр $\lambda_F = 1208$ нм

сечения усиления вследствие сдвига центральной волны генерации, что принципиально важно для улучшения характеристик хром-форстеритовых генераторов. Продемонстрированы режимы формирования фемтосекундных импульсов с энергией до 30 наноджоулей и частотой повторения около 16 МГц, что является перспективным для использования в задачах оптической нелинейной микроскопии биологических тканей, двумерной Фурье-спектроскопии маркерных белков или реализации волоконных источников перепутанных фотонных пар в ближнем инфракрасном диапазоне.

Авторы выражают глубокую благодарность профессору А. М. Желтикову за всестороннюю поддержку. Работа выполнена с использованием оборудования Программы развития и Центра коллективного пользования высокопроизводительными вычислительными ресурсами МГУ имени М. В. Ломоносова.

Финансирование работы. Работа поддержана Российским научным фондом (грант 25-12-00211).

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. A. Seas, V. Petričević, and R. R. Alfano, "Self-modelocked chromium-doped forsterite laser generates 50-fs pulses", Opt. Lett. **18**(11), 891 (1993).
2. V. Yanovsky, Y. Pang, F. Wise, and B. I. Minkov, "Generation of 25-fs pulses from a self-mode-locked Cr:forsterite laser with optimized group-delay dispersion", Opt. Lett. **18**(18), 1541 (1993).
3. Z. Zhang, K. Torizuka, T. Itatani, K. Kobayashi, T. Sugaya, T. Nakagawa, and H. Takahashi, "Broadband semiconductor saturable-absorber mirror for a selfstarting mode-locked Cr:forsterite laser", Opt. Lett. **23**(18), 1465 (1998).
4. A. A. Ivanov, M. V. Alfimov, and A. M. Zheltikov, "An allsolid-state sub-40-fs self-starting Cr^{4+}: Forsterite laser broadly tunable within the therapeutic-window range for high-resolution coherence-domain and nonlinearoptical biomedical applications", Laser Phys. **10**(3), 796 (2000).
5. C. Chudoba, J. G. Fujimoto, E. P. Ippen, H. A. Haus, U. Morgner, F. X. Kärtner, V. Scheuer, G. Angelow, and T. Tschudi, "All-solid-state Cr:forsterite laser generating 14-fs pulses at 1.3μm", Opt. Lett. **26**(5), 292 (2001).

6. I. V. Fedotov, A. A. Voronin, A. B. Fedotov, V. S. Shevandin, K. V. Dukel?skii, and A. M. Zheltikov, "Multisoliton supercontinuum from a photonic-crystal fibre as a source of frequency-tunable megawatt femtosecond pulses in the infrared", Quantum Electronics **39**(7), 634 (2009).
7. A. B. Fedotov, A. A. Voronin, I. V. Fedotov, A. A. Ivanov, and A. M. Zheltikov, "Powerful wavelength-tunable ultrashort solitons in a solid-core photonic-crystal fiber", Opt. Lett. **34**(6), 851 (2009).
8. S. Svanberg, "Some applications of ultrashort laser pulses in biology and medicine", Meas. Sci. Technol. **12**(11), 1777 (2001).
9. W. F. Cheong, S. A. Prahl, and A. J. Welch, "A review of the optical properties of biological tissues", IEEE J. Quantum Electron. **26**(12), 2166 (1990).
10. C.-K. Sun, C.-C. Chen, S.-W. Chu, T.-H. Tsai, Y.-C. Chen, and B.-L. Lin, "Multiharmonic-generation biopsy of skin", Opt. Lett. **28**(24), 2488 (2003).
11. V. V. Yakovlev, A. Ivanov, and V. Shcheslavskiy, "High-energy femtosecond Cr^{4+}: forsterite oscillators and their applications in biomedical and material sciences", Appl Phys B **74**, 145 (2002).
12. S.-W. Chu, S.-Y. Chen, T.-H. Tsai, T.-M. Liu, C.-Y. Lin, H.-J. Tsai, and C.-K. Sun, "In vivo developmental biology study using noninvasive multi-harmonic generation microscopy", Opt. Express **11**(23), 3093 (2003).
13. L. V. Doronina-Amitonova, A. A. Lanin, O. I. Ivashkina, M. A. Zots, A. B. Fedotov, K. V. Anokhin, and A. M. Zheltikov, "Nonlinear-optical brain anatomy by harmonic-generation and coherent raman microscopy on a compact femtosecond laser platform", Appl. Phys. Lett. **99**(23), 231109 (2011).
14. N. G. Horton, K. Wang, D. Kobat, C. G. Clark, F. W. Wise, C. B. Schaffer, and C. Xu, "In vivo three-photon microscopy of subcortical structures within an intact mouse brain", Nat. Photonics **7**(3), 205 (2013).
15. P. Cadroas, L. Abdeladim, L. Kotov, M. Likhachev, D. Lipatov, D. Gaponov, A. Hideur, M. Tang, J. Livet, W. Supatto, E. Beaurepaire, and S. Fevrier, "All-fiber femtosecond laser providing 9 nJ, 50 MHz pulses at 1650 nm for three-photon microscopy", J. Opt. **19**(6), 065506 (2017).
16. K. Guesmi, L. Abdeladim, S. Tozer, P. Mahou, T. Kumamoto, K. Jurkus, P. Rigaud, K. Loulier, N. Dray, P. Georges, M. Hanna, J. Livet, W. Supatto, E. Beaurepaire, and F. Druon, "Dual-color deep-tissue three-photon microscopy with a multiband infrared laser", Light Sci. Appl. **7**(1), 12 (2018).
17. C. J. Liu, A. Roy, A. A. Simons, D. M. Farinella, and P. Kara, "Three-photon imaging of synthetic dyes in deep layers of the neocortex", Sci. Rep. **10**(1), 16351 (2020).
18. A. S. Chebotarev, I. V. Kelmanson, A. D. Ivanova, Y. V. Khramova, V. A. Katrukha, D. A. Kotova, R. I. Raevskii, A. A. Moshchenko, G. N. Linovsky, A. B. Fedotov, V. V. Belousov, D. S. Bilan, and A. A. Lanin, "Multiphoton tools for hydrogen peroxide imaging in vivo with subcellular resolution", Sensors and Actuators B: Chemical **410**, 135646 (2024).
19. A. S. Chebotarev, V. S. Ledyaeva, O. I. Patsap, A. A. Ivanov, A. B. Fedotov, V. V. Belousov, A. G. Shokhina, and A. A. Lanin, "Multimodal label-free imaging of murine hepatocellular carcinoma with a subcellular resolution", J. Biophotonics **16**(12), e202300228 (2023).
20. E. A. Migal, F. V. Potemkin, and V. M. Gordienko, "Highly efficient optical parametric amplifier tunable from near-to mid-Ir for driving extreme nonlinear optics in solids", Opt. Lett. **42**(24), 5218 (2017).
21. D. Z. Suleimanova, E. A. Migal, D. V. Badikov, and F. V. Potemkin, "Advances in the development of fewcycle gigawatt-peak-power mid-Ir optical parametric amplifiers pumped by Cr:Forsterite laser using non-oxide nonlinear crystals", Appl. Phys. Lett. **124**(16), 161103 (2024).
22. E. A. Migal, D. Z. Suleimanova, D. V. Badikov, and F. V. Potemkin, "Unlocking superior performance of broadband powerful mid-Ir optical parametric amplifiers with a $BaGa_2GeS_6$ crystal pumped at $1.24\,\mu$m", Opt. Lett. **49**(16), 4537 (2024).
23. B. V. Rumiantsev, E. A. Migal, A. V. Pushkin, and F. V. Potemkin, "Observation of terahertz-field-induced coherent control of high-order harmonic generation in a noble gas", Phys. Rev. A **111**(2), 023117 (2025).
24. P. A. Shulyndin, B. V. Rumiantsev, E. A. Migal, A. V. Pushkin, and F. V. Potemkin, "Influence of the terahertz field on the processes of low-and high-order harmonic generation by femtosecond laser pulses in a gaseous medium", JETP Lett. **121**(11), 846 (2025).
25. H. A. Haus and M. N. Islam, "Theory of the soliton laser", IEEE J. Quantum Electron. **21**(8), 1172 (1985).
26. J. N. Kutz, "Mode-locked soliton lasers", SIAM Review **48**(4), 629 (2006).
27. F. Krausz, M. E. Fermann, T. Brabec, P. F. Curley, M. Hofer, M. H. Ober, C. Spielmann, E. Wintner, and A. J. Schmidt, "Femtosecond solid-state lasers", IEEE J. Quantum Electron. **28**(10), 2097 (1992).
28. V. P. Kalosha, M. Müller, J. Herrmann, and S. Gatz, "Spatiotemporal model of femtosecond pulse generation in kerr-lens mode-locked solid-state lasers", J. Opt. Soc. Am. B **15**(2), 535 (1998).
29. N. Akhmediev, J. M. Soto-Crespo, and G. Town, "Pulsating solitons, chaotic solitons, period doubling, and pulse coexistence in mode-locked lasers: Complex Ginzburg–Landau equation approach", Phys. Rev. E **63**, 056602 (2001).

30. F. X. Kärtner, I. D. Jung, and U. Keller, "Soliton mode-locking with saturable absorbers", IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron. **2**(3), 540 (1996).
31. A. A. Ivanov, A. A. Voronin, A. A. Lanin, D. A. Sidorov-Biryukov, A. B. Fedotov, and A. M. Zheltikov, "Pulsewidth-tunable 0.7w mode-locked Cr: forsterite laser", Opt. Lett. **39**(2), 205 (2014).
32. S. P. Sahoo, S. Pradhan, J. Mukherjee, and V. S. Rawat, "Studies of temporal characteristics of all-solid-state, gain-switched Cr:forsterite laser", Optik **227**, 166024 (2021).
33. A. Sennaroglu, "Analysis and optimization of lifetime thermal loading in continuous-wave Cr^{4+}-doped solidstate lasers", J. Opt. Soc. Am. B **18**(11), 1578 (2001).
34. A. Sennaroglu and B. Pekerten, "Experimental and numerical investigation of thermal effects in end-pumped Cr^{4+}:forsterite lasers near room temperature", IEEE J. Quantum Electron. **34**(10), 1996 (1998).
35. A. Sennaroglu, "Optimum crystal parameters for room-temperature Cr^{4+}:forsterite lasers: experiment and theory", Opt. Commun. **174**, 215 (2000).
36. A. A. Lanin, A. S. Chebotarev, I. V. Kelmanson, M. S. Pochechuev, E. S. Fetisova, D. S. Bilan, E. K. Shevchenko, A. A. Ivanov, A. B. Fedotov, V. V. Belousov, and A. M. Zheltikov, "Single-beam multimodal nonlinear-optical imaging of structurally complex events in cell-cycle dynamics", J. Phys. Photonics **3**(4), 044001 (2021).
37. A. A. Ivanov, G. N. Martynov, A. A. Lanin, A. B. Fedotov, and A. M. Zheltikov, "High-energy self-mode-locked Cr:forsterite laser near the soliton blowup threshold", Opt. Lett. **45**(7), 1890 (2020).
38. А. А. Иванов, А. А. Ланин, А. А. Воронин, Е. В. Жариков, А. Б. Федотов, "Стабилизация генерации фемтосекундных импульсов в лазере с пассивной синхронизацией мод на кристалле Mg_2SiO_4:Cr^{4+} за счет спектральной разгрузки резонатора в боковые компоненты Келли", ЖЭТФ **165**(2), 196 (2024) [A. A. Ivanov, A. A. Lanin, A. A. Voronin, Ye. V. Zharikov, and A. B. Fedotov, "Stabilizatsiya generatsii femtosekundnykh impul'sov v lazere s passivnoy sinkhronizatsiyey mod na kristalle Mg_2So_4:Cr^{4+} za schet spektral'noy razgruzki rezonatora v bokovyye komponenty Kelli", ZhETF **165**(2), 196 (2024].
39. N. V. Kuleshov, V. G. Shcherbitsky, V. P. Mikhailov, S. Hartung, T. Danger, S. Kück, K. Petermann, and G. Huber, "Excited-state absorption and stimulated emission measurements in Cr^{4+}:forsterite", J. Lumin. **75**(4), 319 (1997).
40. V. Petričević, A. Seas, and R. R. Alfano, "Slope efficiency measurements of a chromium-doped forsterite laser", Opt. Lett. **16**(11), 811 (1991).
41. Z. Burshtein and Y. Shimony, "Refractive index dispersion and anisotropy in Cr^{4+}:Mg_2SiO_4", Opt. Mater. **20**(2), 87 (2002).
42. H. A. Haus, "Mode-locking of lasers", IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron. **6**(6), 1173 (2000).
43. O. E. Martinez, J. P. Gordon, and R. L. Fork, "Negative group-velocity dispersion using refraction", J. Opt. Soc. Am. A **1**(10), 1003 (1984).
44. R. L. Fork, O. E. Martinez, and J. P. Gordon, "Negative dispersion using pairs of prisms", Opt. Lett. **9**(5), 150 (1984).
45. M. N. Polyanskiy, "Refractiveindex.info database of optical constants", Sci. Data **11**(1), 94 (2024).
46. G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics. Optics and Photonics* (Elsevier Science, N.Y., 2013).