Письма в ЖЭТФ, том 123, вып. 10, с. 712 – 716

Мишени быстрого зажигания для современного эксперимента в области лазерного термоядерного синтеза

С. Ю. Гуськов, Н. Н. Демченко, Р. А. Яхин[1)]

Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 26 марта 2026 г.
После переработки 9 апреля 2026 г.
Принята к публикации 9 апреля 2026 г.

На основании расчетно-теоретических исследований предложены мишени с характеристиками сжатия, отвечающими требованиям быстрого зажигания, при умеренной энергии наносекундного лазерного импульса в несколько сотен кДж, доступной в современном эксперименте. Мишени отличаются значительно более высоким содержанием дейтерий-тритиевого (DT) горючего на единицу лазерной энергии по сравнению с мишенью традиционного искрового зажигания и могут обеспечить достижение значений объемной и поверхностной плотностей DT-плазмы соответственно $200 \div 300\,\text{г/см}^3$ и $1 \div 2\,\text{г/см}^2$. При последующем быстром нагреве сжатой мишени с использованием пикосекундного импульса может быть достигнут коэффициент усиления (отношение энергии реакций синтеза к энергии, затраченной на сжатие и нагрев мишени) в несколько десятков.

DOI: 10.7868/S3034576626050161

1. Традиционная концепция лазерного термоядерного синтеза (ЛТС) [1] состоит в сжатии сферической мишени в виде оболочки из легких химических элементов с намороженным на ее внутреннюю поверхность слоем DT-льда. Такая мишень сжимается лазерным импульсом (прямое облучение) или импульсом лазерно-индуцированного рентгеновского излучения (непрямое облучение) с плавно нарастающей со временем мощностью. Использование такого импульса призвано минимизировать уровень энтропии, вносимой в сжимаемое вещество мишени. Вместе с тем, мощность импульса на его конечной стадии должна составлять несколько сотен ТВт, чтобы обеспечить достижение температуры около 10 кэВ в центральной части мишени – области зажигания. Согласно численным расчетам, при гипотетическом отсутствии негативного влияния гидродинамических неустойчивостей на современном уровне энергетики мощных лазеров для ЛТС около 2 МДж традиционная схема зажигания может обеспечить коэффициент усиления не более 20–50 [2, 3]. В настоящее время зажигание в ЛТС достигнуто лишь в экспериментах Ливерморской лаборатории (США) при непрямом облучении, которое применялось для обеспечения высокой степени однородности облучения в традиционной схеме искрового зажигания. В этих экспериментах получен коэффициент усиления около 4 [4]. Однако для положительного энергетического баланса, с учетом КПД лазера, коэффициент усиления должен быть, по меньшей мере, в 50 раз больше, что в традиционной схеме зажигания требует применение лазерного импульса с энергией около 10 МДж.

Достижение энергетически выгодной реакции синтеза в плазме с инерциальным удержанием при затраченной энергии на уровне 1–2 МДж возможно при использовании метода прямого или быстрого зажигания [5] (в зарубежной литературе – “fast ignition”). Метод направлен на разделение процессов сжатия и нагрева мишени [6] в максимальной степени при воздействии на мишень двух источников энергии, первый из которых (профилированный лазерный импульс) сжимает мишень, а второй (пучок лазерно-ускоренных электронов или протонов) нагревает небольшую часть сжатого DT-горючего (область зажигания) до термоядерной температуры. Коэффициент усиления при инерциальном удержании определяется степенью выгорания φ ядер дейтерия и трития в реакциях синтеза, которая зависит от поверхностной плотности плазмы ρR – произведения объемной плотности на размер плазмы. Для эквимолярной ДТ-плазмы $\varphi \approx R/(\rho R{+}7)$ [1]. Область зажигания должна иметь поверхностную плотность, превосходящую значение $(\rho R)_{ig} \approx 0.4\,\text{г/см}^2$ при температуре $T_{ig} = 10\,\text{кэВ}$ [1]. Это означает, что этой области необходимо передать энергию $\varepsilon_{ig} = C_V \cdot T_{ig} \cdot 4\pi(\rho R)^3_{ig}/3\rho^2 \approx 3 \cdot 10^8/\rho^2$ Дж ($C_V \approx 1.15\cdot 10^8$ Дж/(г $\cdot$ кэВ) – удельная теплоемкость

[1)]e-mail: yakhin.rafael@gmail.com

полностью ионизованной DT-плазмы). Важным обстоятельством является уменьшение энергии ε_{ig} с ростом плотности. При характерной плотности 200–300 г/см^3 $\varepsilon_{ig} \approx 7.5-3.5$.кДж. Энергия такого масштаба должна быть передана области зажигания за время удержания плазмы, которое составляет около 50–80 пс [5]. Теоретические и экспериментальные результаты (см., например, обзоры [7, 8]) показывают, что в энергию зажигающего пучка протонов, которые обладают преимуществом передачи энергии в область зажигания, связанную с Брэгговским пиком, может быть преобразована доля $K_{ig} = 0.05-0.07$ энергии пикосекундного лазерного импульса. При таком значении K_{ig} масштаб энергии зажигающего лазерного импульса составляет $E_{ig} = \varepsilon_{ig}/K_{ig} \approx 50-100$ кДж.

В схеме быстрого зажигания, при отсутствии необходимости нагрева области зажигания, воздействие сжимающего лазерного импульса направлено исключительно на достижение максимальной степени сжатия мишени. Такое сжатие отвечает скорости полета оболочки к центру 100–200 км/с [7] – в 2–3 раза меньшей, чем при традиционной схеме. Использование наносекундного лазерного импульса с энергией $E_c \approx 2$ МДж дает возможность сжать DT-горючее при достижении поверхностной плотности $(\rho R)_c \approx 2-3$ г/см^2, значительно превосходящей значение $(\rho R)_{ig}$. Это дает возможность обеспечить коэффициент усиления до нескольких сотен [5, 7, 8]. Перспективы применения метода быстрого зажигания связаны с получением мощных пикосекундных лазерных импульсов. В настоящее время энергия таких импульсов составляет около 2–3 кДж [9], что не удовлетворяет требованиям быстрого зажигания. Поэтому сегодня исследования могут быть сосредоточены на первой стадии быстрого зажигания – низкоэнтропийном сжатии мишени. Такие эксперименты могут проводиться на нескольких установках, способных в настоящее время обеспечить прямое облучение мишени наносекундным лазерным импульсом 2-й и 3-й гармоник Nd-лазера (длины волн $\lambda = 0.53$ и 0.35 мкм) с энергией в несколько сотен кДж.

В работе на основании численных расчетов установлены параметры мишеней и лазерных импульсов, которые отвечают требованиям к сжатию мишени быстрого зажигания, при $E_c = 300-500$ кДж. Представлено обоснование того, что характеристики сжатия предложенных мишеней отвечают коэффициенту усиления около 50 в перспективе последующего нагрева с использованием пикосекундного лазерного импульса.

2. Диапазоны параметров мишеней и характеристик их низкоэнтропийного сжатия можно приближенно определить, считая, что в момент максимального сжатия внутренняя энергия DT-плазмы ε_c определяется давлением $P_c = 2.2\rho^{5/3}$ Мбар [3] вырожденного электронного газа: $\varepsilon_c = 3P_c\Omega/2$ (Ω – объем сжатого DT-горючего). Тогда, вводя эффективность преобразования лазерной энергии во внутреннюю энергию сжатой плазмы $K_c = \varepsilon_c/E_c$, для массы DT-горючего получаем $m_{\mathrm{DT}} = 3K_cE_c/\rho^{3/2}$, где m_{DT} измеряется в г, E_c – в МДж, а ρ – в г/см^3. При сжатии двухслойной оболочки эффективность преобразования K_c определяется долей лазерной энергии K_{ab}, поглощенной в испаренной части мишени (короне) за счет обратного тормозного механизма, долей поглощенной энергии K_h, переданной части оболочки, летящей к центру (эффективность гидродинамической передачи), и долей внутренней энергии сжатой оболочки, относящейся к DT-плазме K_{DT}: $K_c = K_{ab} \cdot K_h \cdot K_{\mathrm{DT}}$. Для определенности будем рассматривать оболочку с CH-аблятором. Поглощение излучения должно происходить в CH-абляторе, который обеспечивает более высокий коэффициент поглощения по сравнению с DT-горючим за счет более чем 3-х кратного превышения среднего заряда ионов. Исходя из этого, рассмотрим оболочку с равными массами горючего и аблятора, который полностью испаряется в момент окончания импульса. Для такой мишени $K_c = K_{ab} \cdot K_h$ ($K_{\mathrm{DT}} = 1$). Для оценок воспользуемся величинами K_{ab} и K_h, характерными для сжатия мишени ЛТС с CH-аблятором наносекундным импульсом 2-й и 3-й гармоник Nd-лазера с интенсивностью $10^{14}-10^{-15}$ Вт/см^2 [2, 3]: $K_{ab} \approx 0.5$ и $K_h \approx 0.06$ для 2-й гармоники, $K_{ab} \approx 0.7$ и $K_h \approx 0.08$ для 3-й гармоники.

Тогда, подставляя $K_c \approx 0.03$ и $K_c \approx 0.056$ в выражение для m_{DT}, получаем, что для сжатия DT-горючего до плотности 200–300 г/см^3, необходимых для быстрого зажигания, масса горючего при энергии $E_c = 300-500$ кДж должна составлять $m_{\mathrm{DT}} \approx$ ≈ 0.9 мг в случае 2-й гармоники и $m_{\mathrm{DT}} \approx 1.6$ мг в случае 3-й гармоники. При этом поверхностная плотность $(\rho R)_c = (3 \cdot m_{\mathrm{DT}} \cdot \rho^2/4\pi)^{1/3}/2$ составит около 1.2 г/см^2 в случае 2-й гармоники и около 1.4 г/см^2 в случае 3-й гармоники. Таким образом, мишень быстрого зажигания должна иметь значительно бóльшую массу DT-горючего на единицу лазерной энергии по сравнению с мишенью традиционного зажигания: $m_{\mathrm{DT}}/E_c \approx 2.2$ мг/МДж против 0.35 мг/МДж [2] в случае 2-й гармоники и $m_{\mathrm{DT}}/E_c \approx 4$ мг/МДж против 0.75 мг/МДж [3] в случае 3-й гармоники.

Выбор параметров мишени ограничивается верхним пределом ее аспектного отношения – отношения радиуса оболочки к ее толщине $A = R_0/(\Delta_{\mathrm{DT}} + \Delta_{\mathrm{CH}})$ (Δ_{DT} и Δ_{CH} – толщины DT-слоя и CH-аблятора), которое в связи с проблемой устойчивости сжатия не должно превосходить 10–15 [1]. В таком случае для мишени с равными массами DT-горючего и CH-аблятора, элементарный расчет для $A = 10$ дает следующие масштабы параметров мишени быстрого зажигания при $E_c = 300-500$ кДж: в случае 2-й гармоники – $R_0 = 1450$ мкм, $\Delta_{\mathrm{CH}} = 32$ мкм, $\Delta_{\mathrm{DT}} = 143$ мкм и в случае 3-й гармоники – $R_0 = 1750$ мкм, $\Delta_{\mathrm{CH}} = 38$ мкм, $\Delta_{\mathrm{DT}} = 170$ мкм. Наконец, для того, чтобы исключить генерацию быстрых электронов, интенсивность лазерного импульса I на поверхности мишени должна быть ограничена условием $\mathrm{I}\lambda^2 \leq (1 \div 2) \cdot 10^{14}$ Вт $\cdot$ мкм^2/см^2. Это условие задает предельное значение мощности лазерного импульса на его высокоинтенсивной части около 80 ТВт в случае 2-й гармоники и около 170 ТВт – в случае 3-й гармоники.

С характеристиками сжатия предложенных мишеней можно соотнести оценку коэффициента усиления при быстром зажигании $G = q\varphi m_{\mathrm{DT}}/(E_c + E_{ig})$ ($q = 3.4 \cdot 10^{11}$ Дж/г – калорийность DT-реакции). При степени выгорания φ (раздел 1), равной 0.15, при $(\rho R)_c \approx 1.3$ г/см^2, и $E_{ig} = 100$ кДж, коэффициент усиления предложенных мишеней при энергии $E_c = 300 \div 500$ кДж составляет около 80 в случае 2-й гармоники излучения и около 150 в случае 3-й гармоники. Приведенные характеристики сжатия представляют собой верхние оценки, поскольку они получены в предположении предельно низкоэнтропийного сжатия мишени. Тем не менее, эти оценки, как показывают результаты численных расчетов, дают корректные масштабные соотношения параметров мишени быстрого зажигания и лазерного импульса.

3. Численные расчеты выполнены для лазерного импульса 2-й гармоники Nd-лазера с энергией в диапазоне 300–500 кДж с целью соотнести результаты работы, в первую очередь, с возможностями эксперимента на отечественной установке МИК [10]. Мишень в виде двухслойной оболочки (CH-аблятор, DT-слой) была заполнена DT-газом с плотностью ρ_g, значения которой соответствовали плотности DT-пара при различной температуре криогенной камеры. Расчеты сжатия мишени проводились по программе ДИАНА [2] с использованием результатов расчета доли поглощенной лазерной энергии по программе РАПИД [2, 11]. В расчетах сжатия для всех составных частей мишени использовалось уравнение состояния с эмпирической составляющей упругого давления и расчетом кинетики ионизации. Расчеты поглощения лазерного импульса были выполнены в условиях облучения мишени 8-ю гауссовыми пучками с радиусами, равными радиусу мишени, при направлениях падения пучков на мишень, отвечающих симметрии октаэдра. Учитывалось вынужденное рассеяние Мандельштама–Бриллюэна в пересекающихся лазерных пучках (CBET-эффект). При расчетах по обеим программам ограничение электронной теплопроводности описывалось в приближении обратных потоков с ограничителем предельного теплового потока $f = 0.06$. Цикл расчетов был направлен на поиск мишеней, которые сжимаются до максимальных значений поверхностной плотности при максимальном отношении массы мишени к энергии лазерного импульса. Отношение мощностей на завершающей ($W_{\max}$) и начальной ($W_{\min}$) частях импульса (контраст) ограничивалось значением $W_{\max}/W_{\min} = 50$, чтобы оставаться в рамках умеренных требований к условиям эксперимента. Мощность $W_{\max}$ выбиралась из условия ограничения интенсивности на поверхности мишени с начальным радиусом значением $I_0 = 5 \cdot 10^{14}$ Вт/см^2 (раздел 2).

Расчеты показали сильную зависимость характеристик сжатия от закона профилирования лазерного импульса и начальной плотности DT-газа ρ_g. В таблице 1 представлены параметры мишеней и лазерных импульсов, а также расчетные характеристики сжатия мишеней, показавших максимальные значения поверхностной плотности DT-горючего в момент максимального сжатия. Результаты приведены для двух значений плотности газа 0.625 мг/см^3 (при температуре тройной точки 19.7 K) и 0.08 г/см^3 (насыщенный пар при температуре 16 K) и закона нарастания мощности лазерного импульса во времени, близкого к кубическому с контрастом 50. Временные зависимости лазерных импульсов имели три составные части: начальную с постоянной низкой мощностью $W_{\min}$, последующую с нарастанием мощности по кубическому закону и завершающую с постоянной мощностью $W_{\max}$. Формы импульса расчетов табл. 1 имели вид: расчет #1 – $W = 1.3$ ТВт во временном интервале $0 \leq t \leq 6.8$ нс, $W = 65 \cdot (t/25)^3$ ТВт – при $6.8 \leq t \leq 25$ нс, $W = 65$ ТВт – при $25 \leq t \leq 26.36$ нс; расчет #2 – $W = 1.0$ ТВт при $0 \leq t \leq 5.5$ нс, $W = 50 \cdot (t/20)^3$ ТВт – при $5.5 \leq t \leq 20$ нс, $W = 50$ ТВт – при $20 \leq t \leq 20.95$ нс.

Лазерный импульс с энергией $E_c = 500$ кДж для мишени с массой $m_{\mathrm{DT}} = 0.82$ мг (расчет #1) вместе с зависимостью доли поглощенного лазерного потока от времени показаны на рис. 1. Доля поглощенной энергии составила в этом расчете 65 %. Потери

Таблица 1. Параметры лазерного импульса, размеры мишени и основные результаты численного моделирования

#	E_c, MJ	τ; τ_w, ns	$W_{\max}$, TW; I_0, 10^{14} W/cm^2	R_0; Δ_{DT}; Δ_{CH}, μm	m_{DT}; m_{CH}, mg	K_{ab}	K_h	$(\rho R)_c$, g cm^{-2}; ρ, g cm^{-3} for ($\rho_g = 0.625$ mg cm^{-3})	$(\rho R)_c$, g cm^{-2}; ρ, g cm^{-3} for ($\rho_g = 0.08$ mg cm^{-3})
1	0.5	26.36;1.36	65; 2.2	1550;130; 20	0.905; 0.655	0.65	0.066	1.11; 220	1.53; 260
2	0.3	20.95; 0.95	50; 2.4	1300; 115; 15	0.557; 0.346	0.62	0.068	0.93; 200	1.25; 250

E_c – энергия лазерного импульса; τ и τ_w полная длительность импульса и длительность его высокоинтенсивной части с мощностью $W_{\max}$; R_0, Δ_{DT}, Δ_{CH} , m_{DT}, m_{CH} – соответственно начальные значения радиуса мишени, толщины DT-слоя, толщины аблятора, масса DT-горючего и начальная масса аблятора; K_{ab} – доля поглощенной энергии лазерного импульса к моменту его окончания; K_h – эффективность гидродинамической передачи в момент начала торможения оболочки; ρ и $(\rho R)_c$ – объемная и поверхностная плотности DT-горючего в момент максимального сжатия, ρ_g – плотность DT-газа.

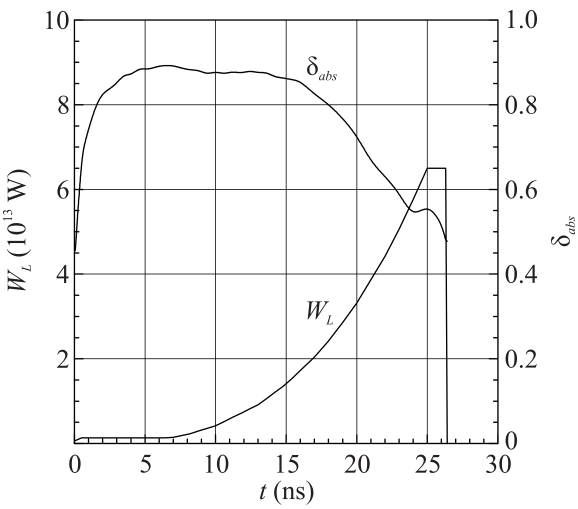

Рис. 1. Временные зависимости мощности лазерного импульса W_L с энергией $E_c = 500$ кДж и доли поглощенного лазерного потока δ_{abs} для мишени с массой $m_{\mathrm{DT}} = 0.905$ мг (расчет # 1 табл. 1)

энергии за счет CBET-эффекта имели место лишь на высокоинтенсивной части импульса, но и там они не превосходили 5 %. Столь высокая эффективность поглощения излучения 2-й гармоники – практически в 1.5 раза более высокая по сравнению с мишенью традиционного зажигания [2] – обусловлена более медленным сжатием мишени при меньшей интенсивности лазерного излучения, поглощение которого отвечает более низкой температуре короны и, следовательно, более высокому коэффициенту поглощения по сравнению с мишенью традиционного зажигания. Мгновенное значение гидродинамической эффективности практически постоянно на начальной части импульса, с постоянной мощностью $W_{\min} = 1.3$ ТВт, и составляет $K_h \approx 0.017$. На второй части импульса, с нарастающей мощностью, величина K_h монотонно растет до значения $K_h \approx 0.066$, которое практически не менялось на заключительной части импульса с мощностью $W_{\max} = 65$ ТВт вплоть до начала торможения оболочки в момент времени $t = 26.2$ нс. К моменту $t = 26.2$ нс скорость оболочки составила около 180 км/с при испарении 67 % массы аблятора. Момент максимального сжатия оболочки $t = 26.5$ нс наступал незначительно позже момента окончания лазерного импульса (26.36 нс). Средняя скорость полета оболочки и доля испаренной массы аблятора к моменту окончания импульса составили соответственно 130 км/с и 73 %.

Данные табл. 1 показывают значения средней объемной и поверхностной плотностей около $\rho \approx 200$ г/см^3 и $(\rho R)_c \approx 1.1$ г/см^2 при энергии $E_c = 500$ кДж и начальной плотности газа $\rho_g = 0.625$ мг/см^3. Снижение плотности ρ_g до 0.08 мг/см^3 приводит к увеличению значений ρ и $(\rho R)_c$ соответственно в 1.3 и 1.4 раза. Снижение энергии E_c до 300 кДж приводит к уменьшению поверхностной плотности на 20–30 %, но, тем не менее, ее значение остается около 1 г/см^2. По аналогии с тем, как это было сделано в разделе 2, расчетным характеристикам сжатия (табл. 1), можно поставить в соответствие коэффициенты усиления около 60 при энергии лазерного импульса 500 кДж и 45 – при энергии 300 кДж, с учетом энергии зажигающего импульса 150 кДж.

4. В работе обоснована возможность достижения характеристик сжатия мишени ЛТС, необходимых для последующего быстрого зажигания с коэффициентом усиления 40–60, при энергии сжимающего лазерного импульса 300–500 кДж. Главной особенностью предложенного типа мишени является большая удельная масса ДТ-горючего на единицу энергии сжимающего лазерного импульса 2–3 мг/МДж, которая в 5–7 раз больше, чем в случае мишени традиционного искрового зажигания. При сжатии предложенной мишени доля поглощенной энергии импульса 2-ой гармоники излучения Nd-лазера с умеренным контрастом нарастания его мощности около 50 составляет 60–70 %, что практически вдвое превышает долю поглощенной энергии при сжатии мишени традиционного зажигания.

Финансирование работы. Исследование выполнено в рамках научной программы Национального центра физики и математики, направление # 4 "Физика высоких плотностей энергии. Этап 2026–2028".

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. V. B. Rozanov, C. P. Verdon, M. Decroisette, S. Y. Gus'kov, J. D. Lindl, K. Nishihara, and H. Takabe, *Inertial confinement target physics* in *Energy from inertial fusion* (IAEA, Vienna, 1995), p. 21.
2. С. А. Бельков, С. В. Бондаренко, Г. А. Вергунова, С. Г. Гаранин, С. Ю. Гуськов, Н. Н. Демченко, И. Я. Доскоч, П. А. Кучугов, Н. В. Змитренко, В. Б. Розанов, Р. В. Степанов, Р. А. Яхин, "Термоядерные мишени прямого облучения лазерным импульсом мегаджоульного уровня", ЖЭТФ **148**, 784 (2015) [S. A. Bel'kov, S. V. Bondarenko, G. A. Vergunova, S. G. Garanin, S. Yu. Gus'kov, N. N. Demchenko, I. Ya. Doskoch, P. A. Kuchugov, N. V. Zmitrenko, V. B. Rozanov, R. V. Stepanov, and R. A. Yakhin, "Thermonuclear targets for direct-drive ignition by a megajoule laser pulse", JETP **121**, 686 (2015)].
3. R. S. Craxton, K. S. Anderson, T. R. Boehly et al. (Collaboration), "Direct-drive inertial confinement fusion: A review", Phys. Plasmas **22**, 110501 (2015).
4. A. L. Kritcher, A. B. Zylstra, C. R. Weber et al. (Collaboration), "Design of the first fusion experiment to achieve target energy gain $G > 1$", Phys. Rev. Lett. **109**, 025204 (2024).
5. N. G. Basov, S. Yu. Gus'kov, and L. P. Feoktistov, "Thermonuclear gain of ICF targets with direct heating of ignitor", J. Soviet Laser Research **13**, 396 (1992).
6. Л. П. Феоктистов, "Горизонты ЛТС", в сб. "Будущее науки" (ЗНАНИЕ, М., 1985), т. 18, с. 168 [L. P. Feoktistov, "Gorizonty LTS", v sb. "Buduschee nauki" (Znanie, Moscow, 1985), v. 18, p. 168].
7. С. Ю. Гуськов, "Быстрое зажигание мишеней инерциального синтеза", Физика плазмы **39**(1), 3 (2013) [S. Yu. Gus'kov, "Fast ignition of inertial confinement fusion targets", Plasma physics reports **39**(1), 1 (2013)].
8. M. Tabak, P. Norreys, V. T. Tikhonchuk, K. A. Tanaka, "Alternative ignition schemes in inertial confinement fusion", Nucl. Fusion **54**, 054001 (2014).
9. G. J. Williams, A. Link, M. Sherlock et al. (Collaboration), "Order-of-magnitude increase in laser-target coupling at near-relativistic intensities using compound parabolic concentrators", Phys. Rev. E **103**, L031201 (2021).
10. С. А. Бельков, С. Г. Гаранин, В. Г. Рогачев, С. Ю. Гуськов, "Мощные лазеры, исследования в области физики высокой плотности энергии", Сб. тезисов 48-й Международной (Звенигородской) конференции по физике плазмы и УТС (2021) [S. A. Bel'kov, S. G. Garanin, V. G. Rogachev, and S. Yu. Gus'kov, "Powerful lasers, high energy density physics research", book of abstracts of the 48th International (Zvenigorod) Conference on Plasma Physics and controlled fusion, 2021)]; https://www.fpl.gpi.ru/Zvenigorod/XLVIII/R.html.
11. N. N. Demchenko, "The crossed-beam energy transfer model without empirical factor for multi-beam irradiation of a spherical laser target", Plasma Phys. Control. Fusion **64**, 105017 (2022).