Письма в ЖЭТФ, том 123, вып. 11, с. 774 – 780

Интерпретация перехода в электрическом поле резонансного ТГц отражения от поглощения к усилению в сэндвичах с графеном и перспективы создания универсального ТГц лазера на сэндвичах

А. А. Андронов[1)], *В. И. Позднякова*

Институт физики микроструктур РАН, 603950 Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию 8 декабря 2025 г.
После переработки 8 апреля 2026 г.
Принята к публикации 22 апреля 2026 г.

Проведены расчеты и обсуждения, объясняющие механизмы отражения ТГц излучения от высококачественных сэндвичей с графеном (покрытым слоями гексагонального нитрида бора), с полосковыми резонаторами, с электрическим полем и током в графене в эксперименте, проведенном Taiichi Otsuji и его коллегами. При начальном росте поля ими обнаружено уменьшение частоты и подавление ТГц резонансов в полосках вплоть до их исчезновения, и возникновением резонансов, с ростом их частот и усилением в сильном поле. Мы демонстрируем, что в слабых полях подавление резонансов вызвано "дираковской" зависимостью скорости электронов от импульсов в графене и диффузионным разогревом электронов с ростом их температуры. Появление резонансов с усилением в сильном поле вызвано переходом к динамическому разогреву (стримингу) электронов в графене, когда основными процессами динамики электронов являются движение в электрическом поле и излучение оптических фононов. Наши расчеты показывают, что в этих условиях в графене возникают отрицательная ТГц проводимость (с частотами, зависящими от электрического поля) и положительная добавка к реальной части отклика графена с областью ее роста с частотой. Это приводит к наблюдаемому росту частот резонансов с полем и усилению на резонансах. Эти наблюдения и наше рассмотрение представляют реальную основу для создания на базе таких сэндвичей, без полосковых резонаторов, перестраиваемого по частоте электрическим полем в широких пределах (1 – 10 ТГц) непрерывного ТГц лазера при комнатной температуре.

DOI: 10.7868/S3034576626060038

1. Введение. В работах [1, 2] исследовалось отражение ТГц излучения от сэндвичей графен–гексагональный нитрид бора с высокой подвижностью электронов при $T = 300\,\text{К}$ (до $50000\,\text{см}^2/(\text{В с})$) и изготовленными на поверхности сэндвича системами полосковых резонаторов с резонансами на ТГц частотах. В работах [1, 2] эффекты усиления при отражении интерпретировались на основе многочисленных теоретических работ по возможности усиления электромагнитного излучения на разных эффектах при пространственном дрейфе электронов поперек резонаторов. Однако, во-первых, большинство этих работ (включая [1, 2]) использует гидродинамический подход для анализа таких возможностей. Это не адекватно рассмотрению ТГц отклика, так как такой подход не учитывает разброс скоростей электронов, что должно подавлять всяческие отрицательные проводимости пролетного типа из-за разброса пролетных частот. Гидродинамика для расчетов применима только для сравнительно низкочастотных волн – например, для звуковых волн в электро-акустике при дрейфе электронов со скоростью, большей скорости звука в пьезоэлектрических кристаллах. А, во-вторых, подобные идеи так и не привели к созданию ТГц источника излучения при дрейфе электронов в полупроводниковых гетероструктурах. Поэтому мы считаем предложенную в работах [1, 2] интерпретацию собственных наблюдений не убедительной.

В данной статье мы рассматриваем другой механизм для объяснения возникновения ТГц усиления в работах [1, 2] – отрицательная проводимость при динамическом разогреве электронов (стриминге). Этот механизм давно был предложен [3] и продемонстрирован в n-InP [4] в миллиметровом диапазоне при температуре $T = 4\,\text{К}$. Причем стимулированное излучение наблюдалось просто в куске $54 \times 8 \times 7\,\text{мм}$ слабо легированного n-InP без каких-либо структур на поверхностях, кроме контактов вдоль узких сторон. Измерена перестройка частоты от 50 до 200 ГГц при изменении электрического поля от 200 до 400 В/см. Для возникновения стриминга

1) e-mail: andron@ipmras.ru

необходимо, чтобы для электронов было сильное рассеяние при спонтанном излучении оптических фононов при энергии, большей энергии оптических фононов, а при меньшей энергии рассеяние было мало, так что основные процессы динамики электронов – это движение в электрическом поле и излучение оптических фононов. Работы [3, 4] (см. также цитированные в [4], включая работы по нахождению методом Монте-Карло отрицательной микроволновой проводимости при стриминге в n-InP, n-GaAs и n-GaN) и подвигли нас исследовать возможность использования стриминга для объяснения результатов работ [1, 2]. Наш анализ процессов рассеяния в сэндвичах с графеном с высокой подвижностью показал, что стриминг электронов в них может быть осуществлен и при $T = 300\,\mathrm{K}$, поскольку энергия оптических фононов около 2000 K, а рассеяние на акустических фононах относительно мало. Возможность объяснения усиления ТГц излучения в работах [1, 2] на основе отрицательной проводимости при стриминге в графене была указана в нашей работе [5] на основе расчетов с "бесконечной" частотой рассеяния на оптических фононах и учете упругого рассеяния. В настоящей работе, пренебрегая полностью рассеянием при энергии, меньшей энергии оптических фононов (что позволило также просто объяснить механизм отрицательной проводимости в сэндвичах), и используя при анализе стриминга реальную схему рассеяния на оптических фононах, мы рассчитали отклик сэндвича с графеном без полосковых резонаторов на ТГц поле при стриминге с отрицательной проводимостью в ТГц диапазоне с частотой, зависящей от электрического поля, и изменением плазменной дисперсии электронного газа в графене на диэлектрическую.

До возникновения стриминга, в сравнительно слабом электрическом поле, повышение электронной температуры в процессе диффузионного разогрева электронов электрическим полем позволяет объяснить, качественно, все наблюдавшиеся в работах [1, 2] эффекты в слабых электрических полях. Таким образом, наши расчеты позволяют полностью качественно объяснить поведение резонансов в полосках в слабых и сильных полях. Подчеркнем, что, как и в [4], наши расчеты показывают, что наблюдавшееся в [1, 2] усиление связано со свойствами сэндвичей, а полосковые резонаторы просто их выявляют. Таким образом, наличие полосок и пространственного пролета электронов под ними не имеет никакого отношения к существованию ТГц усиления.

2. Схема наблюдений отражения ТГц излучения от сэндвичей и результаты измерений в работах [1, 2]. На рисунке 1 представлена

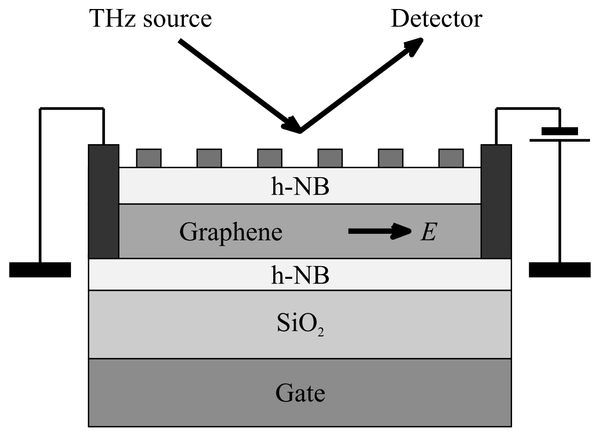

Рис. 1. Схема сэндвича с электрическим полем, общим затвором и системой полосковых резонаторов с фиксацией концентрации электронов и схема наблюдения отражения

адаптированная на основе работ [1, 2] схема измерений отражения ТГц излучения от сэндвичей с полосковыми резонаторами. В работах [1, 2] использовались более сложные геометрии резонаторов, чем показанные на рис. 1, с двумя системами (по 6 штук) встречных полосковых резонаторов разной ширины, на которые независимо можно было подавать затворные напряжения, получая концентрацию электронов под полосками для возникновения ТГц резонанса. В измерениях задействовали затворным напряжением только одну систему активных резонаторов, а вторая – играла роль проводов между активными резонаторами и нерезонансного отражателя. В работах [1, 2] исследовалось три разных чипа с разными ширинами встречных полосковых резонаторов – "пальцев" (от 0.5 до 2 мкм). Причем в двух чипах (асимметричных) ширины были у пальцев разные (0.5, 0.75, 1.0 и 1.5 мкм), а в последнем, симметричном, – 2.0 мкм. Как видно из рис. 2 и графиков в [1], пороги по полю усиления и роста частот при стриминге растут с ростом ширины. Это естественно объясняется отмеченным в нашей статье сдвигом с полем пика отрицательной проводимости при стриминге в сторону низких частот из-за увеличения разброса длин траекторий. И те значения тянущего поля, которые необходимы для возникновения роста частоты резонанса и усиления, не были достигнуты в симметричном чипе, но слабые следы края резонанса с усилением наблюдались. В то же время, в нулевых и слабых полях этот чип ведет себя совершенно аналогично другим чипам: частота резонанса падает с ростом слабого поля. Поэтому в [1, 2] и были проанализированы данные только для четырех пальцев (0.5, 0.75, 1.0 и 1.5 мкм) асимметричных чипов. В результате из двух разных чипов можно было задействовать четыре системы ТГц резонаторов с разной шириной. Фактически, в работах [1, 2] речь идет о системах отдельных независимых активных "пальцев" с затворным напряжением, дающим большую концентрацию и ТГц резонанс в полоске, где и возникают разогрев электронов и стриминг. На рисунке 1 показана только система с активными ТГц резонаторами. На рисунке 2 приведены частоты пиков в

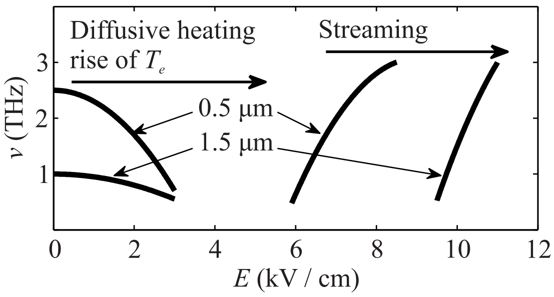

Рис. 2. Схематическое изображение изменения частоты резонансных пиков отражения в электрическом поле (см. [1] рис. 4). 0.5 и 1.5 мкм – ширины полосков

коэффициенте отражения на резонансных частотах в функции электрического поля для двух резонаторов с разными ширинами (см. [1]). В работе [1] было исследовано четыре ширины резонаторов. Сначала исследовались зависимости резонансных частот систем от ширин резонаторов и затворных напряжений на них без приложенного поля. Пики возникают для поляризации ТГц излучения, перпендикулярной полоскам. В поле на рис. 2 видны две области наличия пиков, с провалом, где пиков (т.е. резонансов) нет. Кроме того, в слабых полях рост электрического поля уменьшает частоту пиков и приводит к увеличению поглощения в пиках, тогда как в области сильных полей частота пиков растет с полем и соответствует усилению. Дополнительная информация о пиках получена при измерении фазовой структуры частотного спектра отражения в окрестности пиков (рис. 4 в работе [1]). Оказалось, что у пиков в области слабых электрических полей положительная фаза в отражении на частотах, меньших частоты пика, изменяется на отрицательную за пиком. В области сильных полей ситуация обратная: фаза до пика отрицательная, а за пиком – положительная. Такая ситуация – это стандартный переход от положительной проводимости в не инвертированной системе к отрицательной – в инвертированной. Как продемонстрировано ниже, в области слабых полей все может быть описано в рамках приближения с электронной температурой, с параметрами электронов в графене, когда добавка от графена в реальной части отклика плазменная, но модифицирована зависимостью скорости электронов от импульса в графене при изменении поля. В области сильных полей, когда возникает стриминг и усиление, эта добавка положительная, с областью, где частота растет с полем при отрицательной проводимости.

3. Параметры графена и сэндвичей с графеном. Графен – это двумерный полупроводник, с "дираковским" спектром электронов, когда энергия электронов $\mathcal{E}$ зависит от (двухмерного) импульса $\mathbf{p} = (p_x, p_z)$ так: $\mathcal{E} = pV_F$. Скорость электрона $V_z = d\mathcal{E}/dp_z = V_F(p_z/p)$, что приводит к специфическому для графена выражению для плазменной частоты, которая изменяется при разогреве электронов электрическим полем. Энергия оптического фонона $\mathcal{E}_o = \hbar\omega_o = p_0 V_F$, где p_0 – модуль импульса при энергии электрона, равной $\hbar\omega_o$. Таким образом, при излучении оптического фонона модуль импульса просто изменяется на p_0. Энергия оптического фонона в графене около 2000 K, что фактически приводит к наличию при комнатной температуре только спонтанного излучения электронами оптических фононов при их энергии $\mathcal{E} > \hbar\omega_o$. Это условие и необходимо для возникновения стриминга. Частоты рассеяния электронов в сэндвичах представлены на рис. 3, взятом

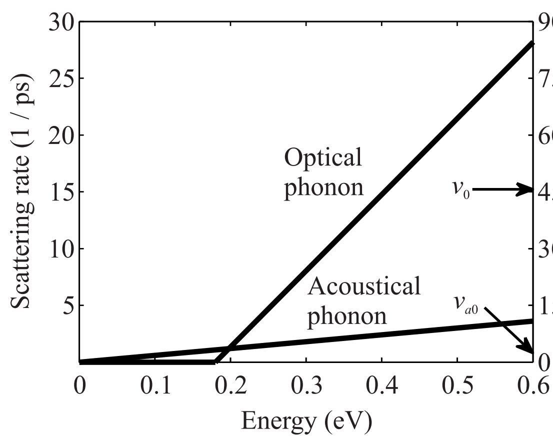

Рис. 3. Частоты столкновений электронов с акустическими и оптическими фононами в графене и сэндвиче

из [6]. Здесь на левой оси даны значения в отдельном слое графена, а на правой оси эти же значения, увеличенные в 3 раза, для сэндвича (слой графена между слоями гексагонального нитрида бора), чтобы учесть рассеяние на фононах в двух слоях нитрида бора ("обкладки" графена), параметры решетки которого близки к параметрам графена. Такое утроение, как было отмечено в [5, 6], для акустического рассеяния хорошо соответствует наблюдаемой высокой подвижности электронов в сэндвичах и демонстрирует отсутствие существенного вклада поглощения оптических фононов электронами при $T = 300\,\text{К}$. Линейная зависимость частот рассеяния от энергии обусловлена линейной зависимостью плотности состояний от энергии для дираковского спектра электронов. В наших расчетах мы не учитываем электрон-электронное рассеяние, которое может подавить стриминг. Мы предполагаем, что концентрация электронов на см^2 N_s не слишком велика – порядка $2 \cdot 10^{12}\,\text{см}^{-2}$. Оценки [5, 6], показывают, что в этом случае частота е-е рассеяния меньше частоты акустического. Кроме того, такие концентрации электронов исследовались в работах [1, 2].

Введем характерные частоты и поля рассеяний. Для акустического рассеяния частота $\nu_a = \nu_{a0} p/p_0 = (eE_a/p_0) \cdot (p/p_0)$, для рассеяния на оптических фононах $\nu_{\text{opt}} = \nu_0 (p - p_0)/p_0 = (eE_o/p_0) \cdot (p - p_0)/p_0$. Для существования стриминга необходимо, чтобы частота "пролета" (ускорения) электронов в электрическом поле до энергии оптического фонона $\nu_E = eE/p_0$ была больше ν_e, усредненного при $p < p_0$ значения упругого рассеяния. В нашем случае $\nu_e = \nu_{a0}/2$, так что поле начала стриминга $E_e = E_a/2$. Проведенные на основе расчетных литературных данных в [5, 6] оценки частот в графене и сэндвичах дают следующие цифры для сэндвичей (рис. 3): $\nu_0 = 4.5 \cdot 10^{13}\,\text{с}^{-1}$, $\nu_e = 1.5 \cdot 10^{12}\,\text{с}^{-1}$; $E_e = 3\,\text{кВ/см}$, $E_0 = 60\,\text{кВ/см}$. Таким образом область стриминга в сэндвичах – это поля от 3 до 60 кВ/см, где акустическим рассеянием можно пренебречь при расчетах. Все это указывает на возможность создания ТГц источника излучения, перестраиваемого электрическим полем в полосе 0.5–15 ТГц (600–20 мкм). Оцененное значение E_e и минимальная частота усиления (0.5 ТГц) находятся вблизи значения порога ТГц усиления, наблюдавшегося в [1, 2] (см. рис. 4 и подпись к нему в [1]).

4. Монте-Карло моделирование траекторий и проводимость при стриминге в графене. Динамический разогрев электронов и стриминг возникают в условиях, когда электроны из области энергий, меньших энергии оптического фонона, достигают энергии оптического фонона (почти) без упругого или е-е рассеяния. Поэтому мы рассматриваем приближение, когда при энергии электронов, меньшей энергии оптического фонона, вообще нет рассеяния. Мы не будем здесь описывать схему одноэлектронного моделирования, а приведем результаты в умеренном (рис. 4) и сравнительно большом (рис. 5) электрическом поле. Моделирование средней скорости показывает, что она почти не изменяется при изменении поля, так что статическая дифференциальная проводимость близка к нулю, что и отража-

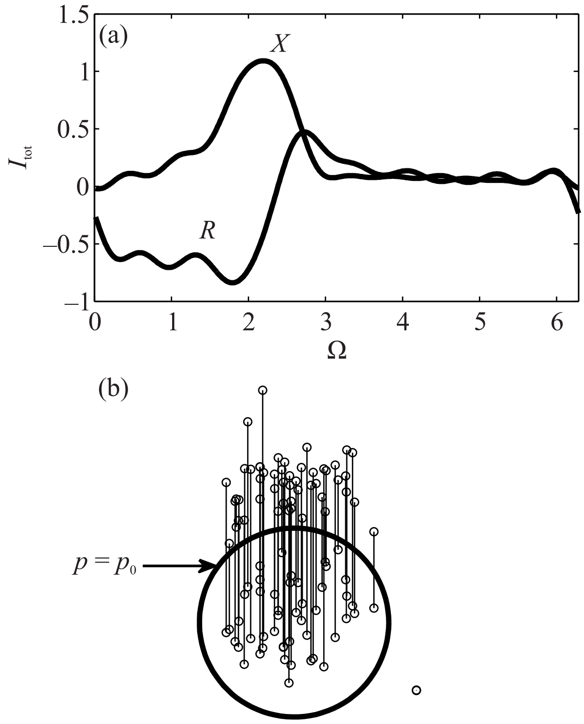

Рис. 4. Безразмерная проводимость (a) и траектории (b) при $E = E_0/6 = 10\,\text{кВ/см}$. При $\Omega = 2$ частота $f = \omega/(2\pi) = 2.38\,\text{ТГц}$

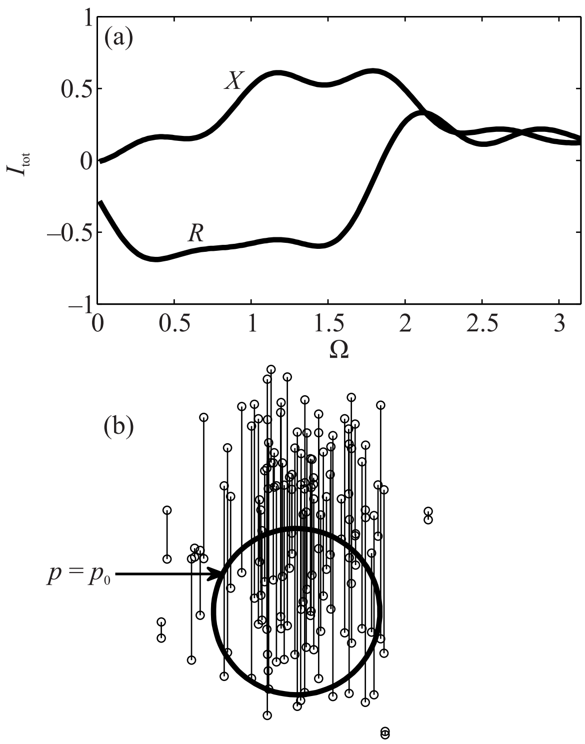

Рис. 5. Безразмерная проводимость (a) и траектории (b) при $E = E_0/2 = 30\,\text{кВ/см}$. При $\Omega = 1.5$ частота $f = 5.37\,\text{ТГц}$

ется в результатах на рис. 4, 5: проводимость падает при приближении частоты к нулю на фоне флюктуаций моделирования. Мы рассматриваем ТГц отклик стриминга в однородном переменном поле, имея ввиду возможность создания ТГц лазера. Оценки показывают, что приближенно такой отклик можно использовать и для анализа свойств полосковых ТГц резонаторов. Для нахождения проводимости графена в переменном поле складываем отклик 2000 траекторий и нормируем эту сумму на число траекторий, получая усредненный отклик. Мы используем "симбиоз" метода Монте-Карло для нахождения траекторий электронов при стриминге и линеаризованного кинетического уравнения для нахождения проводимости таких траекторий.

Уравнения на траекториях для нахождения проводимости следующие (все поля направлены по оси z). Уравнение для статической функции распределения $f_0(p_x, p_z)$ на n-й траектории:

$$eE\frac{df_{0n}(p_x,p_z)}{dp_z} = eEA\delta(p_x - p^i_{xn})\delta(p_z - p^i_{zn}). \qquad (1)$$

Оно справедливо при p_z, которое меняется от начального значения p^i_{zn} при заданном p^i_{xn} до конечного значения p^f_{zn} при том же значении p^i_{xn}. Значения p^i_{xn}, p^i_{zn} и p^f_{zn} разыгрываются методом Монте-Карло с учетом вероятности излучения электронами в сэндвиче оптических фононов. Далее

$$i\omega\tilde{f}_{0n} + eE\frac{d\tilde{f}_{0n}}{dp_z} = -e\tilde{E}_0\frac{df_{0n}}{dp_z} \qquad (2)$$

– линеаризованное уравнение для амплитуды возмущения функции на n-й траектории $\tilde{f}_n = \tilde{f}_{0n}\exp i\omega t$ в переменном поле $\tilde{E} = \tilde{E}_0 \exp i\omega t$ с условием

$$\tilde{f}_{0n}(p^i_{xn}, p^i_{zn}) = \tilde{f}_{0(n-1)}(p^i_{x(n-1)}, p^f_{z(n-1)}). \qquad (3)$$

Фактически такое граничное условие означает, что малое изменение функции распределения на $n-1$ траектории при $p^f_{z(n-1)}$ переносится вместе со статической функцией в начало следующей траектории при излучении оптического фонона.

Но сначала мы обсудим отклик отдельной траектории, считая $\tilde{f}_{0n}(p^i_{xn}, p^i_{zn}) = 0$ и $p^i_{xn} = 0$. Это дает возможность элементарно рассмотреть механизмы дисперсии и отрицательной проводимости на траекториях. Из уравнения (2) с нулевым граничным условием находим z-компоненту переменного тока $\tilde{j}_{zn} = \tilde{j}_{0zn}\exp(i\omega t)$ и проводимость траектории $\delta\sigma_n$:

$$\tilde{j}_{0zn} = \delta\sigma_n\tilde{E}_0 = e\iint v_z\tilde{f}_{0n}(p_x,p_z)\,dp_x dp_z, \qquad (4)$$

где $v_z = V_F p_z/\sqrt{p_z^2+p_x^2}$, при $p^i_{xn} = 0$, $v_z = V_F$. Введем безразмерные переменные: $z = p_z/p_0$, $z^i = p^i_{zn}/p_0$, $z^f = p^f_{zn}/p_0$, $x^i = p^i_{xn}/p_0$, $\Omega = \omega p_0/eE$, $l = (z^f - z^i)$ – безразмерная длина траектории. Тогда

$$\delta\sigma_n = e^2V_F l\cdot\frac{Ap_0}{eE}\cdot\frac{i\,(1-\cos\Omega_0) - \sin\Omega_0}{\Omega_0}, \qquad (5)$$

где $\Omega_0 = l\Omega$. Здесь реальная часть проводимости *отрицательна* и большая при $\Omega_0 < \pi$ и содержит меньшие отрицательные значения в областях, где $\sin\Omega_0 > 0$. Мнимая часть проводимости положительная, что приводит к положительной добавке к реальной части отклика сэндвича. Таким образом, отклик сандвичей изменяется от плазменного на диэлектрический из-за появления у электронов характерной, пролетной, частоты Ω_0. Механизм отрицательной проводимости и "диэлектризации" – это пролетный резонанс по длине траектории, приводящий к группировке по p_z электронов на траектории под влиянием постоянного и переменного полей. Этот пролетный резонанс по p_z вполне аналогичен хорошо известному пролетному резонансу в координатном пространстве в вакуумной и твердотельной электронике. Но при вкладе многих траекторий в проводимость из-за разброса длин траекторий l области отрицательной проводимости при больших Ω_0 замываются, а область вблизи нуля Ω_0 остается.

Результаты расчетов безразмерной проводимости $I_{\text{tot}}(\Omega) = R + iX$ для двух значений электрического поля с граничным условием (3) на траекториях приведены на рис.4,5

$$I_{\text{tot}}(\Omega) = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} I_n(\Omega),$$

где I_n – вклад отдельной траектории, для которой $\delta\sigma_n = \Phi I_n(\Omega)$, $\Phi = e^2V_F lAp_0/(eE)$, а N – число учтенных траекторий. В расчетах $N = 2000$ и использовалось Фурье-сглаживание флюктуаций моделирования.

Для определения величины A будем считать, что все электроны расположены на "средней" траектории, определяемой I_{tot}, со значением безразмерной длины этой главной траектории $\Delta z = z^f_{\text{tot}} - z^i_{\text{tot}}$. Численное моделирование показывает, что $\Delta z \approx 1.4$ при $E = E_0/6 = 10$ кВ/см и $\Delta z \approx 1.61$ при $E = E_0/2 = 30$ кВ/см. Из уравнения (1) $(f_0)_{\text{tot}}(p_x,p_z) = A\delta(p_x - p^i_x)$ при $(p^i_z)_{\text{tot}} < pz < (p^f_z)_{\text{tot}}$. В результате плотность электронов на см^2 на этой траектории $N_S = Ap_0\Delta z$, а $\sigma_{\text{tot}} = \sigma_0 I_{\text{tot}}$,

$$\sigma_0 \approx e^2\frac{V_F N_s}{p_0\Delta z}\cdot\frac{p_0}{eE} = e^2\frac{N_s}{m_G\Delta z}\cdot\frac{p_0}{eE},$$

где $m_G = p_0/V_F \approx 0.03m_0$, m_0 – масса электрона.

Из рисунков 4, 5 следуют две существенные вещи. Во-первых, отрицательная проводимость имеется только в области $0 < \Omega_0 < 2$ или 2.5. Во-вторых, вклад в положительный диэлектрический отклик сэндвичей (X) растет с Ω_0 в области отрицательной проводимости. Расчеты дают аналогичные результаты для других полей E, со своими выражениями для Ω. Только при $E > E_0$ область отрицательной проводимости сжимается до $\Omega_0 < 1$. Эти особенности влияют на характер зависимости частот резонансов от поля при изменении ширины полосок, которое и наблюдалось.

5. Квази-электростатические волны в сэндвичах с графеном. В графеновом слое могут существовать поверхностные квази-электростатические волны, описываемые электрическим потенциалом φ. Эти волны определяют частоты резонансов в полосках на сэндвиче. Уравнения, описывающие такие волны, – это уравнение Пуассона для потенциала φ и уравнение непрерывности для плотности заряда и тока в сэндвиче. Пусть электронный слой расположен на плоскости $x = 0$, а над и под этой плоскостью имеется диэлектрик с диэлектрической проницаемостью ε. Рассмотрим волну потенциала $\varphi = \varphi_0 \exp(i\omega t - ik_z - k_x)$ при $x > 0$ (и симметричную при $x < 0$) с электрическим полем $\mathbf{E} = -\nabla\varphi$. Уравнение непрерывности для амплитуд плотности заряда ρ_0 и тока j_0 на плоскости $x = 0$ в такой волне будет $i\omega\rho_0 - ikj_0 = 0$ с граничным условием $\rho_0 = \varepsilon E_{x0}/(2\pi)$ и $j_0 = \sigma E_{z0}$, где $E_{x0} = k\varphi_0,\ E_{z0} = ik\varphi_0$. В результате уравнение непрерывности можно переписать в виде

$$i\omega k\frac{\varepsilon\varphi_0}{2\pi} + k^2\sigma\varphi_0 = 0,$$

а дисперсионное уравнение для волн:

$$i\omega\frac{\varepsilon}{2\pi} + k\sigma = 0. \tag{6}$$

Это симметричный случай таких волн. В работах [1, 2] резонансы возникают в несимметричной системе с тонким слоем нитрида бора между слоем графена и металлическими полосками. Дисперсионные уравнения этих волн содержат при σ просто численный множитель $G = 2/(1 + \coth(kd)) \approx 2kd$ при $kd \ll 1$, где d – малая толщина нитрида бора между графеном и полоском, а волновое число k определяется шириной полоска s (скажем, $k = \pi/s$).

Будем рассматривать три случая уравнения (6): простой электронный газ, электронный газ в графене с распределением электронов по Больцману с электронной температурой T_e и электроны при стриминге в графене с вычисленной выше проводимостью. В простом электронном газе $\sigma = e^2N_s/\left(m_0(i\omega + \nu)\right)$, N_s – концентрация электронов в слое на см^2, m_0 – масса электрона, и дисперсионное уравнение:

$$\omega(\omega - i\nu) = \frac{2\pi k e^2 N_s G}{m_0\varepsilon}. \tag{7}$$

В графене в сэндвичах в слабом электрическом поле электроны имеют энергию $\mathcal{E} = V_F p$ и температуру T_e (которая растет с ростом электрического поля). В результате проводимость

$$\sigma = \frac{e^2N_s}{i\omega + \nu}\cdot\frac{V_F^2}{\kappa T_e},$$

κ – постоянная Больцмана, а дисперсионное уравнение:

$$\omega(\omega - i\nu) = \frac{2\pi e^2 k V_F^2 N_s G}{\varepsilon\kappa T_e}. \tag{8}$$

Наконец для дисперсионного уравнения при стриминге мы получаем

$$i\frac{\omega\varepsilon}{2\pi} + kG\sigma = i\frac{\omega\varepsilon}{2\pi} + kG\sigma_0(R + iX) = 0$$

или

$$\omega = \frac{2\pi kG\sigma_0(iR - X)}{\varepsilon}. \tag{9}$$

В результате потенциал

$$\varphi = \varphi_0 \exp\left((\gamma - i\omega_0)t - ikz - kx\right),$$

где $x < 0$ (от затвора), $k > 0$, $\gamma = -2\pi k\sigma_0 GR/\varepsilon > 0$ в области Ω, где $R < 0$, что соответствует усилению! Частота

$$\omega_0 = \frac{2\pi k\sigma_0 GX}{\varepsilon} = \omega_S^2 X(\Omega)\frac{p_0}{eE}$$

растет с Ω в области, где $R < 0$.

$$\omega_S^2 = \frac{4\pi e^2 N_S k^2 dV_F}{p_0\Delta z\varepsilon}.$$

Для $k = \pi/s$, $s = 1$ мкм, $\varepsilon = 4.5$ [2] и $\Delta z = 1.5$ $\omega_S^2 \approx 10^{26}$ с$^{-2}$. Инкремент

$$\gamma = -\frac{2\pi k\sigma_0 GR}{\varepsilon} = -\omega_S^2 R(\Omega)\frac{p_0}{eE}.$$

Большое значение ω_S^2 позволяет объяснить, качественно конечно, все наблюдения частоты и усиления на резонансах, измеренных в работах [1, 2]. Рост электрического поля увеличивает частоты области отрицательной проводимости и положительного вклада в диэлектрический отклик при стриминге, что, собственно говоря, и наблюдалось в работах [1, 2].

6. Заключение. Формулы (8), (9) и следующие полностью позволяют качественно объяснить подавление резонансов в отражении в сравнительно слабых полях и появление резонансов с усилением в более сильных полях. В слабом поле при диффузионном разогреве электронов и повышении их температуры T_e происходит уменьшение резонансной частоты полосок, приводя (вместе с увеличением частоты рассеяния электронов) к полному исчезновению резонансов с повышением поля. При дальнейшем увеличении электрического поля происходит переход к динамическому разогреву электронов в графене, стримингу. Выражение (9) и рис. 4, 5 объясняют поведение резонансов в сильном поле, наблюдавшееся в [1, 2] (рис. 2). Здесь частота резонанса растет с полем из-за роста X на частотах, где $R < 0$. Одновременно возникает инкремент усиления моды γ. Рост частоты резонанса и усиление наблюдались в работах [1, 2]. Таким образом, наше рассмотрение полностью качественно объясняет все особенности резонансных отражений от сэндвичей, наблюдавшихся в [1, 2]. Одновременно наше рассмотрение в целом подтверждает выбранные при расчетах параметры рассеяний в графене.

На наш взгляд, основным результатом работ [1, 2] и наших расчетов и обсуждений является установление при комнатной температуре в подобных высококачественных сэндвичах с графеном в сильном электрическом поле стриминга с отрицательной проводимостью в ТГц области частот и широкой перестройкой этой области электрическим полем. И это ясно указывает на возможность создания на таких сэндвичах источника (лазера) ТГц излучения при комнатной температуре, универсального, непрерывного, перестраиваемого электрическим полем по частоте, скажем, от 1 до 10 ТГц. Такой источник мог бы просто являть собой сэндвич с контактами к графену, без каких-либо металлических полосок, на поверхности которого помещена пластина нелегированного кремния, представляющая собой резонатор с "хвостом" моды, задевающим графен, с электрическим полем и усилением в сэндвиче. На поверхности пластины можно было бы создавать РОС структуры для фиксации или перестройки частоты, создания хорошей диаграммы излучения. Конечно, можно (нужно) было бы начать просто с исследования ТГц отражения от сэндвича с электрическим полем и током в графене без металлических полосок, и зафиксировать переход от поглощения к усилению. Но нужны высококачественные сэндвичи с подвижностью при $T = 300$ K выше 30 000–40 000 см^2/(В с).

Работа выполнена в рамках госконтракта # FFUF-2024-0020.

Финансирование работы. Данная работа финансировалась за счет средств бюджета Института физики микроструктур Российской академии наук. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. S. Boubanga-Tombet, D. Yadav, W. Knap, V. Popov, and T. Otsuji, "Plasmonic instabilities and terahertz waves amplification in graphene metamaterials", arXiv:1801.04518 (2018).
2. S. Boubanga-Tombet, W. Knap, D. Yadav, A. Satou, D.B. But , V.V. Popov , I.V. Gorbenko, V. Kachorovskii , and T. Otsuji, "Room-Temperature Amplification of Terahertz Radiation by Grating-Gate Graphene Structures", Phys. Rev. X **10**, 031004 (2020).
3. А. А. Андронов, В. А. Козлов, "Низкотемпературная отрицательная дифференциальная СВЧ проводимость в полупроводниках при неупругом рассеянии электронов", Письма в ЖЭТФ **17**(2), 124 (1973) [A. A. Andronov and V. A. Kozlov, "Low-temperature Negative Differential Microwave Conductivity in Semiconductors Following Elastic Scattering of Electrons", JETP Lett. **17**, 87 (1973)].
4. Л. Е. Воробьев, С. Н. Данилов, В. Н. Тулупенко, Д. А. Фирсов, "Генерация излучения миллиметрового диапазона при пролетном резонансе электронов в фосфиде индия в сильном электрическом поле", Письма в ЖЭТФ **73**(5), 253 (2001) [L. E. Vorob'ev, S. N. Danilov, V. H. Tulupenko, D. A. Firsov, "Generation of millimeter radiation due to electric-field-induced electron-transit-time resonance in indium phosphide", JETP Lett. **73**(5), 219 (2001)].
5. А. А. Андронов, В. И. Позднякова, "Терагерцовые дисперсия и усиление при стриминге электронов в графене при 300 K", ФТП, **54**(9), 888 (2020) [A. A. Andronov and V. I. Pozdnyakova, "Terahertz dispersion and amplification under electron streaming in Graphene at 300 K", Semiconductors **54**(9), 1078 (2020)].
6. А. А. Андронов, В. И. Позднякова, "О ТГц лазерах на циклотронном резонансе в графене в скрещенных E, H полях при $T = 300$ K и в непрерывном режиме", ФТП, **57**(1), 29 (2023) [A. A. Andronov and V. I. Pozdnyakova, "On THz cyclotron resonance continuous wave lasers in graphene in crossed E, H fields at $T = 300$ K", Semiconductors **57**(1), 27 (2023)].