Письма в ЖЭТФ, том 123, вып. 4, с. 286 – 292

Суб-доменная структура в монокристалле магнитного топологического изолятора $MnSb_2Te_4$

В. А. Тютвинов[+*1)], *М. С. Сидельников*[+], *Н. А. Абдуллаев*[×∘], *З. С. Алиев*[×∘], *И. Р. Амирасланов*[×∘], *Н. Т. Мамедов*[×∘], *В. Н. Зверев*[+], *Л. Я. Винников*[+]

[+]*Институт физики твердого тела им. Ю. А. Осипьяна РАН, 142432 Черноголовка, Россия*

[*]*Московский физико-технический институт, 141700 Долгопрудный, Россия*

[×]*Институт физики Министерства науки и образования, AZ 1073 Баку, Азербайджан*

[∘]*Бакинский Государственный Университет, AZ 1148 Баку, Азербайджан*

Поступила в редакцию 20 ноября 2025 г.
После переработки 27 декабря 2025 г.
Принята к публикации 12 января 2026 г.

Методом высокоразрешающего декорирования исследована доменная структура монокристалла $MnSb_2Te_4$ с температурой Кюри $T_C \approx 45$ К. Магнитотранспортные измерения подтверждают магнитомягкий характер упорядочения с коэрцитивным полем ~ 100 Э. Обнаружено формирование иерархической доменной структуры, характеризуемой двумя пространственными масштабами. Полученные результаты свидетельствуют о существовании двух магнитно-слабосвязанных подсистем — поверхностной и объемной. Наблюдаемая суб-доменная структура может быть связана с формированием магнитного барьера, обусловленного неоднородным распределением антисайт-дефектов Mn_{Sb}, при дополнительном влиянии нарушения симметрии в приповерхностном слое.

DOI: 10.31857/S0370274X26020194

1. Введение. Открытие собственных магнитных топологических изоляторов, таких как $MnBi_2Te_4$ (MBT), стимулировало интенсивные исследования квантового аномального эффекта Холла (КАЭХ) [1–5], состояния аксионного изолятора [6] и вейлевских полуметаллов [7]. Перспектива реализации КАЭХ в системе MBT, не требующей внешнего магнитного поля, открывает возможности для создания энергоэффективных устройств спинтроники. Однако практическому применению препятствуют фундаментальные ограничения: сильная проводимость n-типа в объеме MBT [8], затрудняющая наблюдение киральных краевых состояний [9], и низкая температура магнитного упорядочения, не превышающая 26 К [1, 10].

Одним из путей решения проблемы объемной проводимости является изовалентное замещение висмута на сурьму с образованием $MnSb_2Te_4$ (MST). Кристаллы $MnSb_2Te_4$ являются структурными аналогами $MnBi_2Te_4$ [11–13]. Это сходство подтверждается как рентгеноструктурным анализом, так и исследованиями твердых растворов $MnBi_{0.5}Sb_{1.5}Te_4$ [14].

Основным магнитным состоянием стехиометрического MST является антиферромагнетизм A-типа [15, 16]. Однако ключевую роль в магнитных свойствах MST играют антисайт-дефекты, в частности, Mn_{Sb}, наличие которых индуцирует ферромагнитное упорядочение [17, 18]. Более того, контролируемое обогащение марганцем и связанное с ним увеличение концентрации антисайт-дефектов позволяет повысить температуру Кюри (T_C) до 45–50 К [19], что открывает путь к реализации КАЭХ при температурах, существенно превышающих температуру жидкого гелия.

Предыдущие исследования магнитной структуры MST с помощью магнитно-силовой микроскопии (МСМ) были сфокусированы на доменных стенках в антиферромагнитной фазе [20], прямой визуализации ферромагнетизма в образцах с $T_C \approx 33$ К [21], а также на управлении лабиринтными и цилиндрическими доменами в ферримагнитных пленках с $T_C \approx 27$ К [22]. Однако остается открытым вопрос о характере доменной структуры в объемных монокристаллах MST с высокой T_C, где повышенная концентрация антисайт-дефектов может приводить к существенной магнитной неоднородности. Кроме того, для их исследования не привлекались альтернатив-

1)e-mail: tiutvinov.va@phystech.edu

ные методы магнитной визуализации, такие как метод декорирования [23], позволяющий избежать воздействия магнитного зонда на доменную структуру.

В данной работе методом высокоразрешающего декорирования магнитными наночастицами исследована доменная структура монокристалла $MnSb_2Te_4$ с температурой Кюри $T_C \approx 45$ K. Обнаружена доменная структура, характеризуемая двумя различными пространственными масштабами. Полученные результаты обсуждаются в контексте неоднородного распределения антисайт-дефектов Mn_{Sb}, при возможном дополнительном влиянии нарушения инверсионной симметрии в приповерхностном слое.

2. Методы. Монокристалл $MnSb_2Te_4$ был получен скалыванием из слитка, выращенного методом направленной кристаллизации [11]. Образец имеет форму тонкой пластины с размерами $\sim 3.5 \times 3.5 \times \times 0.16$ мм^3. Характеризация образца проводилась методом рентгеновской дифракции и рамановского рассеяния при комнатной температуре [12].

Электрические контакты для транспортных измерений формировались с использованием проводящей графитовой пасты. Измерения проводились в криостате с жидким гелием, оснащенном сверхпроводящим соленоидом. Внешнее магнитное поле было ориентировано вдоль кристаллографической оси **c**, перпендикулярно базисной плоскости образца. Сопротивление и эффект Холла измерялись по стандартной четырехзондовой схеме с использованием синхронного детектора на переменном токе частотой 20 Гц.

Перед проведением экспериментов по декорированию поверхность монокристалла подготавливали методом эксфолиации с использованием адгезивной ленты для удаления поверхностных загрязнений и оксидных слоев.

Для визуализации доменной структуры в объемном монокристалле $MnSb_2Te_4$ был применен метод высокоразрешающего декорирования магнитными наночастицами железа [23] на вставке без устройства регулировки температуры образца. Данная методика обладает двумя ключевыми преимуществами по сравнению с МСМ: она менее чувствительна к качеству поверхности и исключает артефакты, связанные с непосредственным воздействием магнитного зонда на доменную структуру.

Исходные параметры в камере декорирования составляли: давление гелия $\sim 7 \times 10^{-2}$ торр при температуре 4.3 K. Процесс осаждения наночастиц инициировался прямоугольным импульсом тока амплитудой 12 A и длительностью 2.2 ± 0.3 с, подаваемым на испаритель. В ходе осаждения давление в камере увеличивалось до 1.1×10^{-1} торр, а температура достигала ~ 6 K.

В качестве контрольного образца использовалась пленка Nb толщиной 240 нм с температурой сверхпроводящего перехода $T_{sc} \approx 9$ K.

Образцы охлаждались до рабочей температуры эксперимента в отсутствие внешнего магнитного поля ($B_{\text{ext}} \approx 0$, ZFC). После установления теплового равновесия при $T = 4.3$ K к монокристаллу прикладывалось внешнее магнитное поле величиной 50 Э, направленное перпендикулярно его базисной плоскости. Поле создавалось соленоидом с медной обмоткой.

3. Результаты и обсуждение. Исследуемый монокристалл $MnSb_2Te_4$ демонстрирует ферромагнитное поведение. На рисунке 1 представлены результаты магнитотранспортных измерений. На температурной зависимости удельного сопротивления

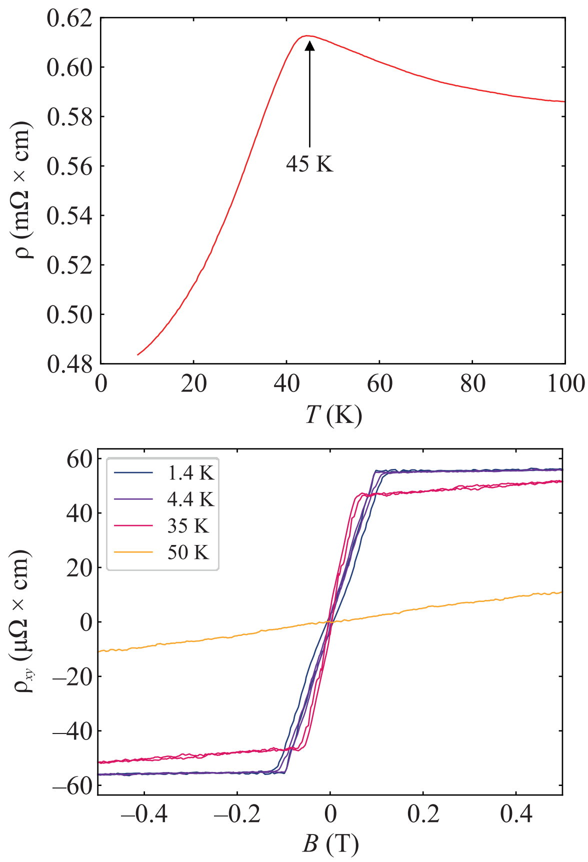

Рис. 1. (Цветной онлайн) Магнитотранспортные свойства монокристалла $MnSb_2Te_4$. (a) – Температурная зависимость удельного сопротивления $\rho(T)$ в нулевом магнитном поле. (b) – Зависимость поперечного (холловского) сопротивления ρ_{xy} от перпендикулярного магнитного поля B, измеренная при различных температурах

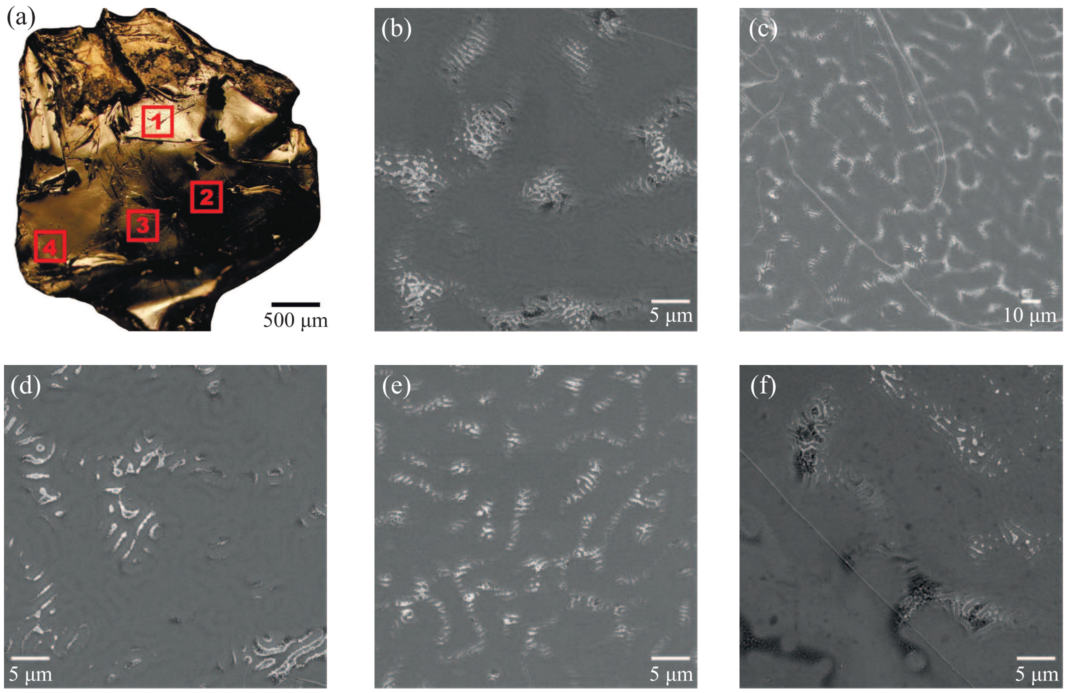

Рис. 2. (Цветной онлайн) Микрофотография поверхности и картины декорирования монокристалла $MnSb_2Te_4$ в сканирующем электронном микроскопе. (a) – Общий вид поверхности монокристалла, полученный с помощью ОМ. (b)–(f) – Изображения структуры магнитного потока в различных областях образца, полученные методом декорирования магнитными наночастицами; визуализация выполнена с использованием сканирующего электронного микроскопа: (b) – область 1; (c) – область 2; (d), (e) – область 3; (f) – область 4

$\rho(T)$ [24] наблюдается характерный максимум в области $T_C \approx 45$ K, что соответствует температуре фазового перехода парамагнетик–ферромагнетик.

Наличие спонтанной намагниченности в ферромагнитной фазе подтверждается наблюдением поперечного вклада в сопротивление ρ_{xy} (рис. 1). Зависимости $\rho_{xy}(B)$ демонстрируют гистерезисное поведение с малым коэрцитивным полем $H_c \sim 100$ Э, что характерно для магнитомягких материалов.

Морфология доменной структуры исследована методом высокоразрешающего декорирования. В контрольной пленке Nb в режиме охлаждения без внешнего магнитного поля (ZFC) наблюдалась характерная для сверхпроводников II рода дендритная структура вхождения магнитного потока [25].

На рисунке 2 представлены результаты визуализации структуры магнитного потока в $MnSb_2Te_4$ для различных областей монокристалла толщиной 160 ± 20 мкм. В отдельных областях поверхности (области 1–4) наблюдается двухмасштабная доменная структура, тогда как на большей части поверхности реализуется типичная лабиринтная структура с включениями изолированных цилиндрических доменов, характерная для материалов с сильной одноосной анизотропией [26]. Двухмасштабная структура локализована и охватывает менее 10 % исследованной поверхности, однако воспроизводится при повторных экспериментах после эксфолиации поверхностного слоя (типично порядка ~ 10 мкм), что указывает на устойчивость наблюдаемого эффекта.

Наблюдаемые картины декорирования отражают распределение магнитного потока над поверхностью образца, что подтверждается рядом независимых экспериментальных фактов. В частности, доменные полосы непрерывно пересекают естественные ступеньки рельефа кристалла с перепадами высоты в десятки нанометров (рис. 2), а качественно сходные картины декорирования воспроизводятся в независимых экспериментах, выполненных при идентичных условиях.

Контраст в изображениях декорирования определяется распределением поля рассеяния над поверхностью образца. Наночастицы железа, находящиеся в суперпарамагнитном или ферромагнитном состоянии, под действием внешнего магнитного поля намагничиваются и осаждаются в областях с максимальной нормальной компонентой поля рассеяния [27]. В результате плотность осажденных частиц пропорциональна локальной величине магнитного потока, что обеспечивает прямую связь между картиной декорирования и доменной структурой.

Различия в контрасте между изображениями, полученными с помощью оптической микроскопии (ОМ) и сканирующей электронной микроскопии (СЭМ), обусловлены различными механизмами формирования изображения. В ОМ области с высокой плотностью частиц проявляются как темные, тогда как в СЭМ те же области выглядят более светлыми.

Наблюдаемые особенности доменной структуры демонстрируют признаки самоподобия: крупномасштабные домены с характерным периодом порядка десятка микрометров содержат вложенные суб-доменные паттерны.

Для количественной характеристики доменной структуры проведен фурье-анализ оптических изображений (рис. 3). В пространственном спектре выделяются характерные частоты, соответствующие двум пространственным масштабам магнитной текстуры.

После процедуры бинаризации изображений (рис. 3a, b) определены средние периоды доменной структуры: $\lambda_1 = 14.2$ мкм, $\Delta\lambda_1 = 1.1$ мкм для крупномасштабной компоненты и $\lambda_2 = 1.82$ мкм, $\Delta\lambda_2 = 0.24$ мкм для мелкомасштабной модуляции. Отношение периодов составляет ~ 7.8, что указывает на формирование иерархической доменной структуры с двумя четко разделенными пространственными масштабами.

Сравнение изображений, полученных оптической и электронной микроскопией (рис. 3), показывает хорошее соответствие в морфологии доменов при некотором различии в их ширине, обусловленном оптическим дифракционным уширением.

Обнаруженная температура Кюри $T_C \approx 45$ K находится в хорошем согласии с данными [19], где сообщается о достижении аналогичных температур в Mn-обогащенных образцах $MnSb_2Te_4$. Это подтверждает, что контролируемое введение антисайт-дефектов Mn_{Sb} является эффективным способом повышения температуры Кюри в данном классе материалов.

Косвенные признаки расслоения магнитных подсистем ранее регистрировались по особенностям аномального эффекта Холла в легированных кристаллах ванадия [28]. Однако прямая визуализация суб-доменной структуры была обнаружена только в ван-дер-ваальсовом магнетике $CrBr_3$ [29] с помощью МСМ. Выявленный эффект был менее выражен, что, вероятно, связано с ограниченной чувствительностью метода. В нашем случае ОМ после декорирования позволила четко идентифицировать двухмасштабную доменную структуру.

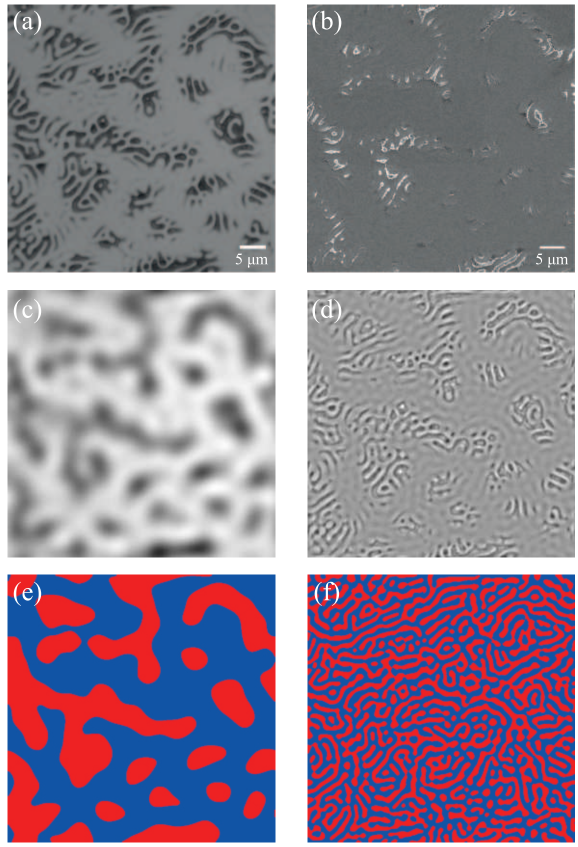

Рис. 3. (Цветной онлайн) Сравнительный анализ доменной структуры $MnSb_2Te_4$. (a), (b) – Морфология доменов, полученная после процесса декорирования магнитными наночастицами с помощью оптической (a) и сканирующей электронной (b) микроскопии. (c), (d) – Результаты пространственного частотного анализа, выделяющие крупномасштабную (c) и мелкомасштабную (d) компоненты доменной структуры. (e), (f) – бинаризованные изображения, соответствующие крупной (e) и мелкой (f) доменной текстуре

Природа магнитного расслоения остается неясной. В $CrBr_3$ его связывают с образованием магнитного барьера на дефектах упаковки, что было распространено на все ван-дер-ваальсовы ферромагнетики [29]. Однако в соединениях типа $Mn(Sb, Bi)_2Te_4$ экспериментальные свидетельства таких дефектов отсутствуют [17, 18].

Мы предполагаем, что наблюдаемое разделение магнитных подсистем на поверхностную и объемную может быть связано с формированием магнитного барьера, аналогичного дефекту упаковки в $CrBr_3$ [29]. В случае $MnSb_2Te_4$ такой барьер, по-видимому, обусловлен иным микроскопическим механизмом и может быть связан с неоднородным распределением антисайт-дефектов Mn_{Sb}. Дополнительный вклад может вносить понижение симметрии в приповерхностном слое, возникающее вследствие нарушения инверсионной симметрии и формирования точечных дефектов при эксфолиации [30, 31], что приводит к модификации обменных и дипольных взаимодействий, а также магнитной анизотропии [32].

В результате формируются две магнитно-слабосвязанные подсистемы с различными эффективными толщинами магнитных слоев. Наблюдаемое самоподобие доменной структуры на обоих пространственных масштабах согласуется с тем, что морфология доменов определяется балансом обменного, дипольного, магнитостатического взаимодействий и анизотропии, которые качественно одинаковы в объеме и у поверхности, но количественно масштабируются с эффективной толщиной слоя. Таким образом, выявленную суб-доменную морфологию (рис. 3) можно интерпретировать как наложение двух самоподобных доменных структур, сформированных в слабосвязанных поверхностном и объемном магнитных слоях. Точный микроскопический механизм формирования такого разделения требует дальнейшего экспериментального и теоретического исследования.

4. Заключение. В настоящей работе методом высокоразрешающего декорирования в монокристалле $MnSb_2Te_4$ с температурой Кюри ~ 45 K обнаружена суб-доменная магнитная структура, характеризуемая двумя пространственными масштабами. Наблюдаемое качественное различие морфологии доменов по сравнению с ранее исследовавшимися образцами с более низкой температурой Кюри позволяет предположить возможную связь между температурой ферромагнитного упорядочения и характеристиками доменной структуры.

Рассматриваемая двухмасштабная структура интерпретируется как результат наложения двух магнитно-слабосвязанных подсистем с различной эффективной толщиной и характерными размерами доменов. В качестве возможного механизма обсуждается формирование магнитного барьера, связанного с неоднородным распределением антисайт-дефектов Mn_{Sb}, с возможным дополнительным вкладом от нарушения инверсионной симметрии, возникающего в приповерхностном слое. Следует подчеркнуть, что данная интерпретация носит качественный характер и требует дальнейшего экспериментального и теоретического подтверждения.

Перспективным направлением дальнейших исследований является систематическое изучение доменной структуры в серии образцов с различной температурой Кюри, что позволит проверить возможную корреляцию между параметрами магнитного упорядочения и морфологией доменов. Дополнительную информацию о механизмах формирования наблюдаемой структуры может дать микромагнитное моделирование, направленное на выявление роли дефектов и поверхностных эффектов в ван-дер-ваальсовых магнитных топологических материалах.

Авторы выражают благодарность за проведение СЭМ-исследований: С. В. Егорову и А. С. Астраханцевой. А также коллективу лаборатории сверхпроводимости ИФТТ РАН и в частности: В. В. Рязанову, Н. А. Тулиной и А. С. Ионину за плодотворную дискуссию.

Финансирование работы. Данная работа выполнена в рамках государственного задания Института физики твердого тела имени Ю. А. Осипьяна Российской академии наук и в рамках государственного бюджета Института физики Министерства науки и образования Азербайджана.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. M. M. Otrokov, I. I. Klimovskikh, H. Bentmann et al. (Collaboration), "Prediction and observation of an antiferromagnetic topological insulator", Nature **576**, 416 (2019).
2. Y. Deng, Y. Yu, M. Z. Shi, Z. Guo, Z. Xu, J. Wang, X. H. Chen, and Y. Zhang, "Quantum anomalous Hall effect in intrinsic magnetic topological insulator $MnBi_2Te_4$", Science **367**, 895 (2020).
3. Y. Tokura, K. Yasuda, and A. Tsukazaki, "Magnetic topological insulators", Nat. Rev. Phys. **1**, 126 (2019).
4. B. A. Bernevig, C. Felser, and H. Beidenkopf, "Progress and prospects in magnetic topological materials", Nature **603**, 41 (2022).
5. A. Yu. Vyazovskaya, M. Bosnar, E. V. Chulkov, and M. M. Otrokov, "Intrinsic magnetic topological insulators of the $MnBi_2Te_4$ family", Commun. Mater. **6**, 88 (2025).
6. C. Liu, Y. Wang, H. Li, Y. Wu, Y. Li, J. Li, K. He, Y. Xu, J. Zhang, and Y. Wang, "Robust axion insulator and Chern insulator phases in a two-dimensional antiferromagnetic topological insulator", Nat. Mater. **19**, 522 (2020).
7. P. Li, J. Yu, Y. Wang, and W. Luo, "Electronic structure and topological phases of the magnetic layered materials $MnBi_2Te_4$, $MnBi_2Se_4$, and $MnSb_2Te_4$", Phys. Rev. B **103**, 155118 (2021).

8. B. Chen, F. Fei, D. Zhang et al. (Collaboration), "Intrinsic magnetic topological insulator phases in the Sb doped $MnBi_2Te_4$ bulks and thin flakes", Nat. Commun. **10**, 4469 (2019).
9. J. Zhu, Y. Feng, X. Zhou et al. (Collaboration), "Direct observation of chiral edge current at zero magnetic field in a magnetic topological insulator", Nat. Commun. **16**, 963 (2025).
10. A. Zeugner, F. Nietschke, A. U. B. Wolter et al. (Collaboration), "Chemical aspects of the candidate antiferromagnetic topological insulator $MnBi_2Te_4$", Chem. Mater. **31**, 2795 (2019).
11. Z. S. Aliev, I. R. Amiraslanov, D. I. Nasonova, A. V. Shevelkov, N. A. Abdullayev, Z. A. Jahangirli, E. N. Orujlu, M. M. Otrokov, N. T. Mamedov, M. B. Babanly, and E. V. Chulkov, "Novel ternary layered manganese bismuth tellurides of the MnTe-Bi_2Te_3 system: Synthesis and crystal structure", J. Alloys Compd. **789**, 443 (2019).
12. A. A. Maksimov, I. I. Tartakovskii, Z. S. Aliev, I. R. Amiraslanov, N. A. Abdullaev, V. N. Zverev, Z. A. Jahangirli, I. Yu. Sklyadneva, M. M. Otrokov, N. T. Mamedov, and E. V. Chulkov, "Temperature studies of Raman spectra in $MnBi_2Te_4$ and $MnSb_2Te_4$ magnetic topological insulators", JETP Lett. **118**, 357 (2023).
13. S. V. Eremeev, I. P. Rusinov, Yu. M. Koroteev, A. Yu. Vyazovskaya, M. Hoffmann, P. M. Echenique, A. Ernst, M. M. Otrokov, and E. V. Chulkov, "Topological magnetic materials of the $(MnSb_2Te_4)(Sb_2Te_3)_n$ van der Waals compounds family", J. Phys. Chem. Lett. **12**, 4268 (2021).
14. N. A. Abdullayev, Kh. V. Aliguliyeva, V. N. Zverev, Z. S. Aliev, I. R. Amiraslanov, M. B. Babanly, Z. A. Jahangirli, Ye. N. Aliyeva, Kh. N. Akhmedova, T. G. Mammadov, M. M. Otrokov, A. M. Shikin, N. T. Mamedov, and E. V. Chulkov, "The charge transport mechanism in a new magnetic topological insulator $MnBi_{0.5}Sb_{1.5}Te_4$", Phys. Solid State **63**, 1120 (2021).
15. Z. Zang, Y. Zhu, M. Xi et al. (Collaboration), "Layer-number-dependent antiferromagnetic and ferromagnetic behavior in $MnSb_2Te_4$", Phys. Rev. Lett. **128**, 017201 (2022).
16. J.-Q. Yan, S. Okamoto, M. A. McGuire, A. F. May, R. J. McQueeney, and B. C. Sales, "Evolution of structural, magnetic, and transport properties in $MnBi_{2-x}Sb_xTe_4$", Phys. Rev. B **100**, 104409 (2019).
17. Y. Liu, L.-L. Wang, Q. Zheng et al. (Collaboration), "Site Mixing for Engineering Magnetic Topological Insulators", Phys. Rev. X **11**, 021033 (2021).
18. C. Hu, S.-W. Lien, E. Feng, S. Mackey, H.-J. Tien, I. I. Mazin, H. Cao, T.-R. Chang, and N. Ni, "Tuning magnetism and band topology through antisite defects in Sb-doped $MnBi_4Te_7$", Phys. Rev. B **104**, 054422 (2021).
19. S. Wimmer, J. Sánchez-Barriga, P. Küppers et al. (Collaboration), "Mn-Rich $MnSb_2Te_4$: A topological insulator with magnetic gap closing at high curie temperatures of 45–50 K", Adv. Mater. **33**, 2102935 (2021).
20. P. M. Sass, W. Ge, J. Yan, D. Obeysekera, J. J. Yang, and W. Wu, "Magnetic imaging of domain walls in the antiferromagnetic topological insulator $MnBi_2Te_4$", Nano Lett. **20**, 2609 (2020).
21. W. Ge, P. M. Sass, J. Yan, S. H. Lee, Z. Mao, and W. Wu, "Direct evidence of ferromagnetism in $MnSb_2Te_4$", Phys. Rev. B **103**, 134403 (2021).
22. T. A. Webb, A. N. Tamanna, X. Ding, N. Verma, J. Xu, L. Krusin-Elbaum, C. R. Dean, D. N. Basov, and A. N. Pasupathy, "Tunable magnetic domains in ferrimagnetic $MnSb_2Te_4$", Nano Lett. **24**, 4393 (2024).
23. L. Ya. Vinnikov, I. S. Veshchunov, M. S. Sidelnikov, and V. S. Stolyarov, "The high-resolution bitter decoration technique for the magnetic flux structure imaging at low temperatures", Instruments and Experimental Techniques **62**, 587 (2019).
24. В. Н. Зверев, Н. А. Абдуллаев, З. С. Алиев, И. Р. Амирасланов, З. А. Джахангирли, И. И. Климовских, А. А. Рябкина, А. М. Шикин, Н. Т. Мамедов, "Низкотемпературный магнитотранспорт и магнитные свойства кристаллов $MnSb_2Te_4$", ЖЭТФ **169**, 110 (2026) [V. N. Zverev, N. A. Abdullayev, Z. S. Aliev, I. R. Amiraslanov, Z. A. Jahangirli, I. I. Klimovskikh, A. A. Rybkina, A. M. Shikin, and N. T. Mamedov, "Nizkotemperaturnyi magnetotransport i magnitnye svoistva kristallov $MnSb_2Te_4$", ZhETF **169**, 110 (2026)].
25. C. A. Durán, P. L. Gammel, R. E. Miller, and D. J. Bishop, "Observation of magnetic-field penetration via dendritic growth in superconducting niobium films", Phys. Rev. B **52**, 75 (1995).
26. A. Hubert and R. Schäfer, *Magnetic domains: the analysis of magnetic microstructures* (Springer, Heidelberg, 1998), ch. 3.7.3, p. 287.
27. T. Sakurai and Y. Shimada, "Application of the gas evaporation method to observation of magnetic domains", Jpn. J. Appl. Phys. **31**, 1905 (1992).
28. K. M. Fijalkowski, M. Hartl, M. Winnerlein, P. Mandal, S. Schreyeck, K. Brunner, C. Gould, and L. W. Molenkamp, "Coexistence of surface and bulk ferromagnetism mimics skyrmion Hall effect in a topological insulator", Phys. Rev. X **10**, 011012 (2020).
29. S. Y. Grebenchuk, M. Grzeszczyk, Z. Chen, M. Šiškins, V. Borisov, M. Pereiro, M. I. Katsnelson, O. Eriksson, K. S. Novoselov, and M. Koperski, "Correlations in Magnetic Sub-Domains as an Unconventional Phase Diagram for van der Waals Ferromagnets", Adv. Sci. **12**, 2500562 (2025).
30. P. M. Sass, J. Kim, D. Vanderbilt, J. Yan, and W. Wu, "Robust A-type order and spin-flop transition on the surface of the antiferromagnetic topological insulator $MnBi_2Te_4$", Phys. Rev. Lett. **125**, 037201 (2020).

31. A. M. Shikin, D. A. Estyunin, I. I. Klimovskikh et al. (Collaboration), "Nature of the Dirac gap modulation and surface magnetic interaction in axion antiferromagnetic topological insulator $MnBi_2Te_4$", Sci. Rep. **10**, 13226 (2020).

32. I. P. Rusinov, V. N. Men'Shov, and E. V. Chulkov, "Spectral features of magnetic domain walls on the surface of three-dimensional topological insulators", Phys. Rev. B **104**, 035411 (2021).