Письма в ЖЭТФ, том 123, вып. 2, с. 113 – 119

Поверхностные аксионные магнон-поляритоны в двумерных антиферромагнетиках

А. К. Звездин[+×∇], *К. А. Звездин*[+*○], *А. П. Пятаков*[*+1)]

[+]*МИРЭА – Российский технологический университет, 119454 Москва, Россия*

[*]*Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия*

[×]*Институт общей физики им. А. М. Прохорова РАН, 119991 Москва, Россия*

[○]*Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН (ФИАН), 119991 Москва, Россия*

[∇]*Институт физики им. Х. И. Амирханова Дагестанского федерального исследовательского центра РАН, 367003 Махачкала, Россия*

Поступила в редакцию 12 ноября 2025 г.
После переработки 27 ноября 2025 г.
Принята к публикации 3 декабря 2025 г.

Предсказана возможность нового вида элементарных возбуждений в ван-дер-ваальсовых магнитоэлектриках – поверхностных аксионных магнон-поляритонов. Гибридные волны возникают при падении электромагнитной волны на поверхность двумерного антиферромагнетика А-типа (с противоположным направлением намагниченности слоев), симметрия которого разрешает линейный магнитоэлектрический эффект. Динамические флуктуации антиферромагнитного параметра порядка приводят к появлению магнитоэлектрической моды, вступающей в аксионное взаимодействие с электромагнитным полем, что обеспечивает гибридизацию фотонной и магнонной компонент. Эффективная масса возникающих квазичастиц-аксионов уменьшается с ростом магнитоэлектрического взаимодействия и для бислоя CrI_3 составляет порядка 10^{-7} от массы электрона. Благодаря двумерности и сильному магнитоэлектрическому отклику такие структуры представляют удобную платформу для экспериментального изучения аксионных эффектов.

DOI: 10.7868/S3034576626010158

1. Введение. Концепция элементарного возбуждения в кристалле, представленная такими квазичастицами, как экситон, фонон, магнон и плазмон, прочно вошла в понятийный аппарат физики твердого тела [1]. С возрождением интереса к магнитоэлектрическим явлениям в текущем столетии в научном обиходе появилось понятие электромагнонов как гибридных элементарных возбуждений, связывающих полярные моды в кристалле и спиновые волны в средах с неоднородным магнитоэлектрическим взаимодействием, приводящим к наличию в материале неколлинеарной магнитной структуры [2].

В то же время магнитоэлектрический эффект в первоначальном смысле [3, 4], как линейная связь между магнитным и электрическим полем, также вносит существенные коррективы в рассмотрение электромагнитных колебаний, приводя к появлению аксионной электродинамики, особенностью которой является взаимодействие, описываемое функционалом действия

$$S = \alpha \frac{\theta}{\pi} \int (\mathbf{E} \cdot \mathbf{B})\, dt d^3 r,$$

где $\alpha = 1/137$ – постоянная тонкой структуры, θ "аксионное поле" [5, 6], псевдоскалярная величина, изменяющая знак при обращении времени и операции инверсии пространства, а $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ – векторы электрического поля и магнитной индукции, соответственно.

В теории поля, а также при рассмотрении топологических изоляторов [7], θ принимает значения 0, π, 3π и т.д. Нарушение инверсии пространства P и времени T и наличие комбинированной PT-четности является характерным свойством топологических изоляторов. Однако такая же симметрия характерна и для материалов с линейным магнитоэлектрическим эффектом [8]. Уравнения Максвелла, включающие магнитоэлектрическое взаимодействие в антиферромагнетиках вида $\lambda_{ij} E_i B j$, определяют аксионную электродинамику [9]. Имеется значительная литература по исследованию динамических эффектов, относящихся к аксионной электродинамике [9–12].

Целью данной работы является определение возможности возбуждения аксионных состояний и их

1)e-mail: pyatakov@my.msu.ru

особенностей в актуальном классе магнитных материалов – ван-дер-ваальсовых антиферромагнетиков. Относительно слабая связь молекулярных слоев в таких материалах (за счет сил ван-дер-Ваальса, отсюда и название) позволяет легко отделять слои друг от друга и создавать гетероструктуры из двумерных материалов для приложений в спинтронике [13–15] и магнонике [16].

Рассмотрение будем вести на примере трийодида хрома (CrI_3) – одного из первых обнаруженных магнитных ван-дер-ваальсовых материалов [17], ставшего, в силу относительно простой кристаллической структуры и разнообразия свойств, модельным объектом для исследования двумерных магнитных материалов [18–20]. Симметрия материала разрешает в нем линейный магнитоэлектрический эффект, а его экспериментально измеренная величина превышает магнитоэлектрический эффект в референтном магнитоэлектрике Cr_2O_3 в 30 раз [21]. Поэтому CrI_3 представляет собой удобную платформу для экспериментального исследования аксионных эффектов в двумерных магнетиках, спиновая динамика и спиновые волны в которых активно изучаются в настоящее время [22–24]. Важно также отметить, что присущее ему внутрислойное ферромагнитное упорядочение и межслойное антиферромагнитное взаимодействие характерно для множества ван-дер-ваальсовых магнетиков А-типа: VS_2, VSe_2, $CuCrP_2S_6$ и др.

По аналогии с поверхностными плазмон-поляритонами, возникающими на границе диэлектрика и металла, для гибридного возбуждения на границе диэлектрика и антиферромагнетика с линейным магнитоэлектрическим эффектом можно ввести понятие *поверхностного аксионного магнон-поляритона*. Его существование обусловлено магнитоэлектрическим взаимодействием, приводящим к гибридизации фотонной и магнонной компонент. На рисунке 1 показана схема реализации поверхностного аксионного поляритона: s-поляризованная электромагнитная волна с полем E, колеблющимся вдоль x-оси, падает на поверхность (x, z) двумерного магнитоэлектрического антиферромагнетика А-типа с ориентацией спинов противоположно намагниченных слоев по нормали к поверхности (y-ось); двумерный магнетик лежит на подложке с показателем преломления n_t. При угле падения выше критического преломленная волна формирует экспоненциально уменьшающееся с глубиной (эванесцентное) поле, при этом образуется "классический" поверхностный поляритон, описываемый эванесцентной модой $E_x(y, z) = E_0 \cdot e^{ik_z z - \beta y}$, где показатель затухания $\beta = k_t\sqrt{1 - sin^2(\phi)/n_t}$, а

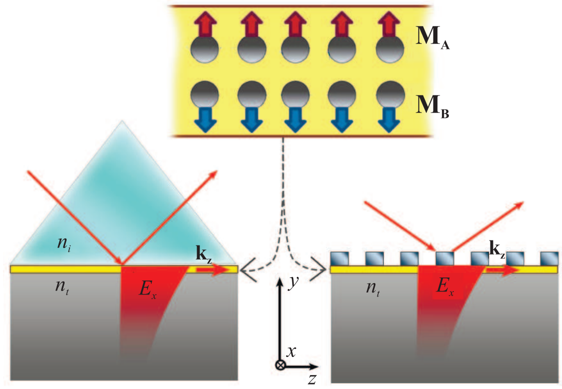

Рис. 1. (Цветной онлайн) Геометрия задачи: двумерный антиферромагнетик А-типа (показан желтым цветом) с намагниченностями подрешеток $\mathbf{M_A}$ и $\mathbf{M_B}$, находится в переменном электрическом поле E_x поверхностного поляритона, возникающего при падении s-поляризованной электромагнитной волны на подложку (показана серым цветом) с показателем преломления n_t. $\mathbf{k_z}$ – компонента волнового вектора волны в плоскости двумерного магнетика. Вверху схематически показано магнитное упорядочение в двумерном магнетике, внизу представлены две схемы возбуждения поверхностного магнон-поляритона: с помощью призмы с показателем преломления $n_i > n_t$ (слева внизу) и с помощью дифракционной решетки (справа внизу)

ϕ – угол падения, k_t – волновой вектор в подложке). Поскольку толщина слоя двумерного магнетика намного меньше длины эванесцентной волны, зависимостью поля E_x от y в интересующей нас области антиферромагнетика с магнитоэлектрическим взаимодействием (закрашена желтым на рис. 1) можно пренебречь. Волна может быть генерирована при помощи призмы с показателем преломления $n_i > n_t$ или дифракционной решетки, как принято в практике хорошо разработанной области поверхностных плазмон-поляритонов [25].

Рассмотрим дисперсионные свойства генерируемых аксионных магнон-поляритонов. Лагранжиан системы включает в себя вклад от электромагнитного поля, спиновой подсистемы и магнитоэлектрического взаимодействия:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{EM} + \mathcal{L}_M - U_{me}, \tag{1}$$

где Лагранжиан электромагнитного поля определяется формулой:

$$\mathcal{L}_{EM} = \frac{1}{2}\epsilon E^2 - \frac{1}{2\mu}B^2, \tag{2}$$

где μ, ϵ – магнитная и диэлектрическая проницаемости соответственно.

Лагранжиан спиновой подсистемы, в свою очередь, состоит из вклада кинетической энергии, магнитной анизотропии и энергии обмена антиферромагнитных подрешеток

$$\mathcal{L}_M = T + K_u l_y^2 - U_{ex}, \tag{3}$$

где K_u – константа магнитной анизотропии, l_y – проекция единичного вектора антиферромагнетизма на нормаль к пленке (вектор $\mathbf{l} = (\mathbf{M}_A - \mathbf{M}_B)/M_0$ определяется как разность векторов намагниченности антиферромагнитно связанных молекулярных слоев $\mathbf{M}_{A,B}$, M_0 – модуль намагниченности каждого из слоев), U_{ex} – энергия межслоевого обмена.

Магнитоэлектрическое взаимодействие, связывающее две эти подсистемы, может быть выражено в терминах магнитных параметров порядка $\mathbf{m}$, $\mathbf{l}$ и электрического поля волны:

$$U_{me} = -\lambda_{||}\kappa_{||} l_y E_y m_y - \lambda_\perp \kappa_\perp l_y E_x m_x, \tag{4}$$

$\lambda_{||}$ и $\lambda_\perp$ – магнитоэлектрические константы, соответствующие компонентам продольного магнитоэлектрического эффекта в двух направлениях: параллельно нормали к поверхности и перпендикулярно ей (полная структура тензора магнитоэлектрического эффекта приведена в Приложении А), а $\kappa_{||}, \kappa_\perp$ – соответствующие электрические восприимчивости. При этом вклад от слагаемого с $\lambda_{||}$ много меньше вклада второго, поскольку намагниченность m_y оказывается квадратичной по динамическим переменным, в то время как m_x – линейной (подробнее см. Приложение Б).

Минимизация функционала действия с учетом магнитоэлектрического слагаемого позволяет получить уравнения для связанных поляритонной и магнонной мод:

$$\begin{cases} \frac{1}{\mu}\mathrm{rotrot}\mathbf{E} - \frac{\epsilon}{c^2}\ddot{\mathbf{E}} + \frac{4\pi}{c^2}\partial \ddot{U}_{me}/\partial \mathbf{E} = 0, \\ \ddot{m}_x + \gamma^2 H_{an}(H_{ex} m_x - \partial U_{me}/\partial m_x) = -\dot{m}_x/\tau, \end{cases} \tag{5}$$

где c – скорость света в вакууме, γ – гиромагнитное отношение, τ – время релаксации.

Здесь первое уравнение аксионной электродинамики учитывает появление дополнительной электрической поляризации магнитоэлектрического происхождения $\mathbf{P}_{ME} = -\partial U_{me}/\partial \mathbf{E}$. Вывод второго уравнения для спиновой динамики аналогичен задаче о возбуждении антиферромагнитного резонанса терагерцовым импульсом, рассмотренной в [26]. При этом были удержаны только линейные слагаемые по динамическим переменным: электрическому, магнитному полям и намагниченности (полная система уравнений приведена в Приложении Б). Второе уравнение динамики для x-компоненты единичного вектора намагниченности, помимо обычных для антиферромагнитного резонанса поля обмена H_{ex} и эффективного поля магнитной анизотропии $H_{an} = K_u/M_0$, включает эффективное поле магнитоэлектрического происхождения $\mathbf{H}_{ME} = -\partial U_{me}/\partial \mathbf{m}$. Также дополнительно к задаче, рассмотренной в [26], учтены потери в системе, задаваемые временем релаксации τ.

Учитывая геометрию задачи (рис. 1), получаем систему уравнений для поверхностного магнон-поляритона относительно переменных E_x и m_x:

$$\begin{cases} \ddot{E}_x - V^2 E_x'' + 4\pi/\epsilon \cdot (\lambda_\perp \kappa_\perp) l_y \ddot{m}_x = 0, \\ \ddot{m}_x + 2\alpha\omega_{\mathrm{res}}\dot{m}_x + \omega_{\mathrm{res}}^2 m_x + \gamma M_0 (\lambda_\perp \kappa_\perp) l_y \omega_{an} E_x = 0, \end{cases} \tag{6}$$

где $V = c/(\sqrt{\epsilon\mu})$ – скорость электромагнитной волны, $\omega_{\mathrm{res}} = \gamma\sqrt{H_{\mathrm{exch}} \cdot H_{an}}$ – частота антиферромагнитного резонанса, $\alpha = 1/(2\omega_{\mathrm{res}}\tau)$ – параметр затухания Гильберта, а $\omega_{an} = \gamma H_{an}$.

2. Результаты и обсуждение. Условие существования нетривиальных решений уравнения (6) позволяет найти связь между волновым числом k ($\mathbf{k}||\mathbf{k_z}$) и частотой ω для связанных колебаний электромагнитного поля и намагниченности, имеющую вид резонанса при наличии диссипации:

$$V^2 k^2 = \omega^2 \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\omega_{\mathrm{res}}^2 - \omega^2 + 2i\delta\omega}, \tag{7}$$

где $\delta = \alpha\omega_{res}$ – показатель затухания колебаний, ω_0 – частота, соответствующая нулевому волновому вектору, определяемая следующим соотношением:

$$\omega_0^2 = \omega_{res}^2 + 4\pi/\epsilon \cdot \gamma M_0 (\lambda_\perp \kappa_\perp)^2 l_y^2 \omega_{an}, \tag{8}$$

Соответствующие графики для уравнения (7) при трех величинах параметра затухания Гильберта α приведены на рис. 2.

График для двух ветвей дисперсионной зависимости выше и ниже частоты ω_{res} в приближении малого затухания приведен на рис. 2. Штриховой красной линией показана для сравнения дисперсионная зависимость в отсутствие магнитоэлектрического взаимодействия ($\lambda_\perp = 0$).

Между верхней и нижними ветвями имеет место запрещенная зона $W_g \approx \hbar(\omega_0 - \omega_{\mathrm{res}})$, выше которой закон дисперсии соответствует относительно легким квазичастицам. Его можно получить, разлагая частоту ω в ряд вблизи значения ω_0 и ограничиваясь квадратичным по волновому вектору приближением:

$$\hbar\omega = \hbar\omega_0 + (\hbar \cdot k)^2/2m_{\mathrm{eff}}, \tag{9}$$

где эффективная масса квазичастицы $m_{\mathrm{eff}} = \frac{\hbar\omega_0^3}{V^2(\omega_0^2 - \omega_{\mathrm{res}}^2)}$.

Используя (8), учитывая ориентацию вектора антиферромагнетизма в невозмущенном состоянии

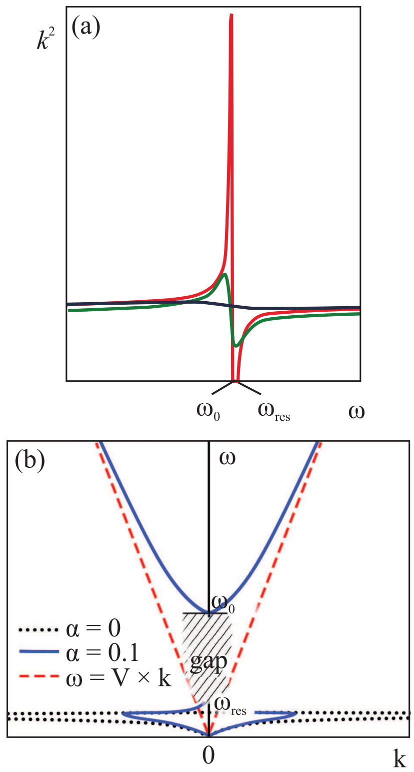

Рис. 2. (Цветной онлайн) (a) – Резонансные зависимости, описываемые уравнением (7) для трех параметров затухания Гильберта: $\alpha = 10^{-5}$ (красная кривая), 10^{-4} (зеленая кривая) 10^{-3}, (синяя кривая) при магнитоэлектрическом коэффициенте $\lambda_\perp \approx 1$. (b) – Дисперсионная зависимость для аксионного магнон-поляритона в случае двумерного антиферромагнетика CrI_3: высокой анизотропии $\omega_0/\omega_{an} \approx 1$ и большого магнитоэлектрического эффекта $\lambda_\perp \approx 30$. Сплошной линией (синяя кривая) показана дисперсионная зависимость для большого затухания $\alpha = 0.1$ (сплошная синяя линия), пунктирной черной линией – в отсутствие затухания, красной штриховой линией – фотонная мода

($l_y^2 = 1$), мы можем оценить массу поверхностных аксион-поляритонов, основываясь на значениях констант материала и отношении характерных частот:

$$m_{\text{eff}} = \frac{\hbar\omega_0^3}{\omega_{an} c^2 \gamma M_0/\mu} \cdot \left(\frac{\epsilon}{(4\pi\kappa_\perp)\cdot\lambda_\perp}\right)^2. \tag{10}$$

Анализ формулы (10) для массы показывает, что одно из главных отличий двумерных магнетиков от объемных проявляется в разнице отношения ω_0/ω_{an}: в объемных материалах эти частоты отличаются на два порядка, в то время как сильная магнитная анизотропия в двумерных магнетиках будет проявляться в практическом равенстве резонансной частоты и ω_{an}. Это, с одной стороны, приведет к увеличению частоты ω_0 (согласно формуле (8)), и, как следствие, к расширению запрещенной зоны $W_g \approx \hbar(\omega_0 - \omega_{\text{res}})$ до нескольких миллиэлектрон-вольт. С другой стороны, высокая анизотропия приведет к увеличению кривизны верхней ветви, что соответствует более легким квазичастицам.

Для оценок эффективной массы можно считать, что в антиферромагнитных диэлектриках $\mu \approx 1$, $\epsilon/(4\pi\kappa_\perp) \approx 1$, $\omega_0/(\gamma M_0) \approx 200$. Оценку магнитоэлектрического эффекта можно сделать по литературным данным [27], где обычно приводятся величины нормированного магнитоэлектрического коэффициента $(\chi_\perp \cdot \lambda_\perp)$ ($\chi_\perp \approx 10^{-4}$ – поперечная магнитная восприимчивость в антиферромагнетике). Этот коэффициент меняется от 10^{-4} (для Cr_2O_3) до 10^{-2} (для некоторых низкотемпературных магнитоэлектриков, в том числе и для двумерного CrI_3), таким образом $\lambda_\perp$ варьируется в пределах от единиц до сотен. Эффективная масса, согласно (10), обратно пропорциональна квадрату магнитоэлектрического эффекта, поскольку магнитоэлектрическое взаимодействие, линейно связывая m_x и E_x, эффективно увеличивает "жесткость" магнонной моды, определяемой коэффициентом при слагаемом, пропорциональном m_x в уравнении колебаний (6).

В двумерных магнетиках с большой магнитной анизотропией (ω_{an} в CrI_3 в 60 раз больше, чем в Cr_2O_3) и большим магнитоэлектрическим эффектом (для CrI_3 коэффициент $\lambda_\perp \approx 30$) для эффективной массы квазичастиц получаем оценку $m_{\text{eff}} \approx \approx 6 \cdot 10^{-8}\, m_e$. Также приведем оценку характерных частот аксионных возбуждений: они будут не меньше верхней границы запрещенной зоны, соответствующей ω_0, которая в пять раз превышает ω_{res}. Для CrI_3 частота антиферромагнитного резонанса ≈ 110 GHz [28], следовательно, частоты гибридных возбуждений близки к терагерцовому диапазону.

3. Заключение. Подытоживая основные выводы статьи, можно сказать, что при падении s-поляризованной электромагнитной волны на границе магнитоэлектрического антиферромагнетика могут возникать аксионные фотон-магнонные возбуждения. Эффективная масса квазичастиц уменьшается с ростом магнитоэлектрического эффекта и поля магнитной анизотропии, составляя для двумерного магнитоэлектрика CrI_3 величину порядка 10^{-7} масс электрона.

Авторы благодарят З. А. Пятакову за помощь подготовке иллюстраций.

Приложение А. Структура тензора магнитоэлектрического эффекта

Структура тензора магнитоэлектрического эффекта для CrI_3 выведена в публикации [20], однако система координат отличается от используемой в данной статье. С учетом замены осей y и z тензор принимает следующий вид (строки соответствуют компонентам электрического поля, столбцы – компонентам магнитного поля):

$$\begin{pmatrix} c_{11}l_y & a_{12}l_x + b_{12}l_z & c_{13}l_y \\ a_{21}l_x + b_{21}l_z & c_{22}l_y & a_{23}l_x + b_{23}l_z \\ c_{31}l_y & a_{32}l_x + b_{32}l_z & c_{33}l_y \end{pmatrix}$$

Приложение Б. Антиферромагнитный резонанс в двумерном магнетике

Рассмотрим двойной слой ван-дер-ваальсового антиферромагнетика с намагниченностями слоев-подрешеток $\mathbf{M_A}$ и $\mathbf{M_B}$ и вектором антиферромагнетизма $\mathbf{l} = (\mathbf{M}_A - \mathbf{M}_B)/M_0$, где M_0 – модуль намагниченности каждого из слоев.

Углы θ и ϕ показывают соответственно положение оси антиферромагнетизма в полярной системе координат, а динамические переменные ε и β – скос намагниченностей подрешеток $\mathbf{M_A}$ и $\mathbf{M_B}$ под действием магнитного и электрического полей падающей волны (рис.1А), так что координаты намагниченностей первой подрешетки выражаются через них следующим образом: $\theta_A = \theta - \epsilon$, $\phi_A = \phi + \beta$ (рис. 1А), а второй подрешетки – $\theta_B = \pi - \theta - \varepsilon$, $\phi_B = \pi + \phi - \beta$.

Тогда кинетическая, обменная и магнитоэлектрические энергии, входящие в лагранжиан (1), представятся в виде:

$$T = \frac{M_0}{\gamma}(\epsilon\dot{\phi_1} + \beta\dot{\theta_1}) \qquad (\text{A.1})$$

$$U_{ex} = W_{ex}\frac{\epsilon^2 + \beta^2 \cdot \sin^2(\theta_0)}{2}$$

$$U_{me} = -\lambda_{||}\kappa_{||}M_0 l_y E_y(\epsilon\theta_1 - \beta\phi_1) - \lambda_{\perp}\kappa_{\perp}M_0 l_y E_x \beta,$$

где θ_1 и ϕ_1 – углы, показывающие отклонения от равновесных значений углов ориентации антиферромагнитного вектора $\theta_0 = \pi/2$ и $\phi_0 = \pi/2$.

Отсюда можно получить систему уравнений Лагранжа–Эйлера, описывающих спиновую динамику [26]:

$$\begin{cases} \dot{\epsilon} + \omega_{an}\phi_1 + \omega_{ME||}\beta E_y \pm \gamma\beta H_y = 0 \\ \dot{\phi_1} - \omega_{ex}\varepsilon + \omega_{ME||}\theta_1 E_y \pm \gamma\theta_1 H_y = 0 \\ \dot{\beta} + \omega_{an}\theta_1 - \omega_{ME||}\varepsilon E_y \mp \gamma\epsilon H_y = 0 \\ \dot{\theta_1} - \omega_{ex}\beta - \omega_{ME||}\phi_1 E_y \mp \gamma\phi_1 H_y = \omega_{ME\perp}E_x \pm \gamma H_x, \end{cases} \qquad (\text{A.2})$$

где частоты $\omega_{ex}, \omega_{an}, \omega_{ME}$ вводятся через эффективные поля соответственно обмена, анизотропии и магнитоэлектрическое: $\omega_{ex} = \gamma H_{ex}$, $\omega_{an} = \gamma H_{an}$, $\omega_{ME} = \gamma H_{ME}$ соответственно.

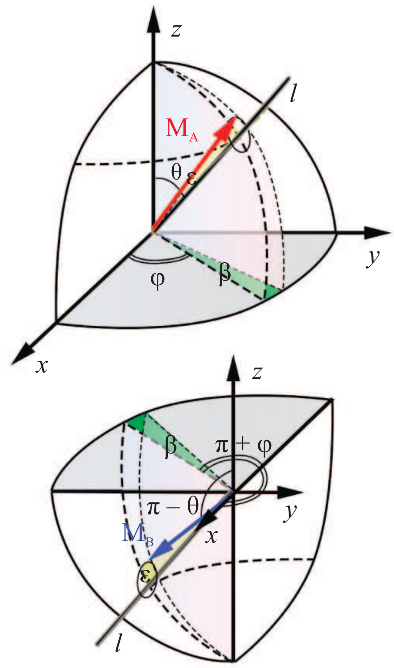

Рис. 1А. (Цветной онлайн) Система координат и динамические переменные для намагниченностей А- и В-подрешеток: θ и ϕ задают положение оси антиферромагнетизма $\mathbf{l}$ в полярной системе координат, а динамические переменные ε и β – скос магнитных подрешеток

Оставляя только слагаемые первого порядка малости по электромагнитным E_x, E_y, H_x, H_y и магнонным $\varepsilon, \beta, \theta, \phi$ динамическим переменным, получаем, что два последних уравнения не связаны с первыми и могут быть представлены в виде:

$$\begin{cases} \dot{\beta} + \omega_{an}\theta_1 = 0 \\ \dot{\theta_1} = \omega_{ME\perp}E_x \pm \gamma H_x \end{cases} \qquad (\text{A.3})$$

учитывая s-поляризацию волны ($H_x = 0$) из этих двух уравнений получаем одно уравнение второго порядка для $m_x = M_0\beta$, приведенное в основном тексте.

Финансирование работы. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда # 25-79-30019 https://rscf.ru/project/25-79-30019/.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. А. И. Ахиезер, В. Г. Барьяхтар, М. И. Каганов, Спиновые волны в ферромагнетиках и антиферромагнетиках, Успехи физических наук **71**(8), 533 (1960)

[A. I. Akhiezer, V. G. Bar'yakhtar, and M. I. Kaganov, *Spin waves in ferromagnets and antiferromagnets*. I, Sov. Phys.-Uspekhi **3**, 567 (1961)].

2. A. Pimenov, A. A. Mukhin, V. Yu. Ivanov, V. D. Travkin, A. M. Balbashov, and A. Loidl, "Possible evidence for electromagnons in multiferroic manganites", Nat. Phys. **2**(2), 97 (2006).
3. I. E. Dzyaloshinskii, "On the magneto-electrical effect in antiferromagnets", JETP **37**, 881 (1959).
4. D. N. Astrov, "The magnetoelectric effect in antiferromagnetics", JETP **11**(3), 708 (1960).
5. R. Li, J. Wang, X.-L. Qi, and Sh.-Ch. Zhang, "Dynamical axion field in topological magnetic insulators", Nat. Phys. **6**(4), 284 (2010).
6. T. Zhu, H. Wang, D. Xing, and H. Zhang, "Axionic surface wave in dynamical axion insulators", Phys. Rev. B **106**, 075103 (2022).
7. D. O. Ignatyeva, A. N. Kalish, V. I. Belotelov, and A. K. Zvezdin, "Polarization properties of surface plasmon polaritons at the boundary of topological insulators with the axion effect", Phys. Wave Phenom. **25**(2), 119 (2017).
8. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, 2-е изд. (Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., М., 1982) [L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Course of Theoretical Physics, v. 8 Electrodynamics of Continuous Media* (Elsevier Science, Burlington, 1984), p. 176].
9. F. W. Hehl, Y. N. Obukhov, J.-P. Rivera, and H. Schmid, "Relativistic nature of a magnetoelectric modulus of Cr_2O_3 crystals: A fourdimensional pseudoscalar and its measurement", Phys. Rev. A **77**, 022106 (2008).
10. R. V. Pisarev and R. M. Dubrovin, "Phonons, Magnons, and Excitons in the Noncentrosymmetric Magnetoelectric Antiferromagnet CuB_2O_4, JETP **137**(4), 582 (2023).
11. V. D. Buchelnikov, V. S. Romanov, and V. G. Shavrov, "New types of surface waves in antiferromagnetics with magnetoelectrical effect", Ferroelectrics **204**(1), 247 (1997).
12. S. V. Tarasenko, "A new type of surface spin wave in magnetoelectric crystals", Phys. Solid State **41**(6), 950 (1999).
13. D. Zhong, K. L. Seyler, X. Linpeng, R. Cheng, N. Sivadas, B. Huang, E. Schmidgall, T. Taniguchi, K. Watanabe, M. A. McGuire, W. Yao, D. Xiao, K. Mei, C. Fu, and X. Xu, "Van der Waals engineering of ferromagnetic semiconductor heterostructures for spin and valleytronics", Sci. Adv. **3**(5), e1603113 (2017).
14. J. Chu, Y. Wang, X. Wang, K. Hu, G. Rao, Ch. Gong, Ch. Wu, H. Hong, X. Wang, K. Liu, Ch. Gao, and J. Xiong, "2D Polarized Materials: Ferromagnetic, Ferrovalley, Ferroelectric Materials, and Related Heterostructures", Adv. Mater. **33**(5), 2004469 (2021).
15. M. Javaid, P. D. Taylor, Sh. A. Tawfik, and M. J. S. Spencer, "Tuning the Schottky barrier height in a multiferroic In_2Se_3/Fe_3GeTe_2 van der Waals heterojunction", Nanoscale **14**(11), 4114 (2022).
16. Ch. Tang, L. Alahmed, M. Mahdi, Y. Xiong, J. Inman, N. J. McLaughlin, Ch. Zollitsch, T. H. Kim, Ch. R. Du, H. Kurebayashi, E. J. G. Santos, W. Zhang, P. Li, and W. Jin, "Spin dynamics in van der Waals magnetic systems", Phys. Rep. **1032**, 1 (2023).
17. B. Huang, G. Clark, E. Navarro-Moratalla, D. R. Klein, R. Cheng, K. L. Seyler, D. Zhong, E. Schmidgall, M. A. McGuire, D. H. Cobden, W. Yao, D. Xiao, P. Jarillo-Herrero, and X. Xu, "Layer-dependent ferromagnetism in a van der Waals crystal down to the monolayer limit", Nature **546**(7657), 270 (2017).
18. A. Edström, D. Amoroso, S. Picozzi, P. Barone, and M. Stengel, "Curved Magnetism in CrI_3", Phys. Rev. Lett. **128**, 177202 (2022).
19. L. Qiao, J. Sladek, V. Sladek, A. S. Kaminskiy, A. P. Pyatakov, and W. Ren, "Curvature-induced magnetization in a CrI_3 bilayer: Flexomagnetic effect enhancement in van der Waals antiferromagnets", Phys. Rev. B **109**(1), 1 (2024).
20. А. К. Звездин, М. А. Колюшенков, А. П. Пятаков, "Метамагнитный переход в ван-дер-ваальсовом антиферромагнетике", Письма в ЖЭТФ **121**(4), 605 (2025) [A. K. Zvezdin, M. A. Koliushenkov, and A. P. Pyatakov, "Metamagnetic Transition in a van der Waals Antiferromagnet", JETP Lett. **121**, 577 (2025)].
21. Sh. Jiang, J. Shan, and K. F. Mak, "Electricfield switching of two-dimensional van der Waals magnets", Nat. Mater. **17**, 406 (2018).
22. D. Khusyainov, T. Gareev, V. Radovskaia, K. Sampathkumar, S. Acharya, M. Šiškins, S. Manas-Valero, B. A. Ivanov, E. Coronado, Th. Rasing, A. V. Kimel, and D. Afanasiev, "Ultrafast laserinduced spin-lattice dynamics in the van der waals antiferromagnet $CoPS_3$", APL Mater. **11**(7), 071104 (2023).
23. Zh. Sun, F. Li, G. E. W. Bauer, and P. Tang, "Exchange surface spin waves in type-a van der waals antiferromagnets", Phys. Rev. Lett. **135**, 176702 (2025).
24. Ch. W. Zollitsch, S. Khan, V. Thanh T. Nam, I. A. Verzhbitskiy, D. Sagkovits, J. O'Sullivan, O. W. Kennedy, M. Strungaru, E. J. G. Santos, J. J. L. Morton, G. Eda, and H. Kurebayashi, "Probing spin dynamics of ultra-thin van derWaals magnets via photon-magnon coupling", Nat. Commun. **14**(1), 2619 (2023).
25. V. I. Belotelov, A. N. Kalish, and A. K. Zvezdin, *Magnetoplasmonics* (John Wiley Sons, Ltd, Weinheim, 2019), p. 1.

26. V. R. Bilyk, R. M. Dubrovin, A. K. Zvezdin, A. I. Kirilyuk, and A. V. Kimel, "Control of spins in collinear antiferromagnet Cr_2O_3 by terahertz electric fields", Newton **1**(6), 100132 (2025).
27. А. П. Пятаков, А. К. Звездин, *Магнитоэлектрические материалы и мультиферроики*, Успехи физических наук **182**(6), 593 (2012) [A. P. Pyatakov and A. K. Zvezdin, "Magnetoelectric and multiferroic media", Phys.-Uspekhi **55**, 557 (2012)].
28. Ch. Chen, C. Zheng, Sh. Hu, H.-H. Chen, J. Zhang, and Y. Liu, "Abnormal chirality in antiferromagnetic resonance modes of van der Waals 2D magnets", Sci. Rep. **15**(1), 2777 (2025).