Письма в ЖЭТФ, том 123, вып. 3, с. 220 – 225 © 2026 г. 10 февраля

Критическая точка перехода между $s_\pm$ и s_{++} состояниями двухзонного сверхпроводника с немагнитными примесями

В. А. Шестаков[1)], *М. М. Коршунов*

Институт физики им. Л. В. Киренского, Федеральный исследовательский центр "Красноярский научный центр Сибирского отделения Российской академии наук", 660036 Красноярск, Россия

Поступила в редакцию 10 ноября 2025 г.
После переработки 29 ноября 2025 г.
Принята к публикации 6 декабря 2025 г.

Рассмотрено поведение большого термодинамического потенциала и его производных – энтропии и теплоемкости – в двухзонной модели необычного $s_\pm$ сверхпроводника с немагнитными примесями. Показано, что переход $s_\pm \to s_{++}$ проходит плавно и является кроссовером при высоких температурах, а при низких температурах становится фазовым переходом первого рода. Таким образом, на диаграмме "температура"–"интенсивность рассеяния на примесях" выявлена критическая конечная точка перехода. Температура смены характера поведения максимальна в борновском пределе и стремится к нулю при отдалении от него, что указывает на возможное наличие квантового фазового перехода.

DOI: 10.7868/S3034576626020092

1. Введение. Многозонные сверхпроводники, такие как пниктиды и халькогениды железа, демонстрируют целый спектр явлений, обусловленных наличием нескольких зон и межзонными взаимодействиями [1, 2]. Сюда относится и необычное сверхпроводящее состояние $s_\pm$-типа, возникающее благодаря спин-флуктуационному взаимодействию, и нематическое состояние, природу которого связывают как с орбитальным порядком в многоорбитальной системе, так и со спиновыми флуктуациями [3, 4]. Если к многозонности добавить еще одну "степень свободы" – беспорядок, то появляется возможность изменять структуру сверхпроводящей щели, меняя концентрацию или потенциал примеси [5, 6]. Например, немагнитные примеси могут привести к переходу от знакопеременного параметра порядка $s_\pm$-типа к знакопостоянному s_{++}-типа, а магнитные – наоборот, к переходу от s_{++} к $s_\pm$-типу [6]. Такие переходы возникают даже в простой двухзонной модели, где параметр порядка считается изотропным в каждой из зон [7, 8]. Ранее было показано, что переход $s_\pm \to s_{++}$ зависит не только от интенсивности рассеяния на примесях, но и от температуры [9–11]. При этом существует область вблизи перехода, где существует несколько решений уравнений Элиашберга на параметр порядка [12, 13].

Для изучения термодинамических характеристик перехода мы используем большой термодинамический потенциал Ω, также иногда называемый свободной энергией Ландау. Во-первых, исходя из принципа минимальности энергии, с помощью него мы выбираем одно из решений уравнений Элиашберга. Во-вторых, первые и вторые производные от Ω по температуре дают энтропию и теплоемкость соответственно. Если Ω есть гладкая функция беспорядка вблизи перехода $s_\pm \to s_{++}$, то этот переход есть кроссовер. Если же имеется особенность, излом, то в энтропии будет скачок, а в теплоемкости – расходимость. Такая сцепка, "излом–скачок–расходимость", соответствует фазовому переходу первого рода. Далее мы покажем, что ниже некоторой критической температуры кроссовер сменяется переходом первого рода. Эта температура, в свою очередь, зависит от "силы" рассеяния на примесях и максимальна в случае слабо рассеивающей примеси – в борновском пределе. При отходе от борновского предела критическая температура уменьшается. Ввиду ограничений используемой мацубаровской техники мы не можем достичь нулевых температур, но экстраполяция показывает, что критическая температура будет стремится к нулю, что может означать наличие квантового фазового перехода.

2. Большой термодинамический потенциал. Удобно рассматривать изменение большого термодинамического потенциала при переходе в сверхпроводящее состояние из нормального, т.е. разность между свободными энергиями Ландау в этих состояниях,

$$\Delta\Omega(T) = \Omega_{\rm S}(T) - \Omega_{\rm N}(T). \qquad (1)$$

[1)]e-mail: v_shestakov@iph.krasn.ru

Ранее явный вид выражения для этой разности был получен на основе обобщения формулы Латтинджера–Уорда для многозонной системы в рамках двухзонной модели с ξ-интегрированными функциями Грина $\hat{\mathbf{g}}(\mathrm{i}\omega_n)$, записанными в комбинированном пространстве: зонном и пространстве Намбу [12–14]. В работе [14] приводится подробный вывод, поэтому здесь мы не будем его повторять, а сразу приведем результат:

$$\Delta\Omega(T) = -\pi T \sum_{\omega_n} \sum_{\alpha=a,b} N_\alpha \left[\frac{\omega_n \tilde{\omega}_{\alpha n}}{\sqrt{\tilde{\omega}_{\alpha n}^2 + \tilde{\phi}_{\alpha n}^2}} + \right.$$
$$\left. + \sqrt{\tilde{\omega}_{\alpha n}^2 + \tilde{\phi}_{\alpha n}^2} - |\omega_n| - \left|\tilde{\omega}_{\alpha n}^{\mathrm{N}}\right| \right] + \Delta\tilde{\Omega}(T), \quad (2)$$

где N_α – плотность состояний на уровне Ферми в нормальной фазе в энергетической зоне с индексом $\alpha = (a, b)$, $\omega_n = 2(n+1)\pi T$ – фермиевская мацубаровская частота, $\tilde{\omega}_{\alpha n}$ и $\tilde{\phi}_{\alpha n}$ – мацубаровская частота и сверхпроводящий параметр порядка, перенормированные сверхпроводящим взаимодействием и рассеянием на немагнитных примесях, а $\tilde{\omega}_{\alpha n}^{\mathrm{N}}$ – перенормированная частота, но в нормальном состоянии.

Концентрация примесей задается величиной n_{imp}, а потенциал рассеяния на примеси разделяется на внутризонную v и межзонную u части с отношением между ними $\eta = v/u$. В борновском пределе, когда $\pi u N_\alpha \ll 1$, получается $\Delta\tilde{\Omega} = 0$. В общем случае,

$$\Delta\tilde{\Omega}(T) = \pi T N_a \Gamma_a \sum_{\omega_n} \left[\frac{2\sigma(1-\eta^2)^2 + (1-\sigma)\kappa_{\mathrm{imp}}}{2\mathrm{D}_{\mathrm{imp}}} - \right.$$
$$\left. - \frac{2\sigma(1-\eta^2)^2 + (1-\sigma)\kappa_{\mathrm{imp}}^{\mathrm{N}}}{2\mathrm{D}_{\mathrm{imp}}^{\mathrm{N}}} \right] -$$
$$- n_{\mathrm{imp}} T \sum_{\omega_n} \ln\left(\mathrm{D}_{\mathrm{imp}}/\mathrm{D}_{\mathrm{imp}}^{\mathrm{N}}\right), \quad (3)$$

где

$$\kappa_{\mathrm{imp}} = \eta^2 \frac{N_a^2 + N_b^2}{N_a N_b} + 2 \frac{\tilde{\omega}_{an}\tilde{\omega}_{bn} + \tilde{\phi}_{an}\tilde{\phi}_{bn}}{\sqrt{\tilde{\omega}_{an}^2 + \tilde{\phi}_{an}^2}\sqrt{\tilde{\omega}_{bn}^2 + \tilde{\phi}_{bn}^2}}, \quad (4)$$

$$\mathrm{D}_{\mathrm{imp}} = (1-\sigma)^2 + \sigma^2(1-\eta^2)^2 + \sigma(1-\sigma)\kappa_{\mathrm{imp}}, \quad (5)$$

$\kappa_{\mathrm{imp}}^{\mathrm{N}} = \kappa_{\mathrm{imp}}\Big|_{\tilde{\phi}_{\alpha n}=0}$, $\mathrm{D}_{\mathrm{imp}}^{\mathrm{N}} = \mathrm{D}_{\mathrm{imp}}\Big|_{\tilde{\phi}_{\alpha n}=0}$. Здесь введены параметры σ и Γ_a. Первый – это эффективное сечение рассеяния

$$\sigma = \frac{\pi^2 N_a N_b u^2}{1 + \pi^2 N_a N_b u^2}. \quad (6)$$

Оно показывает силу рассеивающего потенциала примесей и изменяется в пределах от 0 для слабого примесного рассеяния в борновском пределе ($\pi u N_\alpha \ll 1$) до 1 в унитарном пределе сильно рассеивающих примесей ($\pi u N_\alpha \gg 1$). Второй – это интенсивность рассеяния на примесях,

$$\Gamma_a = \frac{2 n_{\mathrm{imp}} \sigma}{\pi N_a} = 2 n_{\mathrm{imp}} \pi N_b u^2 (1-\sigma). \quad (7)$$

Параметры σ и Γ_a содержат только межзонную часть потенциала примеси u, и, следовательно, не зависят от отношения η. Отметим, что Γ_a зависит от концентрации примесей n_{imp}, что делает его удобным для оценки влияния беспорядка в экспериментах, где меняется концентрация дефектов, например, при облучении образца протонами [15].

Величины $\tilde{\omega}_{\alpha n}$ и $\tilde{\phi}_{\alpha n}$ самосогласованно вычисляются при решении уравнений Элиашберга,

$$\mathrm{i}\tilde{\omega}_{\alpha n} = \mathrm{i}\omega_n - \Sigma_0^{\mathrm{SC}}(\alpha, n) - \Sigma_0^{\mathrm{imp}}(\alpha, n), \quad (8)$$
$$\tilde{\phi}_{\alpha n} = \Sigma_2^{\mathrm{SC}}(\alpha, n) + \Sigma_2^{\mathrm{imp}}(\alpha, n), \quad (9)$$

где собственно-энергетическая часть Σ^{SC} определяется спаривающим взаимодействием и зависит от матрицы 2×2 констант связи с элементами $\lambda_{\alpha\beta}$ в зонном пространстве, а часть Σ^{imp} относится к рассеянию на немагнитных примесях и вычисляется в приближении $\mathcal{T}$-матрицы, что эквивалентно приближению непересекающихся диаграмм. Индексы “0” и “2” указывают на соответствующие матрицы Паули $\hat{\tau}_i$ в пространстве Намбу. В принятой здесь системе единиц с $\hbar = k_{\mathrm{B}} = 1$ температура T и частота ω_n задаются в единицах энергии.

3. Результаты расчетов. Переход между $s_\pm$- и s_{++}-состояниями, вызванный рассеянием на немагнитных примесях, возникает в том случае, когда усредненная по зонам константа связи $\langle\lambda\rangle = \left[(\lambda_{aa} + \lambda_{ab})\, N_a + (\lambda_{ba} + \lambda_{bb})\, N_b\right] / (N_a + N_b)$ чистого $s_\pm$-сверхпроводника положительна. Для этого в последующих расчетах мы приняли следующие значения для матричных элементов константы связи: $\{\lambda_{aa}, \lambda_{ab}, \lambda_{ba}, \lambda_{bb}\} = \{3.0, -0.2, -0.1, 0.5\}$. В чистом пределе они приводят к возникновению сверхпроводимости с критической температурой $T_0 = 40\,\mathrm{K}$. Плотности состояний $N_a = 1.0656$ эВ$^{-1}$ и $N_b = 2N_a$ выбраны таким образом, чтобы полная плотность состояний $N = N_a + N_b$ соответствовала плотности состояний, полученной из расчетов в рамках теории функционала плотности [16–18]. Без потери общности, мы полагаем, что рассеяние на примесях происходит только в межзонном канале, $\eta = 0$. Как было показано ранее [19], ненулевая

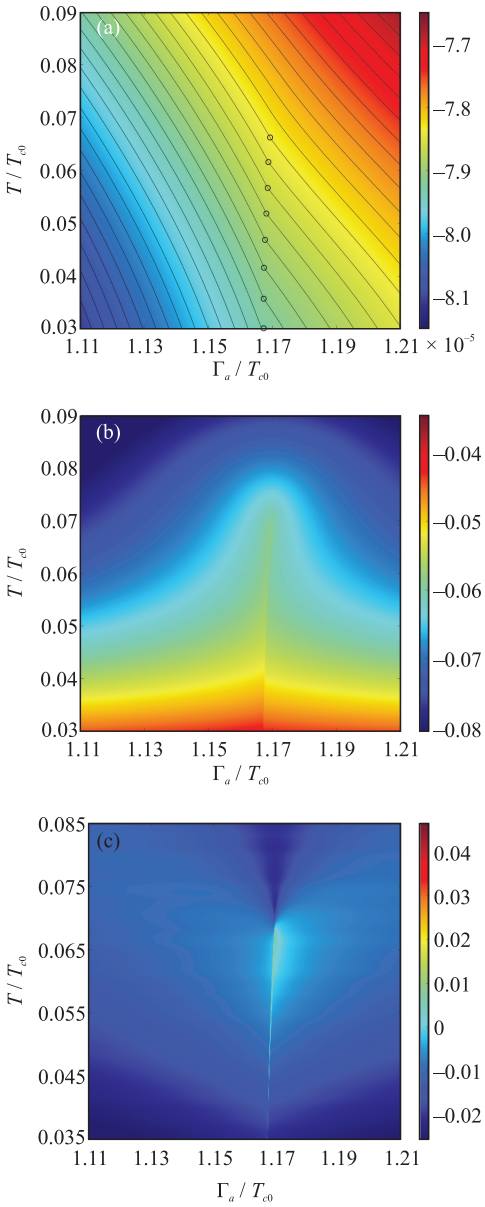

Рис. 1. (Цветной онлайн) Поверхность минимальной энергии $\Delta\Omega(\Gamma_a, T)$ (a) в борновском пределе, $\sigma = 0$, имеет излом в области сосуществования двух решений уравнений Элиашберга. Для наглядности на поверхность нанесены линии постоянного уровня, на которых точки излома отмечены кружками. Наличие излома в $\Delta\Omega$ приводит к возникновению линии пиков в энтропии $\Delta S(\Gamma_a, T)$ (b) и расходимостей в электронной теплоемкости $\Delta C(\Gamma_a, T)/T$ (c). Величины свободной энергии, энтропии и теплоемкости даны в единицах эВ, Дж/(К · моль) и Дж/(К^2 · моль) соответственно

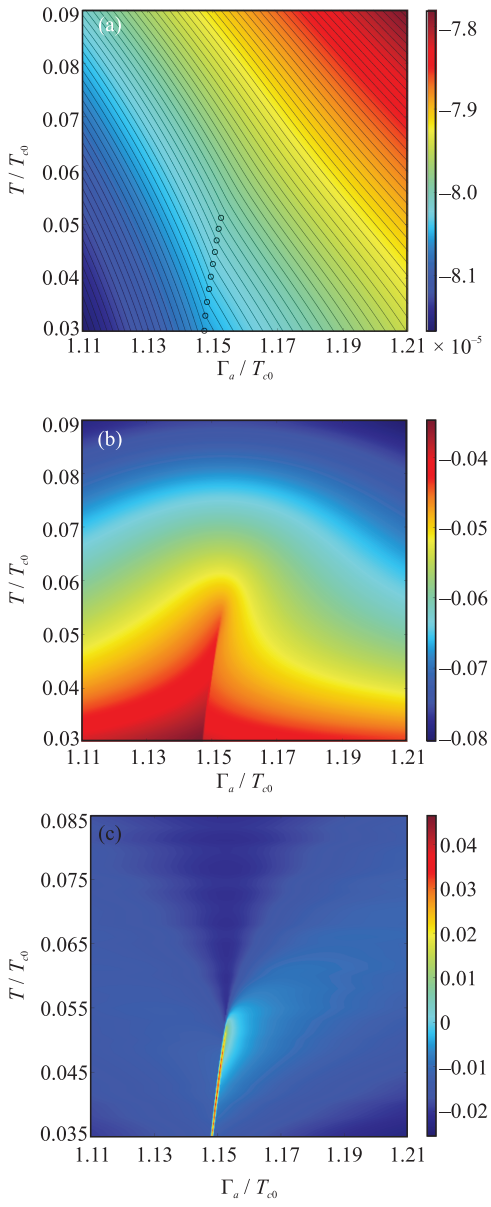

Рис. 2. (Цветной онлайн) Графики поверхностей $\Delta\Omega$ (a), ΔS (b) и $\Delta C/T$ (c), построенные в осях (Γ_a, T) вблизи борновского предела с $\sigma = 0.06$. Главным отличием от результатов, представленных на рис. 1, является понижение температуры критической точки T_{CEP}. Все величины приведены в тех же соответствующих единицах, что и на рис. 1

величина внутризонной компоненты рассеивающего потенциала примеси не оказывает влияние на сверхпроводящее состояние в борновском пределе, а для ненулевых значений σ лишь смещает точку перехода к более высоким значениям Γ_a.

Результаты расчетов в борновском пределе при $\sigma = 0$ и вблизи борновского предела при $\sigma = 0.06$ представлены на рис. 1 и 2. Интенсивность рассеяния на примесях в данном случае определяется выражением, стоящим после второго знака равенства в формуле (7).

На рисунке 1a изображена поверхность минимальной энергии $\Delta\Omega(\Gamma_a, T)$ в борновском пределе.

В диапазоне температур $T < 0.07\ T_{c0}$ и интенсивности рассеяния на примесях $1.16 < \Gamma_a/T_{c0} < 1.17$ на поверхности $\Delta\Omega$ имеется излом. Этот излом соответствует линии перехода $s_\pm \to s_{++}$, на которой смена знака функции щели Δ_b происходит скачком. Такое поведение сверхпроводящей щели вместе с наличием излома на поверхности свободной энергии и сосуществованием двух наборов решений уравнений Элиашберга в данной области указывают на то, что вызванный рассеянием на немагнитных примесях переход между $s_\pm$- и s_{++}-состояниями в борновском пределе при температурах $T < 0.07\ T_{c0}$ является фазовым переходом первого рода. При температурах $T > 0.07\ T_{c0}$ в свободной энергии не наблюдается никаких особенностей, уравнения Элиашберга имеют единственное решение, и плавная смена знака функции Δ_b соответствует плавному переходу, т.е. кроссоверу, между $s_\pm$- и s_{++}-состояниями. Смена фазового перехода первого рода на кроссовер происходит в критической точке (critical end point, CEP) при температуре $T_{\rm CEP} \approx 0.07\ T_{c0}$. При данной температуре диапазон значений Γ_a, при которых существуют несколько решений уравнений Элиашберга, стягивается в единственную точку $\Gamma_a^{\rm CEP}$.

Наличие излома в $\Delta\Omega(\Gamma_a, T)$ приводит к возникновению особенностей в ее первой и второй производных по температуре: пику в изменении энтропии,

$$\Delta S(T) = -\frac{\partial \Delta\Omega(T)}{\partial T}, \tag{10}$$

и расходимости в изменении электронной теплоемкости,

$$\Delta C(T) = -T\frac{\partial^2 \Delta\Omega(T)}{\partial T^2}. \tag{11}$$

Эти величины представлены на рис. 1b и c. Подробное описание упомянутых особенностей приведено в работе [12], поэтому здесь остановимся только на некоторых важных моментах. Во-первых, отметим, что линия фазового перехода первого рода отчетливо видна на графике $\Delta C(\Gamma_a, T)$. Во-вторых, коснемся температурной и концентрационной зависимостей теплоемкости, что может оказаться важным для экспериментального наблюдения описанных здесь эффектов. Выше температуры критической точки $T_{\rm CEP}$ единственная особенность в $\Delta C(\Gamma_a)$, вызванная сменой знака функции щели Δ_b скачком, расщепляется на два пика, см. рис. 3a. Значение Γ_a, соответствующее переходу через ноль функции Δ_b при плавной смене знака, расположено между этими пиками. С ростом температуры каждый пик сглаживается, а расстояние между их максимумами увеличивается. С ростом беспорядка пик в температурной зависимости $\Delta C(T)$, изображенной на рис. 3b, становится все более различимым, и его максимум смещается в сторону низких температур. После того как степень беспорядка превышает величину $\Gamma_a^{\rm CEP}$, поведение пика в $\Delta C(T)$ меняется на обратное: с дальнейшим ростом беспорядка пик сглаживается, и его максимум смещается в сторону больших температур.

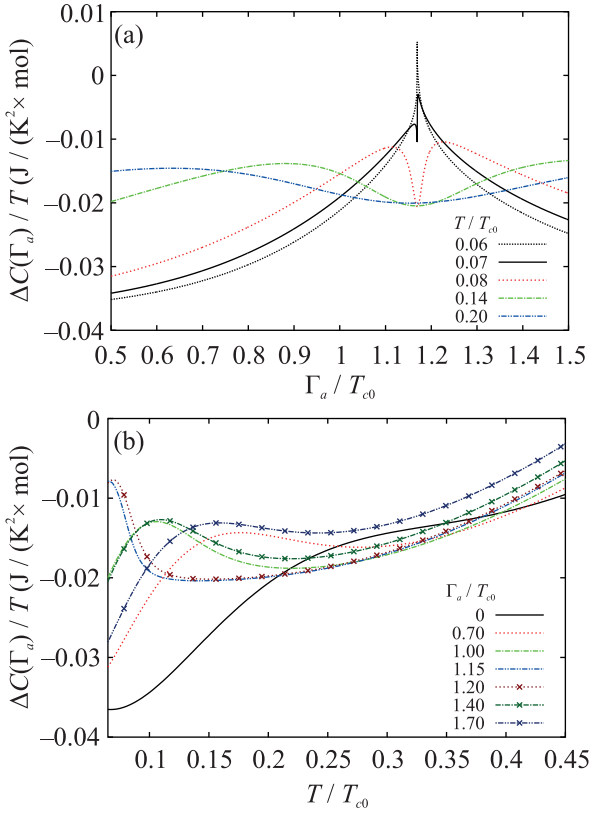

Рис. 3. (Цветной онлайн) Графики зависимостей $\Delta C(\Gamma_a)/T$ (a) и $\Delta C(T)/T$ (b), построенные для температуры выше критической точки $T_{\rm CEP}$ в борновском пределе. На панели (a) также представлена зависимость $\Delta C(\Gamma_a)/T$ при $T = 0.06\ T_{c0}$, демонстрирующая наличие расходимости в теплоемкости из-за фазового перехода первого рода. На панели (b) линии с маркерами и без принадлежат семействам кривых, имеющим место справа и слева от критической точки $\Gamma_a^{\rm CEP}$ соответственно

Вблизи борновского предела при $\sigma = 0.06$ результаты подобны описанным выше. Графики для $\Delta\Omega$, ΔS и ΔC представлены на рис. 2. Главным отличием от борновского предела с $\sigma = 0$ является понижение температуры $T_{\rm CEP}$ и уменьшение величины $\Gamma_a^{\rm CEP}$. Изменение положения критической точки с ростом параметра σ можно проследить на плоскости (Γ_a, T), где на рис. 4 положение критической точки изображено кружками. Температура $T_{\rm CEP}$ следует монотонной зависимости: “выше σ – ниже $T_{\rm CEP}$”, в то вре-

мя как Γ_a^{CEP} сперва уменьшается при $0 < \sigma < 0.15$, а затем растет. В предыдущих работах было показано, что для сечений рассеяния $\sigma > 0.12$ и температур $T \geq 0.03T_{c0}$ резкий переход между $s_{\pm}$- и s_{++}-состояниями отсутствует [11, 12, 19]. Здесь же мы получаем, что переход скачком существует и для $\sigma > 0.12$, но для более низких температур вплоть до $T = 0.01\ T_{c0}$. Поскольку расчеты проводились на дискретных мацубаровских частотах, то для того, чтобы проследить положение критической точки для еще более низких температур, была выполнена экстраполяция в область абсолютного нуля температур, изображенная на рис. 4 пунктирной линией. В качестве наилучшей аппроксимирующей функции был выбран полином второй степени. Пересечение

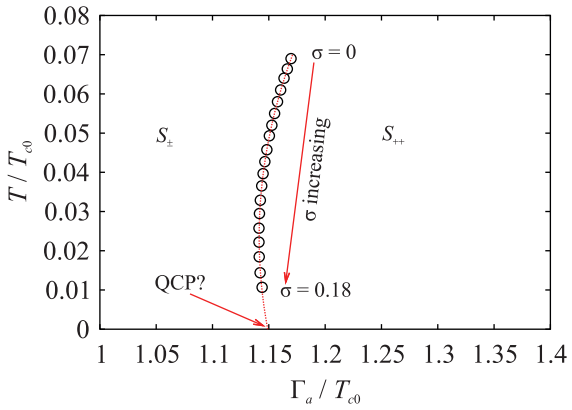

Рис. 4. (Цветной онлайн) Положение критической точки фазового перехода первого рода на плоскости (Γ_a, T) для различных значений эффективного сечения рассеяния $0.0 < \sigma < 0.18$. Пунктирная линия соответствует экстраполяции положения критической точки в область абсолютного нуля температур, где она может стать квантовой критической точкой при $\Gamma_a^{\mathrm{QCP}} \approx \approx 1.15\ T_{c0}$

пунктирной линии с линией $T = 0$ указывает на возможность того, что критическая точка фазового перехода первого рода с ростом σ может перейти в квантовую критическую точку (quantum critical point, QCP) при абсолютном нуле температур и интенсивности рассеяния на примесях $\Gamma_a^{\mathrm{QCP}} \approx 1.15\ T_{c0}$.

4. Выводы. Для сверхпроводников на основе железа в двухзонной модели с учетом рассеяния на немагнитных примесях в приближении непересекающихся диаграмм ($\mathcal{T}$-матрицы) вычислено изменение большого термодинамического потенциала (свободной энергии Ландау) при переходе в сверхпроводящее состояние, $\Delta\Omega = \Omega_{\mathrm{S}} - \Omega_{\mathrm{N}}$. В борновском пределе, $\sigma = 0$, в пространстве параметров (Γ_a, T) имеется линия вызванного рассеянием на немагнитных примесях фазового перехода первого рода со сменой структуры параметра порядка $s_{\pm} \leftrightarrow s_{++}$ скачком. Линия фазового перехода ограничена сверху критической точкой с соответствующими температурой T_{CEP} и интенсивностью рассеяния на примесях Γ_a^{CEP}. С увеличением силы рассеивающего потенциала примеси (увеличение параметра σ), температура T_{CEP} снижается и составляет $T_{\mathrm{CEP}} = 0.01T_{c0}$ при $\sigma = 0.18$. Ранее мы показывали, что переход скачком сглаживается уже при $\sigma \approx 0.12$ при температуре $T = 0.03\ T_{c0}$ [11–13, 19, 20]. Полученный здесь результат находится в согласии с предыдущими результатами и уточняет их. Экстраполяция к абсолютному нулю температур показывает, что с ростом σ критическая точка может перейти при $T = 0$ в квантовую критическую точку при $\Gamma_a^{\mathrm{QCP}} \approx 1.15T_{c0}$ и $\sigma^{\mathrm{QCP}} \approx 0.21$. Подобная зависимость наблюдается при метамагнитном переходе в двуслойных образцах рутената стронция, $Sr_3Ru_2O_7$, [21] и титанатах редкоземельных металлов [22]. Тем не менее, для подтверждения реализации квантового фазового перехода необходимо провести дополнительные исследования при нулевых температурах.

Авторы выражают благодарность А. С. Мельникову и А. К. Муртазаеву за полезные обсуждения.

Финансирование работы. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда # 25-22-20043, https://rscf.ru/project/25-22-20043/, гранта Красноярского краевого фонда науки.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. М. В. Садовский, "Высокотемпературная сверхпроводимость в слоистых соединениях на основе железа", Успехи физ. наук **178**, 1243 (2008) [M. V. Sadovskii, "High-temperature superconductivity in iron-based layered compounds", Phys.-Uspekhi **51**, 1201 (2008)].
2. P. J. Hirschfeld, M. M. Korshunov, and I. I. Mazin, "Gap symmetry and structure of Fe-based superconductors", Rep. Prog. Phys. **74**, 124508 (2011).
3. D. D. Scherer, A. C. Jacko, C. Freidrich, E. Şaşıoğlu, S. Blügel, R. Valentí, B. M. Andersen, and B. M. Andersen, "Interplay of nematic and magnetic orders in FeSe under pressure", Phys. Rev. B **95**, 094504 (2017).
4. D. Steffensen, A. Kreisel, P. J. Hirschfeld, and B. M. Andersen, "Interorbital nematicity and the origin of a single electron Fermi pocket in FeSe", Phys. Rev. B **103**, 054505 (2021).
5. P. J. Hirschfeld, "Using gap symmetry and structure to reveal the pairing mechanism in Fe-based superconductors", Comptes Rendus Physique **17**, 197 (2016).

6. M. M. Коршунов, Ю. Н. Тогушова, О. В. Долгов, "Примеси в многозонных сверхпроводниках", Успехи физических наук **186**, 1315 (2016) [M. M. Korshunov, Yu. N. Togushova, and O. V. Dolgov, "Impurities in multiband superconductors", Phys.-Uspekhi **59**, 1211 (2016)].
7. D. V. Efremov, M. M. Korshunov, O. V. Dolgov, A. A. Golubov, and P. J. Hirschfeld, "Disorder-induced transition between $s_\pm$ and s_{++} states in two-band superconductors", Phys. Rev. B **84**, 180512 (2011).
8. M. M. Korshunov, D. V. Efremov, A. A. Golubov, and O. V. Dolgov, "Unexpected impact of magnetic disorder on multiband superconductivity", Phys. Rev. B **90**, 134517 (2014).
9. V. G. Stanev and A. E. Koshelev, "Anomalous proximity effects at the interface of s- and $s_\pm$-superconductors", Phys. Rev. B **86**, 174515 (2012).
10. M. Silaev, J. Garaud, and E. Babaev, "Phase diagram of dirty two-band superconductors and observability of impurity-induced $s+is$ state", Phys. Rev. B **95**, 024517 (2017).
11. V. A. Shestakov, M. M. Korshunov, and O. V. Dolgov, "Temperature-Dependent $s_\pm \leftrightarrow s_{++}$ Transitions in the Multiband Model for Fe-Based Superconductors with Impurities", Symmetry **10**, 323 (2018).
12. V. A. Shestakov and M. M. Korshunov, "Thermodynamics of $s_\pm - to - s_{++}$ transition in iron pnictides in the vicinity of the Born limit", Supercond. Sci. Technol. **38**, 055002 (2025).
13. В. А. Шестаков, М. М. Коршунов, "О скачкообразном изменении сверхпроводящего параметра порядка вблизи перехода $s_\pm \to s_{++}$ в борновском пределе", ФТТ **67**, 1262 (2025) [V. A. Shestakov and M. M. Korshunov, "On the abrupt change in the superconducting order parameter in the vicinity of the $s_\pm tos_{++}$ transition in the Born limit", Phys. Solid State **67**, 1209 (2025)].
14. V. A. Shestakov and M. M. Korshunov, "Grand Thermodynamic Potential in A Two-Band Unconventional Superconductor", J. Supercond. Novel Magn. **38**, 237 (2025).
15. G. Ghigo, D. Torsello, G. A. Ummarino, L. Gozzelino, M. A. Tanatar, R. Prozorov, and P. C. Canfield, "Disorder-Driven Transition from $s_\pm$ to s_{++} Superconducting Order Parameter in Proton Irradiated $Ba(Fe_{1-x}Rh_x)_2As_2$ Single Crystals", Phys. Rev. Lett. **121**, 107001 (2018).
16. J. Ferber, Y.-Z. Zhang, H. O. Jeschke, and R. Valentí, "Analysis of spin-density wave conductivity spectra of iron pnictides in the framework of density functional theory", Phys. Rev. B **82**, 165102 (2010).
17. Z. P. Yin, K. Haule, and G. Kotliar, "Magnetism and charge dynamics in iron pnictides", Nat. Phys. **7**, 294 (2011).
18. M. V. Sadovskii, E. Z. Kuchinskii, and I. A. Nekrasov, "Iron based superconductors: Pnictides versus chalcogenides", J. Magn. Magn. Mater. **324**, 3481 (2012).
19. V. A. Shestakov, M. M. Korshunov, Yu. N. Togushova, D. V. Efremov, and O. V. Dolgov, "Details of the disorder-induced transition between $s_\pm$ and s_{++} states in the two-band model for Fe-based superconductors", J. Magn. Magn. Mater. **31**, 034001 (2018).
20. V. A. Shestakov, M. M. Korshunov, Yu. N. Togushova, and O. V. Dolgov, "Decisive proofs of the $s_\pm \to \to s_{++}$ transition in the temperature dependence of the magnetic penetration depth", Supercond. Sci. Technol. **34**, 075008 (2021).
21. S. A. Grigera, R. S. Perry, A. J. Schofield, M. Chiao, S. R. Julian, G. G. Lonzarich, S. I. Ikeda, Y. Maeno, A. J. Millis, and A. P. Mackenzie, "Magnetic Field-Tuned Quantum Criticality in the Metallic Ruthenate $Sr_3Ru_2O_7$", Science **294**, 329 (2001).
22. Z. Wang, D. Gautreau, T. Birol, and R. M. Fernandes, "Strain-tunable metamagnetic critical endpoint in Mott insulating rare- earth titanates", Phys. Rev. B **105**, 144404 (2022).