Письма в ЖЭТФ, том 123, вып. 12, с. 872 – 876

Излучение Смита–Парселла от дискретной мишени, расположенной на оси полого электронного пучка

Д. Ю. Сергеева[+], *А. А. Тищенко*[+*1)]

[+]*Национальный исследовательский ядерный университет "МИФИ", 115409 Москва, Россия*

[*]*Международная научно-образовательная лаборатория радиационной физики, Национальный исследовательский университет "БелГУ", 308034 Белгород, Россия*

Поступила в редакцию 24 апреля 2026 г.
После переработки 16 мая 2026 г.
Принята к публикации 17 мая 2026 г.

Рассчитаны характеристики излучения Смита–Парселла от полого электронного пучка на центральной оси которого находится дискретная периодическая мишень. Мишень представляет собой цепочку субволновых частиц. Показано, что спектральные и угловые характеристики излучения сложным образом зависят от Лоренц-фактора электронов. Показано, что некогерентное излучение содержит информацию о поперечных размерах пучка. Интересно, что поперечная движению электрона компонента кулоновского поля не вносит вклада в интенсивность когерентного излучения. Это приводит к тому, что для больших энергий электронов когерентное излучение становится сравнимым с некогерентным даже для короткого пучка. Результаты будут полезны для эффективной генерации излучения и диагностики полых пучков, в том числе по некогерентному излучению.

DOI: 10.7868/S3034576626060163

1. Введение. Излучение Смита–Парселла (ИСП) возбуждается при пролете заряженных частиц вблизи периодически неоднородной мишени. Традиционно, мишенями для генерации ИСП являются обычные дифракционные решетки с различными профилями [1]. В последнее время ведутся активные исследования по применению ИСП в фотонике и фотонных элементах [2]. Для этого в качестве мишеней используют метаповерхности и фотонные кристаллы.

Ранее, на примере классического ИСП, экспериментально была исследована одна из наиболее эффективных схем генерации излучения – та, в которой используется цилиндрическая мишень и полый электронный пучок [3, 4]. Пучок движется таким образом, что мишень все время остается во внутренней полости пучка, см. рис. 1a.

Полые пучки сегодня привлекают внимание исследователей и безотносительно ИСП. Это связано, в основном, с их использованием в качестве полых электронных линз для ускорения и фокусировки пучков других заряженных частиц [5, 6], а также с их пользой в контексте исследований частиц, пучков и излучения, несущих орбитальный угловой момент [7].

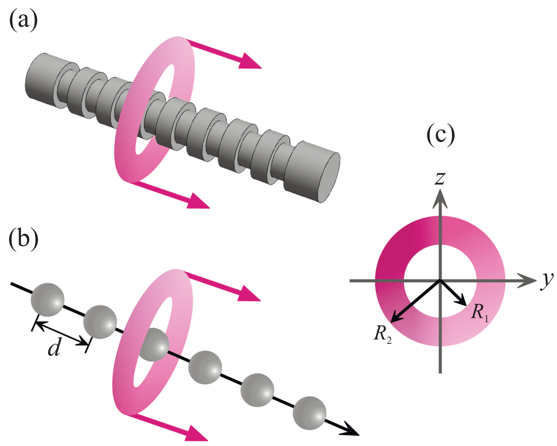

Рис. 1. (Цветной онлайн) Возбуждение ИСП полым электронным пучком от: (a) – цилиндрической мишени, находящейся на оси пучка, (b) – от цепочки субволновых частиц, находящихся на оси пучка. (c) – Поперечный профиль электронного пучка

В данной статье мы строим теорию ИСП, которое возбуждается полым электронным пучком от цепочки из конечного числа субволновых частиц, которые находятся на центральной оси пучка и на фиксированном расстоянии d друг от друга.

2. Поле излучения. Решая систему уравнений Максвелла в переменных $(\mathbf{q}, \omega)$ и вычисляя затем фурье-образ электрического поля на далеких расстояниях r, т.е. при $kr \gg 1$, где k – модуль волнового

1)e-mail: tishchenko@mephi.ru

вектора излучения, получим выражение для фурье-образа поля излучения:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega) = (2\pi)^3 \frac{i}{\omega}\frac{e^{ikr}}{r}[\mathbf{k},[\mathbf{k},\mathbf{j}(\mathbf{k},\omega)]], \qquad (1)$$

где ω – циклическая частота излучения, $\mathbf{k}$ – волновой вектор излучения, распространяющегося в вакууме, $\mathbf{j}(\mathbf{k},\omega)$ – фурье-образ плотности токов, возникающих в системе.

Рассмотрим в качестве периодической мишени цепочку из конечного числа M небольших частиц, которые находятся на оси Ox на фиксированном расстоянии d друг от друга, см. рис. 1b. Если размер частицы l много меньше длины волны излучения λ, т.е. $l \ll \lambda$, то каждую частицу можно представить как точечный диполь. Фурье-образ диполя m-й частицы описывается выражением:

$$\mathbf{p}(\mathbf{R}_m,\omega) = \alpha_m(\omega)\mathbf{E}_{\text{ext}}(\mathbf{R}_m,\omega), \qquad (2)$$

где $\alpha_m(\omega)$ – функция поляризуемости частицы, $\mathbf{E}_{\text{ext}}(\mathbf{R}_m,\omega)$ – значение фурье-образа внешнего поля, действующего на m-ю частицу, в точке, где расположена эта частица, т.е. в точке с радиус-вектором $\mathbf{R}_m$. Функция $\alpha_m(\omega)$ – скаляр, что справедливо для сферических частиц. Для простоты везде ниже будем считать, что все частицы цепочки одинаковые, т.е. $\alpha_m(\omega) = \alpha(\omega)$, $\forall m$. Когда взаимодействием частиц между собой можно пренебречь, на каждую частицу будет действовать только внешнее поле электронов $\mathbf{E}_0$. Это означает, что в формуле (2) можно положить $\mathbf{E}_{\text{ext}}(\mathbf{R}_m,\omega) \approx \mathbf{E}_0(\mathbf{R}_m,\omega)$. Как учесть взаимодействие между частицами, когда им нельзя пренебречь, и к чему это взаимодействие может привести, изложено в работе [8].

Плотность токов в системе будет определяться дипольными моментами (2) как

$$\mathbf{j}(\mathbf{k},\omega) = -\frac{i\omega}{(2\pi)^3}\sum_{m=0}^{M-1}\mathbf{p}(\mathbf{R}_m,\omega)e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_m}, \qquad (3)$$

где M – число частиц в цепочке. Для периодической цепочки, изображенной на рис. 1b, можно задать явный вид радиус векторов $\mathbf{R}_m$ через индекс суммирования по частицам (по сути, индекс является номером частицы): $\mathbf{R}_m = md\mathbf{e}_x$.

Таким образом, поле излучения (1) принимает вид:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega) = \alpha\frac{e^{ikr}}{r}\sum_{m=0}^{M-1}[\mathbf{k},[\mathbf{k},\mathbf{E}_0(\mathbf{R}_m,\omega)]]. \qquad (4)$$

Здесь k_x – компонента волнового вектора излучения: $\mathbf{k} = (k_x,k_y,k_z)$.

Приведенные выше формулы содержат поле электронов $\mathbf{E}_0$. Это кулоновское поле движущихся электронов, которое может быть найдено путем решения системы уравнений Максвелла с плотностью токов, соответствующей равномерному и прямолинейному движению электронов. Пусть электронный пучок содержит $N \gg 1$ электронов, заряд электронов обозначим за e. Допустим, что все электроны движутся равномерно и прямолинейно вдоль оси Ox со скоростью v. Тогда, согласно принципу суперпозиции,

$$\mathbf{E}_0(\mathbf{r},\omega) = \sum_{p=0}^{N-1}\mathbf{E}_{0,p}(\mathbf{r},\omega), \qquad (5)$$

где суммирование ведется по всем электронам,

$$\mathbf{E}_{0,p}(\mathbf{r},\omega) = \frac{e\omega}{\pi\gamma v^2}\exp\left(i\frac{\omega}{v}(x-x_p)\right)\times \qquad (6)$$

$$\times\left[\frac{\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_p}{|\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_p|}K_1\left(\frac{\omega|\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_p|}{v\gamma}\right) - i\frac{\mathbf{e}_x}{\gamma}K_0\left(\frac{\omega|\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_p|}{v\gamma}\right)\right],$$

$\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}$ – Лоренц-фактор электронов, $\beta = v/c$ – относительная скорость электронов, т.е. отношение скорости электрона v к скорости света в вакууме c, K_0 и K_1 – модифицированные функции Бесселя второго рода (Макдональда) нулевого и первого порядков, $\boldsymbol{\rho} = y\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z$ – компонента радиус-вектора, перпендикулярная скорости электрона, $\mathbf{r}_p = x_p\mathbf{e}_x + \boldsymbol{\rho}_p$ – радиус вектор s-го электрона, а $\boldsymbol{\rho}_p$ – его перпендикулярная компонента,

$$\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_p = (y-y_p)\mathbf{e}_p + (z-z_p)\mathbf{e}_z. \qquad (7)$$

Таким образом, полное поле излучения (4) принимает вид:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega) = \alpha(\omega)\frac{e\omega}{\pi\gamma v^2}\frac{e^{ikr}}{r}\sum_{m=0}^{M-1}e^{imd\left(\frac{\omega}{v}-k_x\right)}\times \qquad (8)$$

$$\times\sum_{p=0}^{N-1}e^{-i\frac{\omega}{v}x_p}\left[\mathbf{k},\left[\mathbf{k},\frac{\boldsymbol{\rho}_p}{\rho_p}K_1\left(\frac{\omega\rho_p}{v\gamma}\right) - i\frac{\mathbf{e}_x}{\gamma}K_0\left(\frac{\omega\rho_p}{v\gamma}\right)\right]\right].$$

Зная поле излучения, можем рассчитать его интенсивность.

3. Интенсивность излучения. Спектрально-угловая плотность излученной энергии определяется полем излучения (8) как:

$$I \equiv \frac{dW}{d\hbar\omega d\Omega} = \frac{cr^2}{\hbar}\langle|\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega)|^2\rangle, \qquad (9)$$

где c – скорость света в вакууме, $\hbar$ – постоянная Планка. Здесь угловые скобки означают усреднение по всем электронам сгустка, т.е. интегрирование по

d^3r_p с некоторой функцией распределения электронов в сгустке $f(\mathbf{r}_p)$.

Подставляя поле (8) в формулу (9), получим для $N \gg 1$:

$$I = I_{\text{inc}} + I_{\text{coh}}, \tag{10}$$

где разделены вклады некогерентного I_{inc} и когерентного I_{coh} излучения:

$$I_{\text{inc}} = \frac{1}{137}\frac{\omega^2c^2}{\pi^2\gamma^2v^4}|\alpha(\omega)|^2SN\int d^3r_pf(\mathbf{r}_p)|\mathbf{P}_p|^2, \tag{11}$$

$$I_{\text{coh}} = \frac{\omega^2c^2SN^2}{137\pi^2\gamma^2v^4}|\alpha(\omega)|^2\left|\int d^3r_pf(\mathbf{r}_p)e^{-i\frac{\omega}{v}x_p}\mathbf{P}_p\right|^2. \tag{12}$$

Здесь для краткости введено обозначение:

$$\mathbf{P}_s = \left[\mathbf{k},\left[\mathbf{k},\frac{\boldsymbol{\rho}_p}{\rho_p}K_1\left(\frac{\omega\rho_p}{v\gamma}\right) - i\frac{\mathbf{e}_x}{\gamma}K_0\left(\frac{\omega\rho_p}{v\gamma}\right)\right]\right], \tag{13}$$

и выделен классический для ИСП фактор S:

$$S = \frac{\sin^2(Md(k_x-\omega/v)/2)}{\sin^2(d(k_x-\omega/v)/2)}. \tag{14}$$

Из условия максимальности этого фактора следует стандартное дисперсионное соотношение ИСП:

$$d(\beta^{-1}-n_x) = \lambda s, \quad s = 1,2... \tag{15}$$

Здесь введена компонента единичного волнового вектора: $\mathbf{k} = k\mathbf{n}$, $\mathbf{n} = (n_x,n_y,n_z)$. Далее необходимо вычислить интегралы в выражениях (11)–(12) с функцией распределения электронов для полого электронного сгустка. Заметим еще, что величина $e^2/\hbar c \approx 1/137$, т.е. постоянная тонкой структуры, появляется в формулах (11)–(12) естественным образом: она характеризует интенсивность электромагнитного взаимодействия с веществом электронов, несущих заряд e, при рассмотрении интенсивности в терминах энергии излученных квантов $\hbar\omega$, см. формулу (9).

4. Излучение от полого пучка. Равномерное распределение электронов в полом пучке описывается функцией, заданной в цилиндрических координатах ($\mathbf{r}_p = (x_p,\rho_p\cos\varphi_p,\rho_p\sin\varphi_p)$):

$$f(\mathbf{r}_p) = \frac{1}{\pi L(R_2^2-R_1^2)}, \begin{cases} -L/2 < x_p < L/2, \\ R_1 < \rho_p < R_2, \\ 0 < \varphi_p < 2\pi. \end{cases} \tag{16}$$

Здесь L – длина пучка, R_1 и R_2 – внутренний и внешний радиусы, см. рис. 1c. Другие способы описания полых пучков с другими функциями распределения электронов внутри пучка приведены в работах [9, 10].

Проводя интегрирование в выражениях (11)–(12), получим:

$$I_{\text{inc}} = \frac{1}{137}\frac{k^6}{\pi^2\gamma^2\beta^4}|\alpha(\omega)|^2SN \times \tag{17}$$

$$\times\left[(1+n_x^2)\frac{h_1-h_2}{R_2^2-R_1^2} + \left(\frac{1+n_x^2}{2} - \frac{1-n_x^2}{\gamma^2}\right)\frac{g_1-g_2}{R_2^2-R_1^2}\right],$$

$$I_{\text{coh}} = \frac{1}{137}\frac{k^6}{\pi^2\gamma^2\beta^4}|\alpha(\omega)|^2SN^2 \times$$

$$\times\, 4F_L\frac{1-n_x^2}{\gamma^2}\left(\frac{R_1K_1(aR_1)-R_2K_1(aR_2)}{a(R_2^2-R_1^2)}\right), \tag{18}$$

где $a = \omega/(v\gamma)$, F_L – продольный форм-фактор сгустка:

$$F_L = \sin^2(L\omega/2v)/(L\omega/2v)^2, \tag{19}$$

и введены функции:

$$g_i = R_i^2(K_0^2(aR_i) - K_1^2(aR_i)), \tag{20}$$

$$h_i = a^{-1}R_iK_0(aR_i)K_1(aR_i). \tag{21}$$

Далее исследуем спектральные и угловые характеристики излучения от полого пучка.

5. Характеристики излучения. Введем полярный угол наблюдения излучения θ как $n_x = \cos\theta$. Из формул (17)–(18) видно, что интенсивность излучения имеет аксиально симметричное распределение, т.е. не зависит от азимутального угла. Это объясняется полной аксиальной симметрией задачи.

Из формулы (17) видно, что некогерентное излучение зависит от поперечных размеров пучка, что, вообще говоря, является необычным для ИСП [1, 11]. В рассматриваемой геометрии внутренний и внешний радиусы пучка играют роль импакт-параметра, поэтому интенсивность излучения убывает с ростом радиусов пучка.

Как следует из формулы (18), когерентное излучение наибольшей интенсивности распространяется вблизи направления $\theta = 90^\circ$ ($n_x = 0$). Максимум интенсивности будет наблюдаться при условии, что гармоника ИСП распространяется под углом $\theta = 90^\circ$. В направлении вдоль траектории электрона, $\theta = 0^\circ$, когерентного излучения нет. Это проиллюстрировано на рис. 2 и 3.

Из формулы (18) также видно, что компонента собственного поля электрона, перпендикулярная траектории электронов, не вносит вклад в когерентное излучение. Математически это выражается в том, что интенсивность когерентного излучения (18) пропорциональна множителю $(1-n_x^2)\gamma^{-2}$. В отличие от когерентного, в интенсивность некогерентного излучения вклад вносят и продольная, и перпендикулярная компоненты собственного поля, что матема-

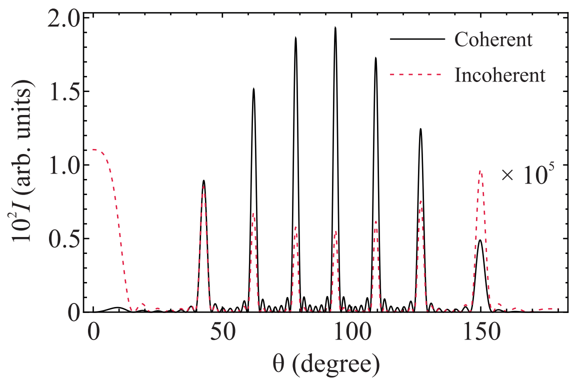

Рис. 2. (Цветной онлайн) Угловая зависимость интенсивности когерентного (черная сплошная кривая) и некогерентного (красная пунктирная кривая) излучения. Здесь $\lambda = 80$ мкм, $\gamma = 20$, $d = 300$ мкм, $M = 7$, частицы сферические, с радиусом 0.1 мкм, сделаны из материала с диэлектрической проницаемостью 2.1, $R_1 = 20$ мкм, $R_2 = 40$ мкм, $N = 10^9$, длина сгустка $L = 1$ мкм. Для наглядности красная пунктирная кривая умножена на 10^5

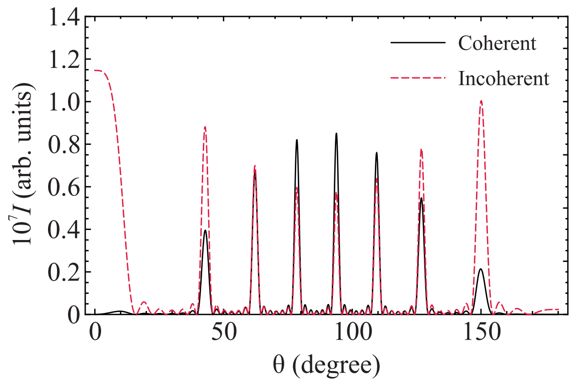

Рис. 3. (Цветной онлайн) То же что на рис. 2, но для $\gamma = 700$

тически выражается в том, что одно слагаемое пропорционально $(1-n_x^2)\gamma^{-2}$, а другие – нет. Это означает, что для полого пучка ультрарелятивистских электронов интенсивность когерентного излучения может быть сравнима или меньше, чем некогерентное излучение, даже при выполнении стандартного известного условия когерентности: $L \ll \lambda$. Такой случай проиллюстрирован на рис. 3 для $\gamma = 700$. Видно, что даже в условиях, когда продольный формфактор близок к единице ($F_L \approx 1$, т.е. при $L \ll \lambda$), красная пунктирная кривая для отдельных гармоник и направления $\theta = 0$ выше, чем черная сплошная кривая, соответствующая когерентному излучению.

На рисунке 4 изображена спектральная зависимость полной интенсивности излучения (10) для разных значений Лоренц-фактора электронов γ. Видно, что при уменьшении γ длина волны гармоник с тем же самым номером s смещается в сторону больших значений. Такое поведение совпадает с тем, что мы могли бы ожидать из дисперсионного соотношения (15). Однако из рисунка видно, что относительная интенсивность гармоник меняется. Так, для больших γ (черная или зеленая кривые) интенсивность гармоник уменьшается с уменьшением s. Для малых γ (синяя кривая), наоборот, интенсивность гармоник увеличивается с уменьшением s. Для промежуточных значений γ (красная кривая) зависимость не прямая.

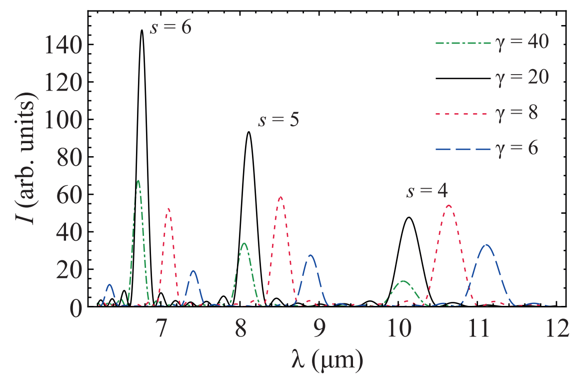

Рис. 4. (Цветной онлайн) Спектральная зависимость интенсивности излучения (10) для разных значений Лоренц-фактора электронов. Здесь $\theta = 30°$, остальные параметры как на рис. 2

Более того, видно, что зависимость от Лоренц-фактора электронов в рассматриваемом диапазоне длин волн тоже не прямая: интенсивность гармоник для $\gamma = 20$ выше, чем для $\gamma = 40$ и $\gamma = 6$. Это связано с вкладом поперечных размеров пучка.

Графики зависимости интенсивности когерентного и некогерентного излучения от Лоренц-фактора частиц изображены на рис. 5. Из графиков на рис. 5

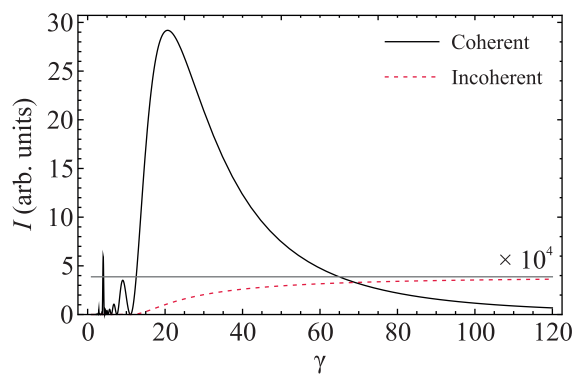

Рис. 5. (Цветной онлайн) Графики зависимости интенсивности когерентного (черная сплошная кривая) и некогерентного (красная пунктирная кривая) излучения от Лоренц-фактора частиц. Серая горизонтальная линия соответствует константе I_{lim} (22). Здесь $\lambda = 10$ мкм, остальные параметры как на рис. 2. Для наглядности красная кривая и константа I_{lim} умножены на 10^4 (фактическое пересечение кривых происходит при $\gamma = 1140$)

видно следствие сказанного выше: при увеличении γ интенсивность когерентного излучения (черная сплошная кривая) стремится к нулю, в то время как интенсивность некогерентного излучения (красная пунктирная кривая) выходит на константу $I_{\rm lim}$ (серая горизонтальная линия):

$$I_{\rm lim} = \frac{Nk^4|\alpha|^2}{137\pi^2}\frac{\sin^2\left(\frac{kdN_p}{2}(1-n_x)\right)}{\sin^2(kd(1-n_x)/2)}\frac{1+n_x^2}{R_2^2-R_1^2}\ln\frac{R_2}{R_1}. \tag{22}$$

Такое поведение некогерентного излучения качественно совпадает с поведением интенсивности излучения от одного электрона, пролетающего через круглое отверстие [12].

6. Заключение. В работе изложена теория ИСП, которое возбуждается при взаимодействии полого электронного пучка с периодической цепочкой субволновых частиц. Мишень расположена внутри полости электронного пучка на его оси. Получены выражения для интенсивности когерентного и некогерентного излучения. Показано, что некогерентное излучение содержит информацию о поперечных размерах пучка, что открывает новые возможности для диагностики полых электронных пучков. Показано, что когерентное излучение наиболее интенсивно в плоскости поперечного сечения электронного пучка и отсутствует в направлении движения электронов, а некогерентное излучение наиболее интенсивно вдоль направления движения электронов. Показано, что интенсивность когерентного излучения стремится к нулю с ростом Лоренц-фактора частиц, в то время как интенсивность некогерентного излучения стремится к постоянному значению, которое зависит от радиусов пучка. Интересно, что поперечная движению электрона компонента кулоновского поля не вносит вклада в интенсивность когерентного излучения. Это приводит к тому, что для больших энергияй электронов когерентное излучение становится сравнимым с некогерентным даже для короткого пучка (для параметров, рассмотренных в настоящей работе, это значение энергии определяется величиной Лоренц-фактора $\gamma = 1140$). Данный эффект выглядит необычно для ИСП и определяется непосредственно необычной – цилиндрической – симметрией рассмотренной задачи. Показана также сложная зависимость относительной интенсивности гармоник ИСП от Лоренц-фактора электронов. Результаты могут найти свое применение при конструировании фотонных устройств и интенсивных источников излучения, а также для развития схем диагностики полых электронных пучков.

Финансирование работы. Исследование выполнено в рамках работ по гранту # 23-1-3-2-1 Фонда развития теоретической физики и математики "БАЗИС".

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. G. Doucas, *Smith-Purcell Radiation: Basic Theory and Applications* (Oxford University Press, Oxford, 2025).
2. C. Roques-Carmes, S.E. Kooi, Y. Yang, N. Rivera, P.D. Keathley, J.D. Joannopoulos, S.G. Johnson, I. Kaminer, K.K. Berggren, and M. Soljacic, Free-electron–light interactions in nanophotonics, Appl. Phys. Rev. **10**, 011303 (2023).
3. Z. Rezaei and B. Farokhi, "Start current and growth rate in Smith–Purcell free-electron laser with dielectric-loaded cylindrical grating", J. of Theoretical and Applied Physics **14**, 149 (2020).
4. H. P. Bluem, R. H. Jackson, J. D. Jarvis, A. M. M. Todd, J. Gardelle, and P. Modin, "First Lasing From a High-Power Cylindrical Grating Smith-Purcell Device", IEEE Trans. Plasma Sci. **43**, 3176 (2015).
5. S. Redaelli, R.B. Appleby, R. Bruce, O. Bruning, A. Kolehmainen, G. Ferlin, A. Foussat, M. Giovannozzi, P. Hermes, D. Mirarchi, D. Perini, A. Rossi, and G. Stancari, "Hollow electron lenses for beam collimation at the High-Luminosity Large Hadron Collider (HL-LHC)", J. Instrum. **16**, P03042 (2024).
6. X. Gu, W. Fischer, Z. Altinbas et al. (Collaboration), "Halo removal experiments with hollow electron lens in the BNL Relativistic Heavy Ion Collider", J. Instrum. Phys. Rev. Accel. Beams **23**, 031001 (2020).
7. K.Y. Bliokh, I.P. Ivanov, G. Guzzinati, L. Clark, R. van Boxem, A. Beche, R. Juchtmans, M.A. Alonso, P. Schattschneider, F. Nori, and J. Verbeeck, "Theory and applications of free-electron vortex states", Phys. Rep. **690**, 1 (2017).
8. A.A. Tishchenko and D.Yu. Sergeeva, "Near-field resonances in photon emission via interaction of electrons with coupled nanoparticles", Phys. Rev. B **100**, 235421 (2019).
9. Д. Ю. Сергеева, А. А. Тищенко, "Когерентное переходное излучение полого бесселева пучка", Письма в ЖЭТФ **121**, 799 (2025) [D. Yu. Sergeeva and A. A. Tishchenko, "Coherent Transition Radiation of a Hollow Bessel Beam", JETP Lett. **121**(10), 759 (2025)].
10. Д. Ю. Сергеева, А. А. Тищенко, "Форм-фактор в переходном излучении от полых пучков", Письма в ЖЭТФ **117**, 492 (2023) [D. Yu. Sergeeva and A. A. Tishchenko, "Form Factor in Transition Radiation from Hollow Beams", JETP Lett. **117**, 492 (2023)].
11. A. P. Potylitsyn, M. I. Ryazanov, M. N. Strikhanov, A.A. Tishchenko, *Diffraction Radiation from Relativistic Particles* (Springer-Verlag, Berlin, 2010), v. 239.
12. М. Л. Тер-Микаелян, *Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях* (Издательство Академии наук Армянской ССР, Ереван, 1969) [M. L. Ter-Mikhaelyan, High-Energy Electromagnetic Processes in Condensed Media, Wiley-Interscience, N.Y. (1972)].