Письма в ЖЭТФ, том 123, вып. 7, с. 509 – 512

Ответ на комментарий к статье “Световые сдвиги резонансов когерентного пленения населенностей в периодически-модулированном лазерном излучении” (Письма в ЖЭТФ 122, 139 (2025))

В. И. Юдин[a,b,c 1)] *М. Ю. Басалаев*[a,b,c], *А. В. Тайченачев*[a,b], *О. Н. Прудников*[a,b], *М. Д. Радченко*[a,b,c], *В. Г. Пальчиков*[d,e]

[a] *Институт лазерной физики Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия*

[b] *Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия*

[c] *Новосибирский государственный технический университет, 630073 Новосибирск, Россия*

[d] *Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений, 141570 Менделеево, Россия*

[e] *Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, 115409 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 9 февраля 2026 г.
После переработки 15 февраля 2026 г.
Принята к публикации 26 февраля 2026 г.

В данной заметке мы отвечаем на Комментарий Е. А. Цыганкова к нашей работе В. И. Юдин, М. Ю. Басалаев, А. В. Тайченачев, О. Н. Прудников, М. Д. Радченко, В. Г. Пальчиков, Письма в ЖЭТФ **122**, 139 (2025). При этом показано, что используемая автором математическая модель является физически неадекватной для описания резонансов когерентного пленения населенностей в типичных экспериментальных условиях атомарного газа с температурой $T \gtrsim 300$ К. Нами также продемонстрировано критическое влияние выбора оператора релаксации в основном состоянии на описание светового сдвига и формы линии резонанса когерентного пленения.

DOI: 10.7868/S3034576626040123

В данной заметке мы отвечаем на Комментарий Е. А. Цыганкова к нашей работе [1] (далее просто “Комментарий” или [2]). При этом нами анализируется математическая модель, используемая автором для описания резонанса когерентного пленения населенностей (КПН) в периодически модулированном световом поле. Конкретные численные расчеты проводились для фазовой гармонической модуляции, когда частота модуляции Ω варьируется вблизи частоты сверхтонкого расщепления ω_g в основном состоянии. В тексте мы придерживаемся математических обозначений из [2].

Мотивация “Комментария” связана с интерпретацией полевого сдвига вершины резонанса КПН, рассчитанного в [1], используя точное численное решение динамического уравнения на матрицу плотности. Так, автор утверждает, что дополнительный к световому сдвиг частоты, полученный в работе [1], связан с асимметрией резонанса. Однако отметим, что сама связь сдвига вершины КПН резонанса с асимметрией формы линии не является чем-то новым. Например, еще в нашей ранней работе [3] впервые было показано, что в общем случае узкий КПН резонанс хорошо параметризуется в виде обобщенного Лоренциана с пьедесталом:

$$S(\delta) = \mathcal{A} + \frac{\mathcal{B} + \mathcal{C}(\delta - \delta_0)/\gamma_{\rm CPT}}{(\delta - \delta_0)^2 + \gamma_{\rm CPT}^2/4}, \qquad (1)$$

где $\delta = (\Omega - \omega_g)$ есть двухфотонная рамановская отстройка. При этом амплитудные параметры $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ и $\mathcal{C}$ можно полагать приблизительно константами, параметр δ_0 нужно интерпретировать как частотный сдвиг центроида, а параметр $\gamma_{\rm CPT}$ описывает характерную ширину КПН резонанса. Из выражения (1) совершенно очевидно, что в случае асимметрии (т.е. когда $\mathcal{C} \neq 0$) сдвиг вершины КПН резонанса, определяемого как решение уравнения на локальный экстремум

$$\frac{dS(\delta)}{d\delta} = 0, \qquad (2)$$

1) e-mail: viyudin@mail.ru

уже будет отличаться от δ_0. Поэтому тезис о зна́чимости асимметрии резонанса является вполне очевидным даже с общей точки зрения. И мы также согласны с утверждением в [2], что КПН резонанс становится симметричным в точке пересечения зависимости сдвига вершины резонанса с зависимостью штарковского сдвига (см. на рис. 2 точку с $m = 1.6$). Более того, явное выражение для сдвига вершины КПН резонанса с учетом его асимметрии было представлено в нашей ранней работе [4] для модели двухчастотного поля, когда величина δ_0 совпадала с величиной штарковского сдвига частоты перехода.

Поэтому основной вопрос, на наш взгляд, состоит в причине возникновения асимметрии резонанса КПН при точном однофотонном резонансе по оптическим переходам. Следуя [1], мы определяем эту причину как обусловленную биениями (т.е. осцилляциями на частоте сверхтонкого расщепления) между различными нерезонансными частотными компонентами, влияние которых может быть сопоставимо (или даже доминировать) по отношению к величине стандартного штарковского сдвига. Более детальную расшифровку нашего термина "биения" можно найти в работе [5], где под этим подразумевается осциллирующий недиагональный элемент эффективного оператора сдвига $\hat{S}_{\rm sh}$, квадратичного по амплитудам нерезонансных частотных компонент периодически модулированного лазерного поля. При этом автор "Комментария" считает, что термин "биения" "способен ввести читателя в заблуждение", приводя следующие доводы: "Стоит подчеркнуть, что само по себе использование термина "биения" неудачно, так как он подразумевает временные осцилляции, в то время как резонанс наблюдается в нулевой гармонике населенности верхнего уровня по частоте Ω. То есть исследуется поглощение, усредненное по периоду этой частоты". Однако подобная аргументация выглядит малоубедительной и даже логически противоречивой, так как сам КПН резонанс формируется именно за счет осцилляций на частоте сверхтонкого расщепления, которые индуцируются в атомной системе в периодически модулированном поле.

Свои утверждения автор "Комментария" сопровождает численными расчетами системы уравнений (2a)–(2e) на компоненты матрицы плотности $\hat{\rho}$ для трехуровневой Λ-модели атома с состояниями $|a\rangle$, $|b\rangle$ и $|e\rangle$ (см. рис. 1 в "Комментарии"). Прежде всего покажем, что эта система уравнений является неадекватной для описания резонансов КПН в типичных экспериментальных условиях для атомарного газа с температурой $T \gtrsim 300\,$K. Для этого рассмотрим стационарное решение в отсутствие светового поля, полагая $V(t) = 0$ в уравнениях (2a)–(2e) в [2]. Тогда из двух уравнений (2a) и (2d) легко находим:

$$\rho_{aa} = \rho_{ee} = 0, \quad \rho_{bb} = 1, \tag{3}$$

где последнее равенство ($\rho_{bb} = 1$) автоматически следует из условия сохранения нормировки, $\mathrm{Sp}\{\hat{\rho}\} = 1$. Таким образом, равновесным состоянием, к которому стремится атомная система со скоростью релаксации Γ_g для уровней $|a\rangle$ и $|b\rangle$, является только один (самый нижний) сверхтонкий уровень $|b\rangle$. Такой вклад в релаксацию населенностей нижних уровней, приводящий к уравнениям (2a)–(2d) в [2], формально описывается следующим оператором:

$$\widehat{\Gamma}_{\rm pop}\{\hat{\rho}\} = -\Gamma_g\big[\hat{\Pi}_a\hat{\rho}\hat{\Pi}_a + \hat{\Pi}_b\hat{\rho}\hat{\Pi}_b - \hat{\Pi}_b\mathrm{Sp}\{\hat{\Pi}_g\hat{\rho}\}\big], \tag{4}$$

где мы используем проекционные операторы

$$\hat{\Pi}_j = |j\rangle\langle j| \;\; (j = a, b, e), \quad \hat{\Pi}_g = \hat{\Pi}_a + \hat{\Pi}_b\,. \tag{5}$$

Отметим, что оператор (4) сохраняет условие нормировки $\mathrm{Sp}\{\hat{\rho}\} = 1$, поскольку $\mathrm{Sp}\big\{\widehat{\Gamma}_{\rm pop}\{\hat{\rho}\}\big\} = 0$. При этом релаксацию когерентностей между состояниями $|a\rangle$ и $|b\rangle$ в [2] можно формально описать как

$$\widehat{\Gamma}_{\rm coh}\{\hat{\rho}\} = -\Gamma_c\big[\hat{\Pi}_a\hat{\rho}\hat{\Pi}_b + \hat{\Pi}_b\hat{\rho}\hat{\Pi}_a\big]. \tag{6}$$

И мы подтверждаем, что, используя в расчетах операторы (4) и (6), мы действительно получаем графики, аналогичные рис. 2 и 3 в "Комментарии".

Однако с физической точки зрения оператор (4) и, следовательно, уравнения (2a)–(2d) в [2] являются неадекватными для описания резонансов КПН в газовых ячейках. Действительно, состояние (3) формально реализуется как термодинамически равновесное только для температур $T < 1\,$K, когда величина $k_{\rm B}T$ (где $k_{\rm B}$ есть константа Больцмана) много меньше энергии сверхтонкого расщепления в основном состоянии $\hbar\omega_g$, что является бессмысленным для газовых ячеек с парами щелочных атомов. Для типичных экспериментальных условий с температурой $T \gtrsim 300\,$K выполняется обратное соотношение

$$k_{\rm B}T \gg \hbar\omega_g, \tag{7}$$

что применительно к Λ-модели атома приводит к существенно отличному от (3) равновесному состоянию

$$\rho_{aa} = \rho_{bb} = 1/2, \quad \rho_{ee} = 0, \tag{8}$$

с одинаковой населенностью на нижних сверхтонких уровнях $|a\rangle$ и $|b\rangle$. В этом случае вместо (4) нужно использовать другой, более "адекватный" релаксационный оператор

$$\widehat{\Gamma}_{\rm pop}\{\hat{\rho}\} = -\Gamma_g\left[\hat{\Pi}_a\hat{\rho}\hat{\Pi}_a + \hat{\Pi}_b\hat{\rho}\hat{\Pi}_b - \frac{\hat{\Pi}_g}{2}\mathrm{Sp}\{\hat{\Pi}_g\hat{\rho}\}\right], \tag{9}$$

что означает следующую замену в правой части уравнения (2d) в “Комментарии”

$$-i\Gamma_g\rho_{aa} \Rightarrow -i\frac{\Gamma_g}{2}(\rho_{aa}-\rho_{bb}). \qquad (10)$$

И именно оператор (9) использовался нами для численных расчетов в [1], полагая при этом $\Gamma_g = \Gamma_c$.

Помимо (9), можно использовать и другой “адекватный” оператор

$$\widehat{\Gamma}_{\text{pop}}\{\hat{\rho}\} = -\Gamma_g\left[\hat{\Pi}_a\hat{\rho}\hat{\Pi}_a + \hat{\Pi}_b\hat{\rho}\hat{\Pi}_b + \hat{\Pi}_e\hat{\rho}\hat{\Pi}_e - \frac{\hat{\Pi}_g}{2}\right], \qquad (11)$$

который приводит к следующим заменам в правой части уравнений (2a) и (2d) в “Комментарии”

$$-i\gamma\rho_{ee} \Rightarrow -i(\gamma+\Gamma_g)\rho_{ee},$$
$$-i\Gamma_g\rho_{aa} \Rightarrow -i\Gamma_g\left(\rho_{aa}-\frac{1}{2}\right). \qquad (12)$$

Однако в случае слабого насыщения оптических переходов ($|a\rangle \to |e\rangle$ и $|b\rangle \to |e\rangle$) и выполнения условия $\Gamma_g \ll \gamma$, численные расчеты с операторами (9) и (11) мало отличаются друг от друга. Также отметим, что в [2] имеется пояснение: “Параметры $\Gamma_{g,c}$ учитывают релаксацию $\rho_{aa,bb}$ к равновесным значениям $1/2$ и затухание ρ_{ab} соответственно”. Здесь очевидно противоречие между “правильными” словами и неадекватной математической моделью (2a)–(2e) в [2].

Таким образом, следующая фраза в “Комментарии”: “На рисунке 2 представлена зависимость частоты минимума E от индекса фазовой модуляции m, воспроизводящая результат рисунка 3 из [1]...” не соответствует действительности. Это явно видно из нашего рис. 1a, на котором представлены результаты расчета сдвига вершины КПН резонанса с использованием “адекватного” оператора (9) и для численных параметров, взятых нами из подписи к рис. 2 в [2]. Выделим следующие существенно некорректные особенности расчетов в “Комментарии”: сдвиг КПН резонанса при уменьшении индекса модуляции m заходит в отрицательную область, пересекая точку нулевого сдвига в $m \approx 1.15$ (см. рис. 2 в [2]). При этом отметим, что само по себе наличие точки нулевого сдвига является принципиально важным для атомных КПН часов и привлекло бы пристальное внимание исследователей. Однако расчеты с более адекватной математической моделью, представленные на нашем рис. 1a, существенно отличаются: сдвиг КПН резонанса визуально стремится к нулю при $m \to 0$, не пересекая нулевую линию. И действительно, нет никаких экспериментальных свидетельств о наличии точки нулевого сдвига при фазовой модуляции на частоте сверхтонкого расщепления ($\Omega \simeq \omega_g$) в области $m < 2$.

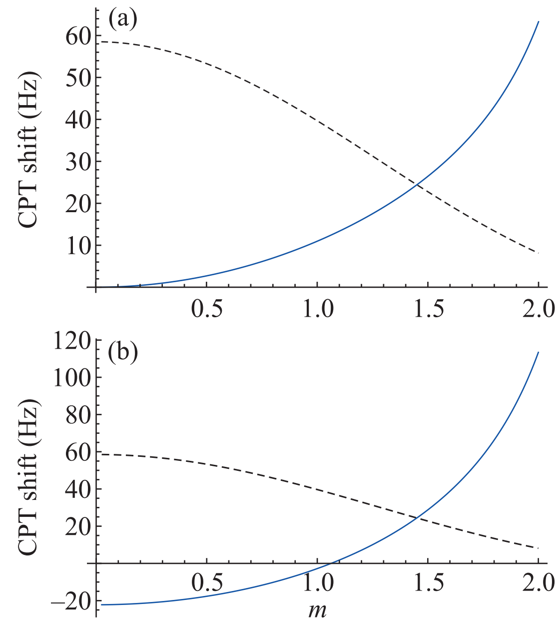

Рис. 1. (Цветной онлайн) Расчет сдвига вершины КПН резонанса (синяя сплошная линия) и сопоставление со штарковским сдвигом перехода $|a\rangle \leftrightarrow |b\rangle$ (черная штриховая линия): (a) с использованием “адекватного” оператора релаксации (9); (b) случай $\Gamma_g = 0$. Параметры расчета взяты из подписи к рис. 2 в “Комментарии”

В продолжение важной дискуссии по этому вопросу также отметим, что иногда в работах по КПН спектроскопии (см., например, [6–10]) используется еще один вид релаксационного оператора, в котором константа релаксации населенностей в основном состоянии равна нулю ($\Gamma_g = 0$, т.е. $\widehat{\Gamma}_{\text{pop}}\{\hat{\rho}\} = 0$), оставляя только оператор затухания когерентностей (6). Однако такая модель также является нефизической применительно к КПН резонансам в ячейках с парами щелочных металлов в присутствии буферного газа. Действительно, в этом случае скорость релаксации к равновесному состоянию определяется прежде всего диффузионным “пролетным” временем атомов, что означает примерное равенство констант Γ_g и Γ_c (или, по крайней мере, они являются величинами одного порядка). И нет никаких экспериментальных свидетельств того, что для типичных условий выполняется соотношение $\Gamma_g \ll \Gamma_c$. Это обстоятельство может существенно снизить общую практическую значимость как аналитических, так и численных расчетов, сделанных с такой моделью релаксации. В качестве наглядной демонстрации на рис. 1b нами представлен расчет зависимости сдвига вершины КПН резонанса при $\Gamma_g = 0$, которая выглядит очевидно некорректной в сравнении с рис. 1a.

Относительно утверждения в “Комментарии”, что рассмотренный в [1] случай $\Omega \simeq \omega_g$ представляет лишь академический интерес, отметим, что, во-первых, работы с таким режимом модуляции постоянно ведутся в различных лабораториях (см., например, [11–14]). Во-вторых, для оценки корректности той или иной теории выбор режима модуляции совершенно не имеет значения. И если физически неадекватные модели приводят, как показано нами выше, к некорректным результатам в случае $\Omega \simeq \omega_g$, то, разумеется, нет никаких оснований априори доверять (в практическом смысле) результатам таких теорий в других режимах (например, $\Omega \simeq \omega_g/2$).

Таким образом, наличие в "Комментарии" существенно значимой новой информации неоднозначно. Однако в рамках дискуссии, инициированной автором [2], нами был рассмотрен принципиальный и важный для развития теории КПН вопрос о сравнительном анализе математических моделей с различным определением оператора релаксации в основном состоянии, что раньше не обсуждалось в научной литературе. Так, на примере нескольких релаксационных моделей явно показано, что выбор физически неадекватных математических формулировок приводит, в общем случае, к существенно некорректному описанию светового сдвига и формы линии КПН-резонанса. Эти результаты могут быть интересны для специалистов в области КПН-спектроскопии и ее приложений к атомным часам и магнитометрам.

Финансирование работы. В. И. Юдин был поддержан Министерством науки и высшего образования Российской Федерации (# FSUS-2025-0011). А. В. Тайченачев был поддержан Министерством науки и высшего образования Российской Федерации (# FWGU-2026-0004).

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. В. И. Юдин, М. Ю. Басалаев, А. В. Тайченачев, О. Н. Прудников, М. Д. Радченко, В. Г. Пальчиков, "Световые сдвиги резонансов когерентного пленения населенностей в периодически-модулированном лазерном излучении", Письма в ЖЭТФ **122**, 139 (2025) [V. I. Yudin, M. Yu. Basalaev, A. V. Taichenachev, O. N. Prudnikov, M. D. Radchenko, and V. G. Pal'chikov, "Light Shifts of Coherent Population Trapping Resonances in a Periodically Modulated Laser Field", JETP Lett. **122**, 144 (2025)].
2. Е. А. Цыганков, "Комментарий к работе "Световые сдвиги резонансов когерентного пленения населенностей в периодически-модулированном лазерном излучении"", Письма в ЖЭТФ **123**, 506 (2026) [E. A. Tsygankov, "Commentary on the paper "Light Shifts of Coherent Population Trapping Resonances in a Periodically Modulated Laser Field", Pis'ma v ZhETF **123**, (2026)].
3. S. Knappe, M. Stähler, C. Affolderbach, A. V. Taichenachev, V. I. Yudin, and R. Wynands, "Simple parameterization of dark-resonance line shape", Appl. Phys. B **76**, 57 (2003).
4. A. V. Taichenachev, V. I. Yudin, R. Wynands, M. Stahler, J. Kitching, and L. Hollberg, "Theory of dark resonances for alkali-metal vapors in a buffer-gas cell", Phys. Rev. A **67**, 033810 (2003).
5. V. I. Yudin, M. Yu. Basalaev, A. V. Taichenachev, and O. N. Prudnikov, "Efficient bichromatic model for describing coherent population trapping resonances in a periodically modulated laser field", Phys. Rev. Appl. **24**, 044014 (2025).
6. D. S. Chuchelov, V. V. Vassiliev, M. I. Vaskovskaya, V. L. Velichansky, E. A. Tsygankov, S. A. Zibrov, S. V. Petropavlovsky, and V. P. Yakovlev, "Modulation spectroscopy of coherent population trapping resonance and light shifts", Phys. Scr. **93**, 114002 (2018).
7. D. S. Chuchelov, E. A. Tsygankov, S. A. Zibrov, M. I. Vaskovskaya, V. V. Vassiliev, A. S. Zibrov, V. I. Yudin, A. V. Taichenachev, and V. L. Velichansky, "Central Ramsey fringe identification by means of an auxiliary optical field", J. Appl. Phys. **126**, 054503 (2019).
8. D. S. Chuchelov, E. A. Tsygankov, M. I. Vaskovskaya, S. A. Zibrov, V. L. Velichansky, S. V. Petropavlovsky, and V. P. Yakovlev, "Study of factors affecting the light shift of the CPT resonance", J. Phys.: Conf. Ser. **1686**, 012029 (2020).
9. E. A. Tsygankov, D. S. Chuchelov, M. I. Vaskovskaya, V. V. Vassiliev, S. A. Zibrov, and V. L. Velichansky, "Nonlinear frequency shift caused by asymmetry of the multipeak coherent population trapping resonance", Phys. Rev. A **109**, 053703 (2024).
10. E. A. Tsygankov, D. S. Chuchelov, M. I. Vaskovskaya, V. V. Vassiliev, S. A. Zibrov, and V. L. Velichansky, "Frequency locking: A distinctive feature of the coherent population trapping", J. Appl. Phys. **137**, 104502 (2025).
11. K. Deng, T. Guo, J. Su, D. Guo, X. Liu, L. Liu, X. Chen, and Zh. Wang, "Full hyperfine frequency modulation in the implementation of coherent population trapping atomic clocks", Phys. Lett. A **373**, 1130 (2009).
12. W. Zhong, "Review of chip-scale atomic clocks based on coherent population trapping", Chin. Phys. B **23**, 030601 (2014).
13. S. M. Ignatovich, I. S. Mesenzova, M. N. Skvortsov, N. L. Kvashnin, and V. I. Vishnyakov, "Light shifts in the rubidium CPT atomic clock with laser current modulation at 3.4 and 6.8 GHz", J. Phys.: Conf. Ser. **2067**, 012006 (2021).
14. S. M. Ignatovich, M. N. Skvortsov, I. S. Mesenzova, L. N. Kvashnin, V. I. Vishnyakov, D. V. Brazhnikov, and S. N. Bagayev, "Comparison of field shifts in an atomic clock based on the effect of coherent population trapping in ^{87}Rb atoms under modulation of laser pump current at frequencies of 3.4 and 6.8 GHz", Quantum Electron. **52**, 386 (2022).