Письма в ЖЭТФ, том 123, вып. 10, с. 669 – 676 © 2026 г. 25 мая

Магнитный момент K-мезонов в $SU(3)$ решеточной калибровочной теории

Е. В. Лущевская[+*1)], *О. В. Теряев*[*×], *Е. А. Доренская*[+], *С. Ю. Алимагомедова*[+], *З. В. Хайдуков*[+*]

[+]*Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", 123182 Москва, Россия*

[*]*Московский физико-технический институт, 141700 Долгопрудный, Россия*

[×]*Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия*

Поступила в редакцию 20 августа 2025 г.
После переработки 23 марта 2026 г.
Принята к публикации 1 апреля 2026 г.

Вычислены энергии и исследованы физические свойства нейтральных векторных K^{*0}-мезонов во внешнем сильном абелевом магнитном поле. Изучена зависимость магнитного момента нейтральных векторных K^{*}-мезонов от отношения масс странного и легкого кварков m_s/m_d. Получена экстраполяция g-фактора к физической массе пиона при отношении $m_s/m_d = 20$. Вычислена магнитная дипольная поляризуемость K^{*0}-мезона для случая $s_z = -1$.

DOI: 10.7868/S3034576626050105

Квантовая хромодинамика (КХД) в магнитных полях адронного масштаба представляет собой огромную область исследований в физике элементарных частиц. Магнитные поля масштаба КХД могут возникать, например, в нецентральных столкновениях тяжелых ионов в земных экспериментах, таких как большой адронный коллайдер (БАК), релятивистский коллайдер тяжелых ионов (RHIC) и сверхпроводящий коллайдер протонов и тяжелых ионов (NICA). Нижняя граница для магнитного поля приблизительно равна $eB \sim 15 \times m_\pi^2$ на БАК и $eB \sim m_\pi^2$ на RHIC [1]. Цели этих экспериментов – исследование свойств кварк-адронной материи при чрезвычайно высоких температурах, плотностях или полях. Многие интересные эффекты уже были исследованы во внешнем сильном магнитном поле. Среди них – киральный магнитный эффект [2, 3], обратный магнитный катализ [4], изменение свойств термодинамики КХД [5–8] и другие интересные явления. Магнитное поле масштабов КХД изменяет свойства барионов и мезонов; эти изменения можно исследовать путем измерения магнитного момента и магнитной поляризуемости. Существуют различные теоретические методы, изучающие энергию мезонов и барионов в магнитном поле при столь значительных энергиях [9–25].

Мы исследуем энергетическое поведение нейтральных векторных K^{*}-мезонов, оцениваем их магнитные моменты и дипольные магнитные поляризуемости. Магнитные поляризуемости адронов ранее исследовались в рамках решеточной КХД [17, 18, 26], вычислялись аналитически [27–29] и в экспериментах [30–32]. Любопытно, что K^{*0}-мезон обладает ненулевым магнитным моментом, но вопрос о его знаке остается нерешенным [23, 33–36]. Некоторые решеточные вычисления предсказывают $\mu(K^{*0}) \simeq -0.07(1)\,\mu_N$ [23] при $m_\pi \simeq 510$ МэВ и $-0.068(18)\,\mu_N$ [33] при $m_\pi \simeq 300$ МэВ, где μ_N – ядерный магнетон. Из правила сумм КХД в калибровке светового конуса было получено значение $\mu = 0.28(4)\,\mu_N$ [36]. В то время как $\mu = -0.183\,\mu_N$ было получено в рамках подхода релятивистского струнного Гамильтониана [34]. Вычисление магнитного момента K^{*0}-мезона также является одной из целей данной работы.

Технические детали моделирования. Для генерации статистически независимых ансамблей конфигураций калибровочного поля $SU(3)$ мы используем улучшенное действие Люшера–Вайса [37]

$$S = \beta_{\text{imp}} \sum_{\text{plaq}} S_{\text{plaq}} - \frac{\beta_{\text{imp}}}{20 u_0^2} \sum_{\text{rt}} S_{\text{rt}}, \qquad (1)$$

где S_{plaq} и S_{rt} – члены, соответствующие действию плакета и прямоугольной петли, u_0, β_{imp} – некоторые параметры [38]. Мы рассматриваем 150–200 конфигураций калибровочного поля для решетки объемом $N_s^3 \times N_t = 18^4$ и шагом решетки $a = 0.105$ фм, 0.115 фм.

[1)]e-mail: luschevskaya@itep.ru; lushchevskaia.ev@mipt.ru

Корреляционные функции K^{*0}-мезонов строятся из пропагаторов кварков, которые можно аппроксимировать на решетке следующим рядом:

$$D^{-1}(x,y) = \sum_{k<M} \frac{\psi_k(x)\psi_k^\dagger(y)}{i\lambda_k + m_q}, \tag{2}$$

где $\psi_k(x)$ – k-ая собственная мода с соответствующим собственным значением λ_k, M – число низших собственных функций, m_q – масса голого кварка. Для вычисления $\psi_k(x)$ и λ_k мы численно решаем уравнение Дирака:

$$D\psi_k = i\lambda_k\psi_k, \tag{3}$$

где $D = \gamma^\mu(\partial_\mu - iA_\mu) - m_q$ – евклидов оператор Дирака, который на решетке заменяется оверлэп оператором Нойбергера [39], сохраняющим киральную инвариантность на решетке при нулевой массе кварка. Полное калибровочное поле A_μ представляет собой сумму калибровочного поля $SU(3)$ глюонов A_μ^{gl} и внешнего поля $U(1)$ A_μ^B:

$$A_{\mu ij}(x) = A_{\mu ij}^{gl} + A_\mu^B\delta_{ij}, \tag{4}$$

где $\mu = 0,1,2,3$ – лоренцевы индексы, $i,j = 1,2,3$ – индексы цвета.

Внешнее магнитное поле B направлено вдоль оси z.

$$A_\mu^B(x) = \frac{B}{2}(x_1\delta_{\mu,2} - x_2\delta_{\mu,1}). \tag{5}$$

На решетке оно квантуется согласно [40–43]:

$$qB = \frac{2\pi k}{(aN_s)^2}, \quad k \in \mathbb{Z}, \tag{6}$$

что следует из периодических пространственных граничных условий для фермионных полей на решетке, N_s – число узлов решетки в пространственном направлении, $q = -1/3\,e$ – заряд кварка. Магнитное поле (6) учитывается только в операторе Дирака, поскольку абелевы поля взаимодействуют только с кварками, и мы не рассматриваем динамические кварковые петли в $SU(3)$ глюодинамике.

Для обращения указанного оператора мы используем гауссовый источник (с радиусом $r = 1.0$ в решеточных единицах как в пространственном, так и во временном направлениях) и точечный сток. Положение кварка размыто по гауссову профилю, что приводит к нулевому импульсу кваркового источника.

Корреляционные функции мезонов. Корреляционные функции мезонов K^{*0} и $\bar{K}^{*0}$ имеют следующий вид:

$$\langle \bar\psi_{d,s}(x)\gamma_i\psi_{s,d}(x)\bar\psi_{s,d}(y)\gamma_j\psi_{d,s}(y)\rangle_A, \tag{7}$$

где $i,j = 1,2,3$ – пространственные индексы, d,s – ароматы кварков, а $\psi^\dagger = \bar\psi$ в евклидовом пространстве. Решеточные координаты $x = (\mathbf{n}a, n_t a)$ и $y = (\mathbf{n}'a, n_t' a)$ определяют положения кварков в объеме решетки, где $\mathbf{n}, \mathbf{n}' \in \Lambda_3 = \{(n_1,n_2,n_3)|n_i = 0,1,...,N_s-1\}$, $n_t, n_t' = 0,1,...,N_t-1$. Мы оцениваем корреляционную функцию (7) благодаря соотношению:

$$\begin{aligned}&\langle \bar\psi_{d,s}(x)\gamma_i\psi_{s,d}(x)\bar\psi_{s,d}(y)\gamma_j\psi_{d,s}(y)\rangle_A = \\ &= -\mathrm{Tr}[\gamma_i D_{s,d}^{-1}(x,y)\gamma_j D_{d,s}^{-1}(y,x)],\end{aligned} \tag{8}$$

где пропагаторы D_d^{-1} и D_s^{-1} вычисляются на решетке с использованием соотношения (2). После этого выполняется пространственное преобразование Фурье правой части соотношения. При помощи (8) задается переход из координатного пространства в пространство импульсов. Нулевой пространственный импульс соответствует энергии основного состояния мезонов.

Мы используем ковариантную матрицу плотности для определения корреляционных функций векторных состояний мезонов, соответствующих различным проекциям спина на направление магнитного поля. Для поляризации чистых состояний ковариантная матрица плотности имеет вид

$$\rho_{\mu\nu} = e_\mu e_\nu^*, \tag{9}$$

где e_μ и e_ν – четырехмерные векторы поляризации, $\mu,\nu = 0,..,3$. В нашем случае матрица спиновой плотности выражается через поперечные ($e_x = (0,1,0,0), e_y = (0,0,1,0)$) и продольные ($e_z = (0,0,0,1)$) векторы поляризации. Для произвольной поляризации элементы матрицы плотности $\rho_{0i} = \rho_{i0} = \rho_{00} = 0$ и $\rho_{ij} \sim \langle O_i(t)\bar{O}_j(0)\rangle_A$ обусловлены соотношением $\langle M|j_\mu|0\rangle = f_M e_\mu$ для мезонного состояния $|M\rangle$, где $i,j = 1,2,3$ и j_μ – ковариантный кварковый ток, пространственные компоненты которого обозначены как O_i и O_j.

$$\omega_{s_z} = \rho_{\mu\nu}u_{s_z}^{*\mu}u_{s_z}^\nu. \tag{10}$$

Нас интересуют состояния векторной частицы со спиновыми проекциями s_z, равными 0 и ±1, которые соответствуют векторам поляризации.

$$u_{s_z=0}^\mu = \left(\frac{|\mathbf{p}|}{m}, 0, 0, i\frac{E}{m}\right), \tag{11}$$

$$u_{s_z=\pm1}^\mu = \mp\frac{i}{\sqrt{2}}\,(0,1,\pm i,0), \tag{12}$$

где мы рассматриваем мезон K^{*0} в состоянии покоя, так что $|\mathbf{p}| = 0$. Следовательно, вычисляя свертки по формуле (10) с векторами (11) и (12), мы получаем корреляционные функции, соответствующие спиновым компонентам $s_z = 0$ и $s_z = \pm1$.

Таким образом, энергия мезонного состояния с проекцией спина $s_z = 0$ получается из коррелятора.

$$C_{s_z=0} = \langle O_3(t)\bar{O}_3(0)\rangle_A, \tag{13}$$

где $O_3 = \psi_s^\dagger(x)\gamma_3\psi_d(x)$ и $O_3 = \psi_d^\dagger(x)\gamma_3\psi_s(x)$ являются интерполяционными операторами мезонов K^{*0} и $\bar{K}^{*0}$ соответственно. Состояния мезонов со спиновыми проекциями $s_z = -1$ и $s_z = +1$ получаются из корреляционных функций.

$$C_{s_z=\pm1} = \langle O_1(t)\bar{O}_1(0)\rangle_A + \langle O_2(t)\bar{O}_2(0)\rangle_A \pm \\ \pm i\langle O_1(t)\bar{O}_2(0)\rangle_A \mp i\langle O_2(t)\bar{O}_1(0)\rangle_A, \tag{14}$$

где $O_1 = \psi_{d,s}^\dagger(x)\gamma_1\psi_{s,d}(x)$, $O_2 = \psi_{d,s}^\dagger(x)\gamma_2\psi_{s,d}(x)$.

Корреляционную функцию можно разложить в ряд по собственным состояниям гамильтониана $\widehat{H}$.

$$\langle O_i(t)\bar{O}_j(0)\rangle_T = \\ = \frac{1}{Z}\sum_{m,n} e^{-(T-t)E_m}\langle m|\widehat{O}_i|n\rangle e^{-tE_n}\langle n|\widehat{O}_j^\dagger|m\rangle, \tag{15}$$

где $i,j = 1,2,3$, E_m и E_n – собственные значения энергии матрицы $\widehat{H}$, а функция распределения имеет вид:

$$Z = \sum_n \langle n|e^{-T\widehat{H}}|n\rangle = \sum_n e^{-TE_n}. \tag{16}$$

В термодинамическом пределе выражение (15) принимает вид:

$$\langle O_i(t)\bar{O}_j(0)\rangle_{T\to\infty} = \sum_n \langle 0|\widehat{O}_i|n\rangle\langle n|\widehat{O}_j^\dagger|0\rangle e^{-tE_n}. \tag{17}$$

Основной вклад в (17) вносит энергия основного состояния при больших $n_t = t/a$. Поэтому, учитывая периодические граничные условия в ведущем порядке, получаем соотношение

$$\tilde{C}(n_t) = 2A_0 e^{-N_T a E_0/2}\cosh\left(\left(\frac{N_T}{2} - n_t\right)aE_0\right), \tag{18}$$

где A_0 – некоторая константа, E_0 – энергия основного состояния [44]. Энергии основных состояний были получены из χ^2-фитов асимптотической параметризации (18) с параметрами фиттирования E_0 и A_0. Фиттирование проводилось при $n_t = 7 \div 11$, где мы получили наилучшую аппроксимацию с $\chi^2/d.o.f \sim 1$. Соответствующие корреляционные функции вместе с их фитами формулы (18) изображены на рис. 1 для различных проекций спина на направление магнитного поля.

Спектр оператора Дирака был рассчитан при различных массах нижнего и странного кварков (m_d и m_s соответственно). Значительная часть расчетов

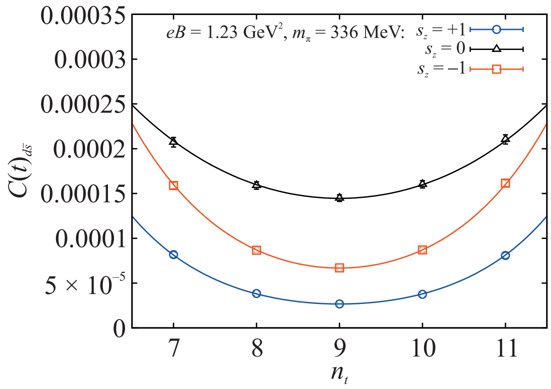

Рис. 1. (Цветной онлайн) Корреляционные функции K^{*0}-мезона для проекций спина $s_z = 0$ и $s_z = \pm1$ при значении магнитного поля $eB = 1.23$ ГэВ^2 для решетки объемом 18^4, с шагом решетки $a = 0.105$ фм и наименьшей массой пиона m_π

была выполнена при $m_s/m_d = 20$, что очень близко к физическому отношению масс кварков, которое составляет около 19.9. В таблице 1 приведены массы пиона и каона m_{π^0} и $m_{K^{*0}}$ при нулевом магнитном поле, соответствующие различным значениям отношения m_s/m_d. В таблице 1 также представлены статистические ошибки в расчетах масс. Расчеты в основном проводились для шага решетки $a = 0.105$ фм, для сравнения также приведен набор данных при $a = 0.115$ фм и $m_s/m_d = 20$.

Таблица 1. Массы нейтрального псевдоскалярного пиона π^0 и векторного каона K^{*0} в зависимости от отношения m_s/m_d, используемого в наших решеточных симуляциях

a (fm)	$m_d a$	m_s/m_d	m_{π^0} (MeV)	$m_{K^{*0}}$ (GeV)
0.105	0.007	1	363 ± 14	1.028 ± 0.075
0.105	0.007	5.7	363 ± 14	1.123 ± 0.008
0.105	0.007	8.6	363 ± 14	1.196 ± 0.012
0.105	0.007	11.4	363 ± 14	1.279 ± 0.006
0.105	0.007	14.3	363 ± 14	1.357 ± 0.007
0.105	0.055	20	336 ± 17	1.394 ± 0.009
0.105	0.006	20	349 ± 14	1.432 ± 0.008
0.105	0.007	20	363 ± 14	1.516 ± 0.012
0.105	0.008	20	392 ± 9	1.597 ± 0.008
0.105	0.010	20	425 ± 12	1.758 ± 0.010
0.105	0.007	30	363 ± 14	1.796 ± 0.011
0.115	0.007	20	386 ± 9	1.610 ± 0.013

Магнитный момент K^{*0}-мезона в зависимости от отношения m_s/m_d. Влияние напряженности магнитного поля можно определить из энергии частицы, взаимодействующей с электромагнитным полем. Мы будем использовать эту возможность для получения фитов энергии в зависимости от масс мезонов и магнитного поля (см. (19) и (20)). Энергии состояний векторных мезонов с различными проекциями спина на направление поля ведут себя поразному. Мы требуем сохранения четности, поэтому для проекции спина $s_z = 0$ квадрат энергии должен включать только члены, являющиеся четными степенями магнитного поля.

$$E^2(s_z = 0) = m^2 - 4\pi m\beta_m(eB)^2 - \\ -4\pi m\beta_m^{h1}(eB)^4 - 4\pi m\beta_m^{h2}(eB)^6 - ... \quad (19)$$

Однако для проекций спина $s_z = -1$ и $s_z = +1$ как нечетные, так и четные степени магнитного поля, вносят вклад в квадрат энергии.

$$E^2(s_z = \pm 1) = m^2 \mp g(eB) - 4\pi m\beta_m(eB)^2 - \\ - 4\pi m\beta_m^{h1}(eB)^3 - 4\pi m\beta_m^{h2}(eB)^4 - .... \quad (20)$$

В формулах (19) и (20) m – масса мезона при нулевом магнитном поле, β_m – дипольная магнитная поляризуемость, β_m^{h1} и β_m^{h2} – магнитные гиперполяризуемости, g-фактор – магнитный момент, который измеряется в естественных магнетонах для частицы $e\hbar/2mc$.

Ряды (19) и (20) можно рассматривать как ряды теории возмущений для относительно малых магнитных полей, но при высоких магнитных полях они начинают расходиться, и определение магнитных характеристик становится затруднительным. Наша цель – определить правильный диапазон полей, необходимых для получения магнитного момента и дипольной магнитной поляризуемости, как это было сделано для векторных ρ-мезонов в нашей предыдущей работе [16]. Чем шире рассматриваемый диапазон полей, тем больше полевых членов в формулах (19) и (20) вносят существенный вклад в энергию, и ими нельзя пренебрегать.

Мы фитировали решеточные данные методом наименьших квадратов, используя алгоритм Марквардта–Левенберга [45, 46] для минимизации взвешенной суммы квадратов остатков между точками данных и нашей фиттирующей функцией. Выбор подходящей функции для заданного диапазона полей основан на оптимальных значениях χ^2 и p-значениях уровня значимости (см. табл. 2 и 3), а также на минимизации ошибок аппроксимации. С нашей точки зрения, этих величин будет достаточно для описания точности нашего метода и аппроксимации.

На рисунке 2 показано энергетическое поведение различных проекций спина для нейтральных векторных мезонов K^{*0} и $\bar{K}^{*0}$ при соотношении масс кварков $m_s/m_d = 30$ и $m_s/m_d = 20$ соответственно, объеме решетки 18^4, шаге решетки 0.105 фм и массе пиона $m_\pi = 363$ МэВ. Точки представляют данные , полученные при решеточном моделировании, а линии соответствуют аппроксимации этих данных формулами (19) и (20). Для $s_z = 0$ мы аппроксимируем энергию формулой (19) при $eB \in [0 : 1.23]$ ГэВ^2, при этом мы ограничиваемся членами шестой степени поля $\simeq (eB)^6$. Параметры аппроксимации – масса мезона m, магнитная дипольная поляризуемость β_m, гиперполяризуемости β_m^{h1} и β_m^{h2}. По мере увеличения поля энергия этой спиновой компоненты плавно уменьшается.

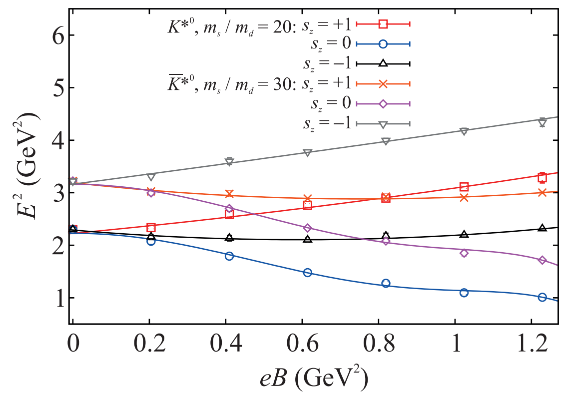

Рис. 2. (Цветной онлайн) Квадрат энергии векторного K^{*0}-мезона для различных проекций спина на направление магнитного поля при отношении масс $m_s/m_d = 20$ и квадрат энергии векторного $\bar{K}^{*0}$-мезона в случае $m_s/m_d = 30$. Данные получены для решетки объемом 18^4, с шагом решетки 0.105 фм и массой пиона $m_\pi = 363$ МэВ

Данные решеточного моделирования для ненулевых проекций спина $s_z = \pm 1$ аппроксимируются формулой (20) при $eB \in [0 : 1.23]$ ГэВ^2 с учетом членов до второго порядка по полю, так что масса m, g-фактор и магнитная дипольная поляризуемость β_m являются параметрами фита. Можно четко увидеть изменение энергии состояний мезона K^{*0} с проекциями спина $s_z = +1$ (или $\bar{K}^{*0}$ с $s_z = -1$), в то время как энергия состояния K^{*0} со спином $s_z = -1$ очень плавно уменьшается при низких полях и стремится к постоянной величине с учетом погрешностей на границе нашего диапазона полей. Касаемо различия в поведении проекций спина ± 1 на рис. 2: на первый взгляд, этот результат кажется несколько неожиданным. Но мы можем понять его с теоретической точки зрения. Рассмотрим случай двух невзаимодействующих кварков $(d, \bar{s})$ в магнитном поле. Их полная энергия зависит от проекций спинов:

$$E_{n_1 n_2} = \sqrt{2|e_d|B(n_1 + 1/2 + s_z/2) + m_d^2} + \\ + \sqrt{2|e_s|B(n_2 + 1/2 - s_z/2) + m_s^2}, \quad (21)$$

Таблица 2. Магнитный момент как в естественных (g-фактор), так и в ядерных магнетонах (μ_N), а также дипольная магнитная поляризуемость для $s_z = -1$ векторного K^{*0}-мезона в зависимости от отношения масс m_s/m_d при фиксированной массе легкого кварка $m_d a = 0.007$, соответствующей $m_\pi = 363$ МэВ, диапазон полей, использованный для фиттирования, показан в последнем столбце. Решеточные данные получены на решетке объемом 18^4 и шагом $a = 0.105$ фм. Данные при $m_s/m_d = 20$ соответствуют физическому отношению масс кварков

m_s/m_d	g-factor	μ_N	β_m (GeV^{-3})	$\frac{\chi^2}{n.d.f.}$	n.d.f.	p-value	eB (GeV^2)
1	–	–	-0.026 ± 0.007	2.40	3	0.066	[0 : 0.82]
5.7	–	–	-0.018 ± 0.001	0.949	5	0.448	[0 : 1.23]
5.7	-0.048 ± 0.083	-0.040 ± 0.069	-0.021 ± 0.005	1.093	4	0.358	[0 : 1.23]
8.6	-0.128 ± 0.095	-0.100 ± 0.075	-0.022 ± 0.005	1.260	4	0.283	[0 : 1.23]
11.4	-0.316 ± 0.087	-0.232 ± 0.064	-0.026 ± 0.004	1.507	4	0.197	[0 : 1.23]
14.3	-0.395 ± 0.094	-0.273 ± 0.065	-0.026 ± 0.004	1.443	4	0.217	[0 : 1.23]
20	-0.616 ± 0.066	-0.381 ± 0.041	-0.027 ± 0.003	0.280	4	0.891	[0 : 1.23]
30	-0.819 ± 0.107	-0.428 ± 0.056	-0.024 ± 0.003	0.775	4	0.542	[0 : 1.23]

Таблица 3. Магнитный момент и дипольная магнитная поляризуемость для $s_z = -1$ векторного K^{*0}-мезона в зависимости от массы пиона при значении отношения масс кварков $m_s/m_d = 20$; диапазон полей, использованный для фиттирования, показан в последнем столбце. Данные получены на решетке объемом 18^4 и шагами решетки $a = 0.105$, 0.115 фм

a (fm)	$m_{\pi 0}$ (MeV)	g-factor	μ_N	β_m (GeV^{-3})	$\frac{\chi^2}{n.d.f.}$	n.d.f.	p-value	eB (GeV^2)
0.105	336 ± 17	-0.526 ± 0.067	-0.354 ± 0.045	-0.029 ± 0.003	0.710	4	0.585	[0 : 1.23]
0.105	349 ± 14	-0.551 ± 0.041	-0.361 ± 0.027	-0.027 ± 0.002	0.357	4	0.840	[0 : 1.23]
0.105	363 ± 14	-0.616 ± 0.066	-0.381 ± 0.041	-0.027 ± 0.003	0.280	4	0.891	[0 : 1.23]
0.105	392 ± 9	-0.675 ± 0.046	-0.397 ± 0.027	-0.026 ± 0.002	0.477	4	0.753	[0 : 1.23]
0.105	425 ± 12	-0.815 ± 0.049	-0.435 ± 0.026	-0.026 ± 0.002	0.185	3	0.907	[0 : 1.03]
0.115	386 ± 9	-0.534 ± 0.056	-0.314 ± 0.033	-0.021 ± 0.003	0.162	4	0.958	[0 : 1.05]

$m_{d,s}$ – массы нижнего и странного кварков, $e_{s,d}$ – их заряды. Легко видеть, что состояния со спином, равным плюсу и минус единице, имеют разные энергии, и эти энергии изменяются по-разному в зависимости от магнитного поля. Этот вывод также справедлив в случае очень сильных магнитных полей, когда неабелево поле может рассматриваться как малая поправка. И из наших расчетов можно заключить, что этот результат остается справедливым в случае средних и малых магнитных полей.

Наши расчеты показывают, как магнитный момент K^{*0}-мезона и магнитная дипольная поляризуемость β_m изменяются в зависимости от значения m_s/m_d при фиксированной массе кварка $m_d a = 0.007$. На рисунке 3 показан квадрат энергии K^{*0}-мезона для проекции спина $s_z = -1$ при шаге решетки $a = 0.105$ фм и объеме решетки 18^4, массе пиона $m_\pi = 363$ МэВ для различных значений отношения m_s/m_d. Решеточные данные представлены точками. Теоретические кривые, использованные для аппроксимации решеточных данных, изображены линиями. Мы определяем g-фактор K^{*0}-мезона из состояния $s_z = -1$, поскольку для него относительная погрешность ниже, чем полученная из состояния $s_z = +1$.

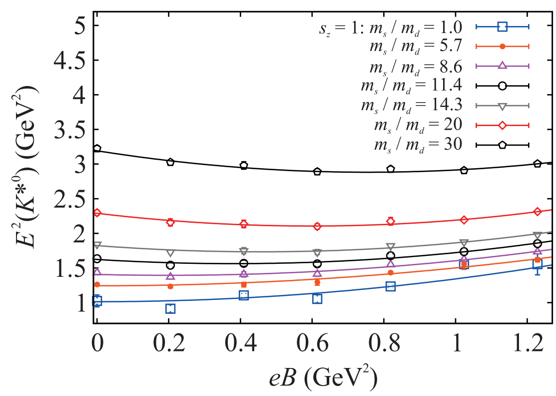

Рис. 3. (Цветной онлайн) Квадрат энергии векторного K^{*0}-мезона для проекции спина $s_z = -1$ в зависимости от значения магнитного поля для различных масс странного кварка без учета магнитного поля и тех же данных решеточного моделирования, что и на рис. 2

Мы убеждены, что значения g-фактора, найденные из спиновых компонент $s_z = -1$ и $s_z = +1$, совпадают в пределах погрешностей.

Мы наблюдаем, что знак магнитного момента отрицательный и его величина уменьшается с ростом массы странного кварка. Полученные данные показывают, что при $m_s/m_d \leq 5.7$ g-фактор равен нулю в пределах погрешностей, поскольку мы получаем наилучшее соответствие, используя формулу

$$E^2 = m^2 - 4\pi m\beta_m(eB)^2, \tag{22}$$

где масса мезона m при нулевом поле и поляризуемость магнитного диполя β_m являются параметрами подгонки, которые собраны в табл. 2. Член $\sim (eB)^3$ не рассматривается, поскольку его вклад незначителен в пределах погрешностей для этого диапазона полей и ухудшает фиттирование.

Выбор наилучшей аппроксимации зависит от массы странного кварка, но для $m_s/m_d \geqslant 8.6$ в приближение следует включить линейный член, поскольку магнитный момент вносит вклад в энергию. В то же время при более низких полях $eB \lesssim 0.41...0.82$ ГэВ^2 лучшая аппроксимация получается при использовании линейного закона

$$E^2 = m^2 - g(eB). \tag{23}$$

Добавление члена $\sim (eB)^2$ необходимо, если мы увеличиваем диапазон полей для фиттирования, в этом случае мы используем формулу:

$$E^2 = m^2 - g(eB) - 4\pi m\beta_m(eB)^2. \tag{24}$$

Впоследствии мы получаем значение g-фактора, сопоставимое со значением, полученным при низких полях с использованием двухпараметрической аппроксимации (23). Это говорит о том, что члены с более высокими степенями поля начинают оказывать большее влияние на энергию мезона при больших полях. Таким образом, для масс $m_s/m_d \geqslant 8.6$ для достижения наивысшего уровня значимости и $\chi^2/n.d.f. \sim 1$ решеточные данные были аппроксимированы формулой (24), масса m, значение g-фактора и поляризуемость магнитного диполя β_m были найдены как параметры фиттирования, они показаны в табл. 2. Для удобства сравнения наших данных с предыдущими результатами g-фактор был переведен в магнитный момент, измеряемый в ядерных магнетонах μ_N, который также представлен в табл. 2. Преобразование значения магнитного момента от естественных магнетонов к ядерным магнетонам осуществляется путем умножения на множитель $M_p/M_{K^{*0}}$, где $M_p = 938.272$ МэВ – масса протона, $M_{K^{*0}}$ – энергия нейтрального каона, рассчитанная в рамках решеточного моделирования при нулевом магнитном поле. Неопределенность в μ_N была оценена с учетом ошибок в $M_{K^{*0}}$.

Значения $\chi^2/n.d.f$- и p-значения уровня значимости, которые можно использовать для оценки качества приближений, представлены в пятом и седьмом столбцах соответственно. Все представленные приближения достаточно хорошо описывают решеточные данные и позволяют определить магнитный момент с наилучшей точностью. Добавление дополнительных членов к формуле (24) увеличивает ошибки фиттирования для $eB \in [0, 1.23$ ГэВ$^2]$, поэтому мы не представили эти результаты в табл. 2.

Полученное нами значение g-фактора для K^{*0}-мезона качественно совпадает по знаку с результатом, полученным в рамках релятивистского гамильтонианова подхода, $g(K^{*0}) = -0.183$ [34] и другими решеточными результатами [23, 33].

Киральная экстраполяция магнитного момента. Учитывая сильную зависимость магнитного момента от массы странного кварка, мы считаем важным исследовать, как магнитный момент изменяется с массой легкого кварка m_d, сохраняя при этом фиксированным отношение масс кварков $m_s/m_d = 20$. Для расчетов энергии K^{*0}-мезона мы использовали несколько значений массы кварков $m_d a = 0.0055, 0.006, 0.007, 0.008, 0.01$ для шага решетки $a = 0.105$ фм и $m_d a = 0.01$ для $a = 0.115$ фм. Соответствующие результаты показаны на рис. 4 для спиновой компоненты $s_z = -1$. Фиттирование решеточных данных проводилось по формуле (24), полученные g-фактор и дипольная магнитная поляризуемость β_m с параметрами фиттирования и диапазонами полей собраны в табл. 3.

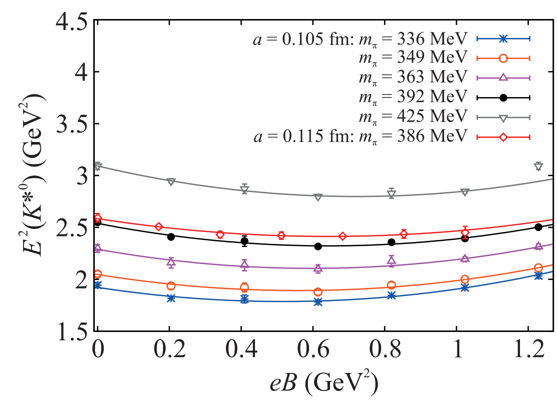

Рис. 4. (Цветной онлайн) Квадрат энергии K^{*0}-мезона для проекции спина $s_z = -1$ в зависимости от магнитного поля для различных масс пионов и фиксированного отношения $m_s/m_d = 20$ на решетке объемом 18^4 и двух значений шага решетки $a = 0.105$ фм и 0.115 фм

Масса кварка перенормирована на решетке, но $m_d^{\text{ren}} \sim m_{\pi^0}^2$, поэтому, чтобы избежать вычисления этих поправок, на рис. 5 и в табл. 3 вместо массы голого кварка показана масса нейтрального пиона.

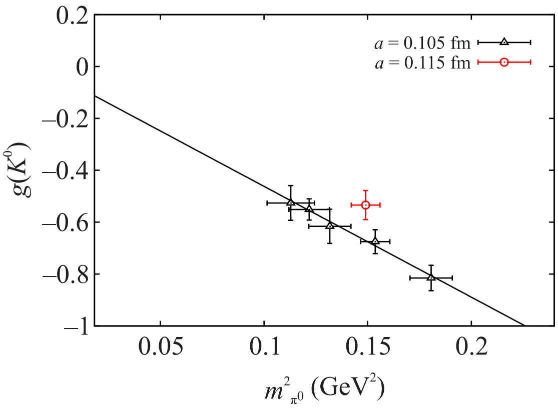

Рис. 5. (Цветной онлайн) Зависимость g-фактора K^{*0}-мезона от квадрата массы пиона для решетки объемом 18^4 с шагом решетки $a = 0.105$, 0.115 фм и отношения масс $m_s/m_d = 20$

Мы проводим линейную экстраполяцию g-фактора к физической массе пиона и показываем результат на рис. 5. Мы получаем отрицательное значение $g = -0.11 \pm 0.03$, что является предварительным результатом. На этот результат могли повлиять объем решетки и ее шаг, но мы также наблюдаем, что решетка с большим шагом $a = 0.115$ фм дает большее значение магнитного момента, поэтому мы ожидаем, что магнитный момент будет уменьшаться с уменьшением шага решетки. Мы оставляем эту проблему для будущих исследований.

Выводы. Исследована зависимость энергии векторных мезонов K^{*0} (с $J = 1$) от значения магнитного поля для проекций спина $s_z = -1, 0, +1$ на направление поля. Мы вычислили g-фактор K^{*0}- и $\bar{K}^{*0}$-мезонов. Магнитный момент K^{*0}-мезона, т.е. значение g-фактора в естественных магнетонах, имеет существенно отрицательное значение, в то время как магнитный момент $\bar{K}^{*0}$ имеет противоположный знак. Это качественно согласуется с предыдущими теоретическими результатами [23, 33, 34] и противоречит другим работам [36], что подчеркивает важность данного исследования для уточнения теоретических результатов.

Абсолютное значение магнитного момента увеличивается с ростом массы странного кварка и уменьшается с уменьшением массы легкого кварка при фиксированном соотношении m_s/m_d. Экстраполяция к физической массе пиона при $m_s/m_d = 20$ для шага решетки $a = 0.105$ фм и объема решетки 18^4 дает значение $g(K^{*0}) = -0.11 \pm 0.03$. Наши результаты дают нам возможность для дальнейших исследований в области чрезвычайно сильных магнитных полей, например, для решения загадки мезонной конденсации и для дальнейших исследований фазовой диаграммы КХД в присутствии магнитного поля.

Авторы выражают благодарность суперкомпьютерному центру FAIR-ITEP, где были выполнены эти численные расчеты.

Финансирование работы. Работа выполнена в рамках государственного задания Национального исследовательского центра "Курчатовский институт". Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликтов интересов.

1. V. V. Skokov, A. Yu. Illarionov, and V. D. Toneev, "Estimate of the magnetic field strength in heavy-ion collisions", Int. J. Mod. Phys. A **24**, 5925 (2009).
2. D. E. Kharzeev, "Parity violation in hot QCD: Why it can happen, and how to look for it", Phys. Lett. B **633**, 260 (2006).
3. D. E. Kharzeev, L. D. McLerran, and H. J. Warringa, "The effects of topological charge change in heavy ion collisions: "Event by event P and CP violation", Nucl. Phys. A **803**, 227 (2008).
4. F. Bruckmann, G. Endrödi, and T. Kovacs, "Inverse magnetic catalysis and the Polyakov loop", JHEP **04**, 112 (2013).
5. G. S. Bali, F. Bruckmann, G. Endrödi, Z. Fodor, S. D. Katz, S. Krieg, A. Schäfer, and K. K. Szabó, "The QCD phase diagram for external magnetic fields", JHEP **02**, 044 (2012).
6. G. Endödi, "Critical point in the QCD phase diagram for extremely strong background magnetic fields", JHEP **07**, 173 (2015).
7. E. M. Ilgenfritz, M. Muller-Preussker, B. Petersson, and A. Schreiber, "Magnetic catalysis (and inverse catalysis) at finite temperature in two-color lattice QCD", Phys. Rev. D **89**, 054512 (2014).
8. V. G. Bornyakov, P. V. Buividovich, N. Cundy, O. A. Kochetkov, and A. Schäfer, "Deconfinement transition in two-flavour lattice QCD with dynamical overlap fermions in an external magnetic field", Phys. Rev. D **90**, 034501 (2014).
9. V. D. Orlovsky and Yu. A. Simonov, "Nambu-Goldstone mesons in strong magnetic field", JHEP **1309**, 136 (2013).
10. E. V. Luschevskaya, O. E. Solovjeva, O. E. Kochetkov, and O. V. Teryaev, "Magnetic polarizabilities of light mesons in SU(3) lattice gauge theory", Nucl. Phys. B **898**, 627 (2015).
11. G. Bali, B. B. Brandt, G. Endrödi, and B. Glaessle, "The 33rd International Symposium on Lattice Field Theory", PoS LATTICE2015 **265** (2016).

12. G.,S. Bali, B. B. Brandt, G. Endrodi, and B. Glassle, “Meson masses in electromagnetic fields with Wilson fermions”, Phys. Rev. D **97**, 034505 (2018).
13. E. V. Luschevskaya and O. V. Larina, “The ρ and A mesons in strong abelian magnetic field in SU(2) lattice gauge theor”, Nucl. Phys. B **884**, 116 (2014).
14. H. Taya, “Hadron masses in strong magnetic fields”, Phys. Rev. D **92**, 014038 (2015).
15. M. A. Andreichikov, B. O. Kerbikov, E. V. Luschevskaya, Yu. A. Simonov, and O. E. Solovjeva, “The evolution of meson masses in a strong magnetic field”, JHEP **5**, 007 (2017).
16. E. V. Luschevskaya, O. E. Solovjeva, and O. V. Teryaev, “Determination of the properties of vector mesons in external magnetic field by quenched SU(3) lattice QCD”, JHEP **9**, 142 (2017).
17. F. X. Lee, L. Zhou, W. Wilcox, and J. Christensen, “Magnetic polarizability of hadrons from lattice QCD in the background field method”, Phys. Rev. D **73**, 034503 (2006).
18. E. Chang, W. Detmold, K. Orginos, A. Parreno, M. J. Savage, B. C. Tiburzi, and S. R. Beane, “Magnetic structure of light nuclei from lattice QCD”, Phys. Rev. D **92**, 114502 (2015).
19. S. Cho, K. Hattori, S. H. Lee, K. Morita, and S. Ozaki, “Charmonium spectroscopy in strong magnetic fields by QCD sum rules: s-wave ground states”, Phys. Rev. D **91**, 045025 (2015).
20. P. Gubler, K. Hattori, S. H. Lee, M. Oka, S. Ozaki, and K. Suzuki, “D mesons in a magnetic field”, Phys. Rev. D **93**, 054026 (2016).
21. E. V. Luschevskaya, O. E. Kochetkov, O. V. Teryaev, and O. E. Solovjeva, “$\pi^{\pm}$ and $\rho_0^{\pm}$ mesons in a strong magnetic field on the lattice”, JETP Lett. **101**(10), 674 (2015).
22. F. X. Lee, R. Kelly, L. Zhou, and W. Wilcox, “Baryon magnetic moments in the background field method”, Phys. Lett. B **627**, 71 (2005).
23. F. X. Lee, S. Moerschbacher, and W. Wilcox, “Magnetic moments of vector, axial, and tensor mesons in lattice QCD”, Phys. Rev. D **78**, 094502 (2008).
24. B. J. Owen, W. Kamleh, D. B. Leinweber, M. S. Mahbub, and B. J. Menadue, “Light Meson Form Factors at near Physical Masses”, Phys. Rev. D **91**, 074503 (2015).
25. A. Parreno, M. J. Savage, B. C. Tiburzi, J. Wilhelm, E. Chang, W. Detmold, and K. Orginos, “Octet baryon magnetic moments from lattice QCD: Approaching experiment from a three-flavor symmetric point”, Phys. Rev. D **95**, 114513 (2017).
26. E. V. Luschevskaya, O. E. Solovjeva, and O. V. Teryaev, “Magnetic polarizability of pion”, Phys. Lett. B **761**, 393 (2016).
27. A. M. Baldin, “Polarizability of nucleons”, Nucl. Phys. **18**, 310 (1960).
28. J. Gasser, M. A. Ivanov, and M. E. Sainio, “Low-energy photon-photon collisions to two loops revisited”, Nucl. Phys. B **728**, 31 (2005).
29. A. Aleksejevs and S. Barkanova, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **17**, 245 (2013).
30. Yu. M. Antipov, V. A. Batarin, V. A. Bessubov et al. (Collaboration), “Measurement of π^--meson polarizability in pion compton effect”, Phys. Lett. B **121**, 445 (1983).
31. L. V. Fil’kov and V. L. Kashevarov, “Determination of π^+-meson polarizabilities from the $\gamma\gamma \to \pi^+\pi^-$ process”, Phys. Rev. C **73**, 035210 (2006).
32. C. Adolph, R. Akhunzyanov, M. G. Alexeev et al. (COMPASS Collaboration), “Measurement of the Charged-Pion Polarizability”, Phys. Rev. Lett. **114**, 062002 (2015).
33. J. N. Hedditch, W. Kamleh, B. G. Lasscock, D. B. Leinweber, A. G. Williams, and J. M. Zanotti, “Pseudoscalar and vector meson form factors from lattice QCD”, Phys. Rev. D **75**, 094504 (2007).
34. A. M. Badalian and Yu. A. Simonov, “Magnetic moments of mesons”, Phys. Rev. D **87**, 074012 (2013).
35. M. S. Bhagwat and P. Maris, “Vector meson form factors and their quark-mass dependence”, Phys. Rev. C **77**, 025203 (2008).
36. T. M. Aliev, A. Özpineci, and M. Savci, “Magnetic and quadrupole moments of light spin-1 mesons in light cone QCD sum rule”, Phys. Lett. B **678**, 470 (2009).
37. M. Lüscher and P. Weisz, “On-shell improved lattice gauge theories”, Commun. Math. Phys. **97**, 59 (1985).
38. V. G. Bornyakov, E.-M. Ilgenfritz, and M. Müller-Preussker, “Universality check of Abelian Monopoles”, Phys. Rev. D **72**, 054511 (2005).
39. H. Neuberger, “Exactly massless quarks on the lattice”, Phys. Lett. B **417**, 141 (1998).
40. M. H. Al-Hashimi and U. J. Wiese, “Discrete Accidental Symmetry for a Particle in a Constant Magnetic Field on a Torus”, Annals Phys. **324**, 343 (2009).
41. G.’t Hooft, “A property of electric and magnetic flux in non-Abelian gauge theories”, Nucl. Phys. B **153**, 141 (1979).
42. H. Zainuddin, “Group-theoretic quantization of a particle on a torus in a constant magnetic field”, Phys. Rev. D **40**, 636 (1989).
43. G. H. Chen, L. M. Kuang, and M. L. Ge, “Degeneracy of Landau levels and the quantum group $sl_q(2)$”, Phys. Rev. B **53**, 9540 (1996).
44. C. Gattringer and C. B. Lang, *Quantum Chromodynamics on the Lattice, Lect. Notes Phys.* **788** (2010).
45. K. Levenberg, “A method for the solution of certain non-linear problems in least squares”, Quart. Appl. Math. **2**(2), 164 (1944).
46. D. W. Marquardt, “An Algorithm for Least Squares Estimation of Nonlinear Parameters”, J. Soc. Indust. Appl. Math. **11**(2), 431 (1963).