Письма в ЖЭТФ, том 123, вып. 11, с. 788 – 798

Магнитоплазмоны в двумерной электронной жидкости с эффектами памяти в межэлектронном взаимодействии

Д. Р. Раскулов[1], *П. С. Алексеев*[1]

Физико-технический институт имени А. Ф. Иоффе, 194021 С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 3 апреля 2026 г.
После переработки 23 апреля 2026 г.
Принята к публикации 24 апреля 2026 г.

Изучены магнитоплазмоны в двумерной электронной ферми-жидкости в образцах с пренебрежимо малой плотностью дефектов. Предложено феноменологическое обобщение теории ферми-жидкости Ландау, учитывающее эффекты памяти в электрон-электронном взаимодействии при наличии внешнего магнитного поля. Показано, что эффекты памяти приводят к бездиссипативному вкладу в комплексную дисперсию магнитоплазмонов, аддитивному с диссипативным вкладом за счет межчастичных столкновений. Рассчитанная мнимая часть дисперсии в зависимости от частоты и магнитного поля может быть как положительной, так и отрицательной. Тем самым, предсказывается неустойчивость магнитоплазмонов за счет эффектов памяти. Обсуждается, что эта неустойчивость может быть одним из ключевых процессов для формирования как основного состояния 2D электронов в магнитном поле типа “волна плотности”, так и состояний нулевого сопротивления (ZRS) в радиочастотном электрическом поле.

DOI: 10.7868/S3034576626060055

1. Введение. Наиболее типичными волнами, которые могут распространяться в объемных и двумерных (2D) проводниках, являются плазмоны, магнитоплазмоны и плазмон-поляритоны. Для 2D электронов свойства этих волн были подробно изучены в наноструктурах на основе квантовых ям GaAs и других материалов [1]. В вырожденных электронных системах присутствуют вклады в межэлектронное взаимодействие некулоновского типа: короткодействующие вклады, которые описываются с помощью теории ферми-жидкости Ландау [2–4]. Как для незаряженных, так и для заряженных ферми-жидкостей существуют волны (нулевые звуки), обусловленные именно короткодействующими вкладами [2, 5–11].

Характерным магнетотранспортным эффектом для 2D электронных систем является появление магнетоосцилляций фотосопротивления в умеренных магнитных полях при микроволновом излучении (эффект MIRO; см., например, [12–15]). При достаточно большой мощности излучения в некоторых диапазонах магнитных полей возникают состояния с нулевым фотосопротивлением (состояния ZRS) [16]. В настоящее время существуют разработанные теории фото-магнето-транспорта 2D электронов, в частности, считается, что состояниям ZRS отвечает пространственно-неоднородное распределение токов и полей [14]. Однако, свойства фотосопротивления очень сильно меняются от образца к образцу и в наиболее чистых образцах квантовых ям GaAs и графена с рекордно низкими плотностями дефектов наблюдается ряд загадочных особенностей: независимость фотосопротивления от знака поляризации циркулярно поляризованного излучения [17], несинусоидальная форма магнитоосцилляций MIRO [17, 18], резкие аномалии на удвоенной циклотронной частоте [15, 18–22]. Поэтому природа транспорта в сверхчистых структурах до сих пор является предметом конкуренции различных теорий [8, 14, 22–24].

С одной стороны, первые теории эффектов MIRO и ZRS были основаны на квантовой картине переходов между высокими уровнями Ландау невзаимодействующих 2D электронов в омическом образце с дефектами при наличии высокочастотного электрического поля (см. обзор [14]; в работе [25] была описана связь ранее предсказанного [26] эффекта абсолютного отрицательного сопротивления и формирования состояний ZRS). В [27–29] было показано, что осцилляции фото-магнето-сопротивления возникают также как следствие эффектов памяти при многократных рассеяниях электронов на случайном потенциале от дефектов за счет возврата электронов по циклотронным траекториям.

С другой стороны, в очень чистых наноструктурах наблюдались признаки формирования вязкой 2D электронной жидкости и гидродинамического режи-

[1]e-mail: danilraskulov@mail.ru; pavel.alekseev@mail.ioffe.ru

ма транспорта: сильная зависимость свойств течения от размеров и геометрии образца, падение сопротивления с температурой (эффект Гуржи) и гигантское отрицательное магнетосопротивление. Различные эффекты в таком режиме транспорта широко изучались экспериментально и теоретически (см., например, работы [18, 30–47]). Например, в высокочастотных откликах сверхчистых образцов наблюдались описанные выше особенности в фотосопротивлении [17–20, 22]. В работах [8, 24, 48] было предложено и разработано теоретическое объяснение последних эффектов в рамках гидродинамических моделей (см. также работы [49, 50]). В частности, в [24] развита феноменологическая теория нелинейного гидродинамического магнетотранспорта 2D электронов при наличии эффектов памяти в межэлектронном взаимодействии. Было показано, что повторные *ee*-столкновения за счет циклотронных возвратов вызывают запаздывающие релаксацию сдвиговых напряжений и возмущение параметров Ландау. Это приводит к фото-магнето-сопротивлению, которое проявляет яркие особенности, аналогичные наблюдавшимся в экспериментах [17–20, 22].

В этой работе изучено влияние эффектов памяти при межэлектронных столкновениях на 2D магнитоплазмоны в очень чистых структурах, где рассеяние электронов на дефектах пренебрежимо слабо. Показано, что запаздывающие слагаемые в функции Ландау, обусловленные циклотронными возвратами электронов в точку столкновения, приводят к появлению вклада в комплексную дисперсию магнитоплазмонов, дополнительного к релаксационному. В результате, в определенных интервалах магнитного поля, температуры и волнового вектора декремент за счет межэлектронных столкновений сменяется на инкремент, обусловленный эффектами памяти. Последнее означает появление неустойчивости за счет эффектов памяти при взаимодействии квазичастиц. Обсуждается, что эта неустойчивость может быть стартовым механизмом для формирования неферми-жидкостных основных состояний 2D электронов в магнитном поле типа “волна плотности” [51, 52] и неравновесных пространственно-неоднородных состояний ZRS во внешних электрических полях.

2. Модель. Состояния вырожденной 2D электронной системы в сверхчистых структурах будем описывать в рамках феноменологической теории ферми-жидкости Ландау [2–4]. Пусть $f_{\mathbf{p}}(\mathbf{r},t)$ – функция распределения квазичастиц по состояниям $\mathbf{p}$, плавно меняющаяся в пространстве и во времени:

$$f_{\mathbf{p}}(\mathbf{r},t) = f_F(\varepsilon_p^0) + \delta f_{\mathbf{p}}(\mathbf{r},t)\,, \qquad (1)$$

где $f_F(\varepsilon) = 1/[1+\mathrm{e}^{(\varepsilon-\mu)/T}]$ – функция Ферми, $\varepsilon_p^0 = p^2/2m$ – спектр квазичастицы с импульсом $\mathbf{p}$ в отсутствии других квазичастиц, $\mu \approx \varepsilon_F$ – химический потенциал, $\delta f_{\mathbf{p}}(\mathbf{r},t)$ – малая поправка, описывающая возбужденное состояние системы. Взаимодействие приводит к зависимости энергии квазичастицы от заселенности состояний других квазичастиц: $\varepsilon_{\mathbf{p}}(\mathbf{r},t) = \varepsilon_p^0 + \delta\varepsilon_{\mathbf{p}}(\mathbf{r},t)$, где $\delta\varepsilon_{\mathbf{p}}(\mathbf{r},t) = \sum_{\mathbf{p}'} F_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}\,\delta f_{\mathbf{p}'}(\mathbf{r},t)$, $F_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}$ – функция Ландау без учета спиновых переменных.

В магнитном поле происходит циклотронное движение квазичастиц, что приводит к появлению парных корреляций в динамике жидкости [24]. В рамках классически-механической картины они описываются как повторные столкновения квазичастиц друг с другом (см. рис. 1a). Благодаря таким процессам поведение некоторой части системы оказывается детерминированным в течение нескольких циклотронных оборотов. Поэтому функции распределения в прошлые моменты, $\delta f_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}, t-N_rT_c)$, контролируют распределение в момент t коррелированных электронов на парных траекториях, совершивших N_r последовательных столкновений (здесь $T_c = 2\pi/\omega_c$ – циклотронный период, $\omega_c = |e|B/mc$ – циклотронная частота квазичастиц). В результате, динамика жидкости перестает быть локальной во времени, т.е. описывающие систему величины определяются не только распределением квазичастиц в текущий момент времени t, но и в моменты $t' = t - N_rT_c$. Отметим, что аналогичное описание родственных эффектов памяти для невзаимодействующих 2D электронов, рассеивающихся на локализованных дефектах в магнитном поле, было впервые сделано в работе [28].

Для описания влияния парных корреляций на свойства электронной жидкости используем феноменологический подход, который является расширением теории ферми-жидкости Ландау, а именно: учтем в энергии квазичастиц запаздывающий вклад от эффектов памяти в межэлектронном взаимодействии:

$$\delta\varepsilon_{\mathbf{p}}(\mathbf{r},t) = \sum_{\mathbf{p}'}[F_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}\delta f_{\mathbf{p}'}(\mathbf{r},t) + \tilde{F}_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}\delta f_{\mathbf{p}'}(\mathbf{r},t-T_c)]\,, \qquad (2)$$

где $\tilde{F}_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}$ – функция, учитывающая парные корреляции квазичастиц. Запаздывающий вклад в (2) ранее не обсуждался в литературе и нуждается в микроскопическом выводе в рамках многоэлектронной модели, учитывающей двухчастичные корреляции. Физический смысл запаздывающего вклада в (2) состоит в том, что повторные столкновения приводят к описанным выше корреляциям в распределении электронов как в пространстве, так и во времени, имеющим T_c-периодичность по времени, что приво-

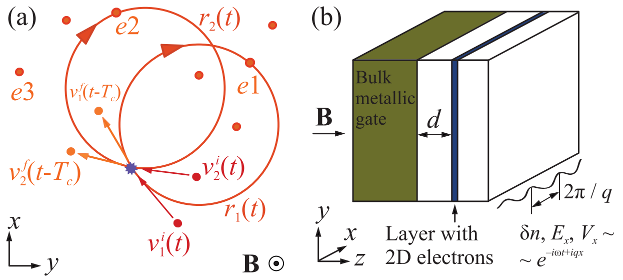

Рис. 1. (Цветной онлайн) (a) – Повторное столкновение пары квазичастиц $e1$ и $e2$ в 2D электронной ферми-жидкости в магнитном поле $\mathbf{B}$. Столкновение с внешней к паре квазичастицей $e3$ разрушает пару и ограничивает амплитуды запаздывающих слагаемых из формулы (2). (b) – Структура, в которой часто изучаются магнитоплазмоны: слой 2D электронов, отделенный от 3D металлического затвора слоем диэлектрика. Показано направление распространения магнитоплазменной волны в 2D системе, которая отвечает периодическим в пространстве и во времени возмущениям плотности δn, гидродинамической скорости $\mathbf{V}$ и внутреннего электрического поля $\mathbf{E} \sim \nabla \delta n$

дит к соответствующим возмущениям кулоновской энергии системы.

Межэлектронные столкновения замывают эффекты памяти: вероятность для каждого из электронов $e1$ и $e2$ в паре не столкнуться с "внешним" электроном $e3$ за один циклотронный оборот равна $P(B) = e^{-T_c/\tau_0}$ (см. рис. 1a). Здесь τ_0 – некоторое уходное время межчастичного рассеяния; оно может как сильно отличаться от времени релаксации сдвиговых напряжений τ_2 (случай традиционных ферми-газа и ферми-жидкости, см. результаты расчета τ_0 и τ_2 в [53, 54]), так и быть сравнимым с ним (например, за счет влияния магнитного поля на все процессы рассеяния, см. обсуждения в [24, 44]).

Таким образом, запаздывающий вклад в спектр квазичастиц пропорционален P: $\tilde{F}_{\mathbf{pp'}} \sim e^{-T_c/\tau_0}$. Иными словами, доля частиц P в течение одного циклотронного оборота, $t - T_c < t' < t$, двигалась детерминированным образом по сдвоенным циклотронным траекториям. Другие частицы в это время или совсем не участвовали в столкновениях, или рассеивались, не образуя пары. Как обсуждалось в [24], выполнение условия $\omega_c \tau_0 \lesssim 1$, приводящего к $e^{-T_c/\tau_0} \lesssim 1$, дает возможность учитывать в (2) только корреляции в течении одного циклотронного оборота. При этом, в отличие от [24], здесь мы не будем учитывать зависимость величин $\tilde{F}_{\mathbf{pp'}}$ от характеристик течения, приводящую к нелинейным эффектам.

Как известно, благодаря вкладу от взаимодействия $\delta\varepsilon_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}, t)$ (2) в спектре квазичастиц, величина $\delta f_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}, t)$ в (1) не является неравновесной поправкой к функции распределения [3, 4]. Правильная неравновесная поправка дается формулой: $\delta \tilde{f}_{\mathbf{p}} = f_{\mathbf{p}} - f_F(\varepsilon_p^0 + \delta\varepsilon_{\mathbf{p}})$. С учетом малости $\delta\varepsilon_{\mathbf{p}}$ имеем для $\delta \tilde{f}_{\mathbf{p}}$ [3, 4]:

$$\delta \tilde{f}_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}, t) = \delta f_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}, t) - f'_F(\varepsilon_p^0)\, \delta\varepsilon_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}, t) \,. \tag{3}$$

Кинетическое уравнение для квазичастиц, линеаризованное по $\delta f_{\mathbf{p}}$ и $\delta \tilde{f}_{\mathbf{p}}$, будет иметь вид [3, 4]:

$$\frac{\partial \delta f_{\mathbf{p}}}{\partial t} + \mathbf{v}_{\mathbf{p}}^0 \cdot \frac{\partial \delta \tilde{f}_{\mathbf{p}}}{\partial \mathbf{r}} + \frac{e}{c} [\mathbf{v}_{\mathbf{p}}^0 \times \mathbf{B}] \cdot \frac{\partial \delta \tilde{f}_{\mathbf{p}}}{\partial \mathbf{p}} + \\ + f'_F(\varepsilon_p^0)\, \mathbf{v}_{\mathbf{p}}^0 \cdot e\mathbf{E} = \mathrm{St}[\delta \tilde{f}_{\mathbf{p}}] \,, \tag{4}$$

где $\mathbf{v}_{\mathbf{p}}^0 = \partial\varepsilon_p^0/\partial \mathbf{p}$ – скорость квазичастиц; $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$ – электрическое и магнитное поля; $\mathrm{St}[\delta \tilde{f}_{\mathbf{p}}]$ – интеграл межчастичных столкновений. Как обычно, в (4) подразумевается квазиклассическое приближение: $\hbar q \ll p_F$, где q – волновой вектор рассматриваемых возмущений. Магнитное поле считается относительно слабым, так что заселено много уровней Ландау ($n_F = [\varepsilon_F/(\hbar\omega_c)] \gg 1$), поэтому выполнено условие $\hbar/T_c \ll \varepsilon_F$. Также будем считать, что $\hbar\omega \ll \varepsilon_F$.

Для интеграла столкновений в (4) используем приближение времени релаксации, при этом учтем только межчастичные столкновения, сохраняющие число квазичастиц и их общий импульс. Тогда, с учетом того, что интеграл столкновений зависит именно от неравновесной части $\delta \tilde{f}_{\mathbf{p}}$ [3], имеем:

$$\mathrm{St}[\delta \tilde{f}_{\mathbf{p}}] = -[\, \delta \tilde{f}_{\mathbf{p}} - \delta \tilde{f}_{\mathbf{p}}^{(1)} - \delta \tilde{f}_{\mathbf{p}}^{(0)}\,]/\tau_2 \,, \tag{5}$$

где τ_2 – время релаксации второй и старших угловых гармоник функции распределения, зависящее от температуры T [53, 54]; $\delta \tilde{f}_{\mathbf{p}}^{(0),(1)}$ – нулевая и первая угловые гармоники функции $\delta \tilde{f}_{\mathbf{p}}$.

3. Длинноволновые магнитоплазмоны. Рассмотрим 2D электронную ферми-жидкость (в плоскости xy) в структуре, содержащей объемный металлический затвор на расстоянии d (см. рис. 1b). Ограничимся длинноволновым пределом и приближением сильного экранирования: $qR_c \ll 1$ и $qd \ll 1$ (здесь $R_c = v_F/\omega_c$ – циклотронный радиус). В квазистационарном случае (малая роль эффектов электромагнитного запаздывания) электрическое поле в плоскости xy, обусловленное возмущением плотности квазичастиц $\delta n = n(\mathbf{r}, t) - n_0$, имеет вид:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{4\pi d e}{\varkappa} \frac{\partial \delta n}{\partial \mathbf{r}} \,, \quad \delta n(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{p}} \delta f_{\mathbf{p}} \,, \tag{6}$$

где $\varkappa$ – проницаемость диэлектрика между 2D слоем и затвором.

Функции $\delta f_{\mathbf{p}}$ и $\delta \tilde{f}_{\mathbf{p}}$ определены в малой окрестности энергии Ферми ε_F. Соответственно будем искать решения, описывающие плоские волны, в виде:

$$\begin{cases} \delta f_{\mathbf{p}}(\mathbf{r},t) = -f_F'(\varepsilon_p^0)\,\Phi(\varphi)\,e^{-\mathrm{i}\omega t+\mathrm{i}qx} \\ \delta \tilde{f}_{\mathbf{p}}(\mathbf{r},t) = -f_F'(\varepsilon_p^0)\,\tilde{\Phi}(\varphi)\,e^{-\mathrm{i}\omega t+\mathrm{i}qx} \end{cases}, \qquad (7)$$

где, как обычно, $-f_F'(\varepsilon) \approx \delta(\varepsilon-\mu)$ при $T \ll \varepsilon_F$.

Подстановка выражений (7) в (2) и (4) приводит уравнение для $\Phi(\varphi)$ и $\tilde{\Phi}(\varphi)$ и на спектр магнитоплазмонов ω_q с учетом запаздывания и релаксации. Конкретный их вид и способ их решения приведены в Приложении.

Для случая ферми-газа без релаксации ($\delta\varepsilon_{\boldsymbol{p}} = 0$, $\tau_2 \to \infty$) из приведенного в Приложении итогового уравнения на функцию $\Phi(\varphi)$ (A.1) следует стандартный закон дисперсии магнитоплазмонов: $\omega_q^{(0)} = \sqrt{\omega_c^2 + (sq)^2}$ и соответствующее выражение для $\tilde{\Phi}(\varphi) = \Phi(\varphi)$ (здесь $s = \sqrt{4\pi e^2 n_0 d/\kappa m}$ – скорость плазмонов без магнитного поля).

Учет обычного (незапаздывающего) короткодействующего вклада Ландау меняет спектр магнитоплазмонов $\omega_q^{(0)}$. Ниже будем использовать простейшую нетривиальную модель ферми-жидкости: положим $F(\varphi-\varphi') = F_0$. Тогда при отсутствии релаксации и эффектов памяти ($\tau_2 \to \infty$ и $\tilde{F}_{\mathbf{pp'}} = 0$) из уравнений (A.1) и (A.2) получится известный результат (см., например, [9]):

$$\omega_q^{(0)} = \sqrt{(\omega_c^{(0)})^2 + \left[\, s^2 + (1+F_0)\,\frac{v_F^2}{2}\,\right] q^2}\,, \qquad (8)$$

где $\omega_c^{(0)}$ – циклотронная частота свободных электронов [55], которая в нашей модели ($F_{\mathbf{pp'}} = F_0$) совпадает с циклотронной частотой квазичастиц ω_c.

Рассмотрим минимальную модель, в которой эффекты памяти играют значимую роль для магнитоплазмонов. Для этого в функции $\tilde{F}_{\mathbf{pp'}}$ также учтем только нулевую угловую гармонику: $\tilde{F}(\varphi-\varphi') = \tilde{F}_0$. В соответствии с обсуждением природы запаздывающего вклада в разделе 2, для параметра $\tilde{F}_0$ имеем: $\tilde{F}_0(B) = \tilde{F}_{00}\,P(B)$, где $\tilde{F}_{00}$ – характеристика системы, не зависящая от магнитного поля.

Будем считать малыми два безразмерных параметра: $1/\omega_c\tau_2$ и $\tilde{F}_0$. В этом случае закон дисперсии магнитоплазмонов с учетом эффектов памяти и межэлектронного рассеяния, ω_q, слабо отличается от невозмущенного закона $\omega_q^{(0)}$ (8). Поэтому имеем: $\omega_q = \omega_q^{(0)} + \delta\omega_q$, где $\delta\omega_q/\omega_c \sim 1/\omega_c\tau_2$, $\tilde{F}_0$. Из дисперсного уравнения (A.3) по теории возмущений получим:

$$\mathrm{Re}\,\delta\omega_q \;=\; \delta\omega_q^{rel} \;+\; \frac{\tilde{F}_0\,v_F^2\,q^2}{4\omega_q^{(0)}}\,\cos\Big(\frac{2\pi\omega_q^{(0)}}{\omega_c}\Big)\,, \qquad (9)$$

$$\mathrm{Im}\,\delta\omega_q \;=\; -\,\gamma_q \;+\; \frac{\tilde{F}_0\,v_F^2\,q^2}{4\omega_q^{(0)}}\,\sin\Big(\frac{2\pi\omega_q^{(0)}}{\omega_c}\Big)\,, \qquad (10)$$

где $\delta\omega_q^{rel}$ и γ_q – вклады от межэлектронных столкновений, определяемые высокочастотнымм коэффициентами вязкости $\eta_{xx,xy}(\omega)$ (см. Приложение). Декремент γ_q за счет (5) был рассчитан в [48] в рамках уравнений Навье–Стокса:

$$\gamma_q = \frac{v_F^2\tau_2}{4}\,q^2\,\frac{r^4+13r^2+4}{r^2\,[\,4r^2+\beta^2\,(r^2-4)^2]}\,, \qquad (11)$$

где введены обозначения $r = \omega_q^{(0)}/\omega_c$ и $\beta = \omega_c\tau_2$.

4. Обсуждение результатов. Обсудим знак параметра $\tilde{F}_0$. Будем считать, что в момент времени $t - T_c$ появилась одна дополнительная квазичастица на парной траектории, которая двигалась без рассеяния до настоящего момента t. Ее вклад в возмущение спектра в момент t отвечает второму запаздывающему слагаемому в (2). При отталкивающем взаимодействии между квазичастицами в момент t происходит увеличение энергии системы за счет дополнительной частицы. Отсюда логично заключить, что знак $\tilde{F}_0$ положителен[2)].

Из формул (10) и (11) видно, что, с одной стороны, при отсутствии эффектов памяти межэлектронные столкновения приводят к затуханию магнитоплазмонов, $\mathrm{Im}\,\delta\omega_q = -\gamma_q < 0$ (см. вставку на рис. 2), что должно неизбежно происходить с собственными модами любой системы, где есть только релаксация.

С другой стороны, видно, что при сравнимых амплитудах вклада $-\gamma_q$ и вклада от эффектов памяти, величина $\mathrm{Im}\,\delta\omega_q$ (10) может стать положительной в некоторых диапазонах фазы синуса $2\pi\omega_0(q)/\omega_c = 2\pi r$. Это происходит при достаточно низких температурах и больших магнитных полях, когда $\tilde{F}_0 \gtrsim 1/(\omega_c\tau_2)$, и при частотах ω, далеких от резонанса $\omega = 2\omega_c$ (см. (10) и (11)). На рисунке 2 приведен

[2)] Отметим, что знаки параметров F_m обычной функции Ландау не могут быть определены в рамках рассуждения такого же типа. Например, величина F_0 типично оказывается отрицательной (см. результаты расчета F_0 и F_1 в рамках приближения случайных фаз в книге [56]). Причина этого в том, что для незапаздывающей части взаимодействия есть дальнодействующий вклад, который описывается через внутреннее поле $\mathbf{E}(\mathbf{r},t) \sim \nabla\delta n$ (6) и всегда положителен, а короткодействующий вклад с F_0 представляет собой меньшую поправку.

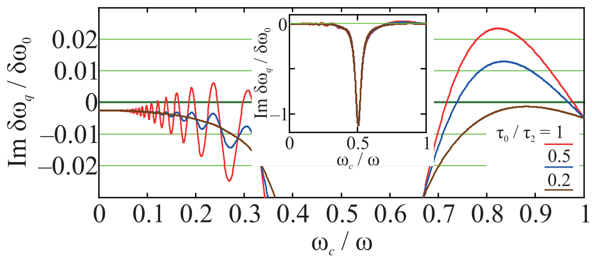

Рис. 2. (Цветной онлайн) Рассчитанная зависимость мнимой части частоты магнитоплазмонов $\mathrm{Im}\,\delta\omega_q$ от циклотронной частоты в единицах $\delta\omega_0 = v_F^2\tau_2 q^2/4$ при фиксированных частоте течения ω и волновом векторе q. На основной панели и на вставке приведена одна и та же величина, но в разных масштабах по вертикальной оси. Расчет выполнен при параметрах: $\omega\tau_2 = 20$; $\tilde{F}_{00} = 1$; $\tau_0/\tau_2 = 1,\ 0.5,\ 0.2$

график величины $\mathrm{Im}\,\delta\omega_q$ как функции циклотронной частоты при фиксированном значении волнового вектора q и частоты $\omega \approx \omega_q^{(0)}$. В экспериментах величина $\omega_q^{(0)}$ часто задается частотой электрического поля падающей волны ω, а величина q – геометрией течения.

При $\mathrm{Im}\,\delta\omega_q < 0$ возникшие в системе магнитоплазменные волны в отсутствии внешних полей затухают, не меняя своей структуры. Это, в частности, типично происходит в окрестности вязкоупругого резонанса $\omega_c/\omega = 1/2$, так как там коэффициенты вязкости $\eta_{xx,xy}(\omega)$ имеют максимум и вклад $\gamma_q|_{\omega=\omega_q^{(0)}}$ относительно велик (см. вставку на рис. 2). В случае, когда величина $\omega/\omega_q^{(0)}$ такова, что $\mathrm{Im}\,\delta\omega_q > 0$, возникшие магнитоплазменные волны нарастают в отсутствии внешних полей. Происходит экспоненциальный рост всех величин, описывающих магнитоплазмоны, $\delta f_{\mathbf{p}}, \delta n, \mathbf{E} \sim e^{\mathrm{Im}\,\delta\omega_q\, t}$. Этот рост обусловлен конструктивной интерференцией волны в моменты t и $t - T_c$ в силу связанной динамики возмущения спектра (2) и распределения квазичастиц (3).

Обсудим баланс энергии при развитии такой неустойчивости[3]. Запаздывающему возмущению спектра квазичастиц (2) отвечает вклад в возмущение плотности энергии жидкости вида: $\delta\mathcal{E}_{\mathrm{ret}}(\mathbf{r},t) = \sum_{\mathbf{pp}'} \tilde{F}_{\mathbf{pp}'}\, \delta f_{\mathbf{p}}(\mathbf{r},t)\, \delta f_{\mathbf{p}'}(\mathbf{r},t-T_c)$. В нашей модели учитывается только гармоника $\tilde{F}_0$ в $\tilde{F}_{\mathbf{pp}'}$, и выше обсуждалось, что ее знак, по-видимому, положителен. Если частота волны такая, что суммы $\delta n(\mathbf{r},t) = \sum_{\mathbf{p}} \delta f_{\mathbf{p}}(t)$ и $\delta n(\mathbf{r}, t-T_c) = \sum_{\mathbf{p}'} \delta f_{\mathbf{p}'}(t-T_c)$ имеют разные знаки, то вклад $\delta\mathcal{E}_{\mathrm{ret}}$ в энергию межчастичного взаимодействия падает с ростом амплитуды магнитоплазменной волны. Отрицательный вклад $\delta\mathcal{E}_{\mathrm{ret}}$ компенсируется положительным вкладом от кинетической энергии квазичастиц, растущим при развитии неустойчивости.

Энергия $\delta\mathcal{E}_{\mathrm{ret}}(\mathbf{r},t)$, с одной стороны, по своему формальному смыслу есть корреляционная по времени энергия для случая нестационарных течений. Она отвечает согласованному уменьшению и увеличению плотностей частиц $\delta n(\mathbf{r},t)$ и $\delta n(\mathbf{r},t-T_c)$. С другой стороны, так как движение частиц на парных траекториях в интервале $t - T_c < t' < t$ является детерминированным (см. рис. 1a), величины $\delta f_{\mathbf{p}'}(\mathbf{r},t-T_c)$ и $\delta n(\mathbf{r},t-T_c)$ характеризуют, в частности, плотность и распределение таких коррелированных частиц в момент t. Поэтому по своему физическому смыслу вклад $\delta\mathcal{E}_{\mathrm{ret}}(\mathbf{r},t) \sim \delta n(\mathbf{r},t-T_c)\,\delta n(\mathbf{r},t)$ связан с кулоновской энергией в настоящий момент t от взаимодействия всех электронов с электронами на парных траекториях, пространственное расположение которых внутри пар, на масштабах $\sim R_c$, не полностью случайно и контролируется процессами рассеяния.

5. Возможные сценарии развития неустойчивости и обсуждение связи с экспериментами. Во-первых, важно отметить, что наличие описанной неустойчивости означает, что основное ферми-жидкостное состояние при достаточно больших $\omega_c\tau_2$ и $\tilde{F}_0$ неустойчиво относительно спонтанного возбуждения магнитоплазмонов различных частот (из случайных флуктуаций). Иными словами, если в начале было сформировано какими-либо внешними силами состояние ферми-сфера, то эволюция системы самой по себе приводит к развитию описанной неустойчивости на разных частотах ω и волновых векторах $q \lesssim 1/R_c$, вплоть до формирования истинного основного не-ферми-жидкостного состояния с пространственно-неоднородной плотностью электронов. Действительно, в работах [51, 52] с помощью микроскопического рассмотрения были впервые теоретически предсказаны и изучены основные состояния 2D электронов такого типа (волны плотности различных типов: "bubbles" и "stripes") для случая предельно низких температур, $T \ll \hbar\omega_c$, и малого параметра взаимодействия $r_s \ll 1$, когда активную роль играют только электроны на верхнем, частично заполненном, уровне Ландау. В работах [58–60] сообщалось об экспериментальном обнаружении этих состояний по анизотропии продольного магнетосопротивления. Выполненное в этой работе описание неустойчивости магнитоплазмонов в рамках феноменологической теории Ландау указывает на то, что основные состояния 2D электронов типа "волна плот-

[3]Неустойчивость магнитоплазменных мод могла бы также быть получена с помощью расчета высокочастотной проводимости, а также функции потерь с учетом пространственной дисперсии (следуя, например, работам [10, 57]).

ности" могут формироваться в более широком диапазоне параметров T и r_s, например, $T \sim \hbar\omega_c$ и $r_s \sim 1$.

Во-вторых, обсудим возможное поведение системы 2D электронов при $\mathrm{Im}\,\delta\omega_q[\omega_c, \omega \approx \omega_q^{(0)}] > 0$, в случае когда она короткое время, $\Delta t \sim T_c$ находилась в слабом микроволновом поле $\mathbf{E}(t)$ частоты $\sim\omega$, а потом поле было выключено. Если характерный волновой вектор q течений, возможных в образце, много меньше, чем характерный волновой вектор q_0 истинного основного состояния (который имеет порядок $\sim 1/R_c$ [51, 52]), линейный отклик 2D электронов на поле $\mathbf{E}(t)$ ("на фоне" основного состояния) дается стандартными формулами с магнитоплазмонными и гидродинамическими модами (см., например, [8]), с малыми поправками от запаздывания и релаксации. После выключения поля $\mathbf{E}(t)$ начинает развиваться неустойчивость: растет амплитуда магнитоплазменной компоненты потока. После достижения амплитудой потока некоторых пороговых значений становятся важны нелинейные эффекты, например, от слагаемых $\mathrm{div}(n\mathbf{V})$ и $(\mathbf{V}\cdot\nabla)\mathbf{V}$ [23, 61, 62], нелинейные вклады в эффекты памяти [24, 44]. Благодаря им произойдет перераспределение энергии исходных магнитоплазмонов по различными модам с волновыми векторами q', $q \lesssim q' \lesssim q_0$. Затухание этих связанных мод к основному состоянию с $q_0 \sim 1/R_c$ происходит за счет различных сложных релаксационных процессов: не только путем независимого затухания плазмонных мод с разными q' со скоростью (11).

В-третьих, обсудим роль неустойчивости при наличии постоянного воздействия микроволнового излучения. Если система при $\mathrm{Im}\,\delta\omega_q > 0$ находится под воздействием достаточно мощного излучения, логично предположить, что в ней могут формироваться пространственно-неоднородные нелинейные неравновесные возмущения с $q \lesssim q' \lesssim q_0$, родственные тем, на которые распадается магнитоплазмон при развитии неустойчивости в отсутствии внешних полей. При достаточно большой амплитуде таких возмущений кинетические коэффициенты системы относительно внешних воздействий, постоянных во времени, могут стать отрицательными при заданной геометрии течения. Действительно, известно, что отрицательные кинетические коэффициенты (в первую очередь, фотосопротивление) для омических образов тесно связаны с формированием пространственно-неоднородных неравновесных нелинейных течений (см., например, [14, 25, 29]). Для устойчивости постоянной во времени компоненты течения (в присутствии высокочастотной) в сверхчистых образах, как и в омических, логично ожидать, что течение с заданным постоянным током I перестраивается таким образом, что наблюдаемое среднее сопротивление образца $R = U/I$ обращается в нуль. Таким образом, формирование состояний ZRS в чистых образцах, в которых основное состояние электронов в магнитном поле есть состояние типа "волны плотности", может происходить через развитие описанной неустойчивости[4)].

Наконец, обсудим экспериментальные данные по магнето-фото- сопротивлению сверхчистых квантовых ям GaAs из работ [15, 19]1, на которых наблюдаются хорошо выраженные магнитосцилляции MIRO, пик при $\omega = 2\omega_c$ и состояния ZRS.

Для выяснения того, действительно ли изученная неустойчивость отвечает формированию состояний ZRS, в первую очередь, нужно сопоставить величины ω/ω_c, при которых у магнитоплазмонов появляется инкремент в рамках нашего рассмотрения, с величинами ω/ω_c, при которых в экспериментах наблюдаются ZRS. Из экспериментальных кривых магнетофото-сопротивления в [15, 19] видно, что формирование состояний ZRS, во-первых, иногда происходит при магнитных полях правее аномального пика фотосопротивления при $\omega_c = \omega/2$ (см. рис. 1 в [19] и рис. 1а в [15]). Во-вторых, из экспериментальных графиков работ [15, 19] видно, что формирование состояний ZRS типично происходит при магнитных полях сразу левее пика, а также, иногда, в периодически повторяющихся интервалах между пиками фотосопротивления, отвечающими частотам $\omega_c = \omega/\epsilon$, где $\epsilon = 3, 4, 5$ (см. те же рис. 1 в [19] и рис. 1а в [15]).

Из рисунка 2 видно, что описанное выше расположение интервалов, отвечающих появлению ZRS в экспериментах [15, 19], хорошо соответствует интервалам магнитных полей, отвечающих положительным значениям рассчитанного инкремента $\mathrm{Im}\,\delta\omega_q$. В зависимости от амплитуды $\tilde{F}_0$ запаздывающего вклада, которая контролируется параметрами τ_0/τ_2 и $\tilde{F}_{00}$, значения $\mathrm{Im}\,\delta\omega_q$ получаются либо строго отрицательными (всегда затухание волн), либо знакопеременными (возможно усиление). При этом расположение интервалов магнитных полей, где $\mathrm{Im}\,\delta\omega_q > 0$, находится в качественном согласии с описанным выше поло-

[4)] При этом остается открытым вопрос, происходит ли формирование состояний ZRS в более грязных образцах (где межэлектронное взаимодействие играет меньшую роль, в частности, рассеяние электронов на дефектах мешает развитию описанной здесь неустойчивости и формированию основного состояния типа "волна плотности") по описанным в [14] сценариям. Отметим, однако, что состояния ZRS типично наблюдаются именно в сверхчистых образцах, с номинальной подвижностью более 10^7 см^2/В $\cdot$ с, где наблюдаются другие аномалии в фотосопрпотивлении (см. Введение).

жением областей, где появляются состояния ZRS в экспериментах [15, 19].

6. Заключение. Изучена неустойчивость магнитоплазмонов в чистых 2D электронных системах за счет эффектов памяти, обусловленных повторными межчастичными столкновениями в магнитном поле. Для этого предложено феноменологическое обобщение теории ферми-жидкости Ландау, учитывающее эффекты памяти в электрон-электронном взаимодействии в умеренном магнитном поле. Обсуждается, что данное явление может представлять собой стартовый механизм для формирования основных состояний типа "волна плотности", а также состояний ZRS при приложении внешних dc- и ac-электрических полей в сверхчистых образцах с малыми плотностями дефектов.

Отметим, что прежние теоретические работы, в частности, [14, 24, 27–29], были посвящены описанию в рамках заранее выбранных моделей установившихся течений, проявляющих эффекты MIRO и ZRS, однако конкретные физически-прозрачные сценарии формирования таких течений не были рассмотрены. Поэтому изучение неустойчивостей как первого ("инициирующего") элемента процесса формирования неоднородных нелинейных течений, дающих состояния ZRS, представляется важным; в частности, это может дать ответ на следующий нетривиальный вопрос. В чем состоит внутренняя причина того, что в одних определенных интервалах магнитных полей (отвечающих максимумам осцилляций MIRO) фотосопротивление усиливается с ростом мощности излучения, а в других определенных интервалах – уменьшается, вплоть до формирования состояний ZRS.

Отметим также, что изученная в этой работе неустойчивость 2D электронной системы в магнитном поле качественно отличается от широко обсуждавшихся в литературе неустойчивостей 2D плазмонов при наличии внешнего источника энергии: неустойчивости Дьяконова–Шура [61], пучковой неустойчивости (см., например, работы [57, 63]) и других аналогичных эффектов. Рассмотренная здесь неустойчивость не связана сама по себе (без учета нелинейных эффектов) с перекачкой энергии, поступающей в систему извне, и установлением плазменных колебаний с постоянной во времени амплитудой. Эта неустойчивость, в первую очередь, указывает на перестройку основного состояния "ферми-сфера" в состояния типа "волна плотности" благодаря парным корреляциям в динамике частиц (см. рис. 1a). Поэтому по физическому смыслу она аналогична куперовской неустойчивости состояния "ферми-сфера" вырожденных электронов со слабым межчастичным притяжением, которая указывает на формирование основного и возбужденных состояний БКШ с парными корреляциями [64].

Мы благодарим А. П. Алексееву и М. И. Дьяконова за внимательное чтение рукописи и многочисленные советы по ее улучшению. Один из нас (П. С. Алексеев) благодарит Р. Месснера, П. Суровку, И. С. Вилладиего (R. Moessner, P. Surowka, I. S. Villadiego) за многочисленные обсуждения волн в двумерных электронных системах, на основе которых впоследствии возникла идея настоящей работы, а также за их гостеприимство в Институте сложных систем в Дрездене в августе 2019 года. П. С. Алексеев также благодарит М. И. Дьяконова за многочисленные обсуждения экспериментов по магнетотранспортным эффектам в сверхчистых двумерных электронных системах, на построение теории которых направлена настоящая работа.

Приложение

В этом разделе приведем явный вид и процедуру интегро-дифференциальных уравнений на зависящие от угла функции распределения $\Phi(\varphi)$ $\tilde{\Phi}(\varphi)$, которые описывают магнитоплазменные волны в рассматриваемой системе.

Подставляя выражения (7) в уравнение (4) и интегрируя по энергии, получим следующее интегро-дифференциальное уравнение (здесь и ниже ссылки на формулы вида (1), (2), и т. д. относятся к формулам основного текста статьи):

$$\begin{aligned} &\omega\,\Phi(\varphi)\,+\,\mathrm{i}\,[\,\tilde{\Phi}(\varphi)-\tilde{\Phi}^{(0)}-\tilde{\Phi}^{(1)}(\varphi)\,]/\tau_2\,- \\ &\quad -\,qv_F\cos\varphi\,\tilde{\Phi}(\varphi)+\mathrm{i}\omega_c\tilde{\Phi}'(\varphi)= \\ &\quad\quad =[(2qs^2)/v_F]\,\cos\varphi\,\Phi^{(0)}, \end{aligned} \tag{A.1}$$

где $\Phi^{(0)}, \tilde{\Phi}^{(0)}$ – нулевые коэффициенты рядов Фурье функций Φ и $\tilde{\Phi}$; $\tilde{\Phi}^{(1)}(\varphi) = \tilde{\Phi}^{(1)}_+\cos\varphi + \tilde{\Phi}^{(1)}_-\sin\varphi$; $\tilde{\Phi}_\pm$ – первые коэффициенты ряда Фурье функции $\tilde{\Phi}$. Граничным условием является требование того, что функции $\Phi(\varphi)$ и $\tilde{\Phi}(\varphi)$ являются периодическими.

В соответствии с анзацем (7), будем считать, что функции $F_{\mathbf{pp'}}$ и $\tilde{F}_{\mathbf{pp'}}$ не зависят от энергии, и обезразмерим их стандартным образом: $\nu_F F_{\mathbf{pp'}} = F(\varphi-\varphi')$, $\nu_F \tilde{F}_{\mathbf{pp'}} = \tilde{F}(\varphi-\varphi')$; где $\nu_F = m/(2\pi\hbar^2)$ – плотность состояний 2D квазичастиц. Тогда с учетом (7) из соотношений (2) и (3) следует:

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}(\varphi)\,=\,\Phi(\varphi)\,+\int\limits_0^{2\pi}\frac{\mathrm{d}\varphi'}{2\pi}\,[\,F(\varphi-\varphi')\,+ \\ +\,\tilde{F}(\varphi-\varphi')\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_q T_c}\Big]\,\Phi(\varphi'). \end{aligned} \tag{A.2}$$

Уравнения (А.1) и (А.2) являются усложненной задачей на собственные значения $\omega = \omega_q$ и собственные функции $\Phi(\varphi) = \Phi_q(\varphi)$ интегро-дифференциального оператора. Они обобщают уравнения работ [7, 9] для нулевого звука в двумерных системах на случай заряженных частиц во внешнем магнитном поле, приводящем к эффектам памяти за счет циклотронных возвратов (см. рис. 1a).

Для выбранной простейшей модели ферми-жидкости с запаздыванием, в которой учитываются только нулевые гармоники F_0 и $\tilde{F}_0$ в незапаздывающем и запаздывающем вкладах в функцию Ландау $F_{\mathbf{pp'}}$ и $\tilde{F}_{\mathbf{pp'}}$, уравнение (А.1) с учетом (А.2) примет вид интегро-дифференциального уравнения для $\Phi(\varphi)$ первого порядка по $d/d\varphi$ с вырожденным ядром.

В такой модели уравнения (А.1) и (А.2) решаются следующим образом. Интегральные их части состоят из трех неизвестных Фурье гармоник функции $\Phi(\varphi)$, а именно, нулевой $\Phi^{(0)}$ и первых $\Phi_{\pm}^{(1)}$. Их, как обычно, сначала нужно считать фиксированными константами, и затем выписать решение получившегося дифференциального уравнения первого порядка методом вариации постоянной и учесть периодические граничные условия. Получится функция $\Phi(\varphi)$, которая параметрически зависит от своих Фурье гармоник $\Phi^{(0)}$ и $\Phi_{\pm}^{(1)}$. Далее, используя связь Фурье коэффициентов $\Phi^{(0)}, \Phi_{\pm}^{(1)}$ и решения $\Phi(\varphi)$, получается однородная система линейных уравнений на величины $\Phi^{(0)}, \Phi_{\pm}^{(1)}$. Чтобы получить ее ненулевое решение, нужно потребовать равенство нулю соответствующего определителя, что представляет собой дисперсионное соотношение на закон дисперсии магнитоплазмонов $\omega = \omega_q$.

В первом неисчезающем порядке по qR_c такое дисперсионное уравнение будет иметь вид:

$$1 - \frac{\omega_q^2}{\omega_c^2} + \left(u + 3\,\frac{\eta_{xx}}{\eta_0} - \frac{1}{\omega_c \tau_2}\,\frac{\eta_{xy}}{\eta_0} \right) \frac{(qR_c)^2}{2} = 0\,, \quad (\text{A.3})$$

где $u = 2s^2/v_F^2 + F_0 + \tilde{F}_0 \exp(\mathrm{i}\omega_q T_c)$; $\eta_0 = v_F^2 \tau_2/4$ – коэффициент вязкости в нулевом магнитном поле на постоянной частоте;

$$\eta_{xx}(\omega) = \eta_0\,\frac{1 - i\omega\tau_2}{1 - 2i\omega\tau_2 + (4\omega_c^2 - \omega^2)\tau_2^2}\,,$$
$$\eta_{xy}(\omega) = \eta_0\,\frac{2\omega_c \tau_2}{1 - 2i\omega\tau_2 + (4\omega_c^2 - \omega^2)\tau_2^2}\,, \quad (\text{A.4})$$

– высокочастотные коэффициенты вязкости в магнитном поле [48, 49].

При решении полученного дисперсионного уравнения (А.3) мы будем предполагать, что два безразмерных параметра: $1/(\omega_c \tau_2)$ и $\tilde{F}_0$ являются малыми по сравнению с единицей. Это позволяет применить теорию возмущений по ним всюду, кроме окрестности вязкоупругого резонанса, $\omega_c = \omega/2$. В результате решения уравнения (А.3) выражаются с помощью простых формул (9) и (10) для вещественной и мнимой частей поправки $\delta\omega_q$ к закону дисперсии магнитоплазмонов $\omega_q^{(0)}$ (8) в первом порядке по параметрам $1/(\omega_c \tau_2) \ll 1$ и $\tilde{F}_0 \ll 1$. Отметим, однако, что для получения формулы (11) для релаксационной части поправки к закону дисперсии, $-\gamma_q$, в окрестности вязкоупругого резонанса, $\omega_c = \omega/2$, необходимо точное решение уравнения (А.3).

Финансирование работы. Работа выполнена в рамках Государственного задания Министерства образования и науки Российской Федерации. Данная работа финансировалась за счет средств бюджета Физико-технического института имени А. Ф. Иоффе. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. И. В. Кукушкин, В. А. Волков, *Двумерная электронная жидкость в сильном магнитном поле. Магнито-плазмоны, магниторотоны, композитные фермио-ны* (Физматкнига, М., 2016) [I. V. Kukushkin and V. A. Volkov, *Dvumernaya elektronnaya zhidkost' v sil'nom magnitnom pole. Magnitoplasmony, magnitorotony, kompozitnye fermiony* (Fizmatkniga, Moscow, 2016)] [in Russian].
2. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Статистическая физика часть 2* (Наука, М., 1978) [E. M. Lifshitz and L. P. Pitaevskii, *Statistical Physics, Part 2: Theory of the Condensed State* (Pergamon Press, Oxford, N. Y., 1980)].
3. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Физическая кинетика* (Наука, М., 1979) [E. M. Lifshitz and L. P. Pitaevskii, *Statistical Physics, Part 2: Theory of the Condensed State* (Pergamon Press, Oxford, N.Y., 1980)].
4. Д. Пайнс, Ф. Нозьер, *Теория квантовых жидкостей* (Мир, М., 1967) [D. Pines and Ph. Nozieres, *The Theory of Quantum Liquids: Normal Fermi Liquids* (W. A. Benjamin, Inc., N.Y., 1966)].
5. В. П. Силин, "Колебания ферми-жидкости в магнитном поле", ЖЭТФ **34**, 1227 (1957) [V. P. Silin, "Oscillations of a Fermi Liquid in a Magnetic Field", Soviet Physics JETP **6**, 945 (1958)].

6. В. П. Силин, "Колебания вырожденной электронной жидкости", ЖЭТФ **35**, 1243 (1958) [V. P. Silin, "The Oscillations of a Degenerate Electron Fluid", Soviet Physics JETP **8**, 870 (1959)].
7. J. Y. Khoo and I. S. Villadiego, "Shear sound of two-dimensional fermi liquids", Phys. Rev. B **99**, 075434 (2019).
8. P. S. Alekseev and A. P. Alekseeva, "Transverse magnetosonic waves and viscoelastic resonance in a two-dimensional highly viscous electron fluid", Phys. Rev. Lett. **123**, 236801 (2019).
9. П. С. Алексеев, "Магнитозвуковые волны в двумерной электронной ферми-жидкости", Физика и техника полупроводников **53**(10), 1405 (2019) [P. S. Alekseev, "Magnetosonic Waves in a Two-Dimensional Electron Fermi Liquid", Semiconductors **53**, 1367 (2019)].
10. A. N. Afanasiev, P. S. Alekseev, A. A. Greshnov, and M. A. Semina, "Shear bernstein modes in a twodimensional electron liquid", Phys. Rev. B **108**, 235124 (2023).
11. J. Y. Khoo, P.-Y. Chang, F. Pientka, and I. Sodemann, "Quantum paracrystalline shear modes of the electron liquid", Phys. Rev. B **102**, 085437 (2020).
12. M. A. Zudov, R. R. Du, J. A. Simmons, and J. L. Reno, "Shubnikov-de haas-like oscillations in millimeterwave photoconductivity in a high-mobility two-dimensional electron gas", Phys. Rev. B **64**, 201311(R) (2001).
13. P. D. Ye, L. W. Engel, D. C. Tsui, J. A. Simmons, J. R. Wendt, G. A. Vawter, and J. L. Reno, "Giant microwave photoresistance of two-dimensional electron gas", Appl. Phys. Lett. **79**, 2193 (2001).
14. I. A. Dmitriev, A. D. Mirlin, D. G. Polyakov, and M. A. Zudov, "Nonequilibrium phenomena in high landau levels", Rev. Mod. Phys. **84**, 1709 (2012).
15. A. T. Hatke, M. A. Zudov, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, "Giant microwave photoresistivity in highmobility quantum hall systems", Phys. Rev. B **83**, 121301 (2011).
16. R. G. Mani, J. H. Smet, K. von Klitzing, V. Narayanamurti, W. B. Johnson, and V. Umansky, "Zero-resistance states induced by electromagneticwave excitation in gaas/algaas heterostructures", Nature **420**, 646 (2002).
17. J. H. Smet, B. Gorshunov, C. Jiang, L. Pfeiffer, K. West, V. Umanksy, M. Dressel, R. Meisels, F. Kuchar, and K. von Klitzing, "Circular-polarization-dependent study of the microwave photoconductivity in a two-dimensional electron system", Phys. Rev. Lett. **95**, 116804 (2005).
18. X. Wang, P. Jia, R.-R. Du, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldwin, and K. W. West, "Hydrodynamic charge transport in an GaAs/AlGaAs ultrahigh-mobility twodimensional electron gas", Phys. Rev. B **106**, L241302 (2022).
19. Y. Dai, R. R. Du, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, "Observation of a cyclotron harmonic spike in microwave-induced resistances in ultraclean gaas/algaas quantum wells", Phys. Rev. Lett. **105**, 246802 (2010).
20. A. T. Hatke, M. A. Zudov, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, "Giant microwave photoresistivity in highmobility quantum hall systems", Phys. Rev. B **83**, 121301(R) (2011).
21. M. Białek, J. Lusakowski, M. Czapkiewicz, J. Wrobel, and V. Umansky, "Photoresponse of a two-dimensional electron gas at the second harmonic of the cyclotron resonance", Phys. Rev. B **91**, 045437 (2015).
22. D. A. Bandurin, E. Monch, K. Kapralov, I. Y. Phinney, K. Lindner, S. Liu, J. H. Edgar, I. A. Dmitriev, P. Jarillo-Herrero, D. Svintsov, and S. D. Ganichev, "Cyclotron resonance overtones and near-field magnetoabsorption via terahertz bernstein modes in graphene", Nat. Phys. **18**, 462 (2022).
23. V. A. Volkov and A. A. Zabolotnykh, "Bernstein modes and giant microwave response of a two-dimensional electron system", Phys. Rev. B **89**, 121410 (2013).
24. P. S. Alekseev and A. P. Alekseeva, "Highly correlated two-dimensional viscous electron fluid in moderate magnetic fields", Phys. Rev. B **111**, 235202 (2025).
25. V. Ryzhii, A. Chaplik, and R. Suris, "Absolute negative conductivity and zero-resistance states in twodimensional electron systems: A plausible scenario", JETP Lett. **80**, 363 (2004).
26. В. И. Рыжий, "Особенности фотопроводимости тонких пленок в скрещенных электрическом и магнитном полях", ФТТ **11**, 2577 (1969) [V. I. Ryzhii, "Characteristics of the Photoconductivity of Thin Films in Crossed Electric and Magnetic Fields", Sov. Phys. Solid State **11**, 2078 (1970)].
27. I. A. Dmitriev, A. D. Mirlin, and D. G. Polyakov, "Oscillatory ac conductivity and photoconductivity of a two-dimensional electron gas: Quasiclassical transport beyond the boltzmann equation", Phys. Rev. B **70**, 165305 (2004).
28. Y. M. Beltukov and M. I. Dyakonov, "Microwaveinduced resistance oscillations as a classical memory effect", Phys. Rev. Lett. **116**, 176801 (2016).
29. M. G. Vavilov and I. L. Aleiner, "Magnetotransport in a two-dimensional electron gas at large filling factors", Phys. Rev. B **69**, 035303 (2004).
30. M. Polini and A. K. Geim, "Viscous electron fluids", Physics Today **73**, 28 (2020).
31. P. S. Alekseev, "Negative Magnetoresistance in Viscous Flow of Two-Dimensional Electrons", Phys. Rev. Lett. **117**, 166601 (2016).
32. G. M. Gusev, A. D. Levin, E. V. Levinson, and A. K. Bakarov, "Viscous electron flow in mesoscopic two-dimensional electron gas", AIP Adv. **8**, 025318 (2018).

33. P. S. Alekseev and A. P. Dmitriev, "Hydrodynamic magnetotransport in two-dimensional electron systems with macroscopic obstacles", Phys. Rev. B **108**, 205413 (2023).
34. I. V. Gornyi and D. G. Polyakov, "Two-dimensional electron hydrodynamics in a random array of impenetrable obstacles: Magnetoresistivity, hall viscosity, and the landauer dipole", Phys. Rev. B **108**, 165429 (2023).
35. П. С. Алексеев, "Вязкое течение двухкомпонентной электронной жидкости в магнитном поле", ФТП **56**, 866 (2022) [P. S. Alekseev, "Viscous flow of a two-component electron fluid in a magnetic field", Semiconductors **57**, 193 (2023)].
36. A. D. Levin, G. M. Gusev, V. A. Chitta, A. S. Jaroshevich, and A. K. Bakarov, "Bulk and shear viscosities in a multicomponent two-dimensional electron system", Phys. Rev. B **110**, 195402 (2024).
37. A. C. Keser, D. Q. Wang, O. Klochan, D. Y. H. Ho, O. A. Tkachenko, V. A. Tkachenko, D. Culcer, S. Adam, I. Farrer, D. A. Ritchie, O. P. Sushkov, and A. R. Hamilton, "Geometric control of universal hydrodynamic flow in a two dimensional electron fluid", Phys. Rev. X **11**, 031030 (2021).
38. T. Scaffidi, N. Nandi, B. Schmidt, A. P. Mackenzie, and J. E. Moore, "Hydrodynamic electron flow and hall viscosity", Phys. Rev. Lett. **118**, 226601 (2017).
39. P. S. Afanasiev, A. N. Alekseev, A. A. Danilenko, A. A. Greshnov, and M. A. Semina, "Rotational viscosity in spin resonance of hydrodynamic electrons", Phys. Rev. B **106**, L041407 (2017).
40. K. S. Denisov, K. A. Baryshnikov, and P. S. Alekseev, "Spin imaging of poiseuille flow of a viscous electronic fluid", Phys. Rev. B **106**, L081113 (2022).
41. M. M. Glazov, "Valley and spin accumulation in ballistic and hydrodynamic channels", 2D Mater. **9**, 015027 (2021).
42. L. Bockhorn, D. Schuh, C. Reichl, W. Wegscheider, and R. J. Haug, "Influence of the electron density on the giant negative magnetoresistance in two-dimensional electron gases", Phys. Rev. B **109**, 205416 (2024).
43. S. Denisov K, K. A. Baryshnikov, and P. S. Alekseev, "Memory effects in the magnetoresistance of twocomponent electron systems", JETP Lett. **118**, 123 (2023).
44. P. S. Alekseev and M. A. Semina, "Analytical model for non-linear magnetotransport in viscous electron fluid", Phys. Rev. B **112**, L241406 (2025).
45. А. Н. Афанасьев, К. А. Барышников, А. В. Коротченков, П. С. Алексеев, "Вязко-упругий резонанс в течении двумерных электронов при реалистичных граничных условиях на краях канала", Письма в ЖЭТФ **122**, 589 (2025) [A. N. Afanasiev, K. A. Baryshnikov, A. V. Korotchenkov, and P. S. Alekseev, "Viscoelastic Resonance in Two-Dimensional Electron Flows with Realistic Boundary Conditions at the Channel Edges", JETP Lett. **122**, 609 (2025)].
46. A. D. Levin, G. M. Gusev, and A. K. Bakarov, "Viscous electron flow and nonlinear magnetotransport in twodimensional channels", Phys. Rev. B **113**, 075301 (2026).
47. P. S. Alekseev, "Viscous flow of two-component electron fluid in magnetic field", Semiconductors **57**, 193 (2023).
48. P. S. Alekseev, "Magnetic resonance in a high-frequency flow of a two-dimensional viscous electron fluid", Phys. Rev. B **98**, 165440 (2018).
49. F. M. D. Pellegrino, I. Torre, and M. Polini, "Nonlocal transport and the Hall viscosity of two-dimensional hydrodynamic electron liquids", Phys. Rev. B **96**, 195401 (2017).
50. R. Moessner, P. Surowka, and P. Witkowski, "Pulsating flow and boundary layers in viscous electronic hydrodynamics", Phys. Rev. B **97**, 161112 (2018).
51. M. M. Fogler, A. A. Koulakov, and B. I. Shklovskii, "Ground state of a two-dimensional electron liquid in a weak magn etic field", Phys. Rev. B **54**, 1853 (1996).
52. A. A. Koulakov, M. M. Fogler, and B. I. Shklovskii, "Charge density wave in two-dimensional electron liquid in weak magnetic field", Phys. Rev. Lett. **76**, 499 (1996).
53. P. S. Alekseev and A. P. Dmitriev, "Viscosity of two-dimensional electrons", Phys. Rev. B **102**, 241409 (2020).
54. D. S. Novikov, "Viscosity of a two-dimensional fermi liquid", arXiv: cond-mat (2006).
55. W. Kohn, "Cyclotron resonance and de haas-van alphen oscillations of an interacting electron gas", Phys. Rev. **123**, 1242 (1961).
56. G. Giuliani and G. Vignale, *Quantum Theory of the Electron Liquid* (Cambridge University Press, Cambridge, 2005).
57. D. Svintsov, "Fate of electron beam in graphene: Coulomb relaxation or plasma instability", Phys. Rev. B **101**, 235440 (2020).
58. M. Sammon, X. Fu, Y. Huang, M. A. Zudov, B. I. Shklovskii, G. C. Gardner, J. D. Watson, M. J. Manfra, K. W. Baldwin, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, "Resistivity anisotropy of quantum hall stripe phases", Phys. Rev. B **100**, 241303 (2019).
59. X. Fu, Y. Huang, Q. Shi, B. I. Shklovskii, M. A. Zudov, G. C. Gardner, and M. J. Manfra, "Hidden quantum hall stripes in algaas=algaas quantum wells", Phys. Rev. Lett. **125**, 236803 (2020).
60. Y. Huang, M. Sammon, M. A. Zudov, and B. I. Shklovskii, "Isotropically conducting (hidden) quantum hall stripe phases in a two-dimensional electron gas", Phys. Rev. B **101**, 161302 (2020).

61. M. Dyakonov and M. Shur, “Shallow water analogy for a ballistic field effect transistor: New mechanism of plasma wave generation by dc current”, Phys. Rev. Lett. **71**, 2465 (1993).
62. M. B. Lifshits, M. M. Fogler, and M. I. Dyakonov, “Photovoltaic effect in a gated two-dimensional electron gas in magnetic field”, Phys. Rev. B **80**, 121304 (2009).
63. P. Bakshi, K. Kempa, A. Scorupsky, C. G. Du, G. Feng, R. Zobl, G. Strasser, C. Rauch, Ch. Pacher, K. Unterrainer, and E. Gornik, “Plasmon-based terahertz emission from quantum well structures”, Appl. Phys. Lett. **75**, 1685 (1999).
64. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике* (Государственное издательство физико-математической, литературы, М., 1962) [A. A. Abrikosov, L. P. Gorkov, and I. E. Dzyaloshinski, *Methods of Quantum Field Theory in Statistical Physics* (Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1963/1965)].