Письма в ЖЭТФ, том 123, вып. 10, с. 685 – 690

Оценка спектра терагерцового излучения с помощью зонной пластинки Френеля

Н. А. Хасиятуллов[+*], *Д. Е. Шипило*[*1)], *И. А. Николаева*[*], *Г. Э. Ризаев*[*], *Н. А. Панов*[*×], *О. Г. Косарева*[*×], *Л. В. Селезнев*[*]

[+] *Московский физико-технический институт, 141701 Долгопрудный, Россия*

[*] *Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия*

[×] *Физический факультет, МГУ имени М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 7 апреля 2026 г.
После переработки 7 апреля 2026 г.
Принята к публикации 8 апреля 2026 г.

Теоретически обоснована и экспериментально апробирована методика восстановления спектра широкополосного терагерцового излучения с использованием зонной пластинки Френеля, которая является одновременно фокусирующим и спектрально-селективным дифракционным элементом. Измерение зависимости сигнала на детекторе от положения пластинки вдоль оси терагерцового пучка позволяет оценить спектр излучения. Проведен анализ погрешностей разработанной методики измерения спектров, рассмотрены способы их уменьшения.

DOI: 10.7868/S3034576626050127

1. Введение. Терагерцовый (ТГц) провал [1] между радиоволнами и инфракрасным излучением, существовавший в 1990-х гг. и ранее, был обусловлен отсутствием не только эффективных ТГц генераторов, но и методик восстановления спектров ТГц сигналов. К настоящему времени эти две проблемы в основном решены. В частности, созданы когерентные схемы измерения ТГц полей на основе кристаллов [2] и газов [3], а дальнейшее применение к измеренным полям преобразования Фурье позволяет восстановить их спектр с учетом фазы. Эти методики обладают высокой чувствительностью и, вследствие этого, нашли широкое применение в ТГц спектроскопии [4, 5] различных веществ, в основном, органических. С другой стороны, с помощью когерентных методов крайне сложно охарактеризовать спектр реального ТГц источника. Это связано с тем, что передаточная функция при когерентном детектировании в общем случае неизвестна, а ее оценки, приведенные в работах [6, 7], показывают, что подавленными оказываются как высоко-, так и низкочастотные компоненты ТГц сигнала. В низких частотах ($\nu \lesssim 1$ ТГц) это связано с тем, что применяемое в когерентных схемах регистрации зондирующее фемтосекундное излучение плохо перекрывается с ТГц пучком вследствие достаточно больших (несколько миллиметров) размеров его перетяжки [6], а в высоких ($\nu \gtrsim 10$ ТГц) обусловлено конечной длительностью зондирующего импульса [7].

Для характеризации спектра ТГц источника предпочтительнее выглядят некогерентные методы, позволяющие регистрировать спектральную плотность мощности широкополосных ТГц сигналов, но не восстанавливающие спектральную фазу излучения [8, 9]. Например, для измерения спектров широкополосных ТГц сигналов обычно применяют интерферометр Майкельсона с подвижным зеркалом [10]. В теории передаточная функция интерферометра Майкельсона ограничена только спектральной чувствительностью детектора ТГц излучения, однако на практике существенное влияние на нее оказывают также материальная дисперсия светоделительной пластинки и зависимость коэффициентов отражения зеркал от частоты. Кроме того, прямая регистрация спектров узкополосного излучения с частотой порядка 0.1 ТГц при помощи дифракционных решеток была экспериментально реализована в работе [11].

Поэтому представляется перспективной разработка некогерентного метода регистрации спектров широкополосного ТГц излучения, в котором основной вклад в дисперсию вносила бы геометрия спектрального прибора. К таким спектрально-селективным устройствам относятся зонные пластинки Френеля, которые фокусируют излучение с частотой ν на расстояние, пропорциональное этой

1)e-mail: schipilo.daniil@physics.msu.ru

частоте. Для ТГц излучения зонные пластинки имеют сантиметровые размеры [12–15], что делает их простыми и, как следствие, дешевыми в изготовлении. Как амплитудные [14], так и фазовые [16], в том числе многоуровневые [15] пластинки Френеля применяются для фокусировки узкополосного ТГц излучения. Различные частотные компоненты широкополосного ТГц импульса могут быть сфокусированы в образец на различную глубину и, таким образом, характеризовать его с продольным разрешением в одном выстреле [14]. Несмотря на поглощение значительной части энергии, амплитудные пластинки Френеля также могут применяться для фокусировки ТГц излучения [12]. В настоящей работе мы обоснуем теоретически и апробируем экспериментально возможность применения пластинок Френеля для восстановления спектров широкополосного ТГц сигнала.

2. Оценка спектра электромагнитного излучения с помощью зонной пластинки. Рассмотрим точечный сферический источник монохроматического излучения с частотой ν (длиной волны $\lambda = c/\nu$, где c – скорость света) и точечный детектор, расположенный на расстоянии L от него. Выберем опорную частоту $\nu_0 = c/\lambda_0$ и радиусы зон Френеля $r_m = \sqrt{m\lambda_0 L/4}$, где $m = \overline{1, M}$, $M \gg 1$. Такая зонная пластинка для излучения на опорной частоте обладает эффективным фокусным расстоянием $f_{\text{eff}} = r_1^2/\lambda_0 = L/4$. Если расположить пластинку посередине между источником и приемником, то она сформирует $2f$–$2f$ схему и сфокусирует излучение на детектор.

Изменим теперь частоту источника, сохранив зонную пластинку и расстояние L между источником и детектором прежними. Эффективное фокусное расстояние пластинки изменится как $f_{\text{eff}} = r_1^2/\lambda = (\nu/\nu_0) \times L/4$. Для частот, выше опорной ($\nu > \nu_0$) эффективное фокусное расстояние оказывается больше $L/4$, и система не может “сформировать изображение” независимо от положения зонной пластинки. Для меньших частот $\nu < \nu_0$ излучение оказывается сфокусированным на детекторе при определенных расстояниях от источника до пластинки a и от пластинки до детектора b (т.е. $a + b = L$), которые определяются из формулы тонкой линзы:

$$\bar{a}(\nu) = \frac{L}{2}\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{\nu}{\nu_0}}\right). \tag{1}$$

Теперь рассмотрим широкополосный источник со спектром $S(\nu)$, ограниченным сверху опорной частотой ν_0. Когда пластинка расположена на расстоянии a от источника, сфокусированной оказывается компонента излучения с частотой

$$\bar{\nu}(a) = \nu_0 \frac{4a}{L}\left(1 - \frac{a}{L}\right). \tag{2}$$

Таким образом, измерив в зависимости от расстояния a сигнал на детекторе $P(a)$, можно восстановить спектр источника как

$$S(\nu) \propto P(\bar{a}(\nu)). \tag{3}$$

Здесь стоит отметить, что, во-первых, одной частоте соответствуют два расстояния a, которые, как мы покажем далее, не вполне эквивалентны. Меньшие значения a предпочтительны, поскольку соответствуют меньшим углам падения на реальный детектор. В связи с этим для восстановления спектра достаточно провести измерения в диапазоне $a \leq L/2$. Во-вторых, в наших рассуждениях мы пренебрегли конечными размерами детектора и перетяжки пучка. Далее мы покажем экспериментально и в моделировании, что несмотря на эти эффекты, восстановление спектра может быть осуществлено, и обсудим соответствующие погрешности.

3. Экспериментальная оценка спектров ТГц излучения. В эксперименте (рис. 1a) использовались следующие с частотой 10 Гц импульсы титан-сапфирового лазера с энергией 3 мДж, дли-

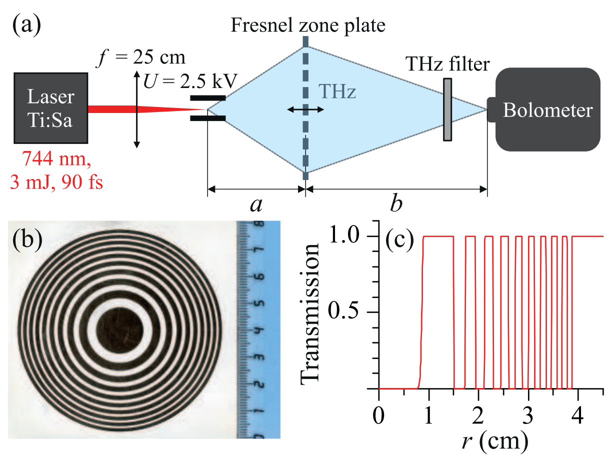

Рис. 1. (Цветной онлайн) (a) – Схема эксперимента. Источником широкополосного ТГц излучения служит фемтосекундная воздушная лазерная плазма во внешнем электростатическом поле. Криогенный болометр, расположенный на расстоянии $L = a + b$ от плазмы, регистрирует ТГц излучение, сфокусированное при помощи зонной пластинки. (b) – Фотография зонной пластинки, изготовленной методом фольгирования бумаги. (c) – Профиль пропускания зонной пластинки, использованный в моделировании

тельностью 90 фс, длиной волны 744 нм. Импульсы фокусировались линзой с фокусным расстоянием $f = 25$ см в 4-мм воздушный зазор между обкладками плоского конденсатора. К обкладками было приложено напряжение 2 кВ, что обеспечивало поле в конденсаторе, равное 5 кВ/см. Фемтосекундный филамент во внешнем поле является источником ТГц излучения, частотно-угловой состав которого охарактеризован экспериментально и теоретически в работах [17, 18]: на частотах вплоть до ~ 2 ТГц угловая диаграмма направленности имеет плоскую вершину с шириной 10–20°. Таким образом, в угловом диапазоне $\sim 10°$ относительно оси лазерного пучка наш источник оказывается подобен сферической волне, что позволяет напрямую применить описанную в предыдущем разделе методику восстановления спектров электромагнитного излучения.

Болометр Scontel RS-CCR-1-12T-1+0.3-3T-0.1, регистрирующий ТГц излучение, располагался на расстоянии $L = 50$–200 см от филамента. Входная апертура болометра имеет диаметр 10 мм. Приемная система болометра рассчитана на нормальное падение излучения с плоским волновым фронтом. Согласно проведенным оценкам, регистрируемый сигнал падает вдвое при отклонении оси распространения излучения от оси приемной системы на 3–4°. Заявленная производителем спектральная чувствительность приемника примерно постоянна в диапазоне 0.3–6 ТГц.

Зонная пластинка (рис. 1b) была изготовлена методом фольгирования бумаги. Приведенная на фотографии пластинка имеет радиус первой зоны $r_1 = 0.87$ см, что соответствует фокусному расстоянию 25 см для частоты 1 ТГц. Фольга закрывает 10 первых нечетных зон Френеля (до $M = 19$), при этом толщина последней закрытой зоны $r_{19} - r_{18} \approx 0.1$ мм. При фольгировании бумаги толщина алюминиевого слоя пленки составляет 15–25 нм. Мы проверили, что коэффициент отражения фольги составляет более 95 % в ТГц диапазоне частот, несмотря на то, что толщина фольги меньше глубины скин-слоя (50 нм для частоты 1 ТГц). Теоретическое обоснование высокого коэффициента отражения приведено в работе [19].

Зонная пластинка размещалась на оси ТГц пучка и перемещалась вдоль нее для получения зависимости ТГц сигнала на болометре от расстояния между филаментом и пластинкой a. Входное окно болометра оставалось открытым или закрывалось фильтрами [20] с полосой пропускания на 0.5 или 1 ТГц и шириной полосы пропускания около 10% от центральной частоты.

Экспериментально зарегистрированные зависимости сигнала на болометре от положения зонной пластинки $P(a)$ приведены на рис. 2. Представленные результаты были получены при $L = 140$ см (опорная частота $\nu_0 = 1.4$ ТГц) для двух различных фильтров, закрывавших окно болометра: с центральными частотами 0.5 ТГц (красные круги) и 1 ТГц (зеленые треугольники). Измеренные зависимости $P(a)$ могут быть пересчитаны в спектр $S(\nu)$ согласно формулам (1)–(3), чему на графике соответствует верхняя горизонтальная ось частот ν. Максимум измеренных зависимостей хорошо согласуется с центральной частотой спектров пропускания фильтров $T(\nu)$, показанных на рис. 2 залитыми кривыми, а ширина спектров $S(\nu)$ превышает таковую для $T(\nu)$ примерно в 2 раза.

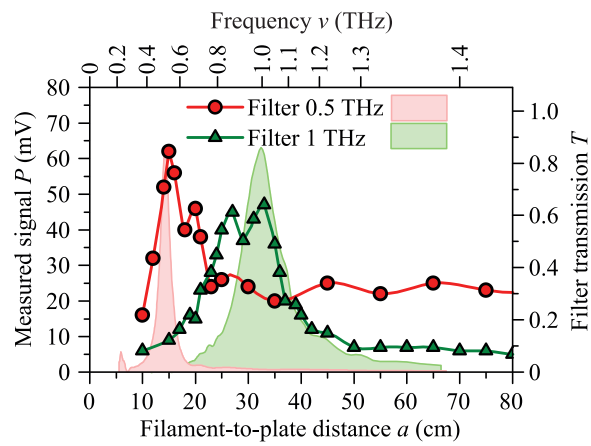

Рис. 2. (Цветной онлайн) (Левая ось) Измеренные зависимости сигнала болометра P от положения пластинки a для фильтра на частоте 0.5 ТГц (круги) и 1 ТГц (треугольники). Измерения проведены при $L = 140$ см (опорная частота $\nu_0 = 1.4$ ТГц). К положению пластинки a добавлено 5 см (см. раздел 4.2). Подписи верхней оси воспроизводят зависимость $\bar{\nu}(a)$ по формуле (2). (Правая ось) Коэффициент пропускания фильтров (залитые области) как функция частоты на верхней оси

Пьедестал в зависимостях $S(\nu)$ следует, вероятно, считать уровнем шума. Тем самым, в наших экспериментах соотношение сигнал/шум составляет 3–5. Такое невысокое соотношение сигнал/шум получено ранее в некогерентных измерениях спектра филамента во внешнем электростатическом поле при использовании фемтосекундной лазерной системы с частотой следования импульсов 10 Гц [21]. Это связано с тем, что для таких лазерных систем существенны флуктуации энергии импульса от выстрела к выстрелу. Увеличение частоты следования импульсов позволяет ожидать существенного уменьшения шумовых компонент. Таким образом, мы разработали методику некогерентных измерений ТГц спектров, основанных на применении сильно диспергирующего фокусирующего элемента — в нашем случае зонной пластинки Френеля.

4. Систематические погрешности разработанной методики. Итак, мы показали принципиальную работоспособность методики восстановления спектров ТГц излучения с использованием пластинок Френеля. В настоящем разделе мы рассмотрим особенности предложенной методики и сопоставим результаты эксперимента с численным моделированием.

Численный расчет фокусировки широкополосного ТГц излучения на детектор проведен нами на основе линейного однонаправленного непараксиального уравнения распространения [22] в осесимметричном случае. В расчете учтены следующие особенности эксперимента. ТГц излучение филамента на частоте ν имеет супергауссову диаграмму направленности с полушириной $10^\circ \times \sqrt{1\ \text{ТГц}/\nu}$ [17, 23]. После распространения на расстояние a поле модулируется амплитудной маской, воспроизводящей пластинку Френеля (рис. 1c), и распространяется на расстояние b. На расстоянии распространения $L = a + b$ вычисляется энергия излучения в приемной апертуре болометра радиусом 5 мм.

Моделирование было проведено для разных частот излучения и положений зонной пластинки. В результате был рассчитан массив зависимостей $R(\nu, a)$, которые представляют собой сигнал на болометре при фокусировке зонной пластинкой на заданном расстоянии a терагерцового излучения с частотой ν и единичной мощностью. Типичное распределение $R(\nu, a)$ приведено на рис. 3a. Его сечение на выделенном расстоянии a хорошо описывается формулой

$$R(\nu, a) \propto \frac{\sin^2(\pi M_{\text{odd}}[\nu/\bar{\nu}(a) - 1])}{\sin^2(\frac{\pi}{2}[\nu/\bar{\nu}(a) - 1])}, \qquad (4)$$

полученной из интеграла Френеля. Здесь M_{odd} – число закрытых нечетных зон. Сечение представляет собой серию максимумов, центральные частоты которых описываются формулой (2) и составляют $\bar{\nu}(a)$ (см. красную кривую на рис. 3a), $3\bar{\nu}(a)$, $5\bar{\nu}(a)$ и т. д., а ширина – $\Delta\nu \approx 2\bar{\nu}(a)/M_{\text{odd}}$.

Регистрируемый сигнал вычислялся как

$$P(a) = \int R(\nu, a)\ S(\nu)\ d\nu, \qquad (5)$$

где в качестве $S(\nu)$ были взяты коэффициенты пропускания фильтров или, в случае свободного пучка, спектр ТГц излучения из моделирования, проведенного в [17]. Моделирование хорошо воспроизвело измеренные зависимости мощности ТГц сигнала P от расстояния a, см. рис. 3b–d. Детальное сравнение эксперимента с моделированием позволяет отметить следующие особенности.

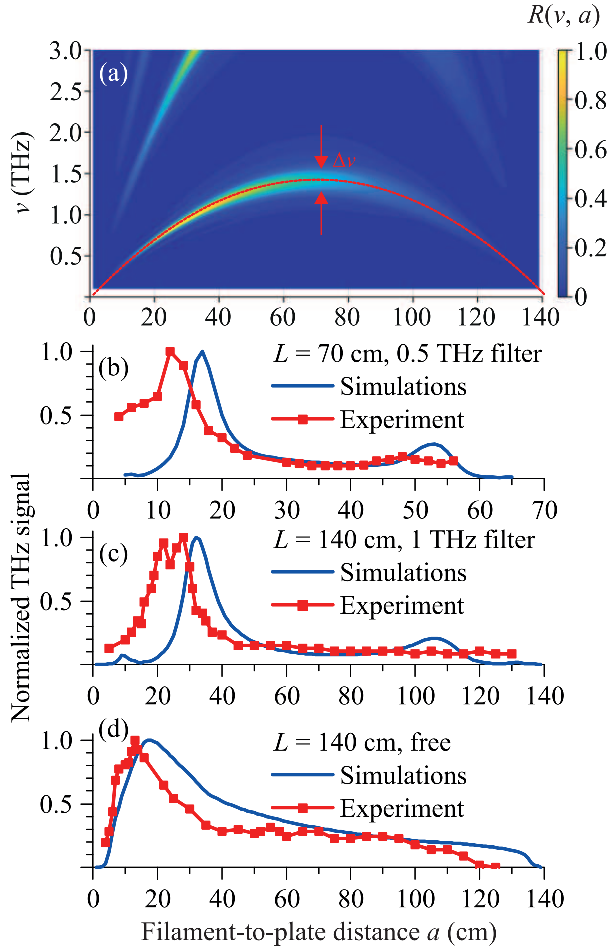

Рис. 3. (Цветной онлайн) (a) – Разрешенный по частоте и положению зонной пластинки ТГц сигнал $R(\nu, a)$ для $L = 140$ см. Красная кривая показывает зависимость $\bar{\nu}(a)$ по формуле (2). (b)–(d) – Сигнал на болометре в зависимости от положения зонной пластинки в эксперименте (красные квадраты) и моделировании (синие кривые) в случае: (b) – $L = 70$ см, фильтра 0.5 ТГц; (c) – $L = 140$ см, фильтра 1 ТГц; (d) – $L = 140$ см, свободного пучка без фильтра

4.1. Как в случае, если входное окно болометра было закрыто узкополосным фильтром (рис. 3b, c), так и без фильтра (рис. 3d) зависимость $P(a)$ представляет собой асимметричную кривую с максимумом при $a < L/2$. Локальный максимум, соответствующий $a > L/2$, в 3–5 раз меньше глобального или даже сливается с пьедесталом. Различие высот максимумов связано с угловой чувствительностью болометра: угловой размер пластинки Френеля (по последней зоне) для расстояния $b = L - a \approx 15$ см составляет почти 15°, в то время как болометр регистрирует излучение с углами падения до 3–4°.

4.2. Положения максимумов в моделировании симметричны относительно $a = L/2$ в соответствии с формулой (1), однако экспериментальные зависимости сдвинуты относительно них приблизительно на 5 см. Это смещение одинаково для всего массива измерений и расчетов. Оно может быть связано как с входной оптикой болометра (L – расстояние между краем электродов и внешним окном болометра, в то время как приемная антенна находится приблизительно на 5–6 см внутри), так и с тем, что ТГц излучение филамента не совсем соответствует сферическому волновому фронту. Поскольку это смещение одинаково, мы скомпенсировали его при восстановлении ТГц спектров, показанных на рис. 2.

4.3. Как в расчете, так и в эксперименте наблюдается пьедестал сигнала и ненулевые значения $P(a = L/2)$. Значение передаточной функции $R(\nu, a = L/2)$ на частоте фильтра достигает 10 % от максимума, т.е. ее перекрытие со спектром фильтра относительно существенно. С точки зрения восстановления спектра положение $a = L/2$ является “мертвой зоной”, поскольку $d\bar{\nu}/da = 0$, и, по-видимому, для корректного восстановления спектра значение $P(L/2)$ необходимо вычитать из всех измеренных данных.

4.4. На некоторых измеренных зависимостях наблюдается раздваивание максимума (см. пример на рис. 3c). Согласно дополнительным расчетам смещение приемника более чем на 0.5–1 см от оси пучка приводит к тому, что в распределении $R(\nu, a)$ появляются две ветви вместо одной, определяемой формулой (2). Аналогичный эффект дает поперечное смещение пластинки Френеля, что, в свою очередь, ведет к потере осевой симметрии углового спектра излучения, падающего на болометр. Размер свободно распространяющегося ТГц пучка на расстоянии 140 см составляет более 10 см, и для корректного восстановления спектра необходимо определить его центр с точностью лучше 1 см.

4.5. Обсудим возможность улучшения точности восстановления спектра. Из проведенных расчетов и измерений становятся очевидны два основных направления. Во-первых, распределение $R(\nu, a)$ может быть рассчитано для любой заранее заданной геометрии установки, что позволяет рассматривать задачу, обратную интегральному преобразованию (5), решение которой восстановит спектр точнее, чем формулы (1)–(3). Во-вторых, проводя измерения при независимо изменяющихся a и L с одной и той же пластинкой Френеля, можно одновременно охватить более широкий диапазон частот ν_0 и создать избыточность измеренных данных, полезную при решении задачи, обратной интегральному преобразованию (5).

5. Заключение. Нами реализована некогерентная методика восстановления спектров ТГц излучения, основанная на измерении мощности ТГц сигнала P для различных положений a зонной пластинки Френеля между источником и детектором ТГц излучения. Спектр излучения связан с зависимостью $P(a)$ преобразованием (1)–(3). В экспериментах с узкополосными ТГц фильтрами установлено, что наша методика отлично воспроизводит центральную частоту фильтра, однако завышает его ширину в ~ 2 раза. Предложены методы улучшения качества восстановления ТГц спектров.

Финансирование работы. Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (проект 24-19-00461; https://rscf.ru/project/24-19-00461/).

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. С.-Ч. Чжан, Д. Шю, *Терагерцовая фотоника* (ИКИ, М., Ижевск, 2016) [X.-C. Zhang and J. Xu, *Introduction to THz wave photonics* (Springer, N.Y., 2010)].
2. Z. G. Lu, P. Campbell, and X. C. Zhang, “Free-space electro-optic sampling with a high-repetition-rate regenerative amplified laser”, Appl. Phys. Lett. **71**(5), 593 (1997).
3. J. Dai, X. Xie, and X. C. Zhang, “Detection of broadband terahertz waves with a laser-induced plasma in gases”, Phys. Rev. Lett. **97**(10), 103903 (2006).
4. J. B. Baxter and G. W. Guglietta, “Terahertz spectroscopy”, Anal. Chem. **83**(12), 4342 (2011).
5. A. Mankova, A. Borodin, A. Kargovsky, N. Brandt, Q. Luo, I. Sakodynskaya, K. Wang, H. Zhao, A. Y. Chikishev, A. Shkurinov, and X.-C. Zhang, “Terahertz time-domain and FTIR spectroscopic study of interaction of α-chymotrypsin and protonated tris with 18-crown-6”, Chem. Phys. Lett. **560**, 55 (2013).
6. D. E. Shipilo, N. A. Panov, I. A. Nikolaeva, A. A. Ushakov, P. A. Chizhov, K. A. Mamaeva, V. V. Bukin, S. V. Garnov, and O. G. Kosareva, “Low-frequency content of THz emission from two-color femtosecond filament”, Photonics **9**(1), 17 (2021).
7. E. Prost, V. Loriot, E. Constant, I. Compagnon, L. Bergé, F. Lépine, and S. Skupin, “Air-photonics based terahertz source and detection system”, Eur. Phys. J. Spec. Topics **232**(13), 2157 (2023).
8. Й. Херман, Б. Вильгельми, *Лазеры сверхкоротких световых импульсов* (Мир, М., 1986) [J. Herrmann

and B. Wilhelmi, *Lasers for ultrashort light pulses* (Elsevier, Amsterdam, 1987).
9. С. А. Ахманов, В. А. Выслоух, and А. С. Чиркин, *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов* (М., Наука, 1988) [S. A. Akhmanov, V. A. Vysloukh, A. S. Chirkin, and Y. Atanov, *Optics of femtosecond laser pulses* (American Institute of Physics, N.Y., 1992)].
10. V. Andreeva, O. Kosareva, N. Panov, D. Shipilo, P. Solyankin, M. Esaulkov, P. González de Alaiza Martínez, A. Shkurinov, V. Makarov, L. Bergé, and S. L. Chin, "Ultrabroad terahertz spectrum generation from an air-based filament plasma", Phys. Rev. Lett. **116**(6), 063902 (2016).
11. P. Komorowski, P. Zagrajek, M. Piszczek, E. Czerwińska, and N. Pałka, "Wavelength measurement of narrowband terahertz radiation using a diffraction grating", Measurement **230**, 114513 (2024).
12. А. А. Ушаков, М. Матоба, Н. Немото, Н. Канда, К. Кониши, Н. А. Панов, Д. Е. Шипило, П. А. Чижов, В. В. Букин, М. Кувата-Гоноками, Дж. Юмото, О. Г. Косарева, С. В. Гарнов, А. Б. Савельев, "Спектрально-селективная модуляция параметров пучков терагерцевого излучения", Квантовая электроника **50**(11), 1029 (2020) [A. A. Ushakov, M. Matoba, N. Nemoto, N. Kanda, K. Konishi, N. A. Panov, D. E. Shipilo, P. A. Chizhov, V. V. Bukin, M. Kuwata-Gonokami, J. Yumoto, O. G. Kosareva, S. V. Garnov, and A. B. Savel'ev, "Spectrally selective modulation of terahertz radiation beams", Quantum Electronics **50**(11), 1029 (2020)].
13. S. Wang, T. Yuan, E. Walsby, R. Blaikie, S. Durbin, D. Cumming, J. Xu, and X.-C. Zhang, "Characterization of T-ray binary lenses", Opt. Lett. **27**(13), 1183 (2002).
14. S. Wang and X.-C. Zhang, "Pulsed terahertz tomography", J. Phys. D **37**(4), R1 (2004).
15. М. С. Комленок, Б. О. Володкин, Б. А. Князев, В. В. Кононенко, Т. В. Кононенко, В. И. Конов, В. С. Павельев, В. А. Сойфер, К. Н. Тукмаков, Ю. Ю. Чопорова, "Создание линзы Френеля терагерцевого диапазона с многоуровневым микрорельефом методом фемтосекундной лазерной абляции", Квантовая электроника **45**(10), 933 (2015) [M. S. Komlenok, B. O. Volodkin, B. A. Knyazev, V. V. Kononenko, T. V. Kononenko, V. I. Konov, V. S. Pavelyev, V. A. Soifer, K. N. Tukmakov, and Yu. Yu. Choporova, "Fabrication of a multilevel THz Fresnel lens by femtosecond laser ablation", Quantum Electronics **45**, 933 (2015)].
16. W. D. Furlan, V. Ferrando, J. A. Monsoriu, P. Zagrajek, E. Czerwińska, and M. Szustakowski, "3D printed diffractive terahertz lenses", Opt. Lett. **41**(8), 1748 (2016).
17. I. Nikolaeva, D. Shipilo, D. Pushkarev, G. Rizaev, D. Mokrousova, A. Koribut, Y. Grudtsyn, N. Panov, L. Seleznev, W. Liu, A. Ionin, and O. Kosareva, "Flat-top THz directional diagram of a DC-biased filament", Opt. Lett. **46**(21), 5497 (2021).
18. G. Rizaev, L. Seleznev, I. Nikolaeva, D. Shipilo, N. Panov, D. Pushkarev, D. Mokrousova, A. Ionin, and O. Kosareva, "Observation of conical emission from DC-biased filament at 10 THz", Opt. Lett. **48**(12), 3147 (2023).
19. В. В. Герасимов, Б. А. Князев, П. Д. Рудыч, В. С. Черкасский, "Френелевское отражение в оптических элементах и детекторах для терагерцового диапазона", Приборы и техника эксперимента **4**, 103 (2007).
20. Tydex. THz Band Pass Filters. https://www.tydexoptics.com/products/thz_assemblies/thz_band_pass_filter/
21. E. Mitina, D. Uryupina, I. Nikolaeva, D. Shipilo, N. Panov, A. Ushakov, R. Volkov, O. Kosareva, and A. Savel'ev, "Enhanced forward THz yield from the long DC-biased femtosecond filament", Opt. Laser Technol. **159**, 108949 (2023).
22. M. Kolesik and J. V. Moloney, "Nonlinear optical pulse propagation simulation: From Maxwell's to unidirectional equations", Phys. Rev. E **70**(3), 036604 (2004).
23. C. Amico, A. Houard, S. Akturk, Y. Liu, J. Le Bloas, M. Franco, B. Prade, A. Couairon, V. Tikhonchuk, and A. Mysyrowicz, "Forward THz radiation emission by femtosecond filamentation in gases: theory and experiment", New J. Phys. **10**(1), 013015 (2008).