Письма в ЖЭТФ, том 123, вып. 6, с. 435 – 436

Комментарий к статье "Подавление низкотемпературного роста трения Ван-дер-Ваальса аномальным скин-эффектом" (Письма в ЖЭТФ 122, 805 (2025))

Г. В. Дедков[1)]

Кабардино-Балкарский государственный университет, 360004 Нальчик, Россия

Поступила в редакцию 20 января 2026 г.
После переработки 20 января 2026 г.
Принята к публикации 2 февраля 2026 г.

Опровергается критика, высказанная в недавней статье (Письма в ЖЭТФ **122**(12), 805 (2025)). Показано, что результаты этой работы ошибочны из-за некорректной модификации исходного выражения для силы трения ван дер Ваальса, полученного в рамках локального приближения для диэлектрической проницаемости.

DOI: 10.7868/S3034576626030193

Сила трения Ван-дер-Ваальса–Казимира–Лифшица, возникающая между относительно движущимися незаряженными телами в вакууме, является одним из проявлений флуктуационно-электромагнитного взаимодействия (ФЭВ). Другими классическими примерами являются притягивающие силы Ван-дер-Ваальса–Казимира–Лифшица и радиационный теплообмен (РТ) тел с разной температурой. В макроскопическом случае величина сил ФЭВ и скорости РТ определяется видом диэлектрической проницаемости материалов тел. При этом, в силу естественной неоднородности системы, диэлектрическая проницаемость может зависеть не только от частоты ω, но и от волнового вектора $\mathbf{k}$ флуктуационного электромагнитного поля: $\varepsilon = \varepsilon(\omega, \mathbf{k})$. Аномальный скин-эффект (АСЭ), наблюдаемый в металлических телах, является следствием такой зависимости. Важнейшим преимуществом локального (частотно-зависящего) приближения для диэлектрической проницаемости является возможность получения точных выражений для сил ФЭВ и скорости РТ в нескольких практически важных геометрических конфигурациях. Система двух параллельных металлических пластин является одной из них. Наличие точного решения для силы трения пластин позволяет рассматривать влияние АСЭ и пространственной дисперсии как дополнительное относительно малое возмущение.

В этой связи рассмотрение, выполненное автором [1], можно было бы приветствовать, если бы не фатальные ошибки, допущенные при попытке модификации выражения для силы трения, полученного в [2] в локальном приближении.

Критика работы [2] в [1] основана на модификации приближенной формулы для интегральной части коэффициента трения $\eta = F/v$ между плоскопараллельными пластинами, отнесенного к единице их площади (F – сила трения, v – скорость относительного движения)

$$I_{mn} \approx \frac{1}{8} \int\limits_0^p \frac{dt}{1+t^2} \int\limits_p^\infty dy \frac{e^{-2\lambda y}}{y^2} (1 + \beta^2 t^2/y^2). \qquad (1)$$

В этой формуле (формула (18) в [2]) $p \approx 1$, $\lambda = \omega_p a/c$, $\beta = \nu(T)/\omega_p$, ω_p – частота плазмы, a – расстояние между пластинами, c – скорость света, $\nu(T)$ – зависящий от температуры T коэффициент затухания в формуле Друде $\varepsilon(\omega) = 1 - \omega_p^2/\omega(\omega + i\nu)$ для диэлектрической проницаемости металла. В то же время полное выражение для коэффициента η, полученное в [2], имеет вид (формула (8))

$$\eta = \frac{\hbar}{8\pi^2} \left(\frac{\omega_p}{c}\right)^4 \frac{I_{mn}}{\alpha}, \qquad (2)$$

где $\alpha = \hbar\nu(T)/T$ – безразмерный параметр, температура T выражена в энергетических единицах, $\hbar$ – постоянная Планка. При этом функция $\nu(T)$ связана с удельным сопротивлением $\rho(T)$ металла соотношением $\rho(T) = 4\pi\nu(T)/\omega_p^2$. В модели Блоха–Грюнайзена, использованной в [2], выполняется асимптотика $\rho(T) \sim T^5$ при $T \to 0$, поэтому η возрастает как T^{-4} благодаря параметру α. Необходимо специально подчеркнуть, что при получении этих формул в [2] использовалась параметризация частоты $\omega = \nu(T)t$ и волнового вектора

[1)]e-mail: gv_dedkov@mail.ru

$k = \lambda\sqrt{y^2+\beta^2 t^2}$, не предполагающая зависимости ν или проводимости σ от волнового вектора. Поэтому модификация параметризованной формулы (1) с целью учета АСЭ и пространственной дисперсии является изначально некорректной.

Чтобы понять причины этой некорректности, рассмотрим исходное выражение работы [2] до проведения параметризации, результатом которой являются формулы (1) и (2). Для пластин одинаковых немагнитных металлов с учетом основного интегрального слагаемого от электромагнитных мод TE-поляризации (s-мод), которое далее преобразуется к виду (2), выражение для коэффициента трения имеет вид

$$\eta = \frac{\hbar}{2\pi^2}\int\limits_0^\infty d\omega \frac{dn}{d\omega}\int\limits_0^\infty dk k^3 \frac{|q|^2}{|Q_m|^2}[\mathrm{Im}(q_1)]^2, \qquad (3)$$

где $n(\omega) = 1/(\exp(\hbar\omega/T)-1))$, $q = \sqrt{(k^2-\omega^2/c^2}$, $q_1 = \sqrt{k^2-\varepsilon(\omega)\omega^2/c^2}$, $Q_m = (q+q_1)^2 e^{qa} - (q-q_1)^2 e^{-qa}$.

Не используя формулу (3) непосредственно, автор [1] неявно пользуется соотношением $[\mathrm{Im}(q_1)]^2 \sim (\mathrm{Im}(\varepsilon))^2$, которое предполагает возможность разложения величины q_1 по параметру ε в ближнепольном секторе $k > \omega/c$. Такое разложение требует специального обоснования, так как $|\varepsilon| \to \infty$ при $\omega \to 0$ в модели Друде, используемой при получении формулы (1) (причем именно низкие частоты играют главную роль при $T \to 0$), но если оно имеет место, то при подстановке друдевской функции $\varepsilon(\omega)$ в выражение для q_1 получим

$$[\mathrm{Im}(q_1)]^2 \approx \frac{1}{4}\frac{\omega^4}{k^2c^4}(\mathrm{Im}(\varepsilon))^2 = \\ = \frac{1}{4}\left(\frac{\omega_p}{c}\right)^4\left(\frac{\omega}{k}\right)^2\frac{\nu^2}{(\omega^2+\nu^2)^2}. \qquad (4)$$

Как следует из (4), величина $[\mathrm{Im}(q_1)]^2$ не зависит от ν при нормировке $\omega = \nu(T)t$. Однако автор работы [1] ассоциирует коэффициент подавления трения с величиной $(\mathrm{Im}(\varepsilon))^2$, используя дополнительные соотношения $\mathrm{Im}(\varepsilon(\omega,k)) \propto \sigma(\omega,k) \approx 3\sigma_0(\omega)/(kl)^2$, и “добавляя руками” фактор $(kl)^{-4}$ во внутренний интеграл (1). При этом величина длины свободного пробега $l = v_F/\nu$ предполагается постоянной, связь $\sigma_0(\omega)$ с другими величинами не раскрывается, а изменение величины $|Q_m|^2$ в формуле (3) игнорируется. Относительно соотношения $\sigma(\omega,k) \approx \sigma_0(\omega)/(kl)^2$ заметим, что, в соответствии с “концепцией неэффективности”, которая, видимо,имеется в виду автором, мы должны были бы иметь $\sigma_{\mathrm{eff}} \sim \sigma_0/kl$ (формула (7.9) монографии [4] в списке литературы к статье [1]). Из сказанного очевидно, что выполненная таким образом модификация величины силы трения Ван-дер-Ваальса является грубым упрощением задачи, поэтому выводы автора нельзя признать состоятельными.

В заключение заметим, что до последнего времени влияние АСЭ и пространственной дисперсии в задачах, связанных с силами Казимира–Лифшица, в основном, обсуждалось в связи с трудностями методологического характера, касающимися термодинамических особенностей притягивающей силы в теории Лифшица (см. подробное обсуждение в [3]). Для этой цели использовалась импедансная форма интегрального выражения для силы притяжения пластин с применением нелокальных диэлектрических функций плазмоподобных сред. В расчетах силы трения Ван-дер-Ваальса при температуре $T = 273$ K аналогичный подход применялся в [4]. Было показано, что при ширине щели $a \geq 10$ нм влияние нелокальности диэлектрической проницаемости для вклада мод s-поляризации несущественно.

Финансирование работы. Данная работа финансировалась за счет средств бюджета Кабардино-Балкарского государственного университета. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

Конфликт интересов. Автор данной работы заявляет, что у него нет конфликта интересов.

1. С. Ш. Рехвиашвили, “Подавление низкотемпературного роста трения Ван-дер-Ваальса аномальным скин-эффектом”, Письма в ЖЭТФ **122**(12), 805 (2025) [S. Sh. Rekhviashvili, “Suppression of the low-temperature Increase in the van der Waals force by the anomalous skin effect”, JETP Lett. **122**(12), 810 (2025)].
2. Г. В. Дедков, “Низкотемпературное возрастание силы трения Ван-дер-Ваальса при относительном движении металлических пластин”, Письма в ЖЭТФ **114**, 779 (2021) [G. V. Dedkov, “Low-temperature increase in the van der Waals friction force with the relative motion of metal plates”, JETP Lett. **114**(11), 713 (2021)].
3. V. M. Mostepanenko, “Casimir puzzle and Casimir conundrum: discovery and search for resolution”, Universe **7**, 84 (2021).
4. A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, “Near-field radiative heat transfer and noncontact friction”, Rev. Mod. Phys. **79**, 1291 (2007).