Письма в ЖЭТФ, том 123, вып. 12, с. 840 – 847

Об измерении когерентности второго порядка бозе-эйнштейновского конденсата света и вещества одним детектором[1)]

И. В. Панюков[+*], Е. С. Андрианов[+* 2)]

[+]Московский физико-технический институт, 141700 Долгопрудный, Россия

[*]Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н. Л. Духова, 127030 Москва, Россия

Поступила в редакцию 30 марта 2026 г.
После переработки 23 апреля 2026 г.
Принята к публикации 1 мая 2026 г.

Автокорреляционная функция второго порядка $g^{(2)}(0)$, измеряемая в схеме Хэнбери Брауна–Твисса, является сильным индикатором, разделяющим тепловое (некогерентное) и когерентное состояния света, испускаемого лазерами, а также фотонными и поляритонными конденсатами. Следовательно, $g^{(2)}(0)$ можно использовать для определения того, формируется ли в системе конденсат Бозе–Эйнштейна. Быстрая динамика неравновесного конденсата Бозе–Эйнштейна делает реализацию схемы Хэнбери Брауна–Твисса сложной и дорогостоящей. Хорошее временное разрешение требует использования однофотонных детекторов, работающих при криогенных температурах. Альтернативный подход к измерению $g^{(2)}(0)$, используемый во многих экспериментах, заключается в применении схемы с одним детектором и измерении флуктуаций интенсивности для непосредственного получения $g^{(2)}(0)$. В этой статье мы показываем, что схема Хэнбери Брауна–Твисса и схема с одним детектором в общем случае не эквивалентны, поскольку мы не можем напрямую использовать флуктуации интенсивности, измеренные в схеме с одним детектором, для получения $g^{(2)}(0)$ света, испускаемого многомодовой системой. Тем не менее, мы разрабатываем метод, позволяющий восстанавливать $g^{(2)}(0)$ по измерениям в схеме с одним детектором для многомодовой системы с быстрой термализацией, и иллюстрируем его на частном случае неравновесного конденсата Бозе–Эйнштейна света и вещества.

DOI: 10.7868/S3034576626060129

1. Введение. Недавние достижения в области полупроводниковых технологий и технологий изготовления привели к созданию поляритонных конденсатов Бозе–Эйнштейна (БЭК) на различных платформах, таких как двумерные микрокрезонаторы [1] и одномерные плазмонные наноструктурированные системы [2]. Во всех этих системах поляритоны находятся в неравновесном состоянии, поскольку они испытывают потери и требуют внешней накачки для формирования конденсата. Формирование поляритонного БЭК приводит к пространственной когерентности первого порядка на больших расстояниях, наблюдаемой с помощью интерферометра Майкельсона, и к увеличению временной когерентности первого порядка, проявляющейся в сужении спектра испускаемого света [3]. Однако нарастания когерентности первого порядка недостаточно для доказательства формирования БЭК. Можно использовать автокорреляционную функцию второго порядка $g^{(2)}(0)$, поведение которой является признаком нарастания когерентности в БЭК [4]. Хорошим доказательством формирования БЭК является уменьшение автокорреляционной функции второго порядка от 2 до 1 при прохождении порога конденсации [4]. Помимо фундаментального значения, автокорреляционная функция второго порядка, близкая к единице, необходима для таких приложений, как лазерное охлаждение [5] и точное оптическое переключение оптическими импульсами со сверхнизкой интенсивностью [1].

Схема Хэнбери Брауна–Твисса (ХБТ) позволяет измерить автокорреляционную функцию второго порядка. В этой схеме светоделитель разделяет свет на два пучка, направляемых к двум детекторам. Число совпадений показаний детекторов определяет автокорреляционную функцию второго порядка. Экспериментальная реализация схемы ХБТ требует точного позиционирования детекторов. Более того, детекторы для схемы ХБТ, работающие в нормальных условиях, имеют типичное временное разрешение 300−400 пс и рекордно высокое временное разрешение около 40 пс [6]. Эти времена превышают время формирования конденсатов в 2D поляри-

[1)]См. дополнительный материал к данной статье на сайте нашего журнала www.jetpletters.ru

[2)]e-mail: andrianov.es@mipt.ru

тонных системах при комнатной температуре, которое составляет около нескольких пикосекунд [3]. Временное разрешение в несколько пикосекунд требует сложного оборудования: сверхпроводящих однофотонных детекторов на нанопроволоках, работающих при криогенных температурах [7].

Все эти препятствия в экспериментальной реализации схемы ХБТ привели к развитию методики измерения автокорреляционной функции второго порядка с помощью одного детектора [8]. Основная идея этого метода заключается в том, что путем многократного приготовления и измерения одного и того же квантового состояния света мы можем получить как среднее число фотонов, так и соответствующую дисперсию числа фотонов. Эти две измеренные величины позволяют нам получить автокорреляционную функцию второго порядка света.

В схеме ХБТ, в отличие от схемы с одним детектором, светоделитель разделяет свет на два одинаковых по интенсивности луча со сдвигом фаз, и только затем детекторы измеряют интенсивность этих двух лучей. В результате схема ХБТ позволяет напрямую измерять корреляцию $\langle \hat{a}^\dagger \hat{a}^\dagger \hat{a}\hat{a}\rangle$, в то время как схема с одним детектором позволяет напрямую измерять $\langle \hat{n}\rangle = \langle \hat{a}^\dagger \hat{a}\rangle$ и $\langle \hat{n}^2\rangle - \langle \hat{n}\rangle$. Для света, испускаемого одним двухуровневым атомом, и света, испускаемого одной модой многомодовой системы, эти две схемы измерений приводят к одинаковому результату для автокорреляционной функции второго порядка. Однако для нескольких мод многомодовой системы и нескольких двухуровневых атомов эквивалентность этих двух схем измерения автокорреляционной функции второго порядка менее очевидна. Истинная автокорреляционная функция второго порядка, описываемая теорией фотодетектирования Глаубера и необходимая для приложений в квантовых технологиях, измеряется в схеме ХБТ.

В этой статье мы анализируем статистические свойства света, испускаемого 2D поляритонной системой, рассматриваем два предельных случая: 2D поляритонную систему с быстрой термализацией и 2D поляритонную систему с медленной термализацией. Мы показываем, что ниже порога конденсации статистические свойства света схожи для этих двух случаев, теоретически исследуем схему ХБТ и схему с одним детектором. Мы показываем, что автокорреляционная функция второго порядка зависит от схемы измерения, если свет исходит от нескольких поляритонных состояний (мод). Для света, испускаемого многомодовой системой с быстрой термализацией, мы разрабатываем метод восстановления истинной автокорреляционной функции второго порядка с использованием измерений в схеме с одним детектором.

2. Схема Хэнбери Брауна–Твисса и распределение интенсивности. Тепловой источник света со средним числом фотонов $n_{\rm av}$ имеет хорошо известное распределение числа фотонов $p(N) = n_{\rm av}^N/(1 + n_{\rm av})^{N+1}$. Автокорреляционная функция второго порядка этого распределения равна $\langle \hat{N}(\hat{N}-1)\rangle/\langle \hat{N}\rangle^2 = 2$, что отражает некогерентную природу источника света. Распределение полного числа фотонов $p_M(N)$ от набора из M одинаковых некогерентных источников света, очевидно, является простой сверткой $p(N)$ [9]

$$p_M(N) = C_{N+M-1}^N n_{\rm av}^N/(1+n_{\rm av})^{N+M}, \qquad (1)$$

где C_n^k – биномиальный коэффициент. Среднее число фотонов для этого распределения равно $Mn_{\rm av}$, а автокорреляционная функция второго порядка равна

$$\frac{\langle \hat{N}(\hat{N}-1)\rangle}{\langle \hat{N}\rangle^2} = 1 + \frac{1}{M} \qquad (2)$$

и стремится к 1 по мере роста M.

На первый взгляд, этот результат противоречит основам квантовой оптики, которые гласят, что автокорреляционная функция второго порядка M независимых одинаковых источников $g_M^{(2)}(\tau)$ связана с индивидуальными свойствами одного источника света – автокорреляционной функцией первого порядка $g^{(1)}(\tau)$ и автокорреляционной функцией второго порядка $g^{(2)}(\tau)$ – следующим образом [10]

$$g_M^{(2)}(\tau) = \frac{g^{(2)}(\tau)}{M} + \frac{M-1}{M}\left(1 + |g^{(1)}(\tau)|^2\right). \qquad (3)$$

Таким образом, $g_M^{(2)}(0)$ стремится к $1 + |g^{(1)}(0)|^2 = 2$ с ростом M независимо от индивидуальных свойств источников света $g^{(1)}(\tau)$ и $g^{(2)}(\tau)$, скрывая все квантовые признаки процесса генерации света.

Здесь мы рассматриваем конкретную систему, на которой можно проиллюстрировать описанную выше проблему. Рассмотрим молекулы в 2D резонаторе. Эти молекулы и электромагнитные моды резонатора образуют коллективные состояния, называемые поляритонами. Существуют нижняя и верхняя поляритонные ветви, которые соответствуют разным законам дисперсии. Здесь мы сосредоточимся на системе, испускающей свет с разными волновыми векторами нижней поляритонной ветвью (рис. 1). Гамильтониан поляритонов нижней ветви имеет вид [11, 12]

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{k}} \hbar\omega_{\mathbf{k}} \hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}}, \qquad (4)$$

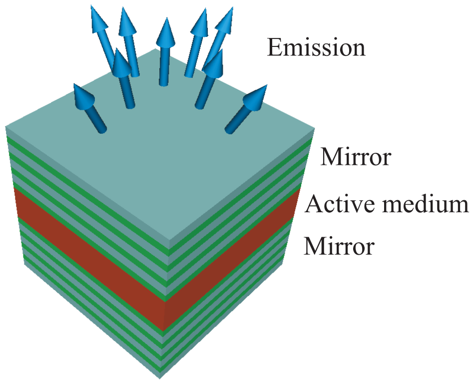

Рис. 1. (Цветной онлайн) Эскиз микрокрезонатора. Коричневым цветом обозначена активная среда. Зеленым цветом обозначены брэгговские зеркала. Синие стрелки показывают направление испускаемого света

где операторы $\hat{a}^{\dagger}_{\mathbf{k}}$ и $\hat{a}_{\mathbf{k}}$ – операторы рождения и уничтожения поляритонного состояния, $\omega_{\mathbf{k}}$ – частота поляритонного состояния с волновым вектором $\mathbf{k}$, и $\hbar\omega_{\mathbf{k}} = \hbar\omega_{\mathbf{k=0}} + \alpha\mathbf{k}^2$, где $\omega_{\mathbf{k=0}}$ – частота основного состояния, α – коэффициент дисперсии. Ниже порога конденсации система испускает некогерентный свет для каждого $\mathbf{k}$. Поэтому свет от нескольких мод должен сохранять некогерентность, и автокорреляционная функция второго порядка должна равняться 2. Однако, когда один детектор собирает свет от нескольких мод, результирующее распределение интенсивности близко к гауссовскому, имеющее автокорреляционную функцию второго порядка, близкую к единице [13]. В дальнейшем мы показываем, что эти результаты не противоречат друг другу и что полученная функция когерентности второго порядка зависит от реализованной схемы измерения.

Свет, испускаемый поляритонами, наследует от них компоненту волнового вектора, параллельную соответствующей плоскости. Обнаружение света с набором волновых векторов $|\mathbf{k}| \le K$ может быть достигнуто с помощью пространственной фильтрации. Оператор электрического поля испускаемого света $\hat{E}_K(\mathbf{r})$ в точке $\mathbf{r}$ связан с операторами поляритонов $\hat{a}_{\mathbf{k}}$ следующим образом

$$\hat{E}_K(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) \sum_{|\mathbf{k}|\le K} \hat{a}_{\mathbf{k}} e^{i\varphi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})}, \tag{5}$$

где $A(\mathbf{r})$ – некоторый множитель, определяющий амплитуду электрического поля, а $\varphi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ – фазовый сдвиг поля, зависящий от $\mathbf{r}$. Мы вводим параметр $D_K = \sum_{|\mathbf{k}|\le K} 1$ как количество поляритонных состояний, охватываемых волновым вектором K (см. рис. 2)

$$D_K = 1 + \frac{1}{(2\pi)^2} \times \frac{\pi d^2}{4} \times \pi K^2, \tag{6}$$

где d – размер освещаемой области.

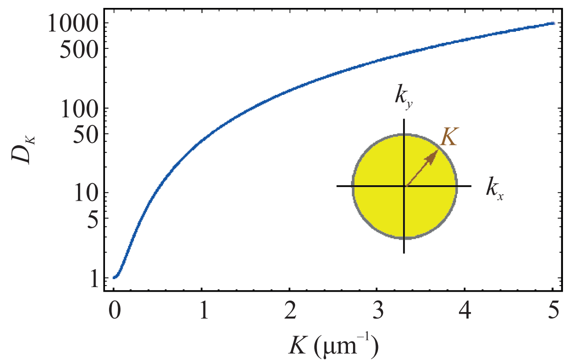

Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимость числа состояний (6) от максимального импульса K для 2D микрокрезонатора. Освещаемая площадь равна 500 мкм^2, что соответствует $d \approx 25$ мкм. На вставке: иллюстрация определения K

2.1. Схема Хэнбери Брауна–Твисса (ХБТ). В схеме Хэнбери Брауна–Твисса используются два детектора, которые измеряют число совпадений показаний детекторов, а также средний поток фотонов. Схема ХБТ позволяет измерить автокорреляционную функцию второго порядка

$$g^{(2)}_K(0) = \frac{\langle \hat{E}^{\dagger}_K(\mathbf{r}_1)\hat{E}^{\dagger}_K(\mathbf{r}_2)\hat{E}_K(\mathbf{r}_2)\hat{E}_K(\mathbf{r}_1)\rangle}{\langle \hat{E}^{\dagger}_K(\mathbf{r}_1)\hat{E}_K(\mathbf{r}_1)\rangle\langle \hat{E}^{\dagger}_K(\mathbf{r}_2)\hat{E}_K(\mathbf{r}_2)\rangle}, \tag{7}$$

где $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ – координаты детекторов. В частном случае $K = 0$ выражение (7) принимает известный вид

$$g^{(2)}_{\mathbf{k=0}}(0) = \frac{\langle \hat{a}^{\dagger}_{\mathbf{k=0}}\hat{a}^{\dagger}_{\mathbf{k=0}}\hat{a}_{\mathbf{k=0}}\hat{a}_{\mathbf{k=0}}\rangle}{\langle \hat{a}^{\dagger}_{\mathbf{k=0}}\hat{a}_{\mathbf{k=0}}\rangle^2}, \tag{8}$$

где мы использовали связь между амплитудами и фазами в уравнении (5): $A(\mathbf{r}_1) = A(\mathbf{r}_2)$ и $\varphi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}_1) - \varphi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}_2) = \pi/2$.

2.2. Схема с одним детектором. Схема с одним детектором проще, чем схема ХБТ. Схема с одним детектором позволяет напрямую измерять $\langle \hat{n}_{\le K}\rangle$ и $\langle \hat{n}^2_{\le K}\rangle - \langle \hat{n}_{\le K}\rangle$, где

$$\hat{n}_{\le K} = \sum_{|\mathbf{k}|\le K} \hat{n}_{\mathbf{k}}, \tag{9}$$

и $\hat{n}_{\mathbf{k}} = \hat{a}^{\dagger}_{\mathbf{k}}\hat{a}_{\mathbf{k}}$. В результате мы можем вычислить автокорреляционную функцию второго порядка

$$\mathcal{G}^{(2)}_K(0) = \frac{\langle \hat{n}_{\le K}\hat{n}_{\le K}\rangle - \langle \hat{n}_{\le K}\rangle}{\langle \hat{n}_{\le K}\rangle^2} \tag{10}$$

с помощью этой схемы детектирования. Обратим внимание, что в общем случае (10) отличается от (7), и мы также увидим это ниже. Обратим внимание, что $\mathcal{G}^{(2)}_K(0)$ не является истинной автокорреляционной функцией второго порядка Глаубера, измеряемой в схеме ХБТ, поэтому в дальнейшем мы будем называть ее оценкой флуктуаций интенсивности. Далее мы более подробно обсудим, как измерять корреляции из уравнения (10) с помощью схемы с одним детектором.

В дальнейшем мы устанавливаем связь между $\mathcal{G}_K^{(2)}(0)$ и $g_K^{(2)}(0)$ для 2D поляритонных систем систем ниже и выше порога конденсации.

3. Квантовая динамика 2D БЭК.

3.1. Уравнение Линдблада. Уравнение Линдблада определяет квантовую динамику системы

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = \frac{i}{\hbar}[\hat{\rho}, \hat{H}] + \mathcal{L}(\hat{\rho}), \tag{11}$$

где $\hat{H}$ – гамильтониан системы, задаваемый выражением (4), а слагаемое $\mathcal{L}(\hat{\rho})$ описывает все релаксационные процессы

$$\mathcal{L}(\hat{\rho}) = \sum_j L_j(\hat{\rho}) \tag{12}$$

где $L_j(\hat{\rho})$ – супероператор Линдблада для конкретного релаксационного процесса. Мы рассматриваем диссипацию и термализацию поляритонов. Мы также описываем подвод энергии к системе (некогерентная накачка) с помощью эффективного супероператора Линдблада [4].

Диссипация энергии поляритонов является следствием радиационных и безызлучательных потерь. Этот релаксационный процесс соответствует супероператору Линдблада

$$L_{\mathrm{diss}}(\hat{\rho}) = \sum_{\mathbf{k}} \gamma_{\mathbf{k}}(\hat{a}_{\mathbf{k}}\hat{\rho}\hat{a}_{\mathbf{k}}^{\dagger} - \frac{1}{2}\hat{\rho}\hat{a}_{\mathbf{k}}^{\dagger}\hat{a}_{\mathbf{k}} - \frac{1}{2}\hat{a}_{\mathbf{k}}^{\dagger}\hat{a}_{\mathbf{k}}\hat{\rho}), \tag{13}$$

где $\gamma_{\mathbf{k}}$ – скорость диссипации поляритонного состояния с волновым вектором $\mathbf{k}$. В дальнейшем мы предполагаем, что скорость диссипации одинакова для всех поляритонных состояний и равна γ. Это предположение является хорошо обоснованным для состояний вблизи $\mathbf{k} = \mathbf{0}$.

Термализация поляритонов приводит к перераспределению поляритонов по дисперсионной кривой, так что общее число поляритонов остается постоянным. Этот релаксационный процесс соответствует супероператору Линдблада [14]

$$L_{\mathrm{therm}}(\hat{\rho}) = \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\mathbf{q}\neq\mathbf{k}} \Gamma_{\mathbf{kq}} \times \left(\hat{a}_{\mathbf{k}}\hat{a}_{\mathbf{q}}^{\dagger}\hat{\rho}\hat{a}_{\mathbf{q}}\hat{a}_{\mathbf{k}}^{\dagger} - \frac{1}{2}\hat{\rho}\hat{a}_{\mathbf{q}}\hat{a}_{\mathbf{k}}^{\dagger}\hat{a}_{\mathbf{k}}\hat{a}_{\mathbf{q}}^{\dagger} - \frac{1}{2}\hat{a}_{\mathbf{q}}\hat{a}_{\mathbf{k}}^{\dagger}\hat{a}_{\mathbf{k}}\hat{a}_{\mathbf{q}}^{\dagger}\hat{\rho}\right), \tag{14}$$

где $\Gamma_{\mathbf{kq}}$ – скорость термализации между поляритонными состояниями с волновыми векторами $\mathbf{k}$ и $\mathbf{q}$. Эти скорости удовлетворяют условию $\Gamma_{\mathbf{kq}} = \Gamma_{\mathbf{qk}} e^{(\hbar\omega_{\mathbf{k}} - \hbar\omega_{\mathbf{q}})/k_B T}$, вытекающему из соотношения Кубо–Мартина–Швингера [15]. Процессы термализации сильно зависят от температуры T, поскольку они обеспечивают обмен энергией между близкими поляритонными состояниями.

Как правило, накачка поляритонных состояний представляет собой поток энергии от верхних состояний (экситонный резервуар) к поляритонным состояниям. Этот процесс соответствует эффективному супероператору Линдблада [4]

$$L_{\mathrm{pump}}(\hat{\rho}) = \sum_{\mathbf{k}} \varkappa_{\mathbf{k}}(\hat{a}_{\mathbf{k}}\hat{\rho}\hat{a}_{\mathbf{k}}^{\dagger} - \frac{1}{2}\hat{\rho}\hat{a}_{\mathbf{k}}^{\dagger}\hat{a}_{\mathbf{k}} - \frac{1}{2}\hat{a}_{\mathbf{k}}^{\dagger}\hat{a}_{\mathbf{k}}\hat{\rho}) + \sum_{\mathbf{k}} \varkappa_{\mathbf{k}}(\hat{a}_{\mathbf{k}}^{\dagger}\hat{\rho}\hat{a}_{\mathbf{k}} - \frac{1}{2}\hat{\rho}\hat{a}_{\mathbf{k}}\hat{a}_{\mathbf{k}}^{\dagger} - \frac{1}{2}\hat{a}_{\mathbf{k}}\hat{a}_{\mathbf{k}}^{\dagger}\hat{\rho}), \tag{15}$$

где $\varkappa_{\mathbf{k}}$ – скорость эффективной некогерентной накачки поляритонного состояния с волновым вектором $\mathbf{k}$. В дальнейшем мы предполагаем, что $\varkappa_{\mathbf{k}} = \varkappa$ для всех поляритонных состояний с $|\mathbf{k}| \leq K_{\mathrm{Pump}}$ и $\varkappa_{\mathbf{k}} = 0$ для всех остальных состояний. Мы также вводим количество состояний, на которые непосредственно воздействует некогерентная накачка

$$G_{\mathrm{Pump}} = \sum_{|\mathbf{k}|\leq K_{\mathrm{Pump}}} 1, \tag{16}$$

которое включает основное состояние.

3.2. Предел медленной термализации. В пределе медленной термализации последняя является самым медленным релаксационным процессом, и мы можем пренебречь ею. Таким образом, $\mathcal{L}(\hat{\rho}) = L_{\mathrm{diss}}(\hat{\rho}) + L_{\mathrm{pump}}(\hat{\rho})$ в уравнениях (11)–(12). Этот случай относится к поляритонным лазерам, работающим ниже порога генерации [14]. Из уравнения (11) и с использованием (10) мы получаем

$$\mathcal{G}_K^{(2)}(0) = 1 + \frac{1}{\min(D_K, G_{\mathrm{Pump}})}, \tag{17}$$

что совпадает с уравнением (2) при условии, что число независимых источников M равно числу накачиваемых поляритонных состояний $\min(D_K, G_{\mathrm{Pump}})$, излучение которых детектируется ($|k| \leq K$).

Далее мы подставляем выражение (5) в уравнение (7), чтобы выразить $g_K^{(2)}(0)$ через операторы рождения и уничтожения поляритонов. Затем мы вычисляем $g_K^{(2)}(0)$, также используя уравнение Линдблада, и получаем

$$g_K^{(2)}(0) = 2 \tag{18}$$

для любого K. Это выражение совпадает с уравнением (3) при условии, что $g^{(2)}(0) = 2$.

3.3. Предел быстрой термализации. В пределе быстрой термализации мы рассматриваем все три релаксационных процесса: $\mathcal{L}(\hat{\rho}) = L_{\text{diss}}(\hat{\rho}) + L_{\text{pump}}(\hat{\rho}) + L_{\text{therm}}(\hat{\rho})$ в уравнениях (11)–(12). Поскольку термализация является самым быстрым процессом, мы можем применить теорию, разработанную в [16], и получить (см. дополнительные материалы)

$$\langle \hat{n}_{\le K} \rangle = \sum_{N=0}^{+\infty} P_N \frac{1}{Z_N} \sum_{n=0}^{N} n X_n Y_{N-n}, \tag{19}$$

$$\langle \hat{n}_{\le K} \hat{n}_{\le K} \rangle = \sum_{N=0}^{+\infty} P_N \frac{1}{Z_N} \sum_{n=0}^{N} n^2 X_n Y_{N-n}, \tag{20}$$

где $\sum_{N=0}^{+\infty} Z_N \xi^N = e^{G \cdot \mathrm{Ln}_2(\xi)}/(1-\xi)$, $\mathrm{Ln}_2(\xi)$ – дилогарифм, $\sum_{N=0}^{+\infty} Y_N \xi^N = e^{G \cdot \mathrm{Ln}_2(\xi e^{-\beta K})}$, $\sum_{N=0}^{+\infty} X_N \xi^N = \sum_{N=0}^{+\infty} Z_N \xi^N / \sum_{N=0}^{+\infty} Y_N \xi^N$, а G – количество состояний в энергетической области $k_B T$ выше основного состояния, исключая основное состояние. Здесь P_N – вероятность нахождения в системе ровно N поляритонов. Для получения этих вероятностей можно использовать рекуррентные уравнения, следующие из уравнения Линблада [4, 16]. Мы описываем данные вычисления более подробно в дополнительных материалах.

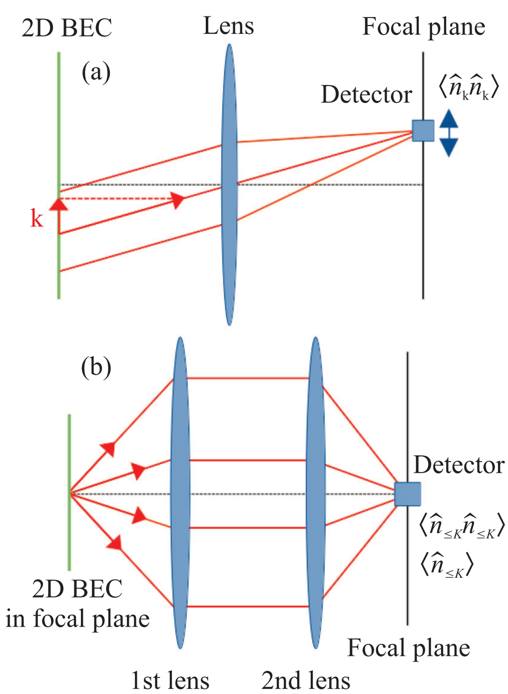

Рис. 3. (Цветной онлайн) (a) – Установка для измерения автокорреляций $\langle \hat{n}_{\mathbf{k}} \hat{n}_{\mathbf{k}} \rangle$. (b) – Установка для измерения автокорреляций $\langle \hat{n}_{\le K} \rangle$ и $\langle \hat{n}_{\le K} \hat{n}_{\le K} \rangle$

В пределе быстрой термализации матрицу плотности системы можно свести к линейной комбинации фоковских состояний с точно N поляритонами [4, 16]. Следовательно, в пределе быстрой термализации свет от многомодовой системы является некоррелированным в том смысле, что $\langle \hat{a}^{\dagger}_{\mathbf{k}_1} \hat{a}^{\dagger}_{\mathbf{k}_2} \hat{a}_{\mathbf{k}_3} \hat{a}_{\mathbf{k}_4} \rangle = 0$, когда три из волновых векторов различны, и $\langle \hat{a}^{\dagger}_{\mathbf{k}_1} \hat{a}^{\dagger}_{\mathbf{k}_2} \hat{a}_{\mathbf{k}} \hat{a}_{\mathbf{k}} \rangle = 0$, и $\langle \hat{a}^{\dagger}_{\mathbf{k}_1} \hat{a}_{\mathbf{k}_2} \rangle = 0$, когда $\mathbf{k}_1 \neq \mathbf{k}_2$. Обратим внимание, что отсутствие перекрестных корреляций в системе следует только из того факта, что термализация является самым быстрым процессом, поэтому можно использовать данный метод для широкого класса систем с быстрой термализацией. В этом случае выражение для $g_K^{(2)}(0)$ принимает вид (см. дополнительные материалы)

$$g_K^{(2)}(0) = 2\mathcal{G}_K^{(2)}(0) - \frac{\sum_{|\mathbf{k}| \le \mathbf{K}} \langle \hat{n}_{\mathbf{k}} \hat{n}_{\mathbf{k}} \rangle - \langle \hat{n}_{\le K} \rangle}{\langle \hat{n}_{\le K} \rangle^2}, \tag{21}$$

и $\mathcal{G}_K^{(2)}(0)$ в пределе быстрой термализации можно найти из уравнений (10) и (19)–(21).

4. Схема измерения автокорреляционной функции второго порядка. Как было показано выше, для получения $g_K^{(2)}(0)$ необходимо измерить величины $\sum_{|\mathbf{k}| \le \mathbf{K}} \langle \hat{n}_{\mathbf{k}} \hat{n}_{\mathbf{k}} \rangle$, $\langle \hat{n}_{\le K} \rangle$ и $\langle \hat{n}_{\le K} \hat{n}_{\le K} \rangle$. Это можно сделать с помощью схемы с одним детектором (рис. 3). Чтобы получить $\sum_{|\mathbf{k}| \le \mathbf{K}} \langle \hat{n}_{\mathbf{k}} \hat{n}_{\mathbf{k}} \rangle$, необходимо измерить каждое слагаемое в сумме. Для этого можно использовать линзу, которая собирает волны с разными волновыми векторами в фокальной плоскости (рис. 3a). Таким образом, можно измерить корреляции $\langle \hat{n}_{\mathbf{k}} \hat{n}_{\mathbf{k}} \rangle$ для каждого $\mathbf{k}$ такого, что $|\mathbf{k}| \le K$, перемещая детектор в фокальной плоскости. Для получения других корреляций можно использовать схему с двумя линзами (рис. 3b). Излучение собирается в точке расположения детектора, поэтому эту схему можно использовать для измерения корреляций $\langle \hat{n}_{\le K} \rangle$ и $\langle \hat{n}_{\le K} \hat{n}_{\le K} \rangle$. Ограничение на K можно реализовать, выбрав соответствующую апертуру. Затем следует использовать измеренные величины и уравнение (21) для получения $g_K^{(2)}(0)$.

5. Интенсивность и флуктуации интенсивности испускаемого света. На рисунке 4 показано распределение поляритонов по состояниям в зависимости от среднего полного числа поляритонов $\langle \hat{N} \rangle$ в пределе медленной термализации (рис. 4a) и в пределе быстрой термализации (рис. 4b). Когда термализация медленная, заселенность всех накачиваемых состояний линейно растет с $\langle \hat{N} \rangle$. Обратим внимание, что $n_{\mathbf{k}} = 0$ при $\hbar(\omega_{\mathbf{k}} - \omega_{\mathbf{k}=0}) > k_B T$ из-за отсутствия накачки. В пределе быстрой термализации наблюдаются некоторые особенности в распределении частиц в зависимости от $\langle \hat{N} \rangle$. При низких скоростях накачки

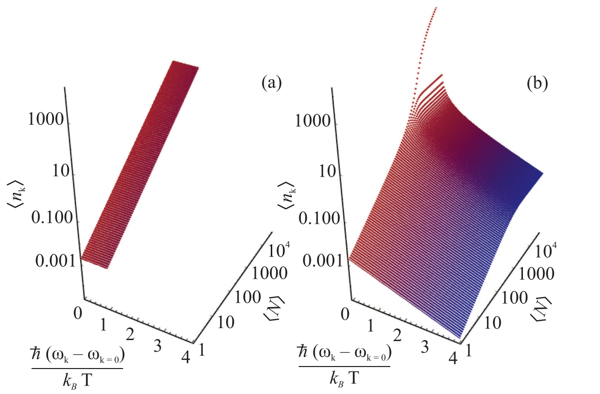

Рис. 4. (Цветной онлайн) Зависимость среднего числа частиц $\langle\hat{n}_{\mathbf{k}}\rangle$ от среднего полного числа частиц $\langle\hat{N}\rangle = \sum_{\mathbf{k}}\langle\hat{n}_{\mathbf{k}}\rangle$, пропорционального скорости накачки, (a) – в пределе медленной термализации и (b) – в пределе быстрой термализации. Скорость накачки равна κ для всех состояний с волновыми векторами $\mathbf{k}$, для которых $\hbar(\omega_{\mathbf{k}} - \omega_{\mathbf{k=0}}) \le k_B T$, скорость накачки равна нулю для всех остальных состояний, поэтому мы их не отображаем. Параметры системы: $G = 500$, $G_{\mathrm{Pump}} = G + 1$, и размер системы такой же, как на рис. 2, что соответствует $T = 300\,$К и коэффициенту дисперсии для поляритонов $\alpha = 2\,$мкэВ $\cdot$ мкм^2 [16]. Эти параметры согласуются с недавними экспериментами [1, 3]

распределение частиц по состояниям отвечает распределению Больцмана. Однако когда $\langle\hat{N}\rangle$ превышает порог формирования БЭК N_{th}, определяемый как $N_{\mathrm{th}} = G\ln N_{\mathrm{th}}$ [16], частицы начинают накапливаться в основном состоянии (состояние с $\mathbf{k} = \mathbf{0}$). Этот процесс приводит к S-образной кривой для заселенности основного состояния (рис. 5b), что отличается от системы без термализации, где S-образная кривая для основного состояния отсутствует (рис. 5a).

В пределе медленной термализации $g_K^{(2)}(0)$ равно 2 независимо от области K в k-пространстве (рис. 5c). В пределе быстрой термализации ниже порога конденсации $g_K^{(2)}(0)$ также равно 2 независимо от области K в k-пространстве (рис. 5d), что означает, что система испускает некогерентный некоррелированный свет. Выше порога конденсации $g_K^{(2)}(0)$ меняет свое поведение и начинает зависеть от области K (рис. 5d). Для области K, покрывающей только основное состояние, формирование БЭК сопровождается уменьшением $g_{\mathbf{k=0}}^{(2)}(0)$ от 2 до 1 по мере роста среднего полного числа поляритонов [4, 16]. Выражение для стационарного распределения P_N выше порога конденсации может быть приближенно записано как [17]

$$P_N \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(N - \langle\hat{N}\rangle)^2}{2\sigma^2}}, \tag{22}$$

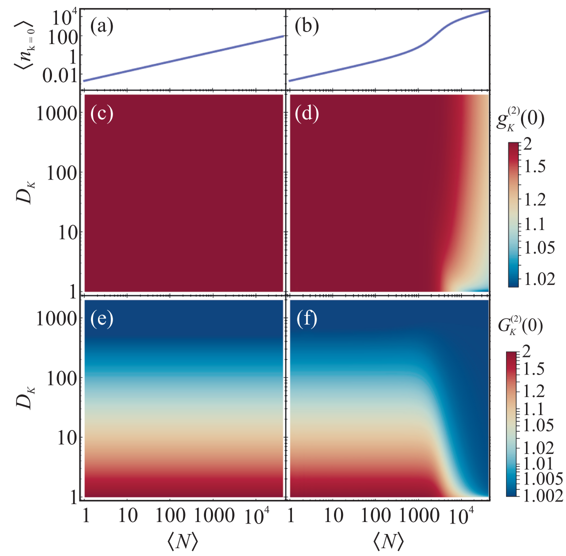

Рис. 5. (Цветной онлайн) Среднее число частиц в основном состоянии для (a) – предела медленной термализации и (b) – предела быстрой термализации. Автокорреляционная функция второго порядка (7) в зависимости от числа состояний (6), охватываемых K, и среднего полного числа частиц $\langle\hat{N}\rangle = \sum_{\mathbf{k}}\langle\hat{n}_{\mathbf{k}}\rangle$ для (c) – предела медленной термализации и (d) – предела быстрой термализации. Оценка флуктуаций интенсивности (10) в зависимости от числа состояний (6), охватываемых K, и среднего полного числа частиц $\langle\hat{N}\rangle = \sum_{\mathbf{k}}\langle\hat{n}_{\mathbf{k}}\rangle$ для (e) – предела медленной термализации и (f) – предела быстрой термализации. Параметры системы те же, что и на рис. 4

где $\langle\hat{N}\rangle = G_{\mathrm{Pump}}\kappa/\gamma$ – среднее число поляритонов в системе и $\sigma = \sqrt{\langle\hat{N}\rangle + \langle\hat{N}\rangle^2/G_{\mathrm{Pump}}}$, где G_{Pump} определено в уравнении (16) (см. дополнительные материалы). Мы предполагаем, что максимум гауссов-

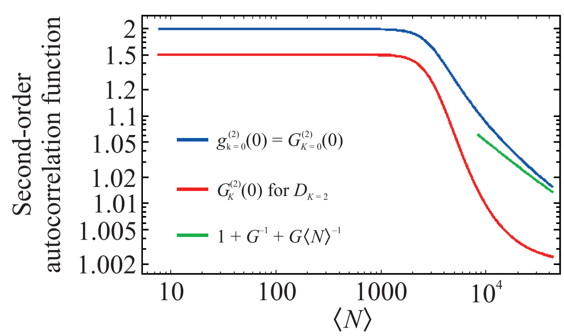

Рис. 6. (Цветной онлайн) Автокорреляционная функция второго порядка $g_{\mathbf{k=0}}^{(2)}(0)$ (синяя линия), оценка флуктуаций интенсивности $\mathcal{G}_K^{(2)}(0)$ (красная линия) и асимптотика (23) для $g_{\mathbf{k=0}}^{(2)}(0)$ (зеленая линия) в зависимости от среднего полного числа частиц $\langle\hat{N}\rangle = \sum_{\mathbf{k}}\langle\hat{n}_{\mathbf{k}}\rangle$ для предела быстрой термализации. Параметры системы те же, что и на рис. 4

ского распределения находится при $N = \langle\hat{N}\rangle$. Параметр σ был найден путем разложения $P_{N\pm1}/P_N$ при $N = \langle\hat{N}\rangle$. В этом случае асимптотика для $g^{(2)}_{\mathbf{k}=\mathbf{0}}(0)$ при $\langle\hat{N}\rangle \gg G\ln\langle\hat{N}\rangle$ имеет вид (см. дополнительные материалы)

$$g^{(2)}_{\mathbf{k}=\mathbf{0}}(0) \approx 1 + \frac{1}{G_{\text{Pump}}} + \frac{G}{\langle\hat{N}\rangle} \tag{23}$$

и показана на рис. 6. Обратим внимание, что при выводе этой асимптотики мы также предполагаем $G \gg \ln\langle\hat{N}\rangle$. Выше порога конденсации расширение области $|\mathbf{k}| \leq K$ в пространстве волновых векторов приводит к росту $g^{(2)}_K(0)$ (рис. 5), достигая при $K \to \infty$ и $\langle\hat{N}\rangle \gg G\ln\langle\hat{N}\rangle$ следующей асимптотики (см. дополнительные материалы)

$$g^{(2)}_{\infty}(0) \approx 1 + \frac{1}{G_{\text{Pump}}} + \frac{2G\ln\langle\hat{N}\rangle}{\langle\hat{N}\rangle}. \tag{24}$$

В пределе медленной термализации $\mathcal{G}^{(2)}_{K=0}(0)$ равно 2, что следует из уравнения (17). Однако когда детектор принимает свет от нескольких состояний ($K > 0$), оценка флуктуаций интенсивности падает до $\mathcal{G}^{(2)}_K(0) = 1+1/\min(D_K, G_{\text{Pump}})$ (рис. 5e). В пределе быстрой термализации $\mathcal{G}^{(2)}_K(0)$ также уменьшается с ростом K (рис. 5f). Однако конкретная зависимость $\mathcal{G}^{(2)}_K(0)$ от K различается в зависимости от того, находится ли система ниже или выше порога конденсации. Когда система находится ниже порога конденсации, зависимость $\mathcal{G}^{(2)}_K(0)$ от K аналогична таковой в пределе медленной термализации (рис. 5e, f). Существенное различие в $\mathcal{G}^{(2)}_K(0)$ между этими двумя случаями проявляется выше порога конденсации (рис. 5). В частности, в пределе быстрой термализации выше порога конденсации $\mathcal{G}^{(2)}_K(0)$ испытывает резкое изменение для малых K (рис. 5f), а затем выходит на плато

$$\mathcal{G}^{(2)}_{\infty}(0) = 1 + \frac{1}{G_{\text{Pump}}}. \tag{25}$$

Выше порога конденсации почти все частицы концентрируются вблизи $\mathbf{k} = \mathbf{0}$, и мы можем покрыть всю эту область даже для малых K, поэтому распределение (22) становится хорошим приближением для числа частиц в области K, что приводит к плато $\mathcal{G}^{(2)}_K(0) \approx \mathcal{G}^{(2)}_{\infty}(0)$, показанному на рис. 5f.

Оценка флуктуаций интенсивности дает правильный результат для автокорреляционной функции второго порядка, когда детектор собирает свет из одного состояния: $\mathcal{G}^{(2)}_{K=0}(0) = g^{(2)}_{\mathbf{k}=\mathbf{0}}(0)$. Выше порога конденсации основной вклад в интенсивность испускаемого света дает малая область в пространстве волновых векторов вокруг $\mathbf{k} = \mathbf{0}$, как это видно из рис. 4b. Тем не менее, $\mathcal{G}^{(2)}_K(0)$ сильно отклоняется от $g^{(2)}_{\mathbf{k}=\mathbf{0}}(0)$ выше порога конденсации даже для $K = 2$ (рис. 6). В целом, основное качественное различие между $\mathcal{G}^{(2)}_{K=0}(0)$ и $g^{(2)}_{\mathbf{k}=\mathbf{0}}(0)$ ниже и выше порога конденсации заключается в том, что $\mathcal{G}^{(2)}_K(0)$ уменьшается с ростом K, в то время как $g^{(2)}_K(0)$ увеличивается с K (см. рис. 5). Схема ХБТ и схема с одним детектором в общем случае дают разные результаты для автокорреляционной функции второго порядка (см. рис. 5).

В общем случае $g^{(2)}_K(0)$ и $\mathcal{G}^{(2)}_K(0)$ не связаны со светом, испускаемым многомодовой системой, и именно $g^{(2)}_K(0)$ может доказать формирование БЭК. Тем не менее, как видно из рис. 5d, $\mathcal{G}^{(2)}_K(0)$ можно использовать как признак формирования БЭК. Более того, в пределе быстрой термализации измерения, выполненные в схеме с одним детектором, можно использовать для восстановления $g^{(2)}_K(0)$ в соответствии с уравнением (21). Измерения всех корреляций в этом выражении, а именно $\langle\hat{n}_{\leq K}\rangle$, $\langle\hat{n}_{\leq K}\hat{n}_{\leq K}\rangle$ и $\sum_{|\mathbf{k}|\leq\mathbf{K}}\langle\hat{n}_{\mathbf{k}}\hat{n}_{\mathbf{k}}\rangle$, требуют только одного детектора. Таким образом, можно восстановить $g^{(2)}_K(0)$, используя измерения в схеме с одним детектором.

6. Заключение. Мы теоретически исследовали схемы измерения автокорреляционной функции второго порядка света, испускаемого 2D поляритонными системами. В общем случае автокорреляционная функция второго порядка может быть измерена в схеме Хэнбери Брауна и Твисса. Схема с одним детектором измеряет другую величину, которую мы называем оценкой флуктуаций интенсивности. Иногда эту величину можно использовать для измерения автокорреляционной функции второго порядка. Мы показали, что совпадение имеет место, если в измеряемый свет вносит вклад *одна поляритонная мода.* Основное качественное различие между оценкой флуктуаций интенсивности $\mathcal{G}^{(2)}_K(0)$ и автокорреляционной функцией второго порядка $g^{(2)}_K(0)$ заключается в зависимости от области в пространстве волновых векторов $|\mathbf{k}| \leq K$, вносящей вклад в детектируемый свет: $\mathcal{G}^{(2)}_K(0)$ может только уменьшаться с ростом K, а $g^{(2)}_K(0)$ может только увеличиваться с K. В общем случае связь между $g^{(2)}_K(0)$ и $\mathcal{G}^{(2)}_K(0)$ зависит от модели. Для 2D поляритонных систем с эффективной некогерентной накачкой нет прямой связи между $g^{(2)}_K(0)$ и $\mathcal{G}^{(2)}_K(0)$. Однако уравнение (21) является теоретической основой для восстановления автокорреляционной функции второго порядка $g^{(2)}_K(0)$ из измерений, выполненных в схеме с одним детектором. Действительно, схема с одним детектором позволяет измерить все корреляции в правой части уравнения (21). Это уравнение охватывает не только 2D поляритонные системы с некогерентной накачкой, но и более широкий спектр систем, требующих обращения в нуль следующих корреляций: $\langle \hat{a}^\dagger_{\mathbf{k}_1} \hat{a}^\dagger_{\mathbf{k}_2} \hat{a}_{\mathbf{k}_3} \hat{a}_{\mathbf{k}_4} \rangle$, когда три из волновых векторов различны, и $\langle \hat{a}^\dagger_{\mathbf{k}_1} \hat{a}^\dagger_{\mathbf{k}_2} \hat{a}_{\mathbf{k}} \hat{a}_{\mathbf{k}} \rangle$, а также $\langle \hat{a}^\dagger_{\mathbf{k}_1} \hat{a}_{\mathbf{k}_2} \rangle = 0$, когда $\mathbf{k}_1 \neq \mathbf{k}_2$. Следовательно, разработанный в этой работе метод восстановления истинной автокорреляционной функции второго порядка применим к широкому классу многомодовых систем.

И. В. Панюков и Е. С. Андрианов благодарят Фонд развития теоретической физики и математики “БАЗИС”.

Финансирование работы. Данная работа была поддержана грантом Фонда развития теоретической физики и математики “БАЗИС”.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. A. V. Zasedatelev, A. V. Baranikov, D. Sannikov, D. Urbonas, F. Scafirimuto, V. Yu. Shishkov, E. S. Andrianov, Y. E. Lozovik, U. Scherf, Th. Stöferle, R. F. Mahrt, and P. G. Lagoudakis, “Single-photon nonlinearity at room temperature”, Nature **597**(7877), 493 (2021).
2. D. Urbonas, A. J. Moilanen, K. B. Arnardottir, U. Scherf, R. F. Mahrt, P. Törmä, and Th. Stöferle, “Temporal mode switching during polariton condensation”, Commun. Phys. **7**(1), 203 (2024).
3. A. V. Zasedatelev, A. V. Baranikov, D. Urbonas, F. Scafirimuto, U. Scherf, Th. Stöferle, R. F. Mahrt, and P. G. Lagoudakis, “A room-temperature organic polariton transistor”, Nat. Photonics **13**(6), 378 (2019).
4. V. Yu. Shishkov, E. S. Andrianov, A. V. Zasedatelev, P. G. Lagoudakis, and Y. E. Lozovik, “Exact Analytical Solution for the Density Matrix of a Nonequilibrium Polariton Bose-Einstein Condensate”, Phys. Rev. Lett. **128**, 065301 (2022).
5. A. H. Safavi-Naeini, J. Chan, J. T. Hill, S. Gröblacher, H. Miao, Y. Chen, M. Aspelmeyer, O. Painter, “Laser noise in cavity-optomechanical cooling and thermometry”, New J. Phys. **15**(3), 035007 (2013).
6. R. H. Hadfield, “Single-photon detectors for optical quantum information applications”, Nat. Photonics **3**(12), 696 (2009).
7. I. E. Zadeh, J. Chang, J. W. N. Los, S. Gyger, A. W. Elshaari, S. Steinhauer, S. N. Dorenbos, and V. Zwiller, “Superconducting nanowire single-photon detectors: A perspective on evolution, state-of-the-art, future developments, and applications”, Appl. Phys. Lett. **118**(19), 190501 (2021).
8. F. Jahnke, Ch. Gies, M. Aßmann, M. Bayer, H. A. M. Leymann, A. Foerster, J. Wiersig, Ch. Schneider, M. Kamp, and S. Höfling, “Giant photon bunching, superradiant pulse emission and excitation trapping in quantum-dot nanolasers”, Nat. Commun. **7**(1), 11540 (2016).
9. R. V. Hogg, J. W. McKean, A. T. Craig, *Introduction to Mathematical Statistics*, 7th ed. (Pearson, Boston, MA, 2013).
10. Y. Yamamoto and A. Imamoğlu, *Mesoscopic Quantum Optics*, (John Wiley & Sons, N.Y., NY, 1999).
11. V. Yu. Shishkov, E. S. Andrianov, S. Tretiak, K. B. Whaley, and A. V. Zasedatelev, “Sympathetic Mechanism for Vibrational Condensation Enabled by Polariton Optomechanical Interaction”, Phys. Rev. Lett. **133**(18), 186903 (2024).
12. V. Yu. Shishkov, E. S. Andrianov, and A. V. Zasedatelev, “Room-temperature optomechanics with light-matter condensates”, Phys. Rev. B **110**(13), 134321 (2024).
13. A. D. Putintsev, A. V. Zasedatelev, V. Yu. Shishkov, M. Misko, D. A. Sannikov, E. S. Andrianov, Y. E. Lozovik, U. Scherf, and P. G. Lagoudakis, “Photon statistics of organic polariton condensates”, Phys. Rev. B **110**(4), 045125 (2024).
14. A. V. Kavokin, J. J. Baumberg, G. Malpuech, and F. P. Laussy, *Microcavities*, 2nd ed. (Oxford University Press, Oxford, United Kingdom, 2017).
15. R. Kubo, “Statistical-mechanical theory of irreversible processes. I. General theory and simple applications to magnetic and conduction problems”, Journal of the Physical Society of Japan **12**(6), 570 (1957).
16. V. Yu. Shishkov, E. S. Andrianov, and Yu. E. Lozovik, “Analytical framework for nonequilibrium phase transition to Bose–Einstein condensate”, Quantum **6**, 719 (2022).
17. F. P. Laussy, “A Quantum Theory for Bose–Einstein Condensation of the Ideal Gas”, Quantum Views **6**, 67 (2022).